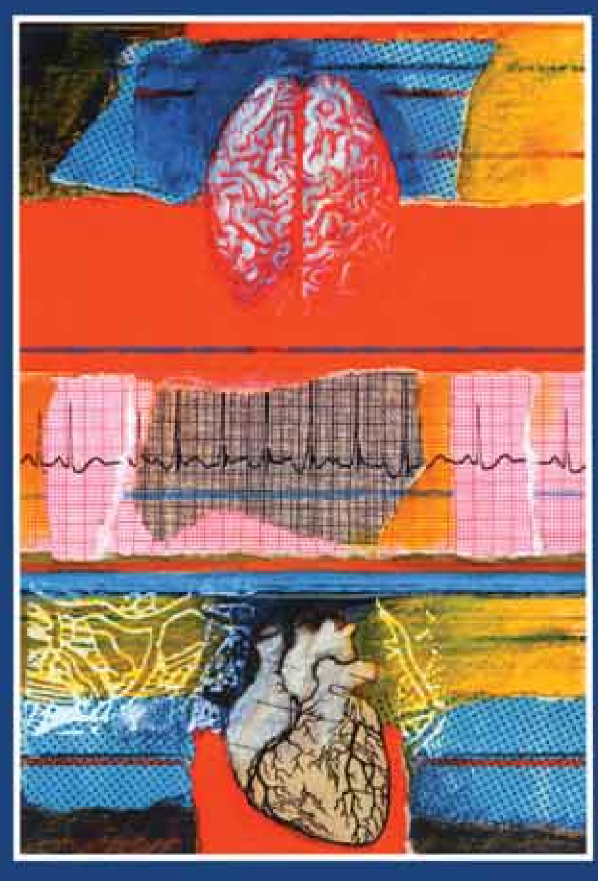
مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية
المنظمة العربية للترجمة

آن ساترباك   لارِّي ف. ماكِّنتايَر   كا - يو سان

أسس الهندسة الحيوية



ترجمة

د. حاتم النجدي

سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدّمة

أسس

الهندسة الحيوية

المنظمة العربية للترجمة

آن ساترباك لارِّي ف. ماكِّنتايَر
كا - يو سان

أسس الهندسة الحيوية

ترجمة

د. حاتم النجدي

مراجعة

د. يمن الأتاسي

توزيع: **مركز دراسات الوحدة العربية**

الـفـهـرسـة أثـنـاء الـنـشـر ـ إعـداد المنـظـمـة الـعـربـيـة لـلـتـرجـمـة
ساترباك، آن
أسس الهندسة الحيوية/ آن ساترباك، لارّي ف. ماكِّنتايَر وكا - يو سان؛ ترجمة حاتم النجدي؛ مراجعة يمن الأتاسي.
845 ص. ـ (تقنيات استراتيجية ومتقدمة ـ التقنية الحيوية؛ 1)
يشتمل على فهرس.
ISBN 978-9953-0-2036-5
1. الهندسة الحيوية. 2. الهندسة الرياضية. أ. العنوان. ب. ماكِّنتايَر، لارّي ف. (مؤلف). ج. كا - يو سان (مؤلف). د. النجدي، حاتم (مترجم). هـ. الأتاسي، يمن (مراجع). و. السلسلة.
660.6

Saterbak, Ann, Larry V. McIntire and Ka-Yiu San
Bioengineering Fundamentals

المنظمة العربية للترجمة
بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: 5996 ـ 113
الحمراء ـ بيروت 2090 1103 ـ لبنان
هاتف: 753031 ـ 753024 (9611) / فاكس: 753032 (9611)
e-mail: info@aot.org.lb - http://www.aot.org.lb

توزيع: **مركز دراسات الوحدة العربية**
بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: 6001 ـ 113
الحمراء ـ بيروت 2407 2034 ـ لبنان
تلفون: 750084 ـ 750085 ـ 750086 (9611)
برقياً: «مرعربي» ـ بيروت / فاكس: 750088 (9611)
e-mail: info@caus.org.lb - Web Site: http://www.caus.org.lb

الطبعة الأولى: بيروت، آذار (مارس) 2011

المحتويات

تقديم

سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدمة
ضمن مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي

يطيب لي أن أقدم لهذه السلسلة التي جرى انتقاؤها في مجالات تقنية ذات أولوية للقارئ العربي في عصر أصبحت فيه المعرفة محركاً أساسياً للنمو الاقتصادي والتقني، ويأتي نشر هذه السلسلة بالتعاون بين مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية والمنظمة العربية للترجمة ويقع في إطار تلبية عدد من السياسات والتوصيات التي تعنى باللغة العربية والعلوم ومنها:

أولاً : البيان الختامي لمؤتمر القمة العربي المنعقد في الرياض 1428هـ 2007م الذي يؤكد ضرورة الاهتمام باللغة العربية، وأن تكون هي لغة البحث العلمي والمعاملات حيث نص على ما يلي: (وجوب حضور اللغة العربية في جميع الميادين بما في ذلك وسائل الاتصال، والإعلام، والإنترنت وغيرها).

ثانياً : «السياسة الوطنية للعلوم والتقنية» في المملكة العربية السعودية التي انبثق عنها اعتماد إحدى عشرة تقنية إستراتيجية هي: المياه، والبترول والغاز، والبتروكيميائيات، والتقنيات المتناهية الصغر (النانو)، والتقنية الحيوية، وتقنية المعلومات، والإلكترونيات والاتصالات والضوئيات، والفضاء والطيران، والطاقة، والمواد المتقدمة، والبيئة.

ثالثاً : مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي التي تفعّل أيضاً ما جاء في البند أولاً عن حضور اللغة العربية في الإنترنت، حيث تهدف إلى إثراء المحتوى العربي عبر عدد من المشاريع التي تنفذها مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية بالتعاون مع جهات مختلفة داخل المملكة وخارجها. ومن هذه المشاريع ما يتعلق برقمنة المحتوى العربي القائم على شكل ورقي وإتاحته على شبكة الإنترنت، ومنها ما يتعلق بترجمة الكتب الهامة، وبخاصة العلمية، مما يساعد على إثراء المحتوى

العلمي بالترجمة من اللغات الأخرى إلى اللغة العربية بهدف تزويد القارئ العربي بعلم نافع مفيد.

تشتمل السلسلة على ثلاثة كتب في كل من التقنيات التي حددتها «السياسة الوطنية للعلوم والتقنية». واختيرت الكتب بحيث يكون الأول مرجعاً عالمياً معروفاً في تلك التقنية، ويكون الثاني كتاباً جامعياً، والثالث كتاباً عاماً موجهاً إلى عامّة المهتمين، وقد يغطي ذلك كتاب واحد أو أكثر. وعليه، تشتمل سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدمة على ما مجموعه ثلاثة وثلاثون كتاباً مترجماً، كما خصص كتاب إضافي منفرد للمصطلحات العلمية والتقنية المعتمدة في هذه السلسلة كمعجم للمصطلح.

ولقد جرى انتقاء الكتب وفق معايير منها أن يكون الكتاب من أمهات الكتب في تلك التقنية، ولمؤلفين يشهد لهم عالمياً، وأنه قد صدر بعد عام 2000، وأن لا يكون ضيِّق الاختصاص بحيث يخاطب فئة محدودة، وأن تكون النسخة التي يترجم عنها مكتوبة باللغة التي ألّف بها الكتاب وليست مترجمة عن لغة أخرى، وأخيراً أن يكون موضوع الكتاب ونهجه عملياً تطبيقياً يصبّ في جهود نقل التقنية والابتكار ويساهم في عملية التنمية الاقتصادية من خلال زيادة المحتوى المعرفي العربي.

إن مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية سعيدة بصدور هذه المجموعة من الكتب، وأود أن أشكر المنظمة العربية للترجمة على الجهود التي بذلتها لتحقيق الجودة العالية في الترجمة والمراجعة والتحرير والإخراج، وعلى حسن انتقائها للمترجمين المتخصصين، وعلى سرعة الإنجاز، كما أشكر اللجنة العلمية للمجموعة التي أنيط بها الإشراف على إنجازها في المنظمة وكذلك زملائي في مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية الذين يتابعون تنفيذ مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي.

الرياض 1431/3/20 هـ
رئيس مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية
د. محمد بن إبراهيم السويل

تمهيد

تمثِّل قوانين انحفاظ (conservation) الكتلة والطاقة والشحنة والزخم أسس الهندسة، ومن ضمنها الهندسة الحيوية. والغرض من هذا الكتاب **أسس الهندسة الحيوية** هو توفير نهج جديد موحَّد لتعليم قوانين الانحفاظ من خلال دورة تمهيدية متعددة الاختصاصات لطلاب الهندسة الحيوية.

تقوم دورات تعليم المبادئ في كثير من مناهج الهندسة على تطبيق قوانين الانحفاظ. ويُعطى انحفاظ الكتلة والطاقة عادة في الدورة الأولى من منهاج الهندسة الكيميائية. ويُعطى انحفاظ الزخم غالباً في الدورة الأولى من منهاج الهندسة الميكانيكية. ويمثِّل انحفاظ الشحنة مقدمة أساسية إلى الهندسة الكهربائية. واعتماداً على نفس المفاهيم والعلاقات الجوهرية التي توحِّد جميع المناهج الهندسية، يُركِّز هذا الكتاب الاهتمام في قوانين الانحفاظ تلك، وفي كيفية تطبيقها على النظم الحيوية والطبية بغية تهيئة المهندس الحيوي المبتدئ.

لقد صُمِّمت أهداف هذا الكتاب التعليمية بحيث تساعد طلاب الهندسة الحيوية على:

1. تطوير مهارات في صياغة المسائل وحلها.
2. وضع وفهم معادلات انحفاظ الكتلة والزخم والشحنة والطاقة.
3. استخدام معادلات الانحفاظ لحل مسائل في العلوم الحيوية والطبية، ولنمذجة النظم الحيوية والوظيفية.
4. استيعاب أنواع التحديات والفرص التقنية في الهندسة الحيوية، وفوائد النهج الهندسي في العلوم الحيوية والطبية.

إن هذا الكتاب موجَّه إلى طلاب الفصل الأول أو الثاني من السنة الجامعية الثانية لاستخدامه في دورة تأسيسية في الهندسة الحيوية أو الهندسة الطبية أو المجالات ذات الصلة. لذا يُنصح بأن يكون الطالب ملماً بمعرفة من المستوى الجامعي في

حساب التفاضل والتكامل والكيمياء العامة والفيزياء وعلم الأحياء، إضافة إلى مهارات حاسوبية أولية.

تُعتبر السيطرة على مبادئ الانحفاظ في وقت مبكر من حياة طالب الهندسة الحيوية أمراً جوهرياً، فسنوات التكوين هذه على درجة كبيرة من الأهمية للطلاب أثناء انتقالهم من الدورات العامة في العلوم والرياضيات (مثل الكيمياء والتفاضل والتكامل) إلى الدورات المتخصِّصة ذات المستوى الأعلى (مثل المواد الحيوية والقياسات الحيوية)، إذ إن كثيراً من المجالات التخصُّصية في الهندسة الحيوية، ومنها القياسات الحيوية والميكانيك الحيوي والهندسة الكيميائية الحيوية والمواد الحيوية، يستخدِم معادلات الموازنة أو الانحفاظ باعتبارها أساساً لدراسة أو استخراج معادلات أخرى ذات صلة. مثلا، يقدَّم انحفاظ الزخم غالباً في كتب الميكانيك الحيوي والنقل. وفي هذا الكتاب ثمة تركيز للاهتمام في كيفية استخدام معادلات الموازنة والانحفاظ لاشتقاق قوانين مألوفة كقانوني كيرشوف (Krichhoff) للتيار والفولتية، وقوانين نيوتن (Newton) الخاصة بالحركة، ومعادلة برنولي (Brenolli) وغيرها. إن إطار العمل هذا، الخاص بمبادئ الموازنة والانحفاظ، يمكِّن الطلاب من بناء نموذج فكري للعلاقة بين المفاهيم الأساسية الموجودة في دورات الهندسة وأجزاء من دورات الكيمياء والفيزياء. والمبادئ الهندسية، ومنهجية حل المسائل، والعمق التقاني المستخدم لنمذجة المسائل وحلها تجعل هذا الكتاب مادة أساسية ملائمة لدورات المستويين الابتدائي والمتقدم.

وإضافة إلى مبادئ الانحفاظ، يهتم الكتاب بطرائق حل المسائل الهندسية. وتعتبر من وجهة نظر كثير من الطلاب ترجمة نص المسألة إلى مخطط أمراً صعباً في البداية. وإن ما يميز المهندس المتمرِّس هو النمذجة الملائمة للنظم الحيوية والطبية المعقدة، وتبسيط تلك النظم من خلال وصفها رياضياً. أما في ما يخص المهندس المبتدئ، فيمكن لذلك أن يمثل مهمة شاقة. لذا، كان الاهتمام بحل المسألة أكبر من

الاهتمام بالمسألة نفسها. ويتضح ذلك من العدد الكبير من الأمثلة التي جرى حلها بالتفصيل.

لقد جرى حل كثير من تلك الأمثلة باستخدام بيانات رقمية حقيقية. ويمكن استخدام البيانات الفيزيائية الحقيقية الطلاب من تدقيق إجاباتهم بالتفصيل ومن تقديم رؤيتهم لما تعنيه من حيث العلاقة بنص المسألة، ومن الناحيتين الفيزيائية والحيوية كذلك. وتشتمل الأمثلة المحلولة على كامل طيف الهندسة الحيوية، ومن ضمنها الوظائف الحيوية والكيمياء الحيوية وهندسة الأنسجة والتقانة الحيوية والقياسات. وقد قُصد من هذا التنوُّع في المسائل تسليط الضوء بقوة على تقانة وبحوث الهندسة الحيوية، إضافة إلى تحفيز الطلاب.

يتضمن الفصل الأول أسس النهج الهندسي الكمي، إضافة إلى وصف لمواضيع وتقانات الهندسة الحيوية وبحوثها المختلفة، فقد قدِّمت المتغيرات الفيزيائية التي استُخدمت في معادلات الموازنة في إطار تقانات الهندسة الحيوية ومواضيع البحوث فيها. وقُدِّمت منهجية أو سيرورة لحل المسائل الهندسية مشابهة لتلك الموجودة في أمهات كتب الهندسة الأخرى. وقد استُخدمت تلك المنهجية في كل الكتاب. ويوصى بأن يقوم الطلاب بحل بعض مسائل واجباتهم المنزلية باستخدام هذه المنهجية أو ما يشابهها.

ويتضمن الفصل الثاني إطار العمل الأساسي لقوانين الانحفاظ. وتصف معادلة الموازنة حركة وتوليد واستهلاك وتراكم الخواص التوسُّعية في النظم موضوع الاهتمام. ومن تلك الخواص التي يمكن موازنتها الكتلة والطاقة والشحنة والزخم. وأما معادلة الانحفاظ، فهي حالة خاصة من معادلة الموازنة ويمكن تطبيقها على خواص توسُّعية معينة. ويعتبَر ابتداء حل مسألة بمعادلة موازنة أو انحفاظ ملائمة سيرورة مألوفة لبعض أنواع المهندسين (المهندسين الكيميائيين مثلا)، ولكنْ ليس لغيرهم (مهندسي الكهرباء مثلاً). غير أن استخدام إطار العمل هذا يمكِّن من مكاملة مفاهيم أولية تبدو متباينة في الهندسة الحيوية (من قبيل موازنات الكتلة وقانون

الترموديناميك الأول ومعادلة برنولي وقانون آينتهوفن) ضمن مفهوم موحد. وقد قُصد من العودة المتكررة إلى معادلتي الموازنة أو الانحفاظ العامتين تأكيد الدور المفتاحي الذي تؤديه هذه المعادلات بوصفها أساس الهندسة، وتعزيز سيرورة الحل المنهجي للمسألة.

أما الجزء المركزي من الكتاب المتمثل بالفصول 3 – 6، فيتضمن انحفاظ الكتلة والطاقة والشحنة والزخم في النظم الحيوية الطبية. ويُستهل كل فصل منها بمسألة أو موضوع أساسيين يمثلان تحدياً حالياً من تحديات البحث والتصميم في الهندسة الحيوية، وذلك بغية إطلاع الطلاب على الأسئلة الكثيرة التي لا جواب عنها، والتي يمكن أن تكون ثمة فائدة من المزيد من العمل فيها. وضمن كل فصل، ثمة مراجعة للمفاهيم الأساسية، وإعادة كتابة لقوانين الموازنة والانحفاظ، مع صياغة حصرية للخاصية موضوع الاهتمام. وقد خُصِّص جزء مهم من كل فصل لتطبيق هذه المفاهيم في حل مسائل الهندسة الحيوية واختزال معادلات الموازنة والانحفاظ إلى معادلات أساسية أخرى تعلَّمها الطلاب في دورات سابقة. ومع أن كلاً من هذه الفصول يمكن أن يكون فصلاً مستقلاً قائماً بذاته، فإننا نلقي الضوء على أوجه التشابه بين قوانين انحفاظ الخواص الأربعة.

ويتضمن الفصل السابع ثلاث دراسات حالة هي: القلب، والدورة الدموية، والرئتان والآلة القلبية الرئوية، والكليتان وغسلهما، وقد صُمِّمت تلك الدراسات للربط في ما بين تطبيقات معادلات الموازنة والانحفاظ الخاصة بالكتلة والطاقة والشحنة والزخم في النظم الحيوية الطبية. وقد اخترنا عمداً دراسة تلك النظم لأنها تنطوي على ظواهر فيزيائية في كل من مستويي الخلايا والأنسجة. هناك كثير من المسائل التي مازالت مفتوحة يمكن للطلاب البحث فيها، ويمكن استخدام هذه المادة باعتبارها مادة أساسية أو متممة، أو مشروعاً، أو أساساً لتعلُّم حل المسائل واسعة النطاق.

يوفِّر ترتيب الكتاب بهذه الطريقة مرونة كبيرة في تعلُّم الطلاب وفي تعليمهم

الجامعي. ونظراً إلى إمكان أن يكون كل من الفصول 3 – 6 قائماً بذاته، يمكن للمدرِّس تركيز الاهتمام في خاصية واحدة أو أكثر من الخواص التوسُّعية، دون الاهتمام كثيراً بالخواص الأخرى. يُضاف إلى ذلك أن المدرِّس الذي يرغب في التعليم من خلال إطار تعليم يقوم على المسائل كليا، يستطيع استخدام المسائل المعروضة في الفصل السابع بوصفها أساساً للدورة. وقد استُخدمت فعلاً وحدات تعليم قائمة على المسائل المطروحة في الفصل السابع بنجاح في جامعة رايس. أما في ما يخص الطلاب، فإن هذا الكتاب يتضمن خططاً لحل المسائل باستخدام قوانين الانحفاظ الأساسية، ويوفر كثيراً من المسائل الممتعة.

أتت فكرة الكتاب **أسس الهندسة الحيوية الأولى** من نقاشات مع الهيئة التدريسية في جامعة رايس ومع د. جاكلين شانكس (Jacquelyn Shanks) الموجودة حالياً لدى جامعة ولاية آيوا. وانطلاقاً من دوافع توحيد الظواهر الحيوية مع مبادئ الانحفاظ، ألَّفنا هذا الكتاب متبعين نفس النهج الذي اتبعه د. تشارلز غلوفر (Charles Glover) ود. كيفين لونسفورد (Kevin Lunsford) ود. جون فليمينغ (John Fleming) في تأليف **كتاب مبادئ الانحفاظ وبنية الهندسة** (*Conservation Principles and the Structure of Engineering*) لدى جامعة تكساس. وقد رتبنا كتابنا أيضاً على نحو مشابه لترتيب كتاب (*Transport Phenomena*) الذي ألَّفه د. بيرون بيرد (Byron Bird) ود. وارِّن ستيوارت (Warren Stewart) ود. إدوين لايتفوت (Edwin Lightfoot). في ذلك الكتاب القيِّم، سعى المؤلفان إلى توحيد دراسة الزخم والحرارة ونقل الكتلة باستخدام نُهُج متشابهة في معالجة كل موضوع. من ملحقات هذا الكتاب **أسس الهندسة الحيوية** دليل المسائل المحلولة للمدرِّس. ومن ناحية أخرى، قامت هيئة العلوم القومية، من خلال برنامجها الخاص بدورات التعليم الجامعي، بتمويل هذا العمل جزئياً (المنحة رقم NSF grant #DUE-0231313). وقدَّمت مدرسة جورج براون للهندسة منحة مالية جيدة أيضاً للكتاب.

إننا ممتنون للإسهامات الكثيرة التي قدمها زملاؤنا وطلابنا وساعدتنا على

تحضير هذا الكتاب، فقد قدم كل من د. جوزيف ليدو (Joseph LeDoux) من معهد جورجيا للتقانة، ود. أنيتا فاسافادا (Anita Vasavada) من جامعة ولاية واشنطن، ود. بروس ويلر (Bruce Wheeler) من جامعة تشامبين ـــ إلِنُوي آراء مفيدة جداً عن النسخ الأولى لمخطوطة الكتاب. ويُضاف إلى ذلك أن كلاً منهم أسهم بأمثلة أو وظائف منزلية، وفعل ذلك أيضاً د. جيري كولِّينز (Jerry Collins) ود. آرت أوفرهولزر (Art Overholser) من جامعة فاندربيلت. وأسهم أيضاً في العدد الهائل من المسائل الواردة في هذا الكتاب طلاب وخريجون كثيرون من جامعة رايس: بث بولدن (Beth Boulden)، وميشال بروك (Michelle Brock)، ودايفد تشي (David Chee)، ومِن – جي تشن (Min-Jye Chen)، وستيفاني فارل (Stephanie Farrell)، وإميلي غلاسنغر (Emily Glassinger)، وستيفن هاردر (Stephen Harder)، وإليزابث هِدبرغ (Elizabeth Hedberg)، وهايدي هولتورف (Heidi Holtorf)، وكريستوفر لوا (Christopher Loa)، وآماندا لوري (Amanda Lowery)، وشيلا مور (Sheila Moore)، وماثيو مورفي (Matthew Murphy)، وبلي بون (Billy Poon)، وتوماس روني (Thomas Rooney)، وأدريان شيه (Adrian Shieh)، وإديتيا فنكاتارامان (Aditya Venkataraman)، وجوستين يانغ (Justin Yang)، وآخرين نسينا ذكرهم من دون قصد.

وكانت ثمة مساعدة خاصة على تطوير الفصل السابع قدمها خريجو جامعة رايس: جرمي بلَم (Jeremy Blum)، وسكيب مرسير (Skip Mercier)، ومارك سويغارت (Mark Sweigart)، ولاكشيا تايت (Lakeshia Taite)، وجونا تمنوف (Johnna Temenoff). وقدم د. وندي نيوزتتر (Wendy Newstetter) من معهد جورجيا للتقانة أفكاراً مفيدة عن تطوير مسائل للفصل السابع. وقامت إليان لي (Elaine Lee) من جامعة رايس بتحرير النص دون كلل. ونقدِّر صبر طلاب جامعة رايس ومعهد جورجيا للتقانة وجامعة ولاية واشنطن وجامعة تشامبين إلِنوي الذين حسَّنوا من خلال استخدامهم ما هو الآن أسس التقانة الحيوية.

ويعبر لاري ماك إنتاير (Larry McIntire) من الناحية الشخصية عن امتنانه لزوجته د. سوزي إسكين (Suzie Eskin). وتشكر آن ساترباك (Ann Saterbak) زوجها د. دايفد وورد (David Ward) لدعمه لها طوال الساعات الكثيرة جداً التي تطلبتها كتابة هذا الكتاب.

1 – مدخل إلى الحسابات الهندسية

1.1 الأغراض التعليمية

بعد إنهاء هذا الفصل، سوف تتمكّن من:

- القيام بتحويل الوحدات للحصول على الإجابات بالوحدات المرغوب فيها.
- التمييز بين الخواص التوسُّعية (extensive) وخواص الشدة (intensive) ووضع أمثلة لكل نوع منها.
- تعريف المتغيِّرات الفيزيائية الشائعة في معادلات الموازنة (accounting) والانحفاظ (conservation). وبوجه خاص، سوف تَأْتلِف الكتلة والمولات والوزن الجزيئي، والكتلة والكسور المولية، والتركيز والمولية، ودرجة الحرارة والضغط والكثافة والقوة والوزن والطاقة الكامنة والطاقة الحركية والطاقة الداخلية، والحرارة والشغل والزخم والشحنة والتيار ومعدَّلات التدفُّق.
- تقديم إجابات بعدد مناسب من الأرقام المعنوية.
- اعتماد منهجية لحل المسائل الهندسية، وهي منهجية مستعملة لحل كثير من الأمثلة في هذا الكتاب.
- البدء بتطوير حس مقاربة المسائل الهندسية التي يواجهها المهندسون الحيويّون

في 11 كانون الأول/ ديسمبر من العام 1998، أطلقت إدارة الطيران والفضاء القومية الأميركية المركبة الصناعية **قمر مناخ المريخ** (Mars Climate Orbiter)، وهي مركبة مصمَّمة للعمل بين الكواكب بوصفها قمراً صناعياً للتنبؤ بالطقس ومحطة اتصالات وسيطة. غير أنها لم تصل إلى المكان المرسَلة إليه، فقد فُقِدت المركبة التي بلغت تكلفتها 193 مليون دولار بسبب سوء تقدير غير مبرَّر أثناء نقل المعلومات بين فريق مركبة رصد **مناخ المريخ** في كولورادو وفريق قيادة المهمة في كاليفورنيا، فأثناء عملية حساب ضرورية لجعل المركبة تناور على نحو سليم في المدار حول المريخ، استعمل أحد الفريقين الوحدات البريطانية في حين أن الفريق الآخر استعمل الوحدات المترية[1]. ونتيجة لذلك، وبدلاً من المناورة بالــ 140 كلم (90

ميلاً) المخططة، اقتربت المركبة من سطح المريخ حتى ارتفاع يساوي نحو 57 كلم (35 ميلاً)[2]، وهذا ما أدى إما إلى تحطمها في جو المريخ أو إلى انزلاقها نحو الفضاء.

لقد ضاعت مئات ملايين الدولارات وتلاشى معها أمل كبير في تحقيق إنجاز علمي، نتيجة لإخفاق هذه المهمة، إلا أن ما هو أسوأ هو أن الخسائر المقترنة بأخطاء من نوع كهذا يمكن أن تكون أكبر من ذلك في حقل الهندسة الحيوية والطبية بسبب الأرواح البشرية التي يمكن أن تُزهق. إذا أخطأ مهندس حيوي في حساب مجال السّمّية المسموح به في دواء ما بسبب تحويل الوحدات، فإن الطبيب قد يصف جرعة غير مناسبة للمريض تؤدي إلى وفاته. وأمام جسامة هذه الحالة لابد من أن نؤكِّد أهمية تعلُّم المفاهيم الأساسية وإيلاء تطبيقها العناية الفائقة.

إن الفهم العميق للمادة المعروضة في الفصل الأول ضروري لنجاحك في عملك المستقبلي في الهندسة الحيوية. ويمثل هذا الفصل نظرة إجمالية إلى المبادئ والتعريفات التي تضع حجر الأساس لحل المسائل في الهندسة الحيوية. وفي المقطع 3.5.1، سنستعرض أهمية هذه المادة التمهيدية في تطبيقات الحياة الواقعية.

2.1 المتغيرات الفيزيائية والوحدات والأبعاد

تُعتبر المقدرة على قياس المتغيِّرات الفيزيائية وتحديد قيمها أمراً جوهرياً لإيجاد حلول المسائل في النظم الحيوية والطبية. إن معظم الأعداد التي نصادفها في الحسابات الهندسية تمثل مطالات المتغيرات الفيزيائية القابلة للقياس، أو مقادير أو خواص أو متغيرات يمكن حسابها بضربها بمتغيرات أخرى أو بتقسيمها عليها. ومن أمثلة المتغيِّرات الفيزيائية الكتلة (mass)، والطول ودرجة الحرارة والسرعة. وتمثِّل المتغيرات الفيزيائية المقاسة عادة بعدد أو قيمة سلَّمية (6 مثلاً) ووحدة (mL/min ملم في الدقيقة مثلاً).

والوحدة هي مقدار محدَّد سلفاً لمتغير معين جرى تعريفه بالاتفاق أو العرف أو القانون. ويجب أن تُعطى الأعداد المستعملة في الحسابات الهندسية مع الوحدات المناسبة. على سبيل المثال، تُعتبر المنظومة "تدفُّق الدم الكلي في الدورة الدموية للإنسان البالغ يساوي 5 منظومات عديمة المعنى، وأما النظام "يساوي معدل تدفق الدم الكلي في الدورة الدموية للإنسان البالغ 5 L/min" فتحدد كمياً مقدار الدم الذي يتدفَّق عبر الدورة الدموية لدى الشخص البالغ.

من الأخطاء التي يرتكبها المهندسون المبتدئون غالباً كتابة المتغيِّرات دون وحدات. ويدَّعي الطلاب أحياناً أنهم يستطيعون متابعة الوحدات في رؤوسهم، وأنهم لا يحتاجون إلى كتابتها على

الورق على نحو متكرر. غير أن هذا الموقف يؤدي إلى كثير من الأخطاء التي يمكن أن تؤدي إلى عواقب وخيمة، من قبيل تلك التي حصلت في حادثة مركبة **مناخ المريخ**. وأما المهندسون المحترفون فنادراً ما يهملون الوحدات في حساباتهم.

يبيِّن الجدول 1.1 أسس القياس لسبعة متغيِّرات فيزيائية حصل اتفاق دولي بشأنها. وتتضمن هذه المتغيِّرات الطول والكتلة والزمن والتيار الكهربائي ودرجة الحرارة ومقدار المادة وشدة الإضاءة.

الجدول 1.1: المتغيِّرات الفيزيائية الأساسية.

المقدار الأساسي	الرمز	الوحدة الأساسية في النظام الدولي SI	أمثلة لوحدات أخرى
الطول	L	متر (m)	سنتيمتر (cm)، قدم (ft)، إنش (in)، ياردة (yd)
الكتلة	M	كيلوغرام (kg)	غرام (g)، باوند (lb_m)، طن (ton)
الزمن	t	ثانية (s)	دقيقة (min)، ساعة (hr)
التيار الكهربائي	I	أمبير (A)	أبأمبير (abA= 10 A)، بيوت (Bi)
درجة الحرارة	T	كلفن (K)	درجة مئوية ($^\circ$C)، فهرنهايت ($^\circ$F)
مقدار المادة	N	مول - غرامي (g-mol)	مول - ليبروي (lb-mol)
شدة الإضاءة	J	شمعة (cd)	

ويُستعمل في الحسابات الهندسية عادة كثير من المتغيرات الفيزيائية الأخرى، ومن أمثلتها القوة والطاقة. وتُرجَع وحدات هذه المتغيرات إلى تركيب من المقادير السبعة الأساسية تلك. وفي هذا الكتاب، يُقصَد بالمصطلح **بُعد** وحدة عامة للمتغيِّر الفيزيائي لم تكبَّر قيمتها أو تصغَّر بمقدار معين لأغراض تقديرية. ويتضمن الملحق (أ) المقادير ذات الأبعاد التي ستصادفها في هذا الكتاب. وأما رموز الأبعاد فهي معطاة في الجدول 1.1.

3.1 تحويل الوحدات

وفقاً لما ناقشناه في المقطع 1.2، تُمثَّل المتغيِّرات الفيزيائية المقاسة عادة بعدد ووحدة. وأكثر نظم الوحدات شيوعاً في العالم هما نظام الوحدات الدولي (Systeme International d'Unites) (SI)، أي النظام المتري، والنظام البريطاني أو الإنجليزي. إن على المهندسين معرفة كلا النظامين لأن كل الهيئات في العالم تنشر بياناتها بكل منهما. وسنناقش في المقطع 5.1 كثيراً من المتغيِّرات الفيزيائية شائعة الاستعمال في الهندسة الحيوية. ويتضمن الملحق (أ) المتغيِّرات الفيزيائية والرموز العائدة إليها المستعملة في هذا الكتاب.

يُقصد بتحويل الوحدات العملية التي تُحوّل بها الوحدات المقترنة بمتغير فيزيائي إلى مجموعة أخرى من الوحدات باستعمال عوامل التحويل. ويتضمن الملحق (ب) ملخَّصاً لتحويلات الوحدات الشائعة. وقد تكون على دراية فعلاً ببعض عوامل التحويل، من قبيل أن 1 in مثلا يساوي 2.54 cm، وأن $2.2\ lb_m$ تساوي 1 kg. ولتحويل مقدار معبَّر عنه بدلالة وحدة ما إلى ما يكافئه بدلالة وحدة أخرى، اضرب المقدار المعطى بعامل التحويل (الذي يساوي الوحدة الجديدة مقسومة على الوحدة القديمة). وعلى غرار حذف مضاعفات الأعداد في الكسور، احذف الوحدات. على سبيل المثال، يمكن تحويل كتلة رجل عادي معطاة بالنظام البريطاني ($154\ lb_m$) إلى ما يكافئها في النظام الدولي (SI) وفقاً لما يأتي:

$$154\ lb_m \left(\frac{1\,kg}{2.2\ lb_m} \right) = 70\ \ kg \qquad (1-3.1)$$

نظراً إلى وجود الوحدة ليبرة كتلية lb_m في كل من مقام الكسر وبسطه، فقد جرى حذفها. إن كتابة وحدات عامل التحويل مهمة جداً. وإذا لم تكتبها، فإنك قد تضرب المتغير الفيزيائي بعامل على نحو خاطئ.

ثمة حاجة أيضاً إلى عوامل التحويل لإجراء التحويل ضمن نفس نظام الوحدات. على سبيل المثال، ضمن النظام البريطاني، نحوّل كتلة السيارة التي تساوي $2200\ lb_m$ إلى ما يكافئها بالأطنان وفق ما يأتي:

$$2200\ lb_m \left(\frac{1\,ton}{2000\ lb_m} \right) = 1.1\,ton \qquad (2-3.1)$$

وضمن النظام الدولي (المتري)، يمكننا تحويل طول عظم فخذ شخص بالغ عادي يساوي 430 ملم إلى ما يكافئه بالأمتار:

$$430\ mm \left(\frac{1\ m}{1000\ m} \right) = 0.43\ m \qquad (3-3.1)$$

وتُستعمل سلسلة من الأحرف والرموز للإشارة إلى مضاعفات وأجزاء الوحدات في النظام المتري (الجدول 2.1)، فالحرف "m" الذي يسبق الحرف "m"، أي المتر، يشير إلى الميلي، أو 10^{-3} من تلك الوحدة. وغالباً ما تكون ثمة حاجة إلى سلسلة من عاملَيْ تحويل أو أكثر لتحويل قيمة معطاة بمجموعة من الوحدات إلى المجموعة المرغوب فيها. وفي حالات التحويلات المتعددة تلك، تصبح كتابة الوحدات شيئا لا مفر منه.

المثال 1.1 تحويل وحدات

مسألة: حوِّل القوة $50\ lb_m \cdot ft/min^2$ إلى ما يكافئها بـ $mg \cdot cm/s^2$.

الحل: من الجدول 2.1، نجد أن الغرام الواحد يتألف من 1000 ملغ، وأن المتر الواحد يتألف من 100 سم. وثمة عوامل تحويل أخرى في الملحق (ب):

$$50\frac{lb_m.ft}{min^2}\left(\frac{1min}{60\,s}\right)^2\left(\frac{453.6\,g}{1\,lb_m}\right)\left(\frac{1000\,mg}{1g}\right)\left(\frac{0.3048\,m}{1ft}\right)\left(\frac{100\,cm}{1\,m}\right) = 1.92\times10^5\frac{mg.cm}{s^2}$$

الجدول 2.1: عوامل التحويل في النظام المتري.

العامل	الاسم	الرمز
10^{12}	tera ترا	T
10^{9}	giga جيغا	G
10^{6}	mega ميغا	M
10^{3}	kilo كيلو	k
10^{2}	hecto هكتو	h
10^{1}	deca ديكا	da
10^{-1}	deci ديسي	d
10^{-2}	centi سنتي	c
10^{-3}	milli ميلي	m
10^{-6}	micro ميكرو	μ
10^{-9}	nano نانو	n
10^{-12}	pico بيكو	p
10^{-15}	femto فيمتو	f

الجدول 3.1: قيم ضغط شائعة*.

الضغط	القيمة
أفضل خلاء في المختبر	1 بيكوباسكال أو 1pPa
الضغط الإضافي على طبلة الأذن الناجم عن الضجيج في حفلة روك	10 باسكال أو $10\ Pa^+$
الضغط الناجم عن القطعة النقدية "بنس" وهي على الطاولة	85 باسكال أو $85\ Pa^+$

ضغط الهواء على سطح المريخ	1 كيلوباسكال أو 1 kPa
الضغط الجوي الأرضي على ارتفاع 10 كلم (ارتفاع تحليق طائرة تقريباً)	26 كيلوباسكال أو 26 kPa
الضغط الجوي الأرضي عند سطح البحر	101.3 كيلوباسكال أو 101.3 kPa
ضغط الدم	110 كيلوباسكال أو 110 kPa
الضغط ضمن عجلة سيارة	320 كيلوباسكال أو 320 kPa
ضغط الماء في أنابيب المنزل	350 كيلوباسكال أو 350 kPa
ضغط راقصة باليه على قدم واحدة	2 ميغاباسكال أو 2MPa
الضغط في أعماق الأخاديد في المحيط الهادئ	100 ميغاباسكال أو 100 MPa

* البيانات مقتبسة من Vawter R "قيم ضغط شائعة":
www.ac.wwu.edu/~vawter/PhysicsNet/Topics/pressure/UnitsandValues.html
(قُرئت البيانات في 24 يونيو/ حزيران 2005).
+تشير إلى الضغط المقاس (انظر المقطع 3.3.5.1).

بوصفك مهندساً، فإن من المهم جداً أن يتكوَّن لديك حسٌّ بالمقاسات وأن تكون قادراً على تحديد إن كان جوابك معقولاً (انظر المقطع8.1). إن تكوين حسٍّ بمقادير المتغيرات الفيزيائية المختلفة هدف شديد الأهمية. وتعطي الجداول 3.1-5.1 مجالات الضغط والطول والتيار الكهربائي إلى ما يصل إلى 20 مرتبة كِبَر. فكِّر بأنواع مسائل الهندسة الحيوية التي تهتم بها وبمجال المقادير فيها.

4.1 تحليل الأبعاد

تعلمتَ في مادة الجبر في المدرسة الثانوية التعامل مع حل المعادلات لإيجاد المجاهيل. والمهندسون يطبقون المبادئ الأساسية نفسها لحل نماذج ومعادلات شديدة التعقيد. إنها أدوات لتبسيط مسائل الهندسة الحيوية المعقدة وتحويلها إلى ممهم صغيرة أساسية أسهل استيعابا بغية إيجاد حل لها.

الجدول 4.1: قيم أطوال شائعة.

الطول	القيمة
قطر ليف كربون نانوي	100 نانومتر
قطر كرية دم حمراء بشرية*	7.8 ميكرومتر
طول ألياف العضلات الناعمة في الأمعاء*	0.4 ميليمتر
قطر الشريان الأبهر لدى الإنسان*	1.8 سنتيمتر
طول الشخص العادي	1.7 متر
طول دنا DNA ممدود من خلية بشرية +	1.8 متر
أعمق نقطة في المحيطات (أخدود ماريناس في المحيط الهادئ).	11 كيلومتر
طول محيط الأرض	40 ميغامتر
المسافة من الأرض إلى الشمس	150 جيغامتر

* البيانات مقتبسة من: Guyton AC and Hall JE, *Textbook of Medical Physiology*. Philadelphia: Saunders, 2000.

+ البيانات مأخوذة من: "Deoxyribonucleic Acid (DNA)," Discovering Science. Gala Group.

الجدول 5.1: قيم تيار شائعة*.

التيار	القيمة
التيار بين العصبونات في الدماغ	1 بيكوأمبير
التيار في خلية ذاكرة في دارة متكاملة	0.01 ميكروأمبير
التيار المميت إذا مر عبر عضلة القلب	10 ميكروأمبير
التيار عند عتبة الإحساس	1 ميلي أمبير
التيار المميت إذا مر عبر الصدر	0.1 أمبير
التيار الذي يمر عبر أداة كهربائية منزلية عادية	10 أمبير
التيار الذي يمكن استجراره من مقبس كهرباء جداري منزلي	20 أمبير
تيار خدمة المنزل الاعتيادي	100 أمبير
تيار البرق	10 كيلو أمبير

* البيانات مقتبسة من: Wood S, <http://www.ee.scu.edu./classes/1999spring/elen010/LECTS/2001lec2.pdf>.
قُرئت البيانات في 7 كانون الثاني/ يناير 2005.

وتحليل الأبعاد هو أداة جبرية يستعملها المهندسون للتعامل مع الوحدات في المسألة. ويمكن للقيم العددية، وللوحدات المقترنة بها، أن تُجمع معاً أو تُطرح فقط عندما تكون الوحدات متماثلة:

$$5\,\mathrm{m} - 3\,\mathrm{m} = 2\,\mathrm{m} \qquad (1-4.1)$$

في حين أن:

$$5\,\mathrm{m} - 2\,\mathrm{s} = ?? \qquad (2-4.1)$$

إن وحدتي المتر والثانية ليستا متماثلتين، ولذا لا يمكن تنفيذ المعادلة 4.1 - 2. من ناحية أخرى، تُستعمل في الضرب والقسمة دائماً قيم عددية ووحدات يمكن أن تكون مختلفة:

$$(4\,\mathrm{N})(5\,\mathrm{m}) = 20\,\mathrm{N.m} \qquad (3-4.1)$$

$$\frac{\left(6\,\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\right)}{8\,\mathrm{cm}} = 0.75\,\frac{1}{\mathrm{s}} \qquad (4-4.1)$$

يجب أن تكون المعادلات المبنية بناء سليماً، التي تمثل العلاقات العامة بين المتغيرات الفيزيائية متجانسة من حيث الأبعاد، أي إن أبعاد الحدود التي تُطرح، أو تُجمع يجب أن تكون متماثلة، وأبعاد الطرفين الأيمن والأيسر يجب أن تكون متماثلة أيضاً. انظر مثلاً إلى المعادلة التي وضعها بينز (Pennes) للربط بين معدل ضخ الدم $\left(\dot{V}/V\ [\mathrm{L^{-3}Mt^{-1}}]\right)$ ومعدل النقل الحراري الحجمي إلى الأنسجة $\left(J\,[\mathrm{L^{-1}Mt^{-1}}]\right)$ في ساعد الإنسان وفقاً للمعادلة:

$$J = \frac{\dot{V}}{V} C_p \left(T_a - T_v\right) \qquad (5-4.1)$$

بما أن $C_p[\mathrm{L^2t^{-2}T^{-1}}]$ هي السعة الحرارية، و $T_a[\mathrm{T}]$ هي درجة حرارة الدم الشرياني، و $T_v[\mathrm{T}]$ هي درجة حرارة الدم الوريدي. ويمكننا التحقق من أن الوحدات في طرفي العلاقة 4.1−5 تُختزل إلى $\left([\mathrm{L^{-1}Mt^{-1}}]\right)$، ولذا تكون المعادلة متجانسة الأبعاد.

$$\left[\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{Lt^3}}\right] = \left[\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{L^3t}}\right]\left[\frac{\mathrm{L^2}}{\mathrm{t^2T}}\right][\mathrm{T}] \qquad (6-4.1)$$

يُعتبر تحليل الأبعاد طريقة فعالة يستعملها المهندسون لحساب المقادير، وأساسه المنطقي هو حذف الوحدات المتماثلة التي تظهر في كل من بسط الكسر ومقامه على نحو تصبح فيه وحدات الطرفين في النهاية متماثلة. وبوجود معادلة تحتوي على مقدار فيزيائي، يمكن استعمال تحليل الأبعاد لتحديد أبعاد ذلك المقدار. من ناحية أخرى، يمكن استعمال تحليل الأبعاد لتحديد إن كانت معادلة ما صحيحة من حيث الأبعاد، ولتحقُّق الحل أُخذ في الحسبان جميع المتغيِّرات الضرورية حين حل المسائل الهندسية .

ويمكن أحياناً وضع معادلة بلا أبعاد. وفي هذه المعادلات، تُختزل وحدات كل حد إلى واحد. من أمثلة هذه المعادلات معادلة تخص نمو الخلية:

$$\ln\left(\frac{C}{C_0}\right)=\mu t \qquad (7-4.1)$$

بما أن $C\,[\mathrm{L^{-3}M}]$ هو تركيز concentration الخلية في اللحظة $t\,[\mathrm{t}]$، و $C_0\,[\mathrm{L^{-3}M}]$ هو تركيز الخلية الابتدائي، و $\mu[\mathrm{t^{-1}}]$ هو معدّل النمو النوعي. لاحظ أن الوحدات في كل طرف من المعادلة تفني بعضها بعضاً جاعلة المعادلة دون أبعاد [−].

ويتكرر أحياناً ظهور متغيِّرات ذات أبعاد تُختزل إلى واحد، وتدل هذه المتغيِّرات عديمة الأبعاد على خاصية معينة أو تمثل بدقة ظاهرة فيزيائية. على سبيل المثال، أحد المتغيرات الشائعة التي لا أبعاد لها في ديناميك السوائل هو عدد رينولدس، Re. في حالة التدفق عبر أنبوب أو وعاء أسطواني، يُعطى عدد رينولدس بالمعادلة:

$$\mathrm{Re}=\frac{D\nu\rho}{\mu} \qquad (8-4.1)$$

بما أن $D[\mathrm{L}]$ هو قطر الوعاء، و $\nu[\mathrm{Lt^{-1}}]$ هي سرعة السائل، و $\rho[\mathrm{L^{-3}M}]$ هي كثافة السائل، و $\mu[\mathrm{L^{-1}Mt^{-1}}]$ هي لزوجة السائل. ويعبِّر عدد رينولدس عن نسبة القوة العطالية إلى قوة اللزوجة، ويصف بعض خصائص تدفق السوائل عبر أنبوب (انظر الفصل 6). يتضمن الجدول 6.1 عدد رينولدس الخاص بالأوعية الدموية المختلفة عند الإنسان.

5.1 متغيرات فيزيائية محدَّدة

يلقي هذا المقطع الضوء على متغيِّرات فيزيائية شائعة الاستعمال لتطوير وحل نظم بواسطة معادلات الموازنة والانحفاظ، وهي مفاهيم جرى تطويرها في بقية هذا الكتاب. وفي ما يأتي سنقدم باختصار الخواص التوسُّعية وخواص الشدة ومقادير سلمية وأخرى شعاعية. وقد عُرِّفت المتغيِّرات الفيزيائية ووُصفت ضمن إطار ست رؤى هندسية معقدة.

الجدول 6.1: أعداد رينولدس الشائعة في الدورة الدموية لدى الإنسان*

الوعاء الدموي	عدد رينولدس
الشريان الأبهر الصاعد	5800−3600
الشريان الأبهر النازل	1500−1200
الشريانات الكبيرة	850−110
الأوعية الشعرية	−0.0007
الأوردة الكبيرة	0.003
الوريد الأجوف	570−210
	900−630

* البيانات مقتبسة من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport processes*. New York: Marcel Dekker, 1976.

الجدول 7.1: خواص الشدة والخواص التوسُّعية

خواص الشدة	الخواص التوسُّعية
النسبة الكتلية (x)	الكتلة (m)
النسبة المولية (n)	المولات (n)
الوزن الجزيئي (M)	الحجم (V)
درجة الحرارة (T)	الشحنة الكهربائية (q)
الضغط (P)	الزخم الخطي ($\vec{p}$)
الحجم النوعي ($\hat{V}$)	الزخم الزاوي ($\vec{L}$)
الكثافة (ρ)	الطاقة (E_T)
السرعة ($\vec{v}$)	الطاقة الميكانيكية
الطاقة النوعية ($\hat{E}_T$)	الإنتروبية
التشبع (S)	
الرطوبة (H)	
درجة الغليان (T_b)	
درجة الانصهار (T_m)	

1.5.1 الخواص التوسُّعية وخواص الشدة

يمكن تصنيف الخواص الفيزيائية على أنها إما خواص توسُّعية أو خواص شدة. وتعتمد **الخواص التوسُّعية** (extensive properties) على مقاس النظام أو العينة المنظور فيها. ومن أمثلتها الكتلة والحجم. على سبيل المثال، إذا كانت لديك منظومة مؤلفة من كيلوغرام واحد من الماء وقمت بمضاعفة مقدارها، أي ضاعفت كمية الماء فيها، حصلت على كيلوغرامين من الماء. ويتضمن الجدول 7.1 قائمة جزئية بالخواص التوسُّعية. ومن السمات الأخرى للخاصية التوسُّعية إمكان عدها. في ما بعد، سوف ترى أن الخواص التوسُّعية فقط هي التي يمكن عدها بمعادلات الموازنة والانحفاظ. وفي هذا الكتاب، تتضمن الخواص التوسُّعية القابلة للعد الكتلة الكلية والمولات، وكتل ومولات المكونات الإفرادية، والكتل والمولات العنصرية، والشحنة الكهربائية الموجبة والسالبة والصافية، والزخم، والطاقة الكلية والكهربائية والميكانيكية.

أما خواص الشدة فلا تعتمد على مقاس المنظومة أو العينة. ومن أمثلتها درجة الحرارة والضغط والكثافة والنسبة الكتلية والنسبة المولية لمكونات المنظومة الإفرادية في كل طور، وغيرها من قبيل تلك المدرجة في الجدول 7.1. وإذا ضاعفت مقدار منظومة تحتوي على ماء

درجة حرارته تساوي $25^{\circ}\mathrm{C}$، فإنك لن تزيد درجة حرارة الماء. في ما بعد، سترى أن خواص الشدة ليست ملائمة للاستعمال في معادلات الموازنة والانحفاظ.

2.5.1 المقادير السلَّمية والشعاعية

المتغيِّرات الفيزيائية هي مقادير سلَّمية أو مقادير شعاعية. تُعرَّف المقادير السلَّمية بمطالاتها فقط. أما المقادير الشعاعية فتُعرَّف بمطالاتها واتجاهاتها. ويُعرَّف الشعاع بالنسبة إلى نقطة مرجعية عند أصله، ويمكن فعل ذلك بتحديد نقطة اعتباطية بوصفها أصلاً، وباستعمال نظام إحداثيات من قبيل النظام الديكارتي (القائم) أو الكروي أو الأسطواني لبيان اتجاه ومطال الشعاع. ونستعمل في هذا الكتاب لتمثيل المقدار الشعاعي سهماً فوق المتغيِّر أو الرمز الذي يمثل ذلك المقدار (مثلا، $\vec{v}$ يمثل شعاع السرعة).

ثمة نوعان من الأشعة يتسمان بأهمية خاصة، هما الموضع والسرعة. تصف أشعة الموضع مسافة واتجاه موضع شيء ما بالنسبة إلى مرجع. وتصف أشعة السرعة اتجاه حركة جسم بالنسبة إلى مرجع والمسافة التي يقطعها خلال مدة زمنية محددة. ولتحديد مطال شعاع باستعمال النظام الديكارتي، خُذ الجذر التربيعي لمجموع مربعات مكوناته. مثلا، شعاع السرعة $(45\vec{i}+54\vec{j})\,\mathrm{km/hr}$ في النظام الديكارتي، يمكن أن يصف سيارة تتحرك شرقاً بسرعة 45 كلم في الساعة، وشمالاً بسرعة 45 كلم في الساعة. إلا أنه يمكن وصف نفس السيارة بأنها تتحرك باتجاه الشمال الشرقي بسرعة ثابتة تساوي 63.6 كلم في الساعة. ويتضمن الجدول 8.1 أمثلة لبعض المتغيرات الجبرية والشعاعية.

الجدول 8.1: متغيرات سلَّمية وشعاعية

متغيرات سلَّمية	متغيرات شعاعية
الكتلة (m)	القوة $(\vec{F})$
الطول (L)	السرعة $(\vec{v})$
الزمن (t)	التسارع $(\vec{a})$
درجة الحرارة (T)	الزخم الخطي $(\vec{p})$
الضغط (P)	
الكثافة (ρ)	
الطاقة (E_T)	
الاستطاعة أو القدرة (P)	
الشحنة (q)	

وناتج مقدارين سلَّميين هو مقدار سلَّمي أيضاً. وناتج مقدار سلَّمي بمقدار شعاعي هو مقدار شعاعي له اتجاه المقدار الشعاعي نفسه إذا كان المقدار السلَّمي موجباً، والاتجاه المعاكس إذا كان ذلك المقدار سالباً. على سبيل المثال، يعطي ناتج الكتلة (مقدار سلَّمي) والتسارع (مقدار شعاعي) قوة (مقداراً شعاعياً).

ويمكن ضرب الأشعة بطريقتين مختلفتين. يُعطي الناتج السلَّمي (أو الناتج الداخلي) لشعاعين مقداراً سلَّمياً، وهذا ما تدل عليه التسمية. ويتحقَّق الناتج الداخلي بضرب مطالي الشعاعين ببعضهما وبتجيب الزاوية بينهما:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \left|\vec{A}\right| \left|\vec{B}\right| \cos\theta \qquad (1-5.1)$$

لاحظ أنه إذا كان الشعاعان متعامدين، كان حاصل جدائهما السلَّمي صفراً. يضاف إلى ذلك أن الناتج السلمي تبادلي، أي إن $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$. من ناحية أخرى، فإن الناتج الشعاعي (أو الناتج الخارجي) لمقدارين شعاعيين هو مقدار شعاعي عمودي على مستوي الشعاعين الأصليين، ويمكن تحديد اتجاهه بما يسمى قاعدة اليد اليمنى. أما مطاله فيساوي حاصل ضرب مطالي الشعاعين ببعضهما وبجيب الزاوية بينهما:

$$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}\right| \left|\vec{B}\right| \sin\theta \qquad (2-5.1)$$

كان هذا مجرد مقدمة أساسية لخصائص الأشعة، وإذا رغبت في مزيد من المعلومات عنها، عليك الرجوع إلى كتاب عن الأشعة أو إلى أي مدخل إلى الفيزياء.

3.5.1 تطبيقات

نقدم في هذا المقطع مفاهيم مفتاحية عن المتغيِّرات الفيزيائية الموجودة في المسائل التي مازالت قيد البحث. وستساعدك القضايا المطروحة فيه على السيطرة على المادة المقدمة في هذا الفصل، وتُريك التحديات الواقعية التي يواجهها المهندسون المحترفون، إضافة إلى أنها تثير الأفكار لديك. ويركِّز خمس من تلك القضايا الاهتمام في مسائل بحثية عويصة في الهندسة الحيوية والمجالات ذات الصلة الوثيقة بها. أما القضية السادسة، فتعرض إحدى الروائع التي اعتبرتها الأونيسكو تراثاً عالمياً.

في ما يخص بعض المسائل المطروحة، يجب أولاً تحضير طريقة للحل. يمكن لكل شخص أن يحل المسألة بطريقته، لكننا سنستعرض طريقة واحدة لإيجاد الجواب، مبيِّنين كيفية البحث عن المعلومات الضرورية للحل قبل صياغته. ونستعرض في مسائل أخرى كيف يمكن للمهندسين الحيويين أن يجمعوا المعلومات قبل أن يصبحوا قادرين على إيجاد حل. وفي كل قضية من القضايا التي مازالت قيد البحث، سنبين ماهية المعلومات التي يمكن أن تحملها المتغيِّرات الفيزيائية، مستعملين تلك المتغيِّرات لتقديم بعض المفاهيم التي سنُدخِل فيها مزيداً من التطوير في بقية الكتاب. وكل قضية من القضايا المطروحة أعقد كثيراً مما يُتوقَّع أن يعالجه مهندس بمفرده، وعلى وجه الخصوص تلك التي أُدخلت أخيراً في الهندسة الحيوية، فمعظم تلك القضايا لايزال موضوع بحث جارٍ دون حل محدد لها. والحسابات المعروضة هنا ليست سوى حسابات بسيطة تساعد المهندس المبتدئ على صياغة المسألة.

1.3.5.1 مرض باركنسون

مرض باركنسون هو اضطراب يصيب النظام العصبي المركزي، ويعاني منه أكثر من مليون أميركي[3]. وهو يتميز بعضلات جاسئة وارتعاشات لاإرادية وصعوبة في تحريك الساقين[4]. وينجم المرض عن تلف العصبونات التي تؤمِّن الدوبامين (dopamine)، وهو مرسل عصبي مثبط يساعد على تنظيم إشارات تحريض الحركة. ويجعل المستوى المنخفض من الدوبامين، المتوفر في الدماغ، دارات التغذية الراجعة تعمل على نحو غير سليم، وهذا ما يؤدي إلى جساءة العضلات والارتعاشات المقترنة بمرض باركنسون.

لقد طوَّرت شركة تقانة حيوية دواءً جديداً يمكن أن يزيد من توفر الدوبامين في أدمغة المصابين بمرض باركنسون. وجرى تأكيد إمكانية الاستطباب به، لكنه لم يُختبر إلا في الحيوانات فقط، إذ حُقن الدواء مباشرة عبر ثقوب في جماجمها. وليست هذه الطريقة للتزويد بالدواء عبر الجمجمة خياراً مقبولاً في علاج المرضى من البشر، لأن مرض باركنسون مرض مزمن، ويجب تزويد المريض بالدواء باستمرار.

بوصفكم خبراء هندسة حيوية لدى تلك الشركة، يُطلب إليكم ومن فِرَق العمل التي تعمل معكم تصميم آلية تزويد بالدواء بالجرعة الملائمة بحيث يمكن استعمال الدواء في جلسات علاجية في العيادات. يجب عليكم تحديد الجرعة الملائمة، والمدة الفاصلة بين الجرعات (أي تواتر إعطاء الدواء)، إضافة إلى طريقة تزويد بالدواء أكثر سهولة وأماناً وفاعلية.

في هذه المسألة، عليكم تحليل المهمة التي يجب تحقيقها أولاً. وبما أن طريقة التزويد بالدواء ستؤثر في كيفية صياغتها، فإننا سننظر في طريقة التزويد بالدواء أولاً.

في هذا المقطع، سنناقش بعض الأدوات اللازمة لتعريف المسألة مستعملين المفاهيم الآتية:

- الكتلة
- المولات
- النسب الكتلية والمولية
- الوزن الجزيئي والوزن الجزيئي الوسطي
- التركيز والمولية

ونظراً إلى أن حقن الدواء مباشرة في الجمجمة ليس خياراً عملياً، يجب النظر في طرائق أخرى (انظر المؤطَّر). من بين تلك الطرائق، التزويد بالدواء من طريق الفم هو الطريقة العملية الوحيدة لأنها أكثر طرائق التزويد بالدواء سهولة وقبولاً. وأما الطرائق الأخرى فتتطلب إجراءات تستدعي دخول المستشفى (الحقن العضلي أو الوريدي)، أو تواجه مشكلات في العضو الذي سوف يمتص الدواء (شرجية، تنفسية، موضعية)، أو يمكن أن تتداخل مع أعراض مرض باركنسون ومنها الارتعاشات (المص في الحنك وتحت اللسان، الحقن تحت الجلد). أما الدواء الذي يُؤخذ من طريق الفم فيمكن أن يُمتص عبر أغشية الجهاز الهضمي ليذهب إلى دم المريض، ومن ثَمَّ إلى العضو المستهدف.

يمكن إعطاء الدواء للمريض عبر مسالك مختلفة:

1. الأوردة: حقن مباشر في الدم.
2. العضلات: حقن مباشر في العضلات.
3. ابتلاع بالفم: كما في حالة تناول الأقراص.
4. مص: في الفم أو تحت اللسان.
5. الشرج: تحاميل أو حقنة سائلة.
6. تحت الجلد: على غرار الحقن بالإنسولين.
7. استنشاق: ضمن بخاخات يستنشقها المريض.
8. موضعي: امتصاص عبر الجلد.

وللوصول إلى العضو المستهدف على نحو فعال، يجب التغلب على الصعوبات الناجمة عن إعطاء الدواء فموياً، ومنها مفعول أول مرور للدواء، ومفعول الطعام في الدواء، والمفعول السُمِّي

للدواء في الجهاز الهضمي. إلا أنه حين تطوير دواء للمصابين بمرض باركنسون، فإن العقبة الرئيسة هي صنع دواء يستطيع عبور حاجز دم الدماغ للوصول إلى الدماغ.

يوجد في الدماغ حاجز متخصِّص يسمى حاجز دم الدماغ، وهو يتألف من خلايا بطانة أوعية دموية متراصة معاً بإحكام بحيث تقلل كثيراً نفاذ الدواء والجزيئات الأخرى. إن هذا الحاجز، المصمَّم لحماية الدماغ من المواد الضارة، يقيِّد بشدة انتقال الجزيئات ذات الوزن الجزيئي الكبير، والمركبات المستقطبة كهربائياً (الشحوم غير القابلة للانحلال) من الدم إلى أنسجة الدماغ. إن الانتقال بوساطة الشحوم متناسب عموماً مع قابلية الجزيء للانحلال في الشحوم، لكنه مقتصر على الجزيئات ذات الوزن الجزيئي الذي يقل عن $500\,\mathrm{g/mol}$، أي تقريباً[5]. وحالياً، فإن نسبة 100في المئة من الأدوية ذات الجزيئات الكبيرة وأكثر من 98 في المئة من الأدوية ذات الجزيئات الصغيرة لا تعبر حاجز دم الدماغ[6]. وعلى تصميم الدواء أن يأخذ ذلك في الحسبان.

لتحديد الجرعة الملائمة من الدواء، يجب أن تكونوا على دراية بتحويل الوحدات وبمفاهيم الكتلة والمول والوزن الجزيئي. ويجب أن يكون المصطلحان "الوزن الذري والوزن الجزيئي" مألوفين لديكم. إن الوزن الذري (atomic weight) هو كتلة الذرة مُقارنة بالكربون−12 (متغاير كربون يتكون من 6 بروتونات و6 نوترونات) ذي الكتلة التي مقدارها 12 تماماً. ويتضمن الجدول الدوري (الملحق ت) الأوزان الذرية لجميع العناصر. أما الوزن الجزيئي (molecular weight) ($M[\mathrm{MN^{-1}}]$) لمركَّب فهو مجموع الأوزان الذرية للذرات التي يتألَّف منها جزيء المركَّب. ويمكن التعبير عن الوزن الجزيئي للمادة بعدد من الواحدات، منها الدالتون (Dalton) (da) والــ $\mathrm{g/mol}$ والــ $\mathrm{kg/kmol}$ و $\mathrm{lb_m/lb\text{-}mol}$. تُستعمل الوحدة دالتون في علم الأحياء والطب، وهي تكافئ $\mathrm{g/mol}$.

تعريفاً، يحوي المول الواحد من المادة في النظام المتري، الذي يُسمى المول الغرامي g-(mol)، عدداً من الجزيئات يساوي عدد الذرات الموجودة في 12 غرام من الكربون−12. وهذا هو عدد أفوكادرو أو 6.023×10^{23} من الجزيئات. ويُستعمل في النظام البريطاني مفهوم مشابه، إلا أن وحدة المول الأساسية فيه هي المول الليبروي $\mathrm{lb_m\text{-}mol}$، التي تُعرَّف على نحو مشابه: يساوي المول الليبروي عدد الذرات في 12 ليبرة كتلية من الكربون−12. ونظراً إلى أن الليبرة الكتلية أكبر من الغرام، فإن المول الليبروي أكبر بنحو 450 مرة من المول الغرامي. عموماً،

سنستعمل في هذا الكتاب المول الغرامي بدلاً من المول الليبروي. وعملياً، إذا كان المول وحدة مقدار، كان المقصود هو المول الغرامي. وأحد السبل إلى تخيُّل المول هو أنه مقدار المادة التي تساوي كتلتها (بالغرام) وزنها الجزيئي. مثلاً، المول الغرامي من CO_2 يحتوي على 44 غراماً من المادة، لأن الوزن الجزيئي لثاني أكسيد الكربون هو 44 g/g-mol.

يُعبَّر عادة عن مقدار المادة بالمتغيِّريْن الفيزيائيَيْن: الكتلة والمول، فكل من الكتلة والمول هو متغيِّر فيزيائي أساسي (الجدول 1.1). و**الكتلة** هي تعبير عن مقدار المادة، ومنها يُحسب عدد **المولات** الموجود في عينة منها. ويرتبط الوزن الجزيئي M_A لمكوِّن A بكتلته m_A وعدد مولاته n_A وفقا لما يأتي:

$$n_A = \frac{m_A}{M_A} \qquad (3-5.1)$$

وتختلف الجزيئات الحيوية الشائعة اختلافاً واسعاً من حيث الوزن الجزيئي، ويتضمن الملحق (ث) قائمة بالأوزان الجزيئية الشائعة في الجزيئات الحيوية (الجدول ث.1).

المثال 2.1 الكتلة والمول والوزن الجزيئي

مسألة: يمنع الديبرينيل–ل L-deprenyl استقلاب الدوبامين في الدماغ[4]. وبزيادة توفره في الدماغ يمكن تخفيف وطأة أعراض مرض باركنسون. أما الصيغة الكيميائية للديبرينيل فهي $C_{13}H_{17}NHCl$.

افترض أن جرعة الديبرينيل اللازمة لمعالجة المصابين بمرض باركنسون تساوي 140 ميكروغراماً لكل كيلوغرام من وزن المريض يومياً. أولاً، احسب الوزن الجزيئي للديبرينيل وقارنه بالعتبة 500 دالتون الخاصة بأكبر جزيء يستطيع عبور حاجز دم الدماغ. وقَدِّر كتلة الشخص الوسطية، واحسب مقدار كل من المكوِّنات الآتية في الجرعة اليومية : (أ) مول من الديبرينيل، (ب) مول ليبروي من الديبرينيل، (ج) مول من الكربون، (د) غرام من الكربون، (هـ) جزيئات الديبرينيل.

الحل: يساوي الوزن الجزيئي للديبرينيل مجموع الأوزان الذرية للذرات التي يتألف منها. ويحتوي جزيء الديبرينيل على 13 ذرة كربون و18 ذرة هيدروجين وذرة واحدة من النيتروجين

وذرة واحدة من الكلور. أما الأوزان الذرية للذرات فهي معطاة في الجدول الدوري للعناصر (الملحق ث):

$$M = 13\left(\frac{12.011\text{ g}}{\text{mol C}}\right) + 18\left(\frac{1.008\text{ g}}{\text{mol H}}\right) + 1\left(\frac{14.007\text{ g}}{\text{mol N}}\right) + 1\left(\frac{35.453\text{ g}}{\text{mol Cl}}\right)$$

$$= 223.75\ \frac{\text{g}}{\text{mol}} \approx 224\text{ Da}$$

أي إن الوزن الجزيئي للديبرينيل يساوي نحو 224 دالتون بدقة ثلاثة أرقام معنويّة (انظر المقطع 6.1). هذا يعني أن الديبرينيل جزيء صغير بقدر يكفي لعبور حاجز دم الدماغ ودخول المنطقة المُستهدفة فيه.

افترض أن الوزن الوسطي لجسم الإنسان يساوي 70 كلغ (154 ليبرة كتلية). حينئذ تكون الجرعة اليومية (daily dose) من الديبرينيل:

$$\text{dose} = \left(\frac{140\ \mu\text{g}}{\text{day.kg}}\right)(1\text{ day})(70\text{ kg}) = 9800\ \mu\text{g} \approx 10\text{ mg}$$

وهذه الجرعة متوافقة مع البيانات الصيدلانية المنشورة [7].

(أ) استعمل الوزن الجزيئي لتحويل الكتلة إلى مولات:

$$10\text{ mg } C_{13}H_{17}NHCl\left(\frac{1\text{ mol}}{224\text{ g}}\right)\left(\frac{1\text{ g}}{1000\text{ mg}}\right) = 4.46\times10^{-5}\text{ mol } C_{13}H_{17}NHCl$$

(ب) ثمة حاجة إلى التحويل من الغرام إلى الليبرة الكتلية. تذكَّر أنه يمكن التعبير عن الوزن الجزيئي بوحدات من قبيل الـــ g/g-mol أو الـــ $\text{lb}_m\text{/lb}_m\text{-mol}$:

$$10\text{ mg } C_{13}H_{17}NHCl\left(\frac{2.2\text{ lb}_m}{1\text{ kg}}\right)\left(\frac{1\text{ kg}}{10^6\text{ mg}}\right)\left(\frac{1\text{ lb}_m\text{-mol}}{224\text{ lb}_m}\right)$$

$$= 9.82\times10^{-8}\text{ lb}_m\text{-mol } C_{13}H_{17}NHCl$$

(ج) يحتوي كل جزيء من $C_{13}H_{17}NHCl$ على 13 ذرة C، أي إن كل مول من الديبرينيل يحتوي على 13 مولاً من الكربون، ولذا:

$$4.46\times10^{-5}\text{ mol } C_{13}H_{17}NHCl\left(\frac{13\text{ mol C}}{1\text{ mol } C_{13}H_{17}NHCl}\right) = 5.80\times10^{-4}\text{ mol C}$$

(د) استعمل الوزن الجزيئي لتحويل المولات إلى كتلة. الوزن الجزيئي للكربون هو 12 غراماً للمول:

$$5.80 \times 10^{-4} \text{ mol C} \left(\frac{12.011 \text{ g C}}{\text{mol C}} \right) \left(\frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} \right) = 6.97 \text{ mg C}$$

(هــ) يُحسب عدد الجزيئات في جرعة الديبرينيل اليومية باستعمال عدد أفوكادرو:

$$4.46 \times 10^{-5} \text{mol } C_{13}H_{17}NHCl \left(\frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol}} \right) = 2.68 \times 10^{19} \text{ molecules}$$

بعد حساب مقدار جرعة المعالجة الفعالة الضرورية، يمكن تحضير الدواء. هناك العديد من الأشكال الصيدلانية (أقراص، محافظ، غسول، نشوق) التي تحتوي على مكونات خاملة منها المواد الرابطة والمنكهات والملونات والمضافرات. يمكن لبعض مكوِّنات العلاج الفعالة أن توصف بكميات ضئيلة جداً يصعب على المرضى تداولها، لذا على المهندسين الحيويين إضافة هذه المكونات الخاملة إلى الدواء لرزمه بشكل سهل التناول، كالأقراص.

وبغية وصف مزيج الدواء، غالباً ما تُستعمل النسب المولية والكتلية للمتغيِّرات. افترض أن لديك مزيجاً يحتوي على المكونات A, B, C, D. تُعرَّف النسبة المولية للمكوِّن A في المزيج بنسبة عدد مولاته إلى عدد مولات المزيج:

$$x_A = \frac{n_A}{n_A + n_B + n_C + n_D} \qquad (4-5.1)$$

والنسبة المولية المئوية هي النسبة المولية مضروبة بمئة. وضمن أي منظومة، يجب أن يساوي مجموع النسب المولية لمكونات المزيج الواحد:

$$\sum_i x_i = 1 \qquad (5-5.1)$$

في ما يخص مزيجنا، هذا يعني أن $x_A + x_B + x_C + x_D = 1$.

وتُعرَّف النسبة الكتلية w_A للمكوِّن A في مزيج مركَّب من المكوِّنات A, B, C, D بأنها نسبة كتلة A إلى كتلة المزيج الكلية:

$$w_A = \frac{m_A}{m_A + m_B + m_C + m_D} \qquad (6-5.1)$$

والنسبة الكتلية المئوية هي النسبة الكتلية مضروبة بمئة. ومجموع النسب الكتلية لمكونات المزيج يجب أن يساوي الواحد:

$$\sum_i w_i = 1 \qquad (7-5.1)$$

والعبارة **نسبة كتلية** ترادف العبارة **نسبة وزنية**. ولا وحدة للنسبتين المولية والكتلية. ونظراً إلى أن وحدات البسط (مولات أو كتلة A) والمقام (المولات أو الكتل الكلية) يجب أن تكون متماثلة، فإن القيمة العددية للنسبة المولية أو الكتلية لا تعتمد على الوحدات المختارة. على سبيل المثال، إذا كانت النسبة الكتلية للـــ O_2 تساوي 0.33 من كتلة المزيج الكلية، فإن w_{O_2} تساوي 0.33 غرام أكسجين من غرامات المزيج الكلية، أو 0.33 ليبرة أكسجين من ليبرات المزيج الكلية.

المثال 3.1 النسب الكتلية والمولية

مسألة: افترض أنه قد حُلَّ 10 ملغ من الديبرينيل في 10 ميلّيليتر من الماء. بمعرفة أن كثافة الماء تساوي 1.0 غرام للميلّيليتر، احسب (أ) النسبة الكتلية و(ب) النسبة المولية للدواء.

الحل:

(أ) لإيجاد النسبة الكتلية للدواء علينا أولاً إيجاد الكتلة الكلية للمحلول التي تساوي مجموع كتلتي الماء والديبرينيل. استعمل كثافة الماء لإيجاد كتلة الحجم المعطى منه:

$$m_{\text{water}} = \rho_{\text{water}} V = \left(\frac{1.0\text{ g}}{\text{mL}}\right)(10\text{ mL}) = 10\text{ g}$$

لاحظ أن كتلة الدواء ($10\text{ mg} = 0.01\text{g}$) مهملة مقارنة بكتلة الماء التي تساوي 10 غرامات (لأنها أصغر منها بثلاث مراتب كِبَر)، ولذا فإن الكتلة الكلية للمزيج، التي تساوي مجموع كتلتي الديبرينيل والماء، تساوي كتلة الماء تقريباً. حينئذ تكون النسبة الكتلية للدواء في المزيج:

$$w_{\text{deprenyl}} = \frac{10\text{ mg}}{10.01\text{ g}} \approx \frac{10\text{ mg}}{10\text{ g}}\left(\frac{1\text{ g}}{1000\text{ mg}}\right) = 1.0\times10^{-3}$$

(ب) لحساب النسبة المولية للدواء، تجب معرفة عدد مولات كل من المذاب (الدواء) والمذيب (الماء). وفقاً للمعادلة 3−5.1، عدد المولات يساوي نسبة كتلة المكوِّن إلى وزنه الجزيئي:

$$n_{\text{deprenyl}} = (10\text{ mg C}_{13}\text{H}_{17}\text{NHCl})\left(\frac{1\text{ mol}}{224\text{ g}}\right)\left(\frac{1\text{ g}}{1000\text{ mg}}\right) = 4.46\times10^{-5}\text{mol}$$

وعلى نحو مشابه، نجد أن عدد مولات الماء n_{water} يساوي 0.556 مول. مرة أخرى نجد أن عدد مولات الديبرينيل في المزيج مهمل مقارنة بعدد مولات الماء، ولذا يكون عدد مولات المزيج الكلي مساوياً لعدد مولات الماء، وتكون النسبة المولية للديبرينيل مساوية لعدد مولاته مقسوماً على عدد مولات الماء:

$$x_{\text{deprenyl}} = \left(\frac{4.46\times10^{-5}\text{ mol}}{0.556\text{ mol}}\right) = 8.02\times10^{-5}$$

صحيحٌ أن مقدار المذاب مهمل مقارنة بمقدار المذيب في هذا المثال، إلا أن ذلك ليس صحيحاً دائماً. لذا يجب عدم إهمال كتلة ومولات المذاب إلا بعد تحقُّق كونهما مهملين فعلاً.

يمكن تحويل مجموعة من النسب الكتلية إلى مجموعة مكافئة من النسب المولية باستعمال الطريقة الآتية:

- افترض قيمة ما لكتلة المزيج (100 غرام مثلاً).
- احسب كتلة كل مكوِّن في المزيج بضرب النسبة الكتلية للمكوِّن بالكتلة المفترضة.
- حوِّل كتلة كل مكوِّن إلى مولات باستعمال الأوزان الجزيئية.
- احسب النسبة المولية لكل مكوِّن بقسمة عدد مولاته على عدد مولات المزيج.

وتُستعمل إجرائية مشابهة لتحويل مجموعة من النسب المولية إلى نسب كتلية. تُفترض قيمة لعدد المولات في المزيج (100 مول مثلا)، ثم تُحسب كتلة كل مكوِّن ونسبته الكتلية بنفس الطريقة.

المثال 4.1 التحويل بين النسب الكتلية والمولية

مسألة: افترض أنه قد وُصفت أقراص الديبرينيل لمصاب بمرض باركنسون، وأن الجرعة الفعالة منه هي 5 ملغ. ولجعل القرص كبيراً بقدر يمكِّن الشخص من تناوله، يستعمل مصنِّع الدواء مكونات خاملة لزيادة كتلة القرص حتى 200 ملغ. والمكونات الخاملة المستعملة هي اللاكتوز (بنسبة كتلية تساوي $w_{lactose} = 0.475$) والسلُّلوز (بنسبة كتلية تساوي

$w_{cellulose} = 0.375$) وستيرات المغنيزيوم (بنسبة كتلية تساوي $w_{Mg\ stearate} = 0.125$). احسب النسب المولية المكافئة الخاصة بمكونات قرص الديبرينيل الأربعة. الصيغة الجزيئية للاكتوز هي $C_{12}H_{22}O_{11}$، والصيغة الجزيئية لستيرات المغنيزيوم هي $C_{36}H_{70}MgO_4$. أما السلُّلوز فهو متعدِّد سكريات (polysaccharide) مكوَّن من مونومرات غلوكوز ذات وزن جزيئي وسطي يساوي 400 000 دالتون [8]. تذكَّر من المثال 2.1 أن الوزن الجزيئي للديبرينيل $C_{13}H_{17}NHCl$ يساوي 224 دالتون.

الحل: تُعطى النسبة الكتلية للديبرينيل بالمعادلة 5.1−6:

$$w_{deprenyl} = \frac{5\ \text{mg}}{200\ \text{mg}} = 0.025$$

ويمكن حساب النسبة الكتلية للديبرينيل أيضاً باستعمال المعادلة $\sum_i w_i = 1$، لأن جميع النسب الكتلية الأخرى معروفة.

لحل هذه المسألة، حوِّل النسب الكتلية إلى نسب مولية باستعمال خطوات الإجرائية الرباعية المذكورة آنفاً. افترض قيمة ما لكتلة القرص، ولتكن 100 غرام. ثم احسب كتلة كل مكوِّن من مكوِّنات القرص بضرب نسبة المكوِّن الكتلية بالقيمة الافتراضية:

$$m_{deprenyl} = 0.025\ (100\ \text{g}) = 2.5\ \text{g}$$

وعلى نحو مشابه:

$$m_{lactose} = 47.5\ \text{g}, \qquad m_{cellulose} = 37.5\ \text{g}, \qquad m_{Mg\ stearate} = 12.5\ \text{g}$$

استعمل بعدئذ المعادلة 5.1−3 لتحويل كتل المكوِّنات إلى مولات باستعمال الأوزان الجزيئية الخاصة بها:

$$n_{deprenyl} = 2.5\ \text{g}\left(\frac{1\ \text{mol}}{224\ \text{g}}\right) = 0.0112\ \text{mol}$$

وبنفس الطريقة نحصل على مولات المكوِّنات الأخرى:

$$n_{lactose} = 0.139\ \text{mol}, \quad n_{cellulose} = 9.38\times10^{-5}\ \text{mol}, \quad n_{Mg\ stearate} = 0.0212\ \text{mol}$$

والعدد الكلي للمولات يساوي:

$$\begin{aligned} n_{total} &= n_{deprenyl} + n_{lactose} + n_{cellulose} + n_{Mg\ stearate} \\ &= 0.0112\ \text{mol} + 0.139\ \text{mol} + 9.38\times10^{-5}\ \text{mol} + 0.0212\ \text{mol} = 0.171\ \text{mol} \end{aligned}$$

أخيراً، تُحسب النسبة المولية لكل مكوِّن بقسمة عدد مولاته على عدد المولات الكلي وفقاً للمعادلة 4−5.1:

$$x_{deprenyl} = \frac{n_{deprenyl}}{n_{total}} = \frac{0.0112\ \text{mol}}{0.171\ \text{mol}} = 0.0655$$

وبالمثل، تساوي النسب المولية للمكونات الأخرى:

$$x_{lactose} = 0.813, \quad x_{cellulose} = 0.000549, \quad x_{Mg\ stearate} = 0.124$$

لاحظ أن النسبة المولية للسلُّلوز أصغر كثيراً من النسب المولية الأخرى، لأن الوزن الجزيئي للسلُّلوز أكبر بكثير من الأوزان الجزيئية للمكونات الأخرى.

للتحقُّق من الحسابات، يجب أن يكون مجموع النسب المولية مساوياً لواحد:

$$\sum_i x_i = 0.0655 + 0.813 + 0.000549 + 0.124 = 1.003$$

وهذه قيمة قريبة جداً من الواحد، والفرق يمكن أن يُعزى إلى أخطاء التدوير.

الوزن الجزيئي الوسطي M_{avg} لمزيج هو نسبة كتلة عينة منه إلى عدد مولات جميع مكوِّنات العينة. إذا كانت x_i النسبة المولية للمكوِّن i من المزيج، و M_i وزنه الجزيئي، يُحسب الوزن الجزيئي الوسطي كالآتي:

$$M_{avg} = \sum_i x_i\ M_i \qquad (8-5.1)$$

في ما يخص مزيجاً افتراضياً يحتوي على المكوِّنات A, B, C, D، يُكتب الوزن الجزيئي الوسطي للمزيج بالشكل $M_{avg} = x_A M_A + x_B M_B + x_C M_C + x_D M_D$. من الأوزان الجزيئية الوسطى الشائعة الاستعمال الوزن الجزيئي الوسطي للهواء الذي يساوي 28.8 غراما للمول (اقنع نفسك بأن هذا صحيح باستعمال البيانات الموجودة في الجدول 9.1). من الواضح أن الأكسجين والنيتروجين هما المهيمنان على الوزن الجزيئي الوسطي لأنهما يمثلان نسبة 99 في المئة تقريباً من الهواء.

الجدول 9.1: التركيب التقريبي للهواء.

المكوِّن	النسبة المئوية	الوزن الجزيئي (g/mol)
N_2	78.6	28.0
O_2	20.8	32.0
CO_2	0.04	44.0
H_2O	0.5	18.0
أخرى	0.06	-

المثال 5.1 الوزن الجزيئي الوسطي

مسألة: احسب الوزن الجزيئي الوسطي لمحلول يحتوي على 10 mg من الديبرينيل المذاب في 10 mL من الماء.

الحل: نحتاج أولاً إلى معرفة النسبة المولية للماء. ونظراً إلى وجود مكوِّنين فقط في المحلول (الديبرينيل والماء)، تُحسب النسبة المولية للماء كالآتي:

$$x_{water} = 1 - x_{deprenyl} = 1 - 8.02 \times 10^{-5}$$

حيث حُسبت النسبة المولية للديبرينيل في المثال 3.1.

$$\begin{aligned} M_{avg} &= x_{deprenyl} M_{deprenyl} + x_{water} M_{water} \\ &= (8.02 \times 10^{-5}) \left(224 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) + (1 - 8.02 \times 10^{-5}) \left(18.0 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) \\ &= 18.002 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \approx 18.0 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \end{aligned}$$

إنه من المنطقي أن يكون الوزن الجزيئي الوسطي لهذا المزيج قريباً جداً من الوزن الجزيئي للمذيب (الماء)، لأن المزيج مكوَّن من الماء كلياً تقريباً.

بغية تحقيق وصفة جرعات ملائمة، يجب حساب الجرعة الصحيحة التي تُنتِج التركيز المرغوب فيه للدواء في تيار الدم وفي الدماغ. هناك لكل دواء مجال علاجي يحقِّق ضمنه مفعوله الشافي. والطرف الأدنى للمجال العلاجي هو التركيز الفعال الأصغري الذي لا تكون للتراكيز التي هي أقل منه أي قيمة علاجية. أما الطرف الأعلى للمجال العلاجي فهو سُمِّية ذات تركيز أقل، وهو التركيز الذي تصبح التراكيز التي أعلى منه ضارة بالمريض.

يُعبَّر عن المجال العلاجي غالباً بدلالة التركيز الكتلي. ويساوي التركيز الكتلي لمكوِّن في مزيج أو محلول كتلة ذاك المكوِّن الموجودة في وحدة الحجم من المزيج:

$$C = \frac{m}{V} \qquad (9-5.1)$$

وبُعد التركيز الكتلي هو $[L^{-3}M]$، ومن الوحدات الشائعة للتركيز g/cm^3 و kg/m^3 و lb_m/ft^3. ووفقاً لنوع الدواء، تختلف التراكيز العلاجية من مستويات الميكروغرام في الليتر حتى مستويات الغرام في الليتر.

يمكن أيضاً تحديد التركيز المولي للمحلول. يُرمز إلى كل من التركيز الكتلي والتركيز المولي بالرمز C. إن التركيز المولي لمكوِّن ما في مزيج أو محلول هو عدد مولاته n في وحدة الحجم من المزيج:

$$C = \frac{n}{V} \qquad (10-5.1)$$

وبُعد التركيز المولي هو $[L^{-3}N]$، ومن الوحدات الشائعة له $g\text{-}mol/cm^3$ و $g\text{-}mol/L$ و $lb_m\text{-}mol/ft^3$. و**مولية** المحلول (molarity) (التي تُختصر واحداتها بـــ M) هي قيمة التركيز المولي مقدرة بالـــ mol/L. على سبيل المثال، 0.1-M من محلول الفيبرونكتين (fibronectin) تعني 0.1 مول من الفيبرونكتين محتواة في ليتر واحد من الماء. يمكن تحديد مقدار (كتلة أو عدد مولات) مادة في مزيج ما بضرب تركيزها بالحجم الكلي للمزيج.

المثال 6.1 التركيز والمولية

مسألة: باستعمال المحلول نفسه الذي يتكوَّن من 10 ملغ من الديبرينيل المذاب في 10 ميلّيليترات من الماء، احسب (أ) التركيز الكتلي للدواء (مقدرا بـــ g/L) و(ب) التركيز المولي له (مقدرا بـــ mol/L).

الحل:

(أ) التركيز الكتلي للديبرينيل في الماء معطى بالمعادلة 9−5.1:

$$C = \frac{m_{deprenyl}}{V_{water}} = \left(\frac{10\text{ mg}}{10\text{ mL}}\right)\left(\frac{1\text{ g}}{1000\text{ mg}}\right)\left(\frac{1000\text{ mL}}{1\text{ L}}\right) = 1\frac{\text{g}}{\text{L}}$$

(ب) من المثال 3.1، نعلم أن ثمة 4.46×10^{-5} مول من الديبرينيل. ومولية الديبرينيل معطاة بالمعادلة 5.1−10:

$$C = \frac{n_{deprenyl}}{V_{water}} = \left(\frac{4.46 \times 10^{-5}\ \text{mol}}{10\ \text{mL}}\right)\left(\frac{1000\ \text{mL}}{1\ \text{L}}\right) = 4.46 \times 10^{-3}\ \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

وهذا محلول ذو 4.46×10^{-3} M من الديبرينيل $C_{13}H_{17}NHCl$.

صحيحٌ أن الديبرينيل يحمل الكثير من الأمل لمعالجة المصابين بمرض باركنسون، لكن مازال كثير من المشاكل المقترنة به، من قبيل ارتفاع ضغط الدم وانخفاض الفاعلية مع الاستعمال الطويل الأمد. لذا على العلماء والمهندسين أن يستمروا في تطوير أدوية جديدة وتقنيات تستهدف أدمغة المصابين بداء باركنسون والاضطرابات العصبية الأخرى.

إن إحدى التقانات الحديثة نسبياً التي تحمل كثيراً من الأمل لمعالجة الاضطرابات العصبية هي فُلَّرينة بَكمينستر (buckminster fullerene)، وهي جزيء له شكل كرة القدم مكوَّن من 60 ذرة كربون. إن الأدوية القائمة على كرات بَكِّي* (Buckyball) تنطوي على إمكانات لمعالجة أمراض كمرض باركنسون وتصلُّب الأنسجة المتعدد والألزهايمر وسرطانات الدماغ لأنها تستطيع الانزلاق عبر حاجز دم الدماغ واستهداف خلايا الدماغ التي لا يمكن الوصول إليها بوسائل أخرى.

2.3.5.1 ظروف سطح المريخ

باستثناء الأرض والقمر، يُعدُّ المريخ أكثر كواكب المجموعة الشمسية قابلية لاستضافة الحياة البشرية، وهو حالياً المرشح الحقيقي الوحيد للاستكشاف والاستيطان من قبل الإنسان. إلا أن كثيراً من أوجه بيئة سطح المريخ يختلف عن تلك التي على الأرض، ويجب أخذ تلك الفوارق في

* كرات بَكِّي هي فُلَّرينات بَكمينستر نفسها. المترجم

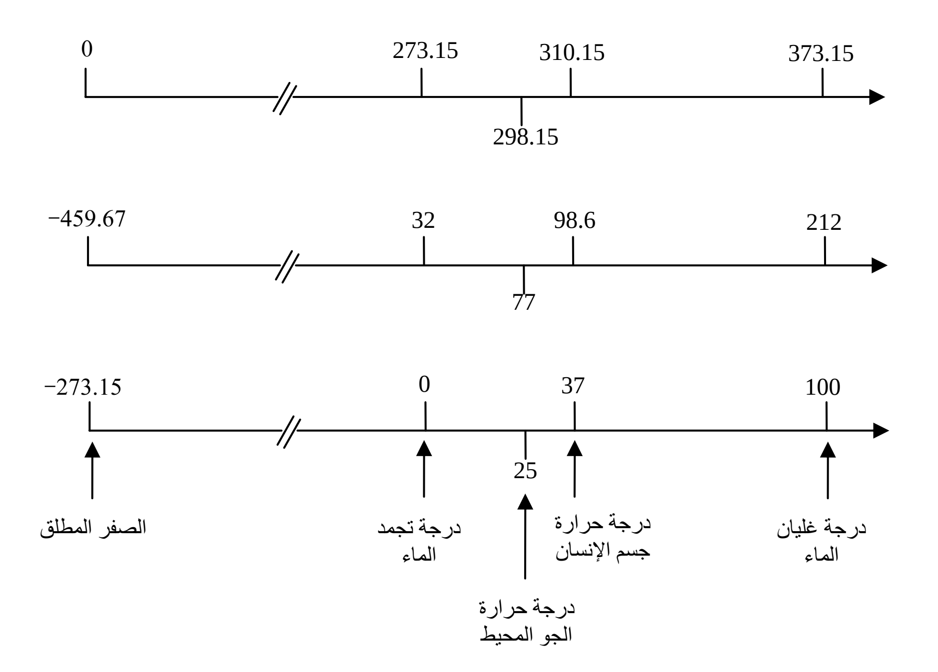
الحسبان حين تقدير جدوى وإمكان استقصاء المريخ. لذا، وبوصفك مهندساً حيوياً، تطلب إليك وكالة الفضاء الأميركية ناسا جمع بعض البيانات لتحديد إن كان المريخ قابلاً لاستيعاب الحياة البشرية.

إن إحدى مهام الهندسة الحيوية هي البحث في الظروف التي يجب تحسينها أو ملاءمتها وتحقيقها. وفي هذه المسألة، عليك تحليل ظروف سطح المريخ التي يجب التخطيط لها حين النظر في استيطانه من قبل الإنسان. في إطار هذه المسألة، سنناقش بضعة ظروف فقط.

في هذا المقطع، سنبدأ بتوصيف ظروف سطح المريخ مستعملين المفاهيم الآتية:

- درجة الحرارة.
- السلوك المثالي للغازات.
- الضغط (في حالة الغاز).
- الكثافة.
- التشبع والرطوبة.

يبعد المريخ عن الشمس مسافة أكبر من بعد الأرض عنها (المسافة الوسطى بين الشمس والمريخ تساوي نحو 141.6 مليون، وهذا ما يجعل مناخه أبرد كثيراً). تُعبِّر **درجة الحرارة** T عن الطاقة الحركية الوسطى للجزيئات في جسم أو منظومة، وأكثر سلالم درجات الحرارة استعمالاً هي سلَّم كلفن (K)، وسلَّم سلسيوس أو السلَّم المئوي ($^{\circ}C$)، وسلَّم فهرنهايت ($^{\circ}F$). وسلم فهرنهايت شائع الاستعمال في الحياة اليومية في الولايات المتحدة، في حين أن سلَّم كلفن والسلَّم المئوي أكثر شيوعاً في الأعمال العلمية. ويُبين الشكل 1.1 مقارنة بين السلالم الثلاثة.



الشكل 1.1: مقارنة بين سلالم درجات الحرارة الثلاث: كلفن وفهرنهايت وسلسيوس. جرت الإشارة إلى بضعة درجات حرارة شائعة الاستعمال في المسائل الحيوية. المعلومات مقتبسة من:
Doran PM. *Bioprocess Engineering principles*. London: Academic Press. 1999.

يُعرَّف سلَّم درجات الحرارة اعتباطياً، وتُحدَّد قيمه باستعمال معادلة خطية وقيمتين فيزيائيتين معلومتين، من قبيل نقطتي تجمد وغليان مادة ما. في السلم المئوي، عُرِّفت نقطة تجمد الماء اعتباطياً بأنها الدرجة 0، وعُرِّفت درجة غليانه بأنها الدرجة 100 عند الضغط الجوي الطبيعي. وحين وضع معادلة خطية لهذا السلم، تكون أدنى درجة حرارة نظرية ممكنة هي $-273.15\,^{\circ}C$، وتُعرف **بالصفر المطلق**.

وتمتد درجات الحرارة على سطح المريخ من $-76\,^{\circ}C$ حتى $-10\,^{\circ}C$ [9]. ولتحويل وحدات درجة الحرارة بين السلالم المختلفة، يمكن استعمال المعادلات الآتية:

$$T\,(^{o}F) = 1.8T\,(^{o}C) + 32 \qquad (11-5.1)$$

$$T\,(K) = T\,(^{o}C) + 273.15 \qquad (12-5.1)$$

$$T\,(^{o}F) = 1.8T\,(K) - 459.67 \qquad (13-5.1)$$

باستعمال هذه المعادلات، نجد أن أعلى درجة حرارة على سطح المريخ تعادل $14\,^{o}F$ أو $263\,K$.

يمكن لدرجة الحرارة أن تؤثر في سلوك الغازات الجوية. ويصف قانون الغازات المثالي العلاقة بين ضغط الغاز المثالي ودرجة حرارته وعدد مولاته ودرجة حرارته. و**الغاز المثالي** (ideal gas) هو غاز افتراضي حجوم جزيئاته مهملة إفرادياً، وقوى التفاعل في ما بين جزيئاته مهملة أيضاً (أي يُفترض أن جميع التصادمات بين جزيئات الغاز المثالي، ومع جدران وعاء الغاز، مرنة تماماً). وكثير من حسابات سلوك الغازات الحقيقية هي تقريب يقوم على افتراض أنها تسلك هذا السلوك المثالي. يُكتب قانون الغاز المثالي عادة بالشكل الآتي:

$$PV = nRT \qquad (14-5.1)$$

بما أن P هو الضغط المطلق للغاز، وV هو حجم الحيز المحتوي على الغاز، وn عدد مولاته، وR ثابت الغاز المثالي، وT هي درجة حرارته المطلقة. يتضمن الجدول 10.1 لائحة بقيم R المتكافئة.

الجدول 10.1: قيم ثابت الغاز المثالي المتكافئة R.

$82.057\,\frac{cm^3 atm}{mol \cdot K}$ ، $8.314\,\frac{J}{mol \cdot K}$ ، $1.9872\,\frac{cal}{mol \cdot K}$
$0.08206\,\frac{L \cdot atm}{mol \cdot K}$ ، $10.731\,\frac{psi \cdot ft^3}{(lb_m\text{-}mol) \cdot (^oR)}$

غالباً ما تُستعمل درجة الحرارة والضغط المعياريين standard temperature and (pressure) (STP) حين تحديد خصائص الغازات، خصوصاً حجومها المولية، وهما معرّفان عند $273\,K$ ($0^{\circ}C$) وضغط جوي واحد. أما درجة الحرارة والضغط الحيويان المعياريان لجسم الإنسان فهما $310\,K$ ($37^{\circ}C$) وضغط جوي واحد.

ينحرف سلوك الغازات الحقيقية عن السلوك المثالي لأن الحجم الجزيئي والتفاعل بين الجزيئات يمكن أن يكونا كبيرين. ولأخذ هذه الفوارق في الحسبان، أُدخلت تعديلات على قانون الغاز المثالي، ومنها تلك الموجودة في المعادلة التي وضعها يوهانز فان در فالز (Johannes van der Waals) حيث أدخل ثابتين خاصين بكل غاز لاحتساب حجوم الجزيئات وقوى

التجاذب غير المعدومة في ما بينها. ولكن في معظم مسائل هذا الكتاب، وجدنا أن من الملائم افتراض سلوك الغاز المثالي.

بناء على قانون الغاز المثالي، يحتل مول واحد من الغاز عند درجة حرارة وضغط معينين الحجم نفسه، بقطع النظر عن تركيب الغاز. وعند درجة الحرارة والضغط المعياريين، يحتل المول الواحد من الغاز حيزاً حجمه 22.4 ليتراً. وتكافئ النسب الحجمية لتركيب الغاز النسب المولية لتركيبه. أما في ما يخص المواد التي في الطور السائل أو الصلب، فلا تُكافئ النسب المولية بالضرورة النسب الحجمية، ونادراً ما يكون ثمة تكافؤ بينهما.

على الأرض، يتكون الهواء كلياً تقريباً من النيتروجين (79 في المئة حجماً) والأكسجين (21 في المئة حجماً)، مع أثر بسيط من غازات أخرى (مثل الأرغون وثاني أكسيد الكربون والميثان) (انظر الجدول 9.1). أما جو المريخ فيتكوَّن في المقام الأول من ثاني أكسيد الكربون (95.3 في المئة حجماً)، والنيتروجين (2.7 في المئة حجماً)، والأرغون (1.6 في المئة حجماً)، مع مقادير صغيرة من غازات أخرى. ولا يمثل الأكسجين، الشديد الأهمية لنا على الأرض، إلا نسبة حجمية تساوي 0.13 في المئة من جو المريخ. بناء على هذه النسب المئوية، يحتوي المول الواحد من غاز جو الأرض على 0.21 مول من الأكسجين، في حين أن المول الواحد من غاز جو المريخ يحتوي على 0.0013 مول من الأكسجين.

وعلى غرار الهواء الجوي، فإن كثيراً من الغازات ليس نقياً، بل يحتوي على مكوِّنات كيميائية عديدة. تُرمَّز النسب المولية لهذه المكوِّنات في الطور البخاري بـ $x_{1\mathrm{v}}, x_{2\mathrm{v}}, \ldots, x_{i\mathrm{v}}$، حيث يدل الرقم على المكوِّن، ويدل الحرف v على البخار. وفي ما يخص الغاز المثالي، ضغط البخار الكلي P في وعاء يحتوي على غاز يساوي مجموع الضغوط الجزئية P_i للغازات المكوِّنة له:

$$P = P_1 + P_2 + \cdots + P_n = \sum_{i=1}^{n} P_i \qquad (15-5.1)$$

ويُعرَّف P_i لكل غاز في المزيج بالعلاقة:

$$P_i = x_{i\mathrm{v}} P \qquad (16-5.1)$$

باستعمال هذه المعادلة يمكن تحديد الضغط الجزئي للمكوِّن i، أي الضغط الناجم عن مكوِّن معين في مزيج غازي، بضرب نسبته المولية بضغط البخار الكلي في المنظومة .

المثال 7.1 الضغوط الجزئية على الأرض والمريخ

مسألة: احسب الضغوط الجزئية للنيتروجين والأكسجين على الأرض والمريخ. يساوي الضغط الجوي على سطح المريخ 1 في المئة تقريباً من الضغط الجوي على الأرض.

الحل: افترض أن الهواء الجوي يسلك سلوك الغاز المثالي، وهذا افتراض جيد عموماً. يساوي الضغط الجوي على الأرض 1 atm، ولذا يساوي الضغط على سطح المريخ 0.01 atm. تُستعمل المعادلة 5.1−16 لحساب الضغوط الجزئية. على الأرض:

$$P_{N_2} = x_{N_2,v}\ P = 0.79\,(1\,\text{atm}) = 0.79\ \text{atm}$$

وعلى نحو مشابه، $P_{O_2} = 0.21\,\text{atm}$ على الأرض. وعلى المريخ:

$P_{N_2} = x_{N_2,v}\ P = 0.027\,(0.01\,\text{atm}) = 0.00027\ \text{atm}$ و $P_{O_2} = 0.000013\,\text{atm}$.

من الواضح أن المريخ خال تماما من الأكسجين الضروري لحياة الإنسان. يمكن نقل الأكسجين المُسال من الأرض إلى المريخ، إلا أن ذلك ليس إلا مصدراً محدوداً لا يسمح بالإقامة المديدة والاستيطان. لذا يجب تطوير تقانات جديدة تمكّن من الاستغناء عن موارد الأرض بغية تحقيق إقامة دائمة على المريخ. ويجب أن يكون مستوطنو المريخ في المستقبل قادرين على إنتاج الأكسجين من الموارد المتاحة في جو وأرض المريخ.

جو المريخ أخفّ كثيراً من جو الأرض. وحينما نتحدث عن هواء "خفيف"، كما نفعل غالباً عندما نتحدث عن السير في الجبال أو الوصول إلى ارتفاعات عالية، فإننا عملياً نقصد كثافة الهواء. **الكثافة** ρ (density) هي خاصية شدة تربط بين كتلة المادة m وحجمها V:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (17-5.1)$$

أما بُعد الكثافة فهو $[L^{-3}M]$، ومن وحداتها الشائعة g/cm^3 و lb_m/ft^3. وعموماً، إن كثافات الأجسام الصلبة أكبر من كثافات السوائل، وهذه أكبر أيضاً من كثافات الغازات. والجليد هو الاستثناء المهم، لأنه أقل كثافة من الماء السائل، ولهذا السبب يطفو الجليد على سطح الماء ممكّناً النباتات والمتعضيات المائية من الحياة تحت الماء متّقية البرد في البيئات الباردة.

يمكن إعادة ترتيب المعادلة 5.1−17 بغية حساب حجم 2 ليبرة كتلية من الهواء باستعمال كثافته عند الدرجة $25^\circ C$ ($0.0012\ g/cm^3$) وفق ما يأتي:

$$V = \frac{m}{\rho} = \left(\frac{2\ \text{lb}_\text{m}}{\left(\frac{0.0012\ \text{g}}{\text{cm}^3} \right)} \right) \left(\frac{1000\ \text{g}}{2.2\ \text{lb}_\text{m}} \right) \left(\frac{1\ \text{L}}{1000\ \text{cm}^3} \right) = 758\ \text{L} \qquad (18-5.1)$$

أما **الحجم النوعي** $\hat{V}$ لمادة فهو مقلوب كثافتها، وبعده هو $[\text{L}^3\text{M}^{-1}]$، وهو من خواص الشدة. والحجم النوعي للهواء عند الدرجة 25°C يساوي $833.3\ \text{cm}^3/\text{g}$.

المثال 8.1 كثافة هواء المريخ

مسألة: احسب كثافة الهواء عند خط الاستواء في المريخ على أساس التركيب الآتي: ثاني أكسيد الكربون بنسبة 95.32 في المئة حجماً، ونيتروجين بنسبة 2.7 في المئة حجماً، وأرغون بنسبة 1.6 في المئة حجماً، وأكسجين بنسبة 0.13 في المئة حجماً، وأول أكسيد الكربون بنسبة 0.08 في المئة حجماً، وماء بنسبة 0.03 في المئة حجماً. وتتألف نسبة الـــ 0.14 في المئة المتبقية من مزيج من الغازات ذي وزن جزيئي وسطي يساوي 30 g/mol. قارن جوابك بكثافة الهواء على الأرض التي تساوي 1.22 g/L عند درجة حرارة وسطى لسطح الأرض تساوي 15°C، وعند ضغط جوي يساوي 1 atm.

الحل: نظراً إلى أن الكثافتين على الأرض والمريخ تخضعان إلى ظروف مختلفة من الضغط ودرجة الحرارة، علينا مقارنة الغازين باستعمال كميتين متساويتين. ولِنقل مولاً واحداً مثلاً، استعمل قانون الغاز المثالي (المعادلة 5.1−14) لحساب حجم الحيز الذي يحتله مول واحد من الغاز على المريخ. ونحسب اعتماداً على تركيب هواء المريخ المعطى الوزن الجزيئي الوسطي لذلك الهواء بغية حساب كثافته.

تذكَّر أن درجة الحرارة الوسطى عند خط الاستواء على سطح المريخ تساوي -58°C أو $215.15\ \text{K}$، وأن الضغط المطلق عند السطح يساوي 0.01 atm. ووفقاً لقانون الغاز المثالي، يحتل المول الواحد من الهواء على سطح المريخ حيزا حجمه:

$$V = \frac{nRT}{P} = \left(\frac{(1\ \text{mol}) \left(82.057 \frac{\text{cm}^3.\text{atm}}{\text{mol.K}} \right) (215.15\ \text{K})}{0.01\ \text{atm}} \right) \left(\frac{1\ \text{L}}{1000\ \text{cm}^3} \right)$$

$$= 1765.5 \text{ L} \approx 1770 \text{ L}$$

ويُحسب الوزن الجزيئي الوسطي لهواء المريخ من المعادلة 1.5−8:

$$M_{\text{avg}} = x_{\text{CO}_2} M_{\text{CO}_2} + x_{\text{N}_2} M_{\text{N}_2} + x_{\text{Ar}} M_{\text{Ar}} + x_{\text{O}_2} M_{\text{O}_2} + x_{\text{CO}} M_{\text{CO}} + x_{\text{H}_2\text{O}} M_{\text{H}_2\text{O}} + x_{\text{others}} M_{\text{others}}$$

$$= 43.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

لاحظ أن الوزن الجزيئي لهواء جو المريخ قريب جداً من الوزن الجزيئي لثاني أكسيد الكربون الذي يساوي 44 g/mol، وذلك لأن ثاني أكسيد الكربون يمثِّل غالبية جو المريخ. لذا، ونظراً إلى أن المول الواحد من هواء المريخ يزن 43.5 g ويحتل حيزا حجمه 1170 L، فإن كثافته تساوي:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{43.5 \text{ g}}{1770 \text{ L}} = 0.0246 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

أي إن جو المريخ أخفّ بخمسين مرة من جو الأرض.

صحيحٌ أن كثافة الغاز تعتمد على درجة حرارته وعلى ضغطه، إلا أن هذا الاعتماد يصبح ضعيفاً جداً في الطورين السائل والصلب، إذ إن كثافة المواد الصلبة أو السائلة مستقلة تماماً عن الضغط وتتغير قليلاً مع درجة الحرارة. لذا تُستعمل **الثقالة النوعية** (specific gravity SG) للتعبير عن الكثافة في حالة المواد الصلبة أو السائلة. **و**الثقالة النوعية لمادة هي نسبة كثافة المادة ρ إلى كثافة مادة مرجعية ρ_{ref}، وهي بلا وحدات:

$$\text{SG} = \frac{\rho}{\rho_{ref}} \qquad (19-5.1)$$

إن أكثر مادة شيوعاً بوصفها مادة مرجعية للمواد السائلة والصلبة هي الماء عند الدرجة 4°C الذي تساوي كثافته 1.000 g/cm^3.

ويمكن للغاز أن يحتوي على بخار قابل للتكاثف على شكل سائل، وبخار الماء الموجود في الهواء خير مثال على ذلك. تساوي نسبة بخار الماء الوسطية في جو الأرض 0.8 في المئة حجماً، ويمكن أن تصل حتى 4 في المئة. أما في المريخ، فإن نسبة بخار الماء تساوي 0.03 في المئة حجماً فقط من جوه. وفي التعاريف التي سوف تُدرج في ما يأتي، يُخصّص استعمال

مصطلح **الرطوبة** humidity لمنظومة هواء وماء، في حين أن مصطلح **التشبع** saturation يدل على أي تركيب آخر من غاز وسائل.

افترض أن غازاً تساوي درجة حرارته T ويساوي ضغطه P ويحتوي على بخار ضغطه الجزئي P_i وضغط بخاره المشبع P_i^*. يقصد بضغط البخار المشبع الضغط الأعظمي الذي يمكن للبخار أن يولِّده فوق سائل صاف، ويعتمد على درجة الحرارة. على سبيل المثال، عندما يكون البخار مشبعاً بالماء، فإنه يحمل كل الماء الممكن حمله عند ذاك الضغط وعند درجة الحرارة تلك. ويُعرَّف **التشبع النسبي** (relative saturation -S_R) و**الرطوبة النسبية** (relative humidity - H_R) وفق ما يأتي:

$$S_R = H_R = 100\frac{P_i}{P_i^*} \qquad (20-5.1)$$

تعني الرطوبة النسبية التي يساوي مقدارها 40 في المئة أن الضغط الجزئي لبخار الماء يساوي 40 في المئة من ضغط بخار الماء الأعظمي عند درجة حرارة الجملة. تُستعمل الرطوبة النسبية عادة في نشرات أحوال الطقس الموجَّهة إلى العموم. ونظراً إلى أن P_i^* يعتمد على درجة الحرارة، فإن الرطوبة النسبية تعتمد أيضاً على درجة الحرارة. وبالتحديد، فإن الهواء الساخن أقدر على حمل بخار الماء من الهواء البارد. ونظراً إلى أن جو المريخ خفيف وبارد، فإنه لا يحمل إلا القليل من الماء. صحيحٌ أن بخار الماء يمثل نسبة حجمية تساوي 0.03 في المئة من هواء المريخ، إلا أن جوه، في معظم الأوقات والأمكنة، مشبع تماماً (رطوبة نسبية تساوي 100 في المئة).

ويُعرَّف **التشبع الموللي** (S_M) (molal saturation) و**الرطوبة الموللَية** (molal humidity) (H_M) بما يأتي:

$$S_M = H_M = \frac{P_i}{P - P_i} \qquad (21-5.1)$$

بما أن P هو الضغط الكلي في الجملة. يساوي التشبع الموللي والرطوبة الموللَية مولات البخار مقسومة على مولات الغاز الجاف. وتساوي مولات الغاز الجاف مولات الغاز الكلية مطروحاً منها مولات المادة المتبخرة موضع الاهتمام (الماء في حالة الرطوبة). ويُعرَّف التشبع النسبي المئوي S_P والرطوبة النسبية المئوية H_P بما يأتي:

$$S_P = H_P = 100\frac{S_M}{S_M^*} = 100\frac{\dfrac{P_i}{P-P_i}}{\dfrac{P_i^*}{P-P_i^*}} \qquad (22-5.1)$$

بما أن S_M^* هو تشبع مولَّلي 100 في المئة.

إذا كان أي من هذه المقادير معطىً لغاز عند درجة حرارة وضغط محددين، أمكن حل المعادلة بهدف حساب الضغط الجزئي أو النسبة المولية لمكوِّن في طور غازي.

المثال 9.1 رطوبة المريخ

مسألة: يحتوي جو المريخ على نسبة حجمية من بخار الماء تساوي نحو 0.3 في المئة، وهذا يجعل هواءه متشبعا 100 في المئة عند درجة حرارة سطحه الوسطى التي تساوي $-58\,^\circ\text{C}$.

(أ) ما هو الضغط الجزئي لبخار الماء على المريخ؟

(ب) عند درجة حرارة سطح الأرض الوسطى التي تساوي $15\,^\circ\text{C}$، يساوي ضغط بخار الماء المشبع 12.79 mmHg. ما هو الضغط الجزئي لبخار الماء على سطح الأرض عند الدرجة $15\,^\circ\text{C}$ إذا كانت الرطوبة تساوي 90 في المئة؟

الحل:

(أ) أوردنا سابقاً أن الضغط الجوي على المريخ يساوي 0.01 atm. ونظراً إلى أن النسبة المئوية الحجمية لغاز تكافئ نسبته المئوية المولية، فإن النسبة المولية لبخار الماء على المريخ تساوي 0.0003 (0.03 في المئة). لذا يكون الضغط الجزئي لبخار الماء على المريخ:

$$P_{\text{H}_2\text{O}} = x_{\text{H}_2\text{O,v}}P = (0.0003)(0.01\,\text{atm}) = 3\times10^{-6}\ \text{atm}$$

(ب) تعطي إعادة ترتيب المعادلة 22−5.1:

$$\left(\frac{P_i}{P - P_i}\right) = \frac{H_P}{100}\left(\frac{P_i^*}{P - P_i^*}\right)$$

$$P_i = \frac{\dfrac{H_P}{100}\left(\dfrac{P_i^*}{P - P_i^*}\right)P}{1 + \dfrac{H_P}{100}\left(\dfrac{P_i^*}{P - P_i^*}\right)}$$

قيم P_i^* و HP والضغط الجوي P معلومة. لذا، وباستعمال عامل تحويل لجعل الوحدات ملائمة للحسابات، نجد أن ضغط البخار المشبع عند الدرجة $15\,^\circ\text{C}$ على الأرض يساوي:

$$P^*_{\text{H}_2\text{O}} = 12.79\ \text{mmHg}\left(\frac{1\ \text{atm}}{760\ \text{mmHg}}\right) = 0.0168\ \text{atm}$$

والضغط الجزئي والنسبة المولية لبخار الماء في جو الأرض يساويان:

$$P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\frac{90}{100}\left(\frac{0.0168\ \text{atm}}{1\ \text{atm} - 0.0168\ \text{atm}}\right)(1\ \text{atm})}{1 + \frac{90}{100}\left(\frac{0.0168\ \text{atm}}{1\ \text{atm} - 0.0168\ \text{atm}}\right)} = 0.0152\ \text{atm}$$

$$x_{\text{H}_2\text{O,v}} = \frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P} = \frac{0.0152\ \text{atm}}{1\ \text{atm}} = 0.0152$$

لاحظ أن الضغط الجزئي لبخار الماء في جو المريخ أقل بأكثر من 5000 مرة عن ذاك الذي في جو الأرض.

إن التفكّر في درجة حرارة سطح المريخ وفي جودة هوائه، وفي عوامل كثيرة أخرى، أمر جوهري لتصميم بيئة حياة مغلقة المنظومة تجعل المريخ قابلا للاستيطان من قبل الإنسان.

3.3.5.1 الذهاب إلى المريخ

بدءاً من الإقلاع من الأرض، وحتى الوصول إلى المريخ، ثمة كثير من العوامل التي يجب النظر فيها حين التخطيط لرحلات طويلة الأجل إلى المريخ، إذ إن مفعول الثقالة المعدومة أو ذات القيمة الميكروية أثناء السفر بين الكواكب يمثل خطراً كبيراً على المسافرين، ففي الفضاء، يتلاشى تدرُّج ضغط الدم الشرياني بين الرأس والقدم كلياً، وهذا ما يؤدي إلى تغيُّر تنظيم وتوزيع السوائل في الجسم، وقد يُحدِث أذىً في الكبد والقلب والأعضاء الأساسية الأخرى. ونظراً إلى أن انعدام الوزن يُلغي تحميل العظام، تنخفض كثافتها مع زيادة مدة البقاء في الفضاء. وتصبح العظام والعضلات أضعف في ظروف انعدام الثقالة، وهذا ما يجعل التمارين الرياضية ضرورة ملحَّة.

تعاني نظم الجسم الأخرى مفاعيل ضارة حين السفر عبر بيئة قيمة الثقالة فيها منخفضة. على

سبيل المثال، نظراً إلى أن منظومة القلب والأوعية الدموية متوافقة مع قوة الثقالة الثابتة على الأرض، يمكن أن تسبب قوى الثقالة الضعيفة اضطرابات وظيفية في الجسم، فالأوعية الدموية غير المحمَّلة بالثقالة تفقد قوتها ومقدرتها على التمدد والتقلص لإعادة الدم إلى القلب، وهذا ما يجعل الدم يتجمع في الأجزاء السفلى من الجسم. وكلما طالت مدة البقاء في ظروف الثقالة الضعيفة، أصبحت منظومة الدورة الدموية أضعف [4، 10].

بناء على خبرتك في الهندسة الحيوية، وظَّفتك وكالة الفضاء والطيران الأميركية "ناسا" لديها كي تصمم نظاماً يساعد المسافرين على تخفيف المخاطر المحدقة بأجسامهم الناجمة عن مفاعيل الثقالة الضعيفة أثناء سفرهم إلى المريخ. لذا عليك أولاً معاينة المشاكل التي يواجهها جسم الإنسان أثناء قضاء مدة طويلة في الفضاء وبعد ذلك.

في هذه المسألة، عليك تحليل كيفية تأثُّر الناس سلبياً أثناء السفر الطويل عبر الفضاء. لذا سنناقش هنا بضعة عوامل ذات صلة بالموضوع مستعملين المفاهيم الآتية:

- القوة
- الوزن
- الطاقة الكامنة
- الضغط (للغازات)
- التسخين
- العمل

القوة $\vec{F}$ هي مقدار شعاعي يتجلى مفعول تطبيقها على جسم حر بتسارعه في اتجاه تطبيقها. ثمة أربعة أنواع من القوى تحدِّد التفاعل بين الجسيمات: القوة الكهرومغنطيسية، وقوة الثقالة، والقوة النووية الشديدة، والقوة النووية الضعيفة. في هذا الكتاب، سنتعامل مع قوة الثقالة في الأغلب.

بناء على **قانون نيوتن الثاني للحركة**، تساوي القوة $\vec{F}$ (التي بُعدها LMt^{-2}) حاصل ضرب الكتلة m بالتسارع $\vec{a}$ (الذي بُعده Lt^{-2}) على النحو الآتي:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (23-5.1)$$

ووفقاً لما ذكرناه سابقاً، إن من وحدات الكتلة الغرام (g) والكيلوغرام (kg) والليبرة الكتلية (lb_m) والطن (ton). ومن وحدات القوة النيوتن ($N = kg.m/s^2$)، والدينة ($dyne = g.cm/s^2$)، والليبرة الثقلية ($lb_f = 32.174\ lb_m.ft/s^2$). لاحظ أن الليبرة الكتلية (lb_m) والليبرة الثقلية (lb_f) هما وحدتان مختلفتان تخصان متغيرين فيزيائيين مختلفين.

يخضع روّاد الفضاء إلى تسارع ثقالي يساوي نحو ثلث تسارع الثقالة الأرضية (الذي يساوي $g = 9.81\ m/s^2 = 32.174\ ft/s^2$) بعد هبوطهم على المريخ (أي $0.38\ g$ أو $3.72\ m/s^2$). لذا فإن القوة التي يجذب بها المريخ الشخص أصغر من تلك التي تجذب بها الأرض الشخص نفسه.

ونظراً إلى أن القوة التي يشعر بها الشخص على المريخ أصغر من تلك التي يحس بها على الأرض، فإن وزنه على المريخ أقل منه على الأرض. يساوي **وزن** الجسم قوة الثقالة التي تجذبه، والعلاقة بين وزن الجسم $\vec{W}$ (الذي بُعده هو LMt^{-2}) وكتلته m وتسارع السقوط الحر $\vec{g}$ (الذي بُعده هو Lt^{-2}) هي الآتية:

$$\vec{W} = m\,\vec{g} \qquad (24-5.1)$$

الوزن هو قوة، والثقالة هي ثابت تسارع، ولذا يكونان مقدارين شعاعيين. يعبَّر عن مطال الوزن وثابت تسارع السقوط الحر بالوزن والثابت نفسيهما لأن اتجاههما هو نحو سطح الأرض ومعروف ضمناً. ولا يتغير التسارع الناجم عن الثقالة من مكان إلى آخر على سطح الأرض إلا قليلا. ويُستعمل الرمز g_c أحياناً للدلالة على عامل تحويل وحدات القوة ضمن النظام المتري أو البريطاني:

$$g_c = \frac{1\dfrac{kg.m}{s^2}}{1\,N} = \frac{32.174\dfrac{lbm.ft}{s_2}}{1\,lb_f} \qquad (25-5.1)$$

يُستعمل الرمز g_c في كتب أخرى في الصيغ والمعادلات، لكن تذكَّر أنه ليس سوى عامل تحويل، شأنه شأن العوامل الأخرى المبينة في الملحق (ب).

خُذ جسماً على الأرض تساوي كتلته كيلوغرام واحد. باستعمال المعادلة 5.1−24، نجد أن وزنه يساوي 9.81 نيوتن. وخُذ جسما آخر أخف، تبلغ كتلته ليبرة كتلية واحدة. يُحسب وزن هذا

الجسم وفق ما يأتي:

$$W = mg = 1\,\text{lb}_\text{m}\left(32.174\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}\right)\left(\frac{\text{s}^2.\text{lb}_\text{f}}{32.174\,\text{lb}_\text{m}.\text{ft}}\right) = 1\,\text{lb}_\text{f} \qquad (26-5.1)$$

إذاً، إن وزن جسم كتلته ليبرة كتلية واحدة يخضع إلى الثقالة الأرضية يساوي ليبرة ثقلية واحدة. في النظام البريطاني، ونظراً إلى أن القيمة العددية لليبرة الكتلية lb_m تساوي القيمة العددية لليبرة الثقالية lb_f، يمكن أن يحصل التباس بينهما. إن الأولى هي وحدة كتلة والثانية هي وحدة وزن، والكتلة والوزن ليسا متكافئين، بل هما خاصتان فيزيائيتان مختلفتان ولهما وحدات مختلفة. والمبادلة بين الليبرة الثقلية والليبرة الكتلية كالمبادلة بين النيوتن والكيلوغرام. نادراً ما يحصل هذا الخطأ في النظام المتري، لأن القيمة العددية لـــ g_c تساوي 1. والوزن والكتلة لهما قيم متمايزة. لكن، نظراً إلى أن القيمة العددية لـــ g_c تساوي القيمة العددية لـــ g في النظام البريطاني، فإن القيمتين العدديتين للكتلة ووزنها متساويتين تحت تأثير قوة الثقالة. تذكَّر أن تستعمل g_c حين اللزوم للتحويل بين الليبرة الثقالية والليبرة الكتلية.

المثال 10.1 الأوزان على الأرض والمريخ

مسألة: احسب الوزن بالنيوتن والدينة والليبرة الثقلية على الأرض والمريخ لرائد فضاء كتلته 70 كلغ (154 ليبرة كتلية).

الحل: على الأرض:

$$W = mg = (70\text{ kg})\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 687\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} = 687\text{ N}$$

$$W = mg = (70\text{ kg})\left(\frac{1000\,g}{1\,\text{kg}}\right)\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\left(\frac{100\text{ cm}}{1\,\text{m}}\right)$$

$$W = 6.87\times10^7\frac{\text{g.cm}}{\text{s}^2} = 6.87\times10^7\text{ dyne}$$

$$W = mg = (154\,\text{lb}_\text{m})\left(32.174\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}\right)\left(\frac{1\,\text{lb}_\text{f}}{32.174\frac{\text{lb}_\text{m}.\text{ft}}{\text{s}^2}}\right) = 154\,\text{lb}_\text{f}$$

لاحظ أن التحويل الأخير تطلَّب استعمال عامل التحويل g_c. صحيحٌ أن وزن رائد الفضاء يساوي

154 ليبرة ثقلية، وكتلته تساوي 154 ليبرة كتلية، إلا أن هذا لا يعني أن الوحدات في الحالتين متكافئة.

وعلى المريخ:

$$W = mg = (70\,\text{kg})\left(3.72\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 260\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2} = 260\ \text{N}$$
$$= 2.60\times10^7\ \text{dynes} = 58.4\ \text{lb}_\text{f}$$

يمتلك كل جسم على سطح كوكب طاقة كامنة مقترنة بارتفاعه تنجم عن الجذب الثقالي الخاص بالكوكب. وتنتُج **الطاقة الكامنة** potential energy (E_P) من وضع الجسم في حقل كمون من قبيل الحقل الثقالي أو الحقل الكهرومغنطيسي، أو من إزاحة منظومة عن وضع توازنها (ضغط نابض مثلا). وبُعد الطاقة الكامنة هو $[\text{L}^2\text{Mt}^{-2}]$، ومن وحداتها الشائعة الجول (J) (joule) والحُرَيْرة (cal) (calorie)، والوحدة الحرارية البريطانية (British Thermal Unit) (BTU). تتحدَّد الطاقة الكامنة لجسم كتلته m بالمعادلة:

$$E_P = m\,g\,z \qquad (27-5.1)$$

بما أن g هو تسارع الثقالة وz هو ارتفاع الجسم عن مستوٍ مرجعي تُعرَّف عنده الطاقة الكامنة اعتباطياً بأنها تساوي صفراً.

المثال 11.1 الطاقة الكامنة في مركبة فضاء

مسألة: افترض أنه بعد 7 ثوان من الإطلاق، وصلت مركبة فضائية كتلتها 600 كلغ إلى ارتفاع مقداره 545 قدماً. ما هي طاقتها الكامنة (بالجول) بالنسبة إلى سطح الأرض؟ ومع اقتراب المركبة من سطح المريخ، تخضع للحقل الثقالي المريخي، فعند أي ارتفاع (بالقدم) فوق سطح المريخ سوف تكون لها نفس الطاقة الكامنة التي كانت لها بعد 7 ثوان من الإطلاق؟

الحل: في هذا المثال، يُعتبر سطح الكوكب القريب من المركبة المستوي المرجعي الذي تُعرَّف عنده الطاقة الكامنة بأنها تساوي صفراً. والطاقة الكامنة بعد 7 ثوان من الإطلاق تساوي:

$$E_P = m\,g\,z = (600\,\text{kg})\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(545\,\text{ft})\left(\frac{1\,\text{m}}{3.28\,\text{ft}}\right) = 9.78\times10^5\ \text{J}$$

ولإيجاد الارتفاع فوق سطح المريخ الذي تكون للمركبة عنده تلك الطاقة الكامنة، أعِدْ ترتيب

المعادلة 5.1−27 لحساب z:

$$z = \frac{E_P}{mg} = \frac{9.78 \times 10^5 \text{ J}}{(600 \text{ kg})\left(3.72 \frac{\text{m}}{\text{s}_2}\right)}\left(\frac{3.28 \text{ ft}}{1 \text{ m}}\right) = 1440 \text{ ft}$$

كما هو متوقع، الارتفاع عن سطح المريخ الذي تكون عنده للمركبة نفس الطاقة الكامنة التي تكون لها في الحقل الثقالي الأرضي أعلى من الارتفاع عن سطح الأرض، لأن القوة الثقالية على المريخ أصغر من تلك التي للأرض.

إن **الضغط المطلق** (absolute pressure) هو الضغط بالنسبة إلى الخلاء التام. ونظراً إلى أن هذا الضغط المرجعي مستقل عن الموضع وعن المتغيرات الجوية الأخرى، فهو يُعتبر مقداراً دقيقاً لامتغيراً. وعموماً، حين إعطاء ضغوط السوائل والأجسام الصلبة، يُقصد بها الضغوط المطلقة. أما ضغط الغاز فيمكن أن يُعطى بوصفه ضغطاً مطلقاً، أو نسبياً. و**الضغط النسبي (المُقاس)** (relative (gauge) pressure) هو الفرق بين ضغط العينة موضوع الاهتمام وضغط الجو المحيط. إن معظم أدوات قياس الضغط تقيس الضغط النسبي، والعلاقة بين الضغط المطلق والضغط النسبي هي:

(5.1−28) الضغط المطلق = الضغط النسبي + الضغط الجوي

وتُعرَّف وحدات الضغط أحياناً على أنها مطلقة أو نسبية. على سبيل المثال، الوحدة (psig) $\text{pound/in}^2\text{guage}$ تمثل ضغطاً نسبياً، في حين أن الوحدة (psia) $\text{pound/in}^2\text{absolute}$ تمثل ضغطاً مطلقاً. وضغط الدم في الرأس الذي يساوي 70 mmHg هو ضغط نسبي يقابل ضغطاً مطلقاً مقداره 830 mmHg. وعلى الأرض، يخضع الدم في جسم الإنسان إلى جذب ثقالي، ولذا ثمة تدرُّج في ضغط الدم. وفي الفضاء حيث تنعدم الثقالة، يتلاشى تدرُّج الضغط مؤدياً إلى مفاعيل سيئة في الدورة الدموية وتوزُّع السوائل في الجسم.

وباستثناء أيام الصيف شديدة الحرارة والرطوبة، فإن الهواء الذي يستنشقه الإنسان، على الأرض أو المريخ، يكون أبرد وأقل رطوبة من الهواء الذي يطرحه أثناء الزفير. وبسبب الاستنشاق عبر الأنف والفم، يصبح الهواء دافئاً ورطباً، مستمداً الحرارة والماء من الجسم. إذاً، يفقد الجسم طاقة على شكل حرارة أثناء التنفس. و**الحرارة** (heat) هي تدفق الطاقة الناجم عن تدرُّج درجة الحرارة، وهي تتدفق تلقائياً من جسم ذي درجة حرارة عالية إلى جسم ذي درجة حرارة منخفضة. يمكن استعمال الحرارة لزيادة الطاقة الداخلية لمنظومة أو لتأدية عمل فيها.

وبُعدا الحرارة Q ومعدل الحرارة $\dot{Q}$ هما $[L^2Mt^{-2}]$ و $[L^2Mt^{-3}]$.

يسمى تدفق الطاقة الناجم عن أي مصدر باستثناء تدرُّج درجة الحرارة **عملاً** (work). وبُعدا العمل W ومعدل العمل $\dot{W}$ هما $[L^2Mt^{-2}]$ و $[L^2Mt^{-3}]$. ويُعدّ الضغط والقوة الميكانيكية والحقل الكهرومغنطيسي أمثلة للقوى المحرِّكة التي تولِّد عملاً. وعند قيام رواد الفضاء بعمل في الفضاء أو على المريخ، تكون القوة التي يبذلونها لأداء مهمة معينة أقل من تلك اللازمة لأداء المهمة نفسها على الأرض، لأن الدفعات الخفيفة يمكن أن تحرِّك أجساماً كبيرة هناك. وأفضل محاكاة لبيئة الثقالة الميكروية هذه على الأرض هو الغطس في حوض سباحة مدة طويلة، فدافعة أرخميدس في الماء تؤدي إلى إزاحته وإلى تقليل عبء حمل الوزن عن العظام والعضلات، على غرار ما يحصل في حالة انعدام الثقالة.

لقد ناقشنا باختصار بعض الاعتبارات التي على المهندسين ورواد الفضاء أخذها في الحسبان حين تقويمهم لإمكانات سفر الإنسان في المستقبل إلى الكوكب الأحمر. تجب معالجة كثير من الظروف على المريخ (الطقس الشديد البرودة، الافتقار إلى الماء والأكسجين، والثقالة الضعيفة) بغية تحقيق استيطان بشري ناجح، والمهندسون والأطباء يعملون على تصميم حلول موثوقة طويلة الأجل لتلك المشكلات.

4.3.5.1 تقانة نقل الجينات

في ستينيات القرن العشرين، بدأ العلماء النظر في إمكان معالجة الاضطرابات الجينية بإدخال جينات وظيفية في الجسم من طريق نقل الجينات بوساطة الفيروسات. وفي عام 1990، أصبح هذا الاقتراح واقعاً حينما شاركت فتاة شابة في تجربة طبية لمعالجة عوَز الأدينوزين دياميناز (adenosine deaminase). ومنذئذ، توسَّع تعريف المعالجة الجينية من استعمال جينة تالفة إلى استعمال أي حمض نووي (حمض نووي ريبي منقوص الأكسجين (دنا) deoxyribonucleic acid DNA أو حمض نووي ريبي (رنا) ribonucleic acid RNA) لمعالجة الأمراض أو درئها. وأشارت تطورات البحوث إلى تطبيقات ممكنة للمعالجة الجينية في طيف واسع من الاضطرابات، ومنها السرطان وأعراض نقص المناعة الذاتي وأمراض القلب والأمراض العصبية. لكن، ومع أن المعالجة الجينية واعدة، إلا أن نجاحها يعتمد على إيجاد طريقة تنقل بكفاءة الجينة العلاجية إلى الخلية الهدف.

يمكن للمعالجة الجينية أن توفر قريباً الشفاء لمرضى التليُّف الكيسي (cystic fibrosis)، وهو مرض يتميز بتراكم مخاط كثيف في الرئتين يعيق التنفس، ويُشجِّع العدوى بأمراض مميتة، ويؤدي إلى تلف مستديم في الرئتين. تُرمِّز جينة لدى مرضى التليُّف الكيسي على نحو غير صحيح بروتين قناة غشائية تحافظ على التوازن بين الماء والملح اللازمين لإنتاج إفرازات الرئة الصحية التي تحتوي وتُبعد الجراثيم الضارة. وفي التجارب الطبية، تُغلَّب الجينة العاملة ضمن فيروس وتُدخَل إلى جسم المريض إما ضمن قطرات محلول ملحي تُقطر في الأنف أو ضمن غمامة تُستنشق. إلا أن المفاعيل المفيدة لهذه الطريقة تتلاشى مع الوقت لأن المرضى يولِّدون مضادات للفيروس. لكن رغم هذه النكسة، فإن المعالجة الجينية، التي تهاجم مرض التليُّف الكيسي في جذوره، يمكن أن توفر علاجاً أكثر كفاءة من العلاجات المتوفرة حالياً والتي تهدف فقط إلى السيطرة على أعراض المرض.

يطلب منك طبيب نصيحة بخصوص أمان وإمكان استعمال طريقتين فيزيائيتين رخيصتين نسبياً من طرائق نقل الجينات هما: مدفع الجينات طراز هليوس (HELIOS Gene Gun)، وفتح المسامات كهربائياً (electroporation).

يعمل المهندسون الحيويون في مجالات صناعية وأكاديمية، وفي مجال العناية بالمرضى، وهذه المجالات تتطلب تفاعلاً، ليس مع المهندسين الحيويين الآخرين فقط، بل مع شركاء آخرين من أطباء وجراحين ومهندسين ذوي اختصاصات أخرى وإداريين، وحتى مع المرضى. وعليك أن تكون قادراً على تقديم خبرتك بوضوح في مواضيع لا يُلِم بها شركاؤك مثلك. وفي هذه الحالة، أنت تعمل مع طبيب لا يعرف تماماً ما هي أكثر طرائق نقل الجينات ملاءمة لمريضه. ولذا تعطيه ملخصاً قصيراً عن طريقة عمل كل طريقة وعن المبادئ التي تقوم عليها قبل تقديم لائحة بمزايا ومثالب كل منهما.

سنناقش في هذا المقطع الفيزياء التي تستند إليها هاتان الطريقتان لنقل الجينات مستعملين المفاهيم الآتية:

- الزخم
- الطاقة الحركية والطاقة الداخلية
- الشحنة والتيار



الشكل 2.1: مدفع الجينات طراز هليوس. طُبعت الصورة بناء على موافقة:
Bio-Rad Laboratories

مدفع الجينات طراز هليوس (الشكل 2.1) هو جهاز يُحمل باليد يحقن بسرعة ومباشرة مادة غريبة، كالحمضين النوويين (DNA & RNA) في أي خلية أو نسيج حي تقريباً من مسافة قصيرة (ضمن حدود 5−10 خلايا من السطح أو بعمق نحو 1−2 ملم). فحين الضغط على زناد المدفع، تقذف نبضة هليوم منخفضة الضغط جُسيْمات ذهب أو تنغستين مطلية بالحمضين النوويين مباشرة في النسيج المستهدف.

لإدخال الجسيمات المطلية بالحمضين النوويين إلى المنطقة المستهدفة، يعتمد مدفع الجينات على زخمها لإدخالها بقوة في الجسم. إن **الزخم الخطي** (linear momentum) هو خاصية توسُّعية تصف كمياً حركة الجُسَيْم أو المنظومة. ويُعطى الزخم الخطي $\vec{p}$ (بُعده $[\mathrm{LMt^{-1}}]$) لمنظومة بحاصل ضرب سرعته $\vec{v}$ بكتلته m:

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (29-5.1)$$

لاحظ أن السرعة والزخم مقداران شعاعيان.

المثال 12.1 حساب الزخم الخطي

مسألة: احسب الزخم الخطي لجُسيْم ذهب مطلي بالــ DNA يخرج من مدفع جينات بسرعة $1100\vec{i}$ ميل في الساعة. يساوي قطر جُسيْم الذهب العادي 2 ميكرون، ويُطلى بـــ 100 بلازميد (plasmid) كتلة كل منها التقريبية تساوي $6\times10^{-18}\,\mathrm{g}$. أما كثافة الذهب فتساوي $19.3\ \mathrm{g/cm^3}$.

الحل: لإيجاد الزخم الخطي لأي جسم متحرك، علينا أولاً معرفة كتلته وسرعته. احسب الكتلة بتمثيل الجسيم بكرة وباستعمال كثافة الذهب المعطاة:

$$m_{\text{gold}} = \rho_{\text{gold}} V_{\text{gold}} = \rho_{\text{gold}} \frac{3}{4} \pi r^3$$

$$= \left(\frac{19.3\ \text{g}}{\text{cm}^3}\right) \frac{4}{3} \pi \left((1\ \mu\text{m})\left(\frac{1\ \text{cm}}{10^4\ \mu\text{m}}\right)\right)^3 = 8.09 \times 10^{-11}\ \text{g}$$

وتُضاف كتلة طلاء البلازميد (100 بلازميد) إلى كتلة جُسيْم الذهب للحصول على الكتلة الكلية للجسيم الذي ينطلق من المدفع:

$$m_{\text{particle}} = 8.09 \times 10^{-11}\ \text{g} + 100\left(6 \times 10^{-18}\ \text{g}\right) = 8.09 \times 10^{-11}\ \text{g}$$

لاحظ أن كتلة طلاء الدنا مهملة مقارنة بكتلة جُسيْم الذهب نفسه.

يُعطى زخم جُسيْم الذهب المنطلق من مدفع الجينات بـــ:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \left(8.09 \times 10^{-11}\ \text{g}\right) \left(\frac{1\ \text{kg}}{1000\ \text{g}}\right)\left(\frac{1100\vec{i}\ \text{miles}}{\text{hr}}\right)\left(\frac{1\ \text{hr}}{3600\ \text{s}}\right)\left(\frac{1609.34\ \text{m}}{1\ \text{mile}}\right)$$

$$= 3.98 \times 10^{-11}\, \vec{i}\ \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

تحتوي الرشقة المنطلقة من مدفع الجينات على نحو 0.5 ملغ من الجسيمات. ونظراً إلى أن لكل جسيم كتلة تساوي نحو 8.09×10^{-11} g، فإن العدد الكلي للجُسيْمات المنطلقة من المدفع يساوي نحو 6 ملايين جُسيْم، وهذا ما يزيد الزخم الكلي إلى نحو $2.4 \times 10^{-4}\, \vec{i}\ \text{kg.m/s}$.

ويُستعمل **الزخم الزاوي** (angular momentum) لوصف الحركة الدورانية والعزم المطبق على الأجسام الدوارة، وفي تحليل البنى الثابتة والمتغيرة. وهو خاصية توسُّعية تتناسب مع كتلة المنظومة وتنطبق على أي جسم يخضع إلى حركة دورانية حول نقطة. يُعطى الزخم الزاوي $\vec{L}$ (الذي بُعده $[\text{L}^2\text{Mt}^{-1}]$) لجُسيْم أو جسم بالناتج الشعاعي لشعاع موضعه وزخمه الخطي، ويوصف بمقدار شعاعي ثلاثي الأبعاد. إن جُسيْمات الذهب المطلية بالـــ DNA تمتلك زخماً زاوياً، إلا أن استعمال زخمها أكثر فائدة لفهم كيفية عمل مدفع الجينات.

وعلى غرار جميع الأجسام المتحركة، تحمل جُسيْمات الذهب المستعملة في مدفع الجينات **طاقة حركية** E_{K} (kinetic energy) محددة، وذلك بسبب الحركة الانسحابية للمنظومة برمتها بالنسبة إلى إطار مرجعي ما (سطح الأرض عادة). الطاقة الحركية هي مقدار سلَّمي له البُعد ووحدات الطاقة الكامنة نفسها. وتُعطى الطاقة الحركية لجسم كتلته m ويتحرك بسرعة v بالمعادلة الآتية:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 \qquad (30-5.1)$$

المثال 13.1 حساب الطاقة الحركية

مسألة: احسب الطاقة الحركية لجُسيْم ذهب مطلي بالـــ DNA منطلق من مدفع جينات. استعمل نفس الافتراضات التي في المثال السابق مع ملاحظة أنه لا أهمية للاتجاه هنا لأن الطاقة الحركية مقدار سلَّمي، وأعطِ إجاباتك مقدرة بالجول.

الحل: من المثال 12.1، كتلة جُسيْم الذهب المطلي بالـــ DNA تساوي 8.09×10^{-11} g، وهو يخرج من المدفع بسرعة تساوي 1100 ميل في الساعة. تساوي الطاقة الحركية للجسيم:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(8.09\times10^{-11}\ \text{g}\right)\left(\frac{1\ \text{kg}}{1000\ \text{g}}\right)\left(\left(\frac{1100\ \text{miles}}{\text{hr}}\right)\left(\frac{1\ \text{hr}}{3600\ \text{s}}\right)\left(\frac{1609.34\ \text{m}}{1\ \text{mile}}\right)\right)^2$$

$$= 9.78\times10^{-9}\ \text{J}$$

وتساوي الطاقة الحركية الكلية لجميع الجسيمات المقذوفة في رشقة وحدة 0.0587 جول.

و**الطاقة الداخلية** (internal energy U) هي مجموع الطاقات الجزيئية والذرية ودون الذرية في المادة، وتتضمن الطاقة الناجمة عن الحركة الدورانية والاهتزازية للجزيئات، وعن التفاعلات الكهرومغنطيسية بينها، وعن حركة وتفاعل المكونات الذرية ودون الذرية للجزيئات. والطاقة الداخلية هي مقدار سلَّمي بعده $[\text{L}^2\text{Mt}^{-2}]$. لا يمكن قياس الطاقة الداخلية مباشرة، أو معرفة قيمتها المطلقة، ولا يمكن تحديد إلا تغيراتها. على سبيل المثال، لا يمكن قياس تغير الطاقة الداخلية حين نقل الجينات بمدفع الجينات مباشرة، إلا أنه يمكن حسابه إذا توفرت المعلومات الكافية. يمكن حساب تغيرات الطاقة الداخلية باستعمال الأدوات المعروضة في الفصل 4.

و**الطاقة الكهربائية** (electrical energy E_E) هي الطاقة المقترنة بجريان التيار الكهربائي الذي نوقش في الفصل 5. إن الطاقة الكهربائية هي مقدار سلمي وله نفس بُعد ووحدات الطاقة الكامنة.

و**الشحنة الكهربائية** (Electric charge q) هي على غرار الكتلة وحدة من الخواص الفيزيائية المتأصلة في ذرة أو جزيء أو أيون معين. لكن خلافاً للكتلة، يمكن للشحنة أن تكون موجبة أو سالبة. أما بُعد الشحنة فهو[tI]، ووحدتها هي الكولون (colomb C). يساوي

الكولون 6.24×10^{18} شحنة بسيطة. والشحنة البسيطة هي شحنة البروتون أو الإلكترون. والبروتون هو جسيم ذو شحنة موجبة، في حين أن الإلكترون سالب الشحنة. ومطال الشحنة الكلية لمول واحد من الإلكترونات يساوي 96485 كولون، وهذا هو ثابت فاراداي.

ويمثِّل **التيار الكهربائي** (electric current I) حركة الشحنات، ويتحدَّد كميا بمعدل جريان الشحنة الكهربائية. والتيار هو متغير فيزيائي أساسي، وبعده هو [I]، ووحدته هي الأمبير ($1\ \text{A} = 1\ \text{C/s}$). ويتضمن الجدول 5.1 بعض القيم الشائعة للتيار الكهربائي. وحين تحرُّك الشحنات بين نقطتين، تمثِّل طاقة وحدة الشحنة المتولدة **فرق الكمون** v (potential difference) أو **الفولتية الكهربائية** (voltage)، وبُعده هو $[\text{L}^2\text{Mt}^{-3}\text{I}^{-1}]$، ويُقدَّر عادة بالفولت V.

إن **فتح المسامات كهربائياً** هو تقانة نقل جينات تعتمد على توليد فرق كمون عبر غشاء الخلية بغية إدخال الجينة فيها. تمتلك أغشية الخلايا، المكوَّنة من طبقات مزدوجة مشحونة من الشحوم الفوسفورية (phospholipids)، فرق كمون ساكن، ولذا لا يستطيع كثير من الجزيئات اختراق الأغشية من خارج الخلايا. وفتح المسامات كهربائياً، سواء أكان داخل الجسم الحي أم خارجه، يستعمل نبضات فولتية عالية لمعاكسة فولتية الغشاء الساكن في الخلية المستهدفة، وهذا يمكِّن الـــ DNA من دخول الخلية، وبذلك يمكن أن يحصل نقل الجينات.

لإجراء فتح المسامات كهربائياً، توضع الخلايا بين قطبين كهربائيين، شحنة أحدهما موجبة وشحنة الثاني سالبة، بغية توليد فرق كمون كهربائي. وتُرسَل نبضة كهربائية عبر القطبين بحيث يمكن تجاوز سعة الخلية، أي مقدرتها على خزن الشحنة الكهربائية حين تطبيق فرق كمون عليها، وهذا ما يسمح للجزيء بدخولها. إن **السعة** C (capacitance) و**الشحنة** q (charge) متناسبتان خطياً بواسطة فرق الكمون v:

$$q = C\,v \qquad (31-5.1)$$

وبُعد السعة هو $[\text{L}^{-2}\text{M}^{-1}\text{t}^{4}\text{T}^{2}]$، وهي تُقدَّر عادة بالفاراد (Farad) الذي يساوي C/V.

عندما تجعل نبضةٌ الخليةَ تضطرب خلال مدة قصيرة، يُصبح الغشاء أشد نفوذية. ونظراً إلى أن الـــ DNA مشحون بشحنة سالبة، يهرع الـــ DNA المضاف نحو المسرى ذي الشحنة الموجبة، وهذا ما يجعله يدخل الخلية ويبقى فيها حيث يبدأ فورا بالتفاعل مع ثلاثي فوسفات الأدِنوزين (adenosine triphosphate ATP).

المثال 14.1 سعة الخلية

مسألة: تتكوَّن أغشية الخلايا من طبقات مزدوجة من الشحوم الفوسفورية يمكن خزن الشحنة فيها، ولذا يمكن اعتبارها مكثفة ذات سعة. فإذا كان فرق الكمون عبر غشاء الخلية يساوي 70 ميلّيفولت، وكانت سعة الغشاء ميكروفاراد واحد للسنتيمتر المربع، احسب الشحنة التي تُخزن في غشاء الخلية الذي يساوي قطره 15 ميكرومتراً.

الحل: نستعمل للحل العلاقة بين الشحنة والسعة بعد تمثيل الخلية بكرة لها القطر المعطى، وبذلك يمكن تمثيل المنطقة التي يحتلها الغشاء بسطح الكرة الذي تساوي مساحته:

$$4\pi r^2 = 4\pi\left(7.5\ \mu\text{m}\right)^2 = 706.85\ \mu\text{m}^2 \approx 707\ \mu\text{m}^2$$

ولدينا فرق الكمون على جانبي الغشاء، وسعة السنتيمتر المربع الواحد، لذا نحصل باستعمال المعادلة 5.1−31 على:

$$q = Cv = \left(1\frac{\mu\text{F}}{\text{cm}^2}\right)\left(707\ \mu\text{m}^2\right)\left(\frac{1\,\text{cm}}{10^4\ \mu\text{m}}\right)^2\left(70\ \text{mV}\right) = 0.0004949\ \mu\text{F.mV}$$

$$= \left(0.000495\times10^{-6}\ \frac{\text{C}}{\text{V}}\cdot\text{mV}\right)\left(\frac{\text{V}}{10^3\ \text{mV}}\right) = 4.95\times10^{-13}\ \text{C}$$

إذاً، تساوي الشحنة المخزونة في غشاء الخلية 4.95×10^{-13} كولون. صحيحٌ أن القيمة المحسوبة للشحنة المخزونة موجبة، إلا أن إشارة الفولتية، ولذا إشارة الشحنة المحسوبة، تعتمد على الحالة المرجعية التي نقيم عليها حساباتنا.

إضافة إلى طرائق الإدخال الفيزيائية، ومنها مدفع الجينات وفتح المسامات كهربائياً، تستفيد طرائق نقل الجينات الأخرى من آليات الجسم الفيزيائية والكيميائية الحيوية المختلفة بغية نقل الجينات إلى داخل الخلايا. وإحدى تلك الطرائق هي طريقة نقل الجينات بوساطة الفيروسات التي تستعمل الفيروسات لحمل الجينة عبر غشاء الخلية ووضعها ضمن الجينات المضيفة. وغالباً ما تكون كفاءة النقل عالية بسبب قابلية الفيروس التطورية الطبيعية "لنقل العدوى" إلى الخلايا. وإذا تكاثرت الناقلات الفيروسية أثناء الانقسام التحوُّري، أمكن تحقيق النقل السريع للبروتينات المرمَّزة بالجينة باستمرار. إلا أن الناقلات الفيروسية غالية وغالباً ما تنطوي على مخاطر تكوين مضادات للفيروس [11].

وتُستعمل في طريقة أخرى الحويصلات الناقلة (liposome) لنقل الجينات. يستغل نقل الجينات بوساطة الحويصلة الناقلة نزوع الجسيمات المشحونة بشحنات سالبة وموجبة إلى التفاعل بتجميع

أيونات الحويصلات (الموجبة الشحنة) والـــ DNA السالب الشحنة. وبسبب تشابه تجمعات الحويصلات الناقلة والـــ DNA البنيوي مع أغشية الخلايا، فإنها تستطيع اختراق سطوح الأغشية. يُضاف إلى ذلك أن الحويصلات الناقلة ليست عوامل ممْرِضة، وهي رخيصة وسهلة الإنتاج، إلا أن فاعليتها في نقل الجينات أقل من فاعلية الناقلات الفيروسية.

ينغمس المهندسون الحيويون حالياً في بحث لتحقيق مزيد من التطوير لهاتين الطريقتين وغيرهما بغية إيجاد طريقة فعالة وآمنة لنقل الجينات إلى المرضى.

أخبرتَ الطبيب بمزايا مدفع الجينات وفتح المسامات كهربائياً. فإضافة إلى كون هاتان الطريقتين رخيصتين وسهلتي التحضير، فإنهما يمكن أن تُجريا داخل وخارج الجسم الحي، وهذا ما يمكِّن من نقل مباشر للجينات إلى كل من الدنا والأحماض النووية بتوجيهها إلى منطقة معينة. لا تُستعمل في هاتين الطريقتين النواقل الفيروسية، وهذا يزيد من أمانهما بتجنب مخاطر العدوى وتكوُّن الأجسام الحيوية. يُضاف إلى ذلك أن كلتا الطريقتين تحقنا الأحماض النووية في كل من الخلايا ذات الانقسام الخلوي المتماثل وغير المتماثل (mitotic and nonmitotic). ويستطيع مدفع الجينات تحقيق نقل جينات سريع خلال مدد قصيرة بفاعلية متغيرة. وبالمقارنة، لقد ثبت أن فتح المسامات كهربائياً فعال جداً في بعض الجمل. إلا أن هاتين الطريقتين للنقل الفيزيائي تنطويان على مشكلات. صحيحٌ أن جُسيْمات الذهب التي يستعملها مدفع الجينات لإطلاق الـــ DNA والـــ RNA يمكن أن تكون غير ضارة، إلا أنها تبقى داخل الجسم. وأثناء فتح المسامات كهربائياً، يمكن أن تموت الخلية إذا كانت النبضات قوية، أو كان معدلها كبيراً، أو كانت فترات النبضات طويلة.

وبرغم التقدم الكبير الحاصل في البحث الأساسي، تبقى التطبيقات العلاجية لتقانة نقل الجينات نظرية إلى حد بعيد، فثمة نقاط ضعف في هندسة التقانة الحالية تجب معالجتها، منها تحسين توجيه الجينة إلى الخلية موضع الاهتمام، وتصميم النواقل الفيروسية ونظم النقل الأخرى، وتنظيم الجينات، وتثبيط ردة الفعل المناعية.

ولا تقل الصعوبات المتصلة بالجوانب الأخلاقية أهمية عن تلك الصعوبات التقانية. من تلك الصعوبات مشاكل الأمان حين اختبار المعالَجات الجديدة في التجارب الطبية على البشر، وتساؤلات عن استعمال المعالجة الجينية لتحسين سمات لا علاقة لها بالمرض، وصحة وسلامة الحيوانات في الاختبارات المخبرية، وتكلفة المعالجة. لذا يجب أن يستمر المهندسون والعلماء

وصنّاع القرار والجمهور عموماً في النظر في المدى الذي يرغبون في أن يصل إليه البحث في نقل الجينات البشرية، فتضافر الجهود والرؤى يمكن أن يساعد على تقدم نقل الجينات البشرية نحو تحقيق فوائده، بأمان وبما لا يتعارض مع المبادئ والأخلاق.

5.3.5.1 مساعد الجراحة الدقيقة

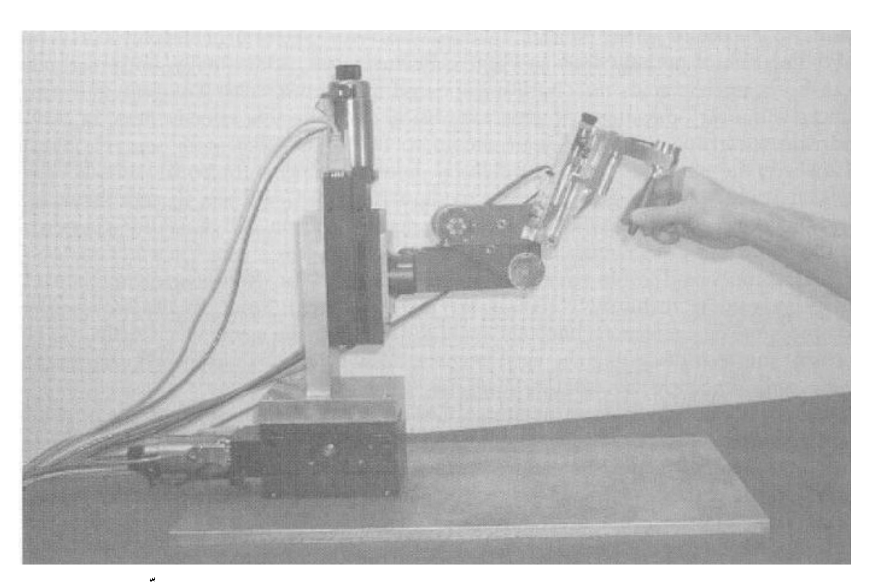
تتعامل إجراءات الجراحة الدقيقة مع البنى الشديدة الضآلة والرهافة بأدوات جراحة يدوية وبالنظر إليها من خلال مجهر مزدوج. وتتطلب تلك الإجراءات حركات في مجال المقاسات الميكرونية، وهي محدودة بالمهارات المرتبطة بمنظومة الحواس البشرية. في عملية جراحة شبكية العين، يوفِّر مجهر مزدوج موضوع في العين صورة بصرية للجراح تساعده على تداول أدوات الجراحة لتحقيق تعامل عالي الدقة مع نسيج الشبكية، لأن أبسط الأخطاء يمكن أن يسبب في هذه العمليات ضرراً مستديماً يؤدي إلى العمى. وقد بيَّن مختبر جونز هوبكينز المتقدم لتصميم الجراحة الدقيقة (Johns Hopkins Microsurgery Advanced Design Lab) أن العوامل المقيِّدة لإجراء العمليات الجراحية للشبكية هي ارتجافات وانحرافات اليد، والافتقار إلى حاسة اللمس بين أدوات الجراحة ونسيج الشبكية، والصورة الضعيفة المَيْز للشبكية عبر بؤبؤ العين [12].

لمعالجة هذه القيود، طوَّرت مجموعة البحث لدى مختبر جونز هوبكينز مساعد الجراحة الدقيقة (Microsurgical Assistant)، وهو أداة جراحية تُحسِّن المعلومات المتوفرة من بيئة العملية الجراحية وتزيد مقدرة الجراح على تناول الأدوات وتوضيعها وتحسُّسها ضمن تلك البيئة. ثمة نظامان يكوِّنان مساعد الجراحة الدقيقة: نظام الجراحة المحسَّنة بالمعلومات (Information Enhanced Surgery System)، ونظام زيادة استقرار اليد (SteadyHand Augmentation System). يجمع نظام الجراحة المحسَّنة بالمعلومات معلومات تشخيصية لا تكون متوفرة عادة للجراح، ومنها معدلات تدفق الدم ودرجة الحرارة والبنية التي تحت الشبكية وتمييز الأنسجة والخواص الميكانيكية الحيوية. بتوفر هذه المعلومات الإضافية في الزمن الحقيقي، يستطيع الجراح تحديد أفضل السبل الجراحية واتباعه فوراً. أما نظام زيادة استقرار اليد (الشكل 3.1)، فيستعمل منصة روبوتية لزيادة دقة توضيع الجراح للأدوات على نسيج الشبكية. أثناء توجيه الجراح لأداة الجراحة، في الوقت نفسه بإجراء الحركات الخالية من الارتجافات، موفراً توضيعاً مستقراً مديد الأجل. ونظراً إلى انعدام حاسة اللمس المهمة التي تمكِّن الجراح من تحسُّس بيئة الجراحة حين استعمال الروبوت بدلاً من يد الجراح، فقد زُوِّد الروبوت بنظام يعوِّض عن حواس اللمس. تمكِّن هذه المواصفات التي يتصف بها نظام زيادة استقرار اليد الجراح من أداء الحركات

الجراحية بدقة أعلى من تلك الممكنة بيد الإنسان وحدها.

بوصفك مهندساً حيوياً، أنت تعمل مع مجموعة جونز هوبكينز على تحديث برمجيات مساعد الجراحة الدقيقة. ونظراً إلى معرفتك بالنظم الحيوية والفيزياء، وإلى خبرة زميلك، مهندس الكهرباء في فريق العمل، في برمجة الخوارزميات، عليكما برمجة الروبوت لقياس معدَّل تدفق الدم ومقدار الضغط الذي تستطيع أنسجة الجسم تحمُّله.

على المهندسين الحيويين العمل مع جميع الاختصاصيين ضمن فرق عمل، فإضافة إلى التشارك في الخبرات، عليك أيضاً أن تكون قادراً على تعلُّم مهارات جديدة، وأن تتعاون مع الآخرين. وفي هذه الحالة، إذا لم تكن لديك خبرة واسعة بالبرمجة، عليك أن تُحسِن التواصل بحيث تستطيع إسماع زميلك أسئلة وأجوبة واضحة بغية إعلامه بوضوح بما تجب إضافته إلى البرنامج.



الشكل 3.1: نظام زيادة استقرار اليد، وهو المكوِّن الثاني لمساعد الجراحة الدقيقة. يمكِّن النظام الجراح من استعمال روبوت لزيادة الاستقرار والدقة أثناء العملية الجراحية.

في هذا المقطع، سنناقش خططاً لمعالجة هذه المسألة، مستعملين المفاهيم الآتية:

- معدَّلات التدفق
- الضغط (في الأجسام الصلبة)

يجد زميلك صعوبة في برمجة خوارزمية لحساب معدَّل تدفق الدم إلى العين، فالتشغيل التجريبي الأولي للروبوت يُعطي قيماً خارج المجال الطبيعي، وعليك أنت وزميلك إعادة النظر في الافتراضات المتعلقة بمعدَّلات التدفق ضمن الجسم.

كثير من النظم المدروسة، ومنها منظومة الأوعية الدموية في العين، تتضمن حركة مادة. ويُستعمل المصطلحان **معدَّل** (rate) **ومعدَّل التدفُّق** (flow rate) لوصف نقل خاصية فيزيائية في مدة من الزمن. تعني النقطة فوق رمزِ متغيرٍ المعدَّل عادة. ويمكن التعبير عن معدل تدفق المادة بمعدل التدفق الكتلي $\dot{m}$ $[\mathrm{Mt}^{-1}]$، أو معدل التدفق المولي $\dot{n}$ $[\mathrm{Nt}^{-1}]$، أو معدل التدفق الحجمي $\dot{V}$ $[\mathrm{L}^3\mathrm{t}^{-1}]$. ويُستعمل الوزن الجزيئي للمادة للتحويل بين معدلي التدفق الكتلي والمولي، وتُستعمل كثافتها للتحويل بين معدلي التدفق الكتلي والحجمي.

يُحسب معدل التدفق الحجمي لسائل عبر مجرى بضرب مساحة مقطع المجرى العرضاني A، الذي بعده $[\mathrm{L}^2]$، بسرعة السائل v التي بُعدها $[\mathrm{Lt}^{-1}]$:

$$\dot{V} = A v \qquad (32-5.1)$$

في حالة المجرى الأسطواني، المساحة هي مساحة دائرة، أي:

$$\dot{V} = \frac{\pi}{4} D^2 v \qquad (33-5.1)$$

حيث إن D هو قطر المجرى، وبُعده $[\mathrm{L}]$.

ومعدَّل التدفق الكتلي $\dot{m}$ هو حاصل ضرب $\dot{V}$ بكثافة السائل ρ التي بُعدها $[\mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}]$:

$$\dot{m} = \dot{V}\rho = A v \rho \qquad (34-5.1)$$

ويُحسب معدل التدفق المولي $\dot{n}$ عبر المجرى بقسمة $\dot{m}$ على الوزن الجزيئي M للسائل المتدفق الذي بُعده $[\mathrm{MN}^{-1}]$:

$$\dot{n} = \frac{\dot{m}}{M} \qquad (35-5.1)$$

يمكن إيضاح مفهوم معدل تدفق المادة بتدفق الدم عبر الشعيرات الدموية في العين. إن المعدَّل المألوف لتدفق الدم عبر شعيرة دموية وحدة يساوي نحو 8.5×10^{-9} mL/s. ونظراً إلى أن كثافة الدم تساوي 1.056 g/mL، فإن معدل التدفق الحجمي المذكور يقابل معدل تدفق كتلي يساوي 9.0×10^{-9} g/s، أي إنه إذا نُمذِج الوعاء الدموي بوعاء أسطواني له مساحة مقطع عرضاني معين، فإن 8.5×10^{-9} mL أو 9.0×10^{-9} g من الدم تعبر كل ثانية ذلك المقطع العرضاني.

يمكن قياس معدلات التدفق (وبخاصة معدلات التدفق الحجمية) في الأوعية الدموية غالباً باستعمال عدد من الأدوات. يقيس مقياس دوبلر الليزري (laser Doppler velocimeter) معدل التدفق بتحديد قيمة الانحراف الخطي لشعاع ليزري عن الصفيْحات المتحركة في الأوعية الدموية. ويستعمل مقياس التدفق الكهرومغنطيسي مقياس فولتية كهربائية لتسجيل الفولتية الكهربائية المتولِّدة بين قطبين كهربائيين والذي يتناسب مع معدل تدفق الدم في الوعاء الدموي موضوع الاهتمام. وثمة جهاز آخر لتحديد معدل التدفق هو مقياس دوبلر للتدفق فوق الصوتي، وهو جهاز يرسِل أمواجاً صوتية مسايرة لتدفق الدم ويُحدِّد فرق التردد بين الموجة المرسلة وموجة تنعكس عن خلايا الدم الحمراء. يتميز مقياس التدفق الكهرومغنطيسي ومقياس دوبلر فوق الصوتي بقياس معدل تدفق الدم من دون الحاجة إلى فتح الوعاء الدموي، وبتسجيل كل من التدفق الثابت والتغيرات النبضية السريعة بدقة.

المثال 15.1 معدلات التدفق الشرياني المركزي في شبكية العين

مسألة: يجمع نظام الجراحة المحسَّنة بالمعلومات معلومات عن نسيج الشبكية قبل العملية الجراحية للشبكية وأثناءها. احسب معدلي التدفق الحجمي والكتلي في شريان الشبكية المركزي. افترض أن الشريان أنبوب أسطواني قطره يساوي 0.3 ملم، وأن الدم يتدفق ببطء نسبياً بسرعة تساوي 25 ملم في الثانية.

الحل:

$$\dot{V} = A v = \frac{\pi}{4} D^2 v = \frac{\pi}{4} (0.3 \text{ mm})^2 \left(\frac{25 \text{ mm}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1 \text{ cm}^3}{10^3 \text{ mm}^3}\right)\left(\frac{1 \text{ mL}}{\text{cm}^3}\right) = 0.00177 \frac{\text{mL}}{\text{s}}$$

$$\dot{m} = \dot{V}\rho = \left(\frac{0.00177 \text{ mL}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1.056 \text{ g}}{\text{mL}}\right) = 0.00187 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

يمكِّن نظام زيادة استقرار اليد الجراحَ من تطبيق مقدار من القوة والضغط على نسيج الشبكية أكثر دقة، وهذا ما يخفض خطر الأذية التي تنجم عن محدوديات الحركة لدى الإنسان. و**الضغط** P، ذو البعد $[\text{L}^{-1}\text{Mt}^{-2}]$، هو نسبة القوة F، التي بُعدها $[\text{LMt}^{-2}]$، إلى المساحة A، التي بُعدها $[\text{L}^2]$، والتي تُطبَّق القوة عليها:

$$P = \frac{F}{A} \qquad (36-5.1)$$

ومن وحدات الضغط الشائعة N/m^2 و $dyne/cm^2$ و lb_f/in^2 و(psi) pound/square inch. أما وحدة الضغط في النظام المتري فهي باسكال Pa، وهي تكافئ N/m^2 أو $kg/(m \cdot s^2)$. يمكن لأي مادة، أكانت سائلة أم غازية أم صلبة أن تُبدي ضغطاً على مادة أو بنية أخرى. لقد ناقشنا سابقاً الضغط الذي تبديه الغازات، وفي هذا المقطع سنلقي الضوء على الضغط المطلق الذي تُبديه الأجسام الصلبة.

يمكن تفسير العلاقة بين القوة والمساحة والضغط من خلال روبوت اليد المستقرة. إذا استعمل الروبوت أو الجراح أداة من قبيل إبرة، فإن مساحة سطح التماس بينها وبين نسيج الشبكية تكون ضئيلة جداً. ومن أجل قوة معينة، يكون الضغط الناجم هائلاً. أما قوى ضغط أدوات الجراحة التي تشابه المشارط وتتصف بمساحات سطوح كبيرة، فتتوزع على مساحات تماس أكبر، ولذا، يكون الضغط المطبَّق أصغر في حالة تطبيق نفس القوة.

المثال 16.1 أدوات الجراحة

مسألة: على الجراحين أن يحدِّدوا بحذر الأداة التي يستطيعون استعمالها بكفاءة وأمان لأي إجراء محدد. وفي ما يخص الأدوات التي تُستعمل لقص الأنسجة وفتحها، يجب أن تكون القوة التي تولدها أكبر من قوة معينة F_0. لكن بغية تجنب إيذاء الطبقات التي تقع تحت النسيج الذي يجري قصه، يجب ألا يزيد الضغط على أي سطح على ضغط مقداره P_0. ناقش خيارات خوارزمية تساعد الجراح على تحديد الأداة التي يمكنه استعمالها بأمان.

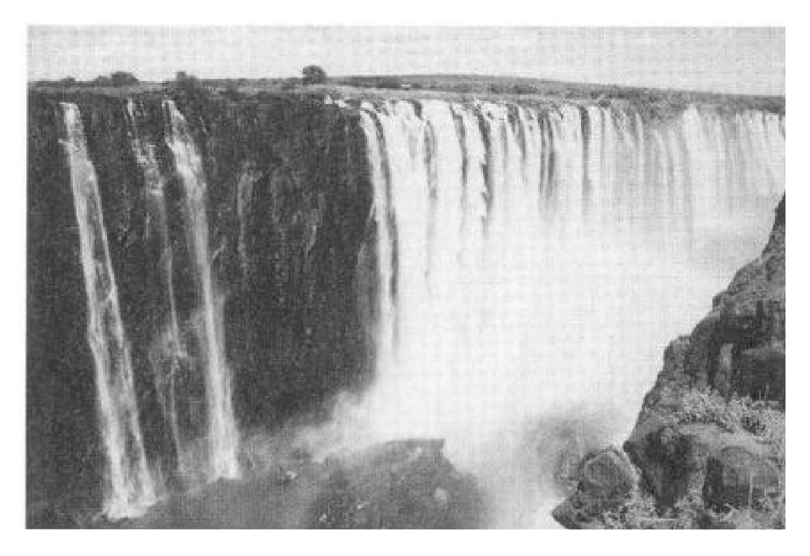
الحل: بناء على المعادلة 5.1−36، وعند قيمتين محددتين لكل من F_0 و P_0، المتغير الوحيد الحر هو المساحة A التي يجب أن تحقّق:

$$A > \frac{F_0}{P_0}$$

ثمة أدوات متوفرة ذات أشكال مختلفة (مستطيلة وبيضوية). لذا يجب إعداد لائحة بالأدوات التي تحقق معيار المساحة وتقديمها إلى الجراح. لاحظ أن هذا الحساب البسيط لا يعطي النتيجة المرجوة إلا إذا طبَّق الجراح الضغط على نحو متجانس.

من الممكن لأدوات من قبيل مساعد الجراحة الدقيقة أن يزيد من معدلات نجاح العمليات الجراحية وأمان المرضى. وأمام المهندسين فرصة لتطوير طرائق جديدة لدرء حصول الأخطاء

في العمليات الجراحية من خلال ابتكار تقانات من قبيل التجهيزات المدعومة حاسوبياً. يُضاف إلى ذلك أنه يمكن تطوير أجيال حديثة من التجهيزات الحالية لتصحيح المشاكل الموجودة فيها. ويمكن للمهندسين الحيويين أن يُساهموا في ذلك بتصميم الأجهزة وكتابة البرمجيات واختبار التجهيزات ومواءمة التجهيزات الموجودة مع تطبيقات جديدة. على سبيل المثال، يأمل مصممو مساعد الجراحة الدقيقة، المقتصر استعماله حالياً على جراحة الشبكية، في مواءمة النظام مع تطبيقات جراحة الأعصاب والأوعية الدموية الدقيقة والعمود الفقري والأذن والأنف والحنجرة. فبتحسين النظم الحالية وتطبيق أفكار مبتكرة، يمكن للتجهيزات الروبوتية أن تعوض عن الحركات البشرية غير الدقيقة، ويمكن لخبرة الجراح الماهر أن تدرأ العثرات الروبوتية التي لا مفر منها، لتحقيق جراحة آمنة وناجحة.



الشكل 4.1: شلالات فيكتوريا في زامبيا وزيمبابوي.

6.3.5.1 شلالات فيكتوريا

بعد تخرجك وحصولك على الإجازة الجامعية، سوف تسافر إلى شلالات فيكتوريا المثيرة (الشكل 4.1). تُعتبر تلك الشلالات، الواقعة على نهر زامبزي (Zambezi) بين زامبيا وزيمبابوي، أكثر المواقع السياحية الشعبية جاذبية في أفريقيا. سوف تستمر هناك بالانشغال بأفكارك العلمية، وسوف تبدأ فوراً بتحليل إمكانات استغلال طاقة هذه الظاهرة الطبيعية المذهلة.

في هذا المقطع، سوف نناقش المفاهيم الآتية:

- معدل الزخم
- معدل الطاقة الحركية
- معدل الطاقة الكامنة
- الضغط (في السوائل)

يبلغ عرض شلالات فيكتوريا نحو 1700 متر، ويبلغ ارتفاعها الوسطي نحو 100 متر، وهي أكبر ستارة مائية على سطح الأرض. وفي قمة فصل الفيضان، يهبط من حافتها ما يُقدَّر بـــ 500 مليون ليتر من الماء في الدقيقة إلى ممر عميق ضيق، وهذا يعني أن الماء يحمل زخماً هائلاً. إلا أن الشلال ليس كتلة منفصلة (قطعة صلبة من الماء) تتحرك بسرعة معينة، بل هو جريان مستمر لكتلة تتحرك بسرعة محددة.

يساوي **معدل الزخم الخطي** $\dot{\vec{p}}$، الناجم عن حركة الكتلة، معدّل التدفق الكتلي $\dot{m}$ الذي تتحرك به تلك الكتلة والذي بُعده هو $[\mathrm{Mt}^{-1}]$، مضروبا بالسرعة $\vec{v}$ (أو زخم وحدة الكتلة) التي بُعدها هو $[\mathrm{Lt}^{-1}]$:

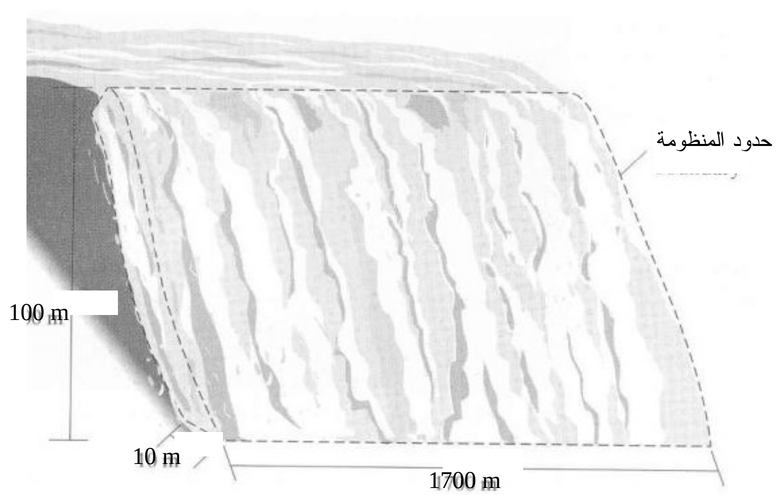
$$\dot{\vec{p}} = \dot{m}\vec{v} \qquad (37-5.1)$$

ونظراً إلى أن معدل الزخم الخطي هو مقدار شعاعي، يجب دائماً تحديد اتجاهه إضافة إلى مطاله. إن بُعد معدل الزخم هو $[\mathrm{LMt}^{-2}]$. ومن واحداته الشائعة النيوتن والليبرة الثقالية والدينة.

وعلى غرار $\dot{\vec{p}}$، يُستعمل **معدل الزخم الزاوي** $\dot{\vec{L}}$ لوصف حركة جسم يدور حول نقطة. إن بُعد معدل الزخم الزاوي هو $[\mathrm{L}^2\mathrm{Mt}^{-2}]$، ومن واحداته الشائعة $\mathrm{N\cdot m}$ و $\mathrm{lb_f \cdot ft}$ و $\mathrm{dyne\cdot cm}$.

المثال 17.1 معدل نقل الزخم

مسألة: احسب المعدل (مقدَّرا بـــ $\mathrm{kg\cdot m/s^2}$ أو N) الذي يدخل به الزخم الخطي الذي يحمله الماء المتدفق في منظومة الشلال عبر كامل امتداد شلالات فيكتوريا. تعرِّف المنظومة المبينة في الشكل 5.1 بالماء الذي يسقط سقوطاً حراً من حافة الجرف إلى الممر الضيق في الأسفل. افترض أن عرض ستارة الماء النازل هو 1700 متر، وأن سماكتها هي 10 أمتار.



الشكل 5.1: نظام شلالات فيكتوريا.

الحل: لإيجاد معدل الزخم الخطي الداخل إلى الشلال، علينا حساب معدل تدفق كتلة الماء وسرعته من معدل التدفق الحجمي (الذي يساوي 500 مليون ليتر في الدقيقة). نحوّل أولاً معدل التدفق الحجمي إلى الوحدة $\mathrm{m^3/s}$، ثم نستعمل كثافة الماء $1\,\mathrm{g/cm^3}$ لإيجاد معدل التدفق الكتلي:

$$\dot{m} = \dot{V}\rho = \left(\frac{500\times10^6\ \mathrm{L}}{\mathrm{min}}\right)\left(\frac{1.0\ \mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}\right)\left(\frac{1000\ \mathrm{cm^3}}{1\ \mathrm{L}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{min}}{60\ \mathrm{s}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{kg}}{1000\ \mathrm{g}}\right)$$

$$= 8.33\times10^6\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

إذا اعتبرنا ستارة الماء الساقط من الجرف مستطيلاً طوله 1700 متر وعرضه 10 أمتار، كانت مساحة مقطع الشلال:

$$A = l\,w = (1700\ m)\,(10\ m) = 17\,000\ \mathrm{m^2}$$

إذاً، سرعة الماء ومعدل زخمه الخطي يُعطيان بما يلي:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\left(\dfrac{8.33\times10^3\ \mathrm{m^3}}{\mathrm{s}}\right)}{17\,000\ \mathrm{m^2}} = 0.490\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\dot{p} = \dot{m}v = \left(\frac{8.33\times10^6\ \mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{0.490\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = 4.08\times10^6\ \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s^2}}$$

وكلاهما يتجه نحو الأسفل.

وعلى غرار تدفق الزخم الخطي في الجملة، تتحرك الطاقة الحركية بمعدل متناسب مع معدل التدفق الكتلي وسرعة الماء. والعلاقة بين الطاقة الحركية ومعدل الطاقة الحركية مشابهة للعلاقة بين الزخم ومعدله. يمكن التعبير عن **معدل الطاقة الحركية** لأي نظام بحركة مستمرة للكتلة. إذا تحرك سائل له معدل تدفق كتلي $\dot{m}$ وسرعة متجانسة v، أُعطيَ معدل انتقال الطاقة الحركية $\dot{E}_K$، ذو البُعد $[\mathrm{L^2Mt^{-3}}]$، بالصيغة الآتية:

$$\dot{E}_K = \frac{1}{2}\dot{m}v^2 \qquad (38-5.1)$$

وعلى غرار الطاقة الحركية، معدل الطاقة الحركية هو مقدار سلَّمي. ووحدته في النظام المتري هي الواط (W) (watt)، أو الجول في الثانية J/s. ويُعرف معدل الطاقة أيضاً **بالاستطاعة أو القدرة** (power).

المثال 18.1 معدل الطاقة الحركية

مسألة: احسب المعدل الذي تدخل به الطاقة الحركية المنظومة الناجمة عن تدفق الماء عبر كامل امتداد شلالات فيكتوريا.

الحل: وجدنا في المثال 17.1 أن الماء يتدفق بمعدل تدفق كتلي يساوي 8.33×10^6 kg/s، وبسرعة تساوي 0.490 m/s في أعلى شلالات فيكتوريا:

$$\dot{E}_K = \frac{1}{2}\dot{m}v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{8.33\times10^6\ \mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{0.490\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 1.0\times10^6\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1.0\times10^6\ \mathrm{W}$$

وعلى غرار الطاقة الحركية، يمكن للطاقة الكامنة والطاقة الكهربائية أن تدخلا أو تغادرا منظومة محمولتين على مادة متدفقة. من أجل موقع واحد في الفضاء، نادراً ما تكون معرفة معدل الطاقة الكامنة $\dot{E}_P$ ذات أهمية. لكن المهم هو تغيُّر معدل الطاقة الكامنة حينما يتحرك سائل أو جسم من ارتفاع إلى آخر، كما في حالة الشلال. يُعطى معدل تغيُّر الطاقة الكامنة بالمعادلة:

$$\dot{E}_{P,2} - \dot{E}_{P,1} = \dot{m}g\ (z_2 - z_1) \qquad (39-5.1)$$

بما أن g هو ثابت الثقالة، وz هو الارتفاع، والدليلان 1 و2 يدلان على الارتفاعين الابتدائي والانتهائي للمادة موضوع الاهتمام. يمكن للطاقة الكامنة الكهربائية أن تدخل منظومة أو تخرج

منها بمعدل تدفق الشحنة، أي التيار i. يُعرَّف **معدل الطاقة الكهربائية** $\dot{E}_E$ بحاصل ضرب التيار بالطاقة الكامنة النوعية (الفولتية) الذي ينجم عنه ذلك التيار. أما بُعدا معدل الطاقة الكامنة ومعدل الطاقة الكهربائية ووحداتهما فهي مماثلة لتلك التي لمعدّل الطاقة الحركية.

المثال 19.1 معدل تغيُّر الطاقة الكامنة

مسألة: احسب معدل تغيُّر الطاقة الكامنة حين هبوط ستارة الماء الهائلة من أعلى شلالات فيكتوريا إلى أسفلها.

الحل: تذكَّر أن ارتفاع الشلال يساوي نحو 100 متر:

$$\dot{E}_{P,2}-\dot{E}_{P,1}=\dot{m}\ g\ (z_{2}-z_{1})=\left(\frac{8.33\times 10^{6}\ \text{kg}}{\text{s}}\right)\left(\frac{9.81\ \text{m}}{\text{s}^{2}}\right)(0\ \text{m}-100\ \text{m})$$

$$=-8.17\times 10^{9}\ \frac{\text{J}}{\text{s}}=-8.17\times 10^{9}\ \text{W}$$

تدل الإشارة السالبة على خروج (ضياع) الطاقة الكامنة من المنظومة أثناء هبوط الماء. إن معدل تغير الطاقة الكامنة في شلالات فيكتوريا كافٍ لتزويد 80 حاملة طائرات أو طائرة نفاثة بالطاقة، ويمكن استغلال هذه الطاقة لتوليد الكهرباء. بالمقارنة، يولِّد سد غراند كولي في واشنطن، وهو ثالث أكبر مولِّد للكهرباء في العالم، 7×10^{9} W، ويُزوِّد منطقة الشمال الغربي من الولايات المتحدة بالكهرباء[13].

حين اصطدام الماء بقاع الممر عند قاعدة شلالات فيكتوريا، يولِّد قوة هائلة على سطح البحيرة التي يسقط فيها. وعلى غرار الأجسام الصلبة، تولِّد السوائل ضغطاً حين تطبيق قوة على سطح ذي مساحة معينة. ويمكن للضغوط التي تنجم عن السوائل المتدفقة أن تكون هائلة، كما في حالة الـــ 500 مليون ليتر في الدقيقة من الماء التي تصطدم بقاع القناة أسفل الشلال. وحتى حين تدفق سائل عبر أنبوب أو مجرى، يولِّد السائل ضغطاً على جدران الوعاء الذي ينتقل عبره. وعندما يكون السائل ساكناً، يولِّد **ضغطا سائليا سكونياً** (hydrostatic). تُقاس ضغوط السوائل بطرائق عديدة، منها طريقة العنصر المرن، وطريقة عمود السائل (ومثاله المانومتر manometer)، والطرائق الكهربائية (مقاييس الانفعال مثلاً). وتُعتبر الضغوط والقوى التي تولِّدها السوائل مهمة في دراسة انحفاظ الزخم.

في السنوات المئة الماضية، كنا قادرين على استغلال طاقة المياه المتدفقة في الأنهار لتوليد

الطاقة الكهربائية. وقد مثَّلت مشاريع الطاقة الكهرومائية أحد أكفأ الوسائل لإنتاج الطاقة الكهربائية. وفي بدايات تسعينيات القرن العشرين، اقتُرح بناء سد فوق شلالات فيكتوريا لهذا الغرض، إلا أن اعتبارها تراثاً عالمياً من قبل الأونيسكو كان كافياً لرفض المقترح.

6.1 التحليل الكمي وتمثيل البيانات

يمكن للمهندسين الحيويين إدخال المزيد من التحليل الكمي في الحقل الحيوي والطبي. فهم يمتلكون مهارات جيدة في حل المسائل وخبرات في النمذجة والتصميم التجريبي وتصميم التجهيزات والأدوات. ومن المواضيع الناضجة لمشاركة المهندسين فيها تلك التي ناقشناها في المقطع 5.1 وفي الكثير من المسائل الواردة في هذا الكتاب. ويمكن للمزيد من التحليل الكمي في علم الأحياء والطب أن يحقق فوائد مازالت غير منظورة حتى الآن في مجال الفهم والمقدرة العلمية، والفتوحات الطبية الجديدة.

تندر في علم الأحياء والطب النظريات المُحكَمة المألوفة في الفيزياء. وبدلاً من استعمال النظريات، غالباً ما يجري تفسير الظواهر وصفياً. أما المهندسون، وبغية المساعدة على عزل التفاعلات أو المكونات المهمة التي تهيمن على الظاهرة موضوع الاهتمام، فغالباً ما يستعملون **نماذج كمية** (quantitative models). على سبيل المثال، يعمل الباحثون على تطوير نماذج لوظائف خلوية معينة (من قبيل تحويل الإشارة signal transduction) تتضمن كثيراً من الجزيئات المتفاعلة المختلفة. يمكن أن تساعدنا النماذج الكمية على توضيح وفهم الآليات المعقدة التي تنسق تزامن الإشارات والتفاعلات المتتالية التي تنظِّم وظيفة الخلية المتغيرة. وفي ما يخص المهندسين، تمثل النماذج الكمية أساساً لتوقع بالفعالية والتغيرات القائمة ضمن المنظومة، ولفهم مفعول بعض الاضطرابات فيها.

لذا يُعدُّ تطوير نماذج لوصف الطبيعة المعقدة لعلم الأحياء والطب مهمة كبيرة على المهندسين الحيويين التصدي لها. غالباً ما تُستعمل **النماذج الرياضية** (mathematical models) لتمثيل الظواهر الحيوية والفيزيائية، وهي تُصنَّف في فئتين عامتين هما النماذج الميكانيكية والنماذج التجريبية. وتقوم **النماذج الميكانيكية** (mechanical models) على تقديرات نظرية للظاهرة التي يجري قياسها. وعندما لا تكون النماذج الميكانيكية متوفرة، تُطوَّر **نماذج تجريبية** (empirical models) اعتماداً على بيانات حاسوبية أو تجريبية لوصف النظم المعقدة. وكلا الصنفين يمكن أن يأخذ البيانات التجريبية في الحسبان وأن يتوقعها.

وتتطلب طبيعة التحليل الكمي في النهج الهندسي فهماً وتطبيقاً جيدين للطرائق الإحصائية (انظر Schork and Remington, *Statistics with Applications to the Biological and Health Science*, 2000). قبل أن يتمكن المهندس من تقرير أن مجموعة من البيانات صحيحة وموثوقة، يجب تدقيق القياسات بعناية للتيقُّن من خلوها من أخطاء المصدر. يمكن للقياسات أن تحتوي على نوعين من الأخطاء التجريبية: أخطاء منهجية وأخطاء عشوائية. تؤثر **الأخطاء المنهجية** (systematic errors) في جميع قياسات المتغيِّر نفسه بالطريقة نفسها. على سبيل المثال، يمكن لمزدوجة حرارية غير مضبوطة أن تقرأ باستمرار قيماً لدرجة الحرارة أعلى من الدرجة الفعلية. وإذا اكتُشفت الأخطاء المنهجية، أمكن احتسابها والتعويض عنها أثناء تحليل البيانات. من ناحية أخرى، تنجم **الأخطاء العشوائية** (random errors) عن أسباب مجهولة وتوجد تقريباً في جميع البيانات. على سبيل المثال، تتضمن البيانات الناتجة من استعمال مزدوجة حرارية مضبوطة على نحو متكرر في قياس درجة حرارة ماء في إنبيق أخطاءً عشوائية. وتتجلى تلك الأخطاء في تبعثر قيم البيانات حول قيمها الصحيحة.

حين تقديم البيانات العلمية والهندسية، من المهم جداً أن نفهم الفرق بين الدقة (precision) والضبط (accuracy). يُقصد **بالدقة** درجة التوافق بين القياسات الإفرادية التي تُجرى على المقدار نفسه ضمن مجموعة من القياسات. بكلمات أخرى، إن الدقة هي مؤشر إلى قابلية تكرار القياسات. وجهاز القياس الدقيق يُعطي قيماً متقاربة جداً في جميع القياسات التي تُجرى على نفس المقدار.

أما **الضبط**، فهو مؤشر إلى وثوقية القياسات ويُعبِّر عن الفرق بين القيمة الحقيقية والقيمة المقاسة لمقدار معين. على سبيل المثال، يجب أن يُعطي الميزان القيمة 100 غرام إذا وُضعت عليه كتلة معيارية مقدارها 100 غرام. وإذا لم يُعطِ 100 غرام، كان الميزان غير مضبوط. وإذا كانت مجموعة من البيانات دقيقة جداً، لكن غير مضبوطة، اشتُبه بوجود انحراف منهجي فيها. من أمثلة الأخطاء المنهجية استعمال جهاز قياس صفره غير معايَر معايَرة صحيحة. وفي البحث، لا يُعرف الجواب الدقيق الصحيح غالباً، ولذا يكون من الصعب كشف هذه الانحرافات.

يمكن تحليل القياسات المحتوية على أخطاء عشوائية، لا أخطاء منهجية، باستعمال الطرائق الإحصائية. وثمة كثير من الطرائق الإحصائية المتوفرة للمستعمل المثقف، ومنها وصف العينات (sample description) والاستنتاجات عن التجمعات (inferences about populations)، والتراجع (regression)، والترابط (correlation)، وتحليل التشتت (analysis of variance). وثمة واصفتان شائعتان للبيانات التجريبية هما الوسط الحسابي (arithmetic

(mean) والتشتت المعياري (standard deviation)، ويمكن حسابهما من عينة من البيانات المقاسة حينما تكون تلك البيانات ذات توزُّع طبيعي. يُحسب **الوسطي الحسابي** $\bar{x}$ لمتغير x جرى قياسه n مرة وفقا للآتي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \qquad (1-6.1)$$

يمثِّل الوسطي الحسابي النزوع المركزي (central tendency) لمجموعة البيانات وغالباً ما يسمى الوسطي أو القيمة الوسطى.

ويُعطي **الانحراف المعياري** معلومات عن دقة القياسات. من أجل مجموعة من البيانات التجريبية، يُحسب الانحراف المعياري للعينة وفق ما يلي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (2-6.1)$$

يُعتبَر الانحراف المعياري دليلاً على تغيُّرات أو تبعثر البيانات.

للتعبير عن نتائج قياسات متكررة، يُعطى المتوسط غالباً بوصفه أفضل تقدير لمتغيِّر تجريبي، ويُعطى الانحراف المعياري بوصفه مؤشراً إلى تبدلات النتائج. وتُعطي نسبة الانحراف المعياري إلى المتوسط بعض الدلالة على عشوائية الأخطاء في البيانات، حيث تشير قيم النسب الكبيرة إلى درجة كبيرة من تغيُّر البيانات، في حين أن النسب الصغيرة تشير إلى درجة تغيُّر أقل. يمكن الحصول على مزيد من المعلومات عن هذه الطرائق وغيرها من كتب الإحصاء (مثلا Schork and Remington).

المثال 20.1 تركيز الدواء في بلازما الدم

مسألة: يخضع دواء لمعالجة مرض باركنسون إلى تجارب طبية، حيث يُعطى أحدى المرضى جرعة فموية مقدارها 5 ملغ يومياً لمدة ستة أيام متتالية، ويُقاس تركيز الدواء في بلازما دم المريض بفواصل زمنية منتظمة بعد كل جرعة. وقد جرى قياس تركيز الدواء في البلازما بعد ساعة من إعطائه الجرعة طوال الأيام الستة، وكانت النتائج كما يأتي (مقدرة بـــ mg/L): 0.206، 0.214، 0.211، 0.209، 0.213، 0.205. احسب وسطي تركيز الدواء في البلازما وانحرافه المعياري.

الحل:

يُحسب متوسط تركيز الدواء في البلازما بستة قياسات:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{0.206+0.214+0.211+0.209+0.213+0.205}{6} = 0.210 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

أما الانحراف المعياري فيساوي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\left(0.206-0.210\right)^2 + \left(0.214-0.210\right)^2 + \cdots + \left(0.205-0.210\right)^2}{6-1}}$$

$$= 0.004 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

يساوي تركيز الدواء في البلازما 0.210 ± 0.004 mg/L.

يمثل عدد مراتب العدد المستعمل للتعبير عن قيمة متغيِّر محسوب أو مُقاس دليلاً غير مباشر على دقة التعبير عنه. **والرقم المعنوي** (significant figure)، هو أي رقم بين 1 و9 يُستعمل لتحديد عدد. ويمكن للصفر أن يكون رقماً معنوياً حينما لا يُستعمل لمجرد تحديد موضع الفاصلة العشرية. على سبيل المثال، يحتوي كل من الأعداد الآتية على ثلاثة أرقام معنوية: 321، 4.67، 601، 0.0754، و7.50×10^6. والأعداد 340، 8700، 0.0025، 0.098 تتكوَّن من رقمين معنويين فقط، لأن الصفر يعمل لحجز مكان فحسب. لكن إذا أعدنا كتابة العددين الأولَين بالصيغتين 3.40×10^2 و 8.700×10^3، احتوى الأول على ثلاثة أرقام معنوية واحتوى الثاني على أربعة أرقام معنوية.

يمكن وصف قطر قطرة على نحو جيد بثلاثة أرقام معنوية. من ناحية أخرى، من المحتمل أن يكون تقديرٌ لتكلفة تطوير نظام داعم للحياة على المريخ معرَّفاً برقم معنوي واحد (إنْ وُجِد). إن مقدرة الآلة الحاسبة على حساب عدد مكوَّن من تسعة أرقام معنوية لا تعني أنه يجب تقديم العدد المحسوب بتسعة أرقام، بل المهم هو أن يستطيع المهندس تكوين إحساس بصحة القياسات والحسابات، وتقديمها على نحو سليم حين عرض البيانات والنماذج.

ثمة قبول واسع لقواعد تدوير القيم العددية إلى العدد الملائم من الأرقام المعنوية. يُدوَّر العدد إلى k رقم معنوي باستعمال القواعد الآتية:

- إذا كان الرقم في الموقع $k+1$ أصغر من 5، أُسقطت جميع الأرقام الموجودة إلى يمين الموقع k.
- إذا كان الرقم في الموقع $k+1$ أكبر من 5، جُمع 1 إلى الرقم في الموقع k وأُسقطت جميع الأرقام الموجودة إلى يمين الموقع k.

على سبيل المثال، حين التدوير إلى رقمين معنويين، العدد 4578 يُصبح 4600، والعدد 1.43 يصبح 1.4.

وغالباً ما تُستعمل قيم فيها ارتياب مع قيم تجريبية أخرى ضمن سلسلة من الحسابات. والقاعدة العامة هي أنه يُعبَّر عن القيم المحسوبة بعدد الأرقام المعنوية الخاص بأكثر القيم ارتياباً (أي القيمة ذات أصغر عدد من الأرقام المعنوية). وفي ما يأتي بعض الإرشادات:

- بعد الضرب أو القسمة، يجب أن يكون عدد الأرقام المعنوية في النتيجة مساوياً لأصغر عدد من الأرقام المعنوية لأي مقدار يدخل في الحساب.
- بعد الجمع أو الطرح، يجب أن يكون موقع آخر رقم معنوي في النتيجة مماثلاً لموقع آخر رقم معنوي في القيمة التي فيها أقل عدد من الأرقام المعنوية الموجودة إلى يمين الفاصلة العشرية.

ومن الممارسات الجيدة حمل رقم أو رقمين معنويين إضافيين أثناء إجراء الحسابات ثم تدويرهما حين الوصول إلى الجواب النهائي. والقاعدة المتبعة هي أن البيانات والنماذج المقترنة بالنظم الحيوية والطبية تُقدَّم برقمين معنويين أو ثلاثة أرقام معنوية. وقد اتُّبعت هذه القاعدة في هذا الكتاب لتدوير الأجوبة النهائية.

المثال 21.1 العدد المناسب للأرقام المعنوية

مسألة: أجرِ الحسابات وقدِّم الإجابات بالعدد المناسب من الأرقام المعنوية لما يأتي:

(أ) $\left(4.307\times10^{4}\ \text{kg}\right)\left(6.2\times10^{-3}\ \text{m/s}^{2}\right)$

(ب) $26.127\ \text{A}+3.9\ \text{A}+0.0324\ \text{A}$

الحل:

(أ) باستعمال آلة حاسبة ينتُج: $\left(4.307\times10^{4}\ \text{kg}\right)\left(6.2\times10^{-3}\ \text{m/s}^{2}\right)=267.034\ \text{N}$.

يحتوي المقدار الأول $\left(4.307\times10^{4}\ \text{kg}\right)$ على أربعة أرقام معنوية، ويحتوي الثاني

على رقمين معنويين. لذا، يجب تقديم الجواب برقمين معنويين، $\left(6.2\times10^{-3}\ \mathrm{m/s^2}\right)$ أي بالشكل $270\ \mathrm{N}$ أو $2.7\times10^{2}\ \mathrm{N}$ (تذكَّر أن المقدار $270\ \mathrm{N}$ يحتوي على رقمين معنويين لأن الـــ 0 هو لمجرد حجز الموقع).

(ب) باستعمال آلة حاسبة ينتُج: $26.127\ \mathrm{A}+3.9\ \mathrm{A}+0.0324\ \mathrm{A}=30.0594\ \mathrm{A}$. يحتوي العدد الأول $26.127\ \mathrm{A}$ على ثلاثة أرقام إلى يمين الفاصلة العشرية. ويحتوي العدد الثاني $3.9\ \mathrm{A}$ على رقم واحد إلى يمين الفاصلة العشرية. ويحتوي العدد الثالث $0.0324\ \mathrm{A}$ على أربعة أرقام إلى يمين الفاصلة العشرية. لذا يجب أن يحتوي الجواب على رقم واحد إلى يمين الفاصلة العشرية، أي يجب أن يكون $30.1\ \mathrm{A}$. لاحظ أنه قد جرى تدوير الجواب الأصلي $30.0594\ \mathrm{A}$ إلى $30.1\ \mathrm{A}$.

يُعتبر تعلُّم استعمال الجداول والمخططات والنماذج استعمالاً صحيحاً لتفسير وتقديم البيانات التجريبية والحسابية على درجة كبيرة من الأهمية لعرض النتائج بنجاح. تقدِّم **الجداول** قيماً تجريبية أو حاسوبية أو حسابية محددة. إلا أن الجداول يمكن أن تصبح طويلة جداً، ويمكن للتوجُّه نحو السرد الشامل للقيم أن يكون غير يسير الإظهار أو العرض. لذا يُدرج المتغيِّر المستقل، أي المتغيِّر الذي يُثبَّت أو يُتحكَّم به، في العمود الأول، ويُدرج المتغيِّر غير المستقل، أي المتغيِّر الذي لا يُتحكَّم فيه أثناء التجربة ويتبع تغيرات المتغيِّر المستقل، في الأعمدة الآتية. تكون الجداول ذات قيمة كبرى حين قياس أكثر من متغير واحد غير مستقل، أو حينما يكون رسم المخططات البيانية صعباً.

تُستعمل **في التمثيل البياني** (graphical representation) المخططات والرسومات البيانية للمساعدة على رؤية العلاقات بين المتغيِّرات. ومن المتفق عليه عموماً أن يُرسم المتغيِّر المستقل على محور الفواصل (محور السينات *x*-axis)، وتُرسم المتغيِّرات غير المستقلة على محور التراتيب (محور العينات *y*-axis). وتساعد المخططات البيانية على تحديد الشذوذات والتوجهات، ويمكن استعمالها للاستكمال في ما بين النقاط. ويجب أن يتضمن المخطط البياني الكامل عنواناً يصفه مع المصطلحات. ويجب وضع علامات على المحاور، وتحديد الوحدات. ويمكن أن تُضاف إليها خطوط الخطأ بغية الإشارة إلى تغيُّر البيانات.

المثال 22.1 استهلاك رائد الفضاء من الأكسجين

مسألة: يخضع رائد فضاء إلى تدريب وزني صارم لمساعدته على تحضير نفسه لدخول حالة انعدام الثقالة أثناء رحلته القادمة إلى الفضاء. وقد أُجريت قياسات لاستهلاكه للأكسجين عند

مستويات مختلفة من مقدار العمل الذي يبذله، وسُجِّلت مزدوجات بيانات العمل المبذول (مقدراً بـــ kg·m/min) واستهلاك الأكسجين (مقدرا بـــ L/min) كما يلي: (100، 0.55)، (1400، 3.00)، (225، 0.55)، (750، 1.82)، (275، 0.75)، (375، 0.95)، (550، 1.25)، (950، 2.10)، (110، 0.45)، (1200، 2.75)، (825، 2.05)، (1700، 3.75) (البيانات مقتبسة من Guyton and Hall, 2000).

(أ) حدِّد المتغير المستقل والمتغير غير المستقل.

(ب) ضع البيانات في جدول.

(ج) مثِّل البيانات بمخطط بياني.

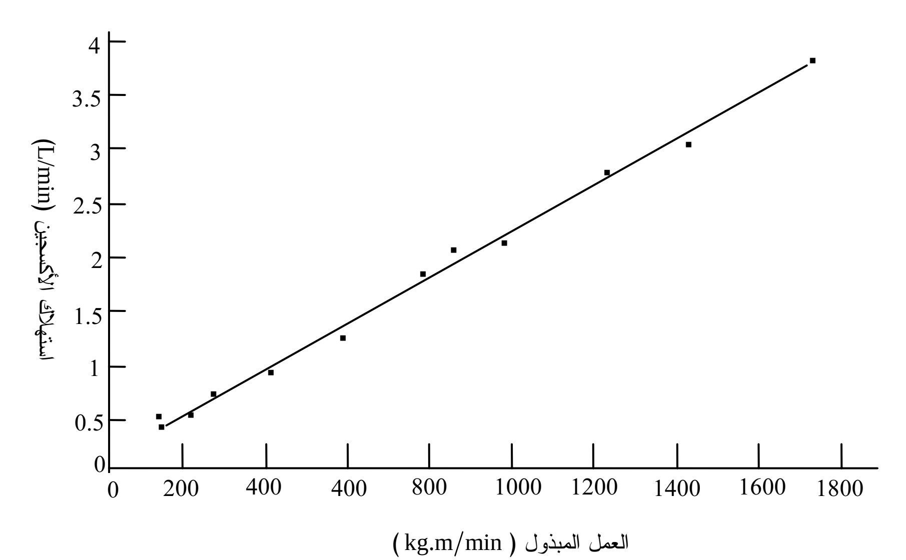
(د) ضع نموذجا بسيطاً لتوقع استهلاك الأكسجين بوصفه تابعاً للعمل المبذول.

الحل:

(أ) إن قيام رائد الفضاء بالتمارين عند مستويات مختلفة يحدِّد العمل المبذول. لذا فإن هذا العمل هو المتغير المستقل، واستهلاك الأكسجين هو المتغير غير المستقل، لأن الاستهلاك تابع للعمل المبذول.

(ب) يبين الجدول 11.1 بيانات رائد الفضاء عند قيم العمل المختلفة. لاحظ أن البيانات قد رُتِّبت وفق قيمة العمل المبذول تصاعدياً.

(ت) يبين الشكل 6.1 الخط البياني الخاص بالبيانات. يمثل محور الفواصل العمل المبذول، ويمثل محور التراتيب استهلاك الأكسجين.



الشكل 6.1: تمثيل بياني للعلاقة بين معدل العمل الذي يبذله رائد الفضاء ومعدل استهلاكه للأكسجين.

الجدول 11.1: استهلاك رائد الفضاء من الأكسجين.

خرج العمل (kg.m/min)	استهلاك الأكسجين (L/min)
100	0.55
110	0.45
225	0.55
275	0.75
375	0.95
550	1.25
750	1.82
825	2.05
950	2.10
1200	2.75
1400	3.00
1700	3.75

(ث) يمكن وصف نموذج استهلاك رائد الفضاء للأكسجين بوصفه تابعا لخرج العمل بالعلاقة الخطية الآتية:

$$y = \left(0.0021 \frac{\text{L}}{\text{kg.m}}\right) x + 0.21 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

بما أن y هو استهلاك الأكسجين (L/min) وx هو خرج العمل (kg.m/min)، لاحظ أنه بناء على المعلومات المتوفرة، ليس ثمة من أساس وظيفي حيوي لهذا النموذج، فهو ببساطة نتيجة لبيانات تجريبية.

7.1 حل نظم معادلات خطية باستعمال ماتلاب

يتضمن معظم المسائل المدرجة في هذا الكتاب، والمسائل التي ستعترضك في الهندسة الحيوية، حل معادلات لإيجاد قيمة غير معلومة أو أكثر. وفي حين أنه غالباً ما يمكن حل النظم المقتصرة على مجهول أو مجهولين اثنين يدوياً بسهولة، فإن حل نظم أشد تعقيداً يمكن أن يكون مرهقاً. لكن في ما يخص النظم الموصوفة بمعادلات خطية، ثمة تقنيات يمكن تطبيقها لتقليل الحسابات اليدوية المملة. ويمكن استعمال الأدوات البرمجية المذكورة في ما يأتي لحل مجموعات من المعادلات الخطية المستقلة.

المعادلة الخطية هي معادلة بمتغيرات مجهولة من الشكل:

$$Y = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \cdots + C_n X_n \qquad (1-7.1)$$

بما أن Y هو المتغير غير المستقل، وX_i هو المتغير المستقل المجهول، وC_i ثابت، وn عدد المتغيرات المستقلة المجهولة. إذا كان أحد الحدود ناتج متغيرين مجهولين أو أكثر (أي $C_1X_1X_2$)، أو إذا كان أيٌّ من المتغيرات مرفوعاً إلى قوة لا تساوي الواحد، كانت المعادلة غير خطية، ويجب عندئذ استعمال طريقة للحل أكثر تعقيداً. كذلك فإن المعادلات المتضمنة حدوداً مثلثية أو لوغاريتمية هي معادلات غير خطية.

يجعل استعمال برمجيات حاسوبية من قبيل ماتلاب (MATLAB) حل نظم المعادلات الخطية سهلاً نسبياً، لأنها مصممة للتعامل مع المصفوفات والأشعة. سنفترض في المناقشة الآتية أن ماتلاب مألوف تقريباً. يمكن تمثيل منظومة المعادلات الخطية بمعادلة مصفوفاتية. تأمَّل في المثال الآتي المكوَّن من معادلتين خطيتين ومتغيرين مجهولين:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 3x_1 + 4x_2 &= 11 \end{aligned} \qquad (2-7.1)$$

تُمثَّل منظومة المعادلات هذه بالمعادلة المصفوفاتية الآتية التي هي من الشكل $A\vec{x} = \vec{y}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 11 \end{bmatrix} \qquad (3-7.1)$$

حيث إن A هي مصفوفة مقاسها 2 × 2، و $\vec{x}$ و $\vec{y}$ شعاعان.

تشابه هذه المعادلة المصفوفاتية المعادلة السلمية الآتية:

$$a\,x = y \qquad (4-7.1)$$

بما أن a وy هما مقداران معلومان، وx متغير مجهول. في هذه المعادلة، من السهل حساب x بقسمة بسيطة:

$$x = \frac{y}{a} = a^{-1}y \qquad (5-7.1)$$

صحيحٌ أنه من المرغوب فيه إجراء عملية مماثلة على المعادلة المصفوفاتية، إلا أننا لا نستطيع ببساطة قسمة شعاع على مصفوفة. لكن ثمة مكافئ مصفوفاتي للمقدار السلمي a^{-1}، هو مقلوب A، أي A^{-1}. إذن، يمكن حل المعادلة المصفوفاتية بإيجاد A^{-1} واستعمالها لحساب $\vec{x}$ بعملية ضرب مصفوفاتية. يمكن لحساب A^{-1} يدوياً أن يكون مملاً أو صعباً جداً، أما ماتلاب فيُجري هذه العملية بسرعة.

في ماتلاب، تُرمَّز جميع المتغيرات، سواء أكانت قيماً أحادية أم أشعة، بأحرف أي إنه يمكن لـــ x أن تمثِّل في ماتلاب قيمة وحيدة أو كامل الشعاع $\vec{x}$. لذا فإن العينات من تعليمات ماتلاب المعطاة هنا لا تُري أسهم الأشعة. والرمز (\) هو مؤثر (operator) عُرِّف في ماتلاب بغرض حل معادلات باستعمال مقلوب المصفوفة. مثلاً، التعليمة "$x = A \setminus y$" تكافئ الطلب من الحاسوب حساب $\vec{x} = A^{-1}\vec{y}$. على سبيل المثال، يُعرَّف الشعاع y والمصفوفة A بما يلي:

$$>> A = [1\ 2; 3\ 4]; \qquad (6-7.1)$$

$$>> y = [5; 11];$$

وتعليمة حساب مقلوب المصفوفة والضرب بالشعاع هي:

$$>> x = A \setminus y \qquad (7-7.1)$$

تُفيد الفراغات والفواصل ضمن الحاصرتين [ ] في فصل الحدود ضمن الصف. وتُستعمل الفاصلة المنقوطة ضمن الحاصرتين لفصل الصفوف. وحين وجود فاصلة منقوطة في نهاية سطر من البرنامج، يُنفِّذ البرنامج التعليمة من دون إظهار النتائج. وإذا لم تكن ثمة فاصلة منقوطة، يُظهر ماتلاب القيمة المحسوبة على الشاشة. بحذف الفاصلة المنقوطة من السطر الأخير، يُظهر البرنامج قيمة $\vec{x}$:

$$x = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \qquad (8-7.1)$$

يمكن التحقُّق من الحل بتعويض هاتين القيمتين $(x_1 = 1, x_2 = 2)$ في منظومة المعادلات الأصلية.

المثال 23.1 استعمال ماتلاب لحل ثلاث معادلات خطية

مسألة: حل منظومة المعادلات الخطية الآتية:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$
$$2x_1 + x_3 = 4$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$

الحل: يمكن حل هذه المسالة على نحو مشابه لحل مثال المتغيرين الذي أُجري آنفاً. نظراً إلى أن المتغير x_2 غير موجود في المعادلة الثانية، فإن ثابته في تلك المعادلة يساوي صفراً. حينئذٍ يجري تكوين المصفوفة A والشعاع y وفق ما يأتي:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

وباستعمال ماتلاب ينتُج:

```
>> A = [1 1 1; 2 0 1; 1 2 1];
>> y = [2; 4; 1];
>> x = A \ y
   x =
         1
        -1
         2
```

أي $x_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = 2$.

8.1 منهجية لحل المسائل الهندسية

إن تطوير نهج لحل المسائل الهندسية أمر مهم لتحقيق التماسك والكمال. ويجب أن تطبق معادلات الموازنة والانحفاظ (التي تجري مناقشتها في الفصول 2–7) يُجرى بطريقة منتظمة

لتسهيل متابعة الحل والتحقُّق منه واستعماله من قبل الآخرين. وبصفتك مهندساً جديداً، قد تجد أن الذهاب عبر هذه الخطوات الكثيرة ممل وأكثر كثيراً من اللازم لحل مسائل تبدو بسيطة. ولكن، عند ازدياد مستوى صعوبة المسائل، يصبح امتلاك طريقة أو سيرورة للعودة إليها شيئاً لا يقدَّر بثمن. إن المهندسين الممارسين يستعملون معظم الخطوات الواردة في ما يأتي عند حلهم للمسائل العملية.

ويجب اتباع المنهجية المطروحة هنا أو ما يشابهها لحل المسائل على امتداد حياتك المهنية في الهندسة الحيوية. وهذه المنهجية هي دليل عام للخطوات التي ستُتَّبع لحل المسائل في الفصول 3–7 من هذا الكتاب. وعلى غرار ما يحصل في مسائل العالم الواقعي، يجب الاقتصار على الخطوات التي تنطبق على المسألة. ثمة منهجيات أخرى لحل المسائل، وهي مقبولة، لكن الشيء **المهم هنا هو أن تُطوِّر طريقة شاملة وتطبِّقها بانتظام**. ومع نضجك بوصفك مهندساً، من الملائم أن تطوِّر طريقة خاصة بك لحل المسائل.

1. **تجميع:** يجب تجميع المعلومات الخاصة بالمسألة، مع مخطط للجملة، ثم كتابتها.

(أ) يجب أن تنص بوضوح على الغرض من المسألة أو الحل الذي تسعى إليه. يُكتب هذا غالباً بالشكل الآتي: احسب: معدل التدفق...

(ب) ارسم **مخططاً** يبين المعلومات ذات الصلة بالمسألة. غالباً ما يمكِّن مخطط صندوقي بسيط، يُظهر جميع المكونات الواردة إلى المنظومة والخارجة منها، من تلخيص المعلومات بطريقة مناسبة. يجب رسم المنظومة ومحيطها وحدودها ووسمها بالعلامات. ويجب إظهار جميع المعلومات الكمية على المخطط حيثما أمكن.

(ت) أنشئ **جدولَ** حسابات. إن القيم المعلومة التي تظهر على مخططك، والمكوِّنات الواردة إلى المنظومة والخارجة منها، تشكِّل أساس الجدول. ويجب أن تكون الوحدات متناسقة في الجدول. أما المكوِّنات المجهولة في الجدول (الفراغات) فستكون غالباً الإجابات المرغوب فيها. وحينما تحل المسألة لإيجاد المكوِّنات المختلفة، تستطيع تعبئة الجدول (يُعدُّ إنشاء الجدول اختيارياً مع أنه مفيد، خصوصاً في مسائل موازنة الكتلة متعددة المكوِّنات).

2. **تحليل:** يوضع إطار عمل لفهم ما هو معلوم وما هو مجهول في هذه المرحلة.

(أ) حدِّد **الافتراضات** التي تنطبق على المسألة. إن النظم الحيوية شديدة التعقيد، لأن كثيراً من العمليات والتفاعلات، إضافة إلى انتقال المواد، يحصل في الوقت نفسه. وإن

معرفة متى وأين تُفترض الافتراضات لتبسيط المنظومة وإرجاعها إلى بضع خصائص واضحة هي من سمات المهندس الناجح. من أمثلة الافتراضات أنه يمكن نمذجة ساعد الإنسان بأسطوانة.

(ب) جمِّع بيانات الحالة والبيانات الإضافية. في هذه الخطوة، قد تحتاج إلى البحث عن معلومات عن مكوِّن في منظومتك لم تُعطَ في تعريف المسألة. ومن البيانات الإضافية التي قد يكون عليك أن تبحث عنها لزوجة البلازما مثلاً.

(ت) اسرد **المتغيرات والرموز** التي اختيرت للمسألة، واختر مجموعة من **الوحدات** لها. عادة، يُستعمل نظام الوحدات المتري أو النظام البريطاني في كامل المسألة.

(**ملاحظة:** يمكن لمصطلحات المتغيرات أن تختلف من تخصُّص إلى آخر، لكن المتغيرات الأساسية التي تُفهم تلقائياً ضمن موضوع ما لا تحتاج دائماً إلى السرد. على سبيل المثال، تُعرَّف الطاقة الحركية بـــ E_K في الفيزياء، وبـــ T في الميكانيك. فإذا كنت تحسب بيانات ستشترك فيها مع زملائك في التخصص نفسه ، ليس من الضروري تعريف متغيرات معيارية. أما المتغيرات الخاصة بجانب معين من المسألة فيجب تعريفها. مثلا: F_S هي القوة التي يُطبقها جسم رائد الفضاء على الكرسي).

(ث) حدِّد **أساساً** للحساب. الأساس هو دخل محدَّد إلى المنظومة أو خرج منها (يُعطى عادة بمعدل أو مقدار التدفق). في بعض نصوص المسائل، يُعطى الأساس، وفي بعضها الآخر، تُعطى قيم المكوِّنات منسوبة إلى بعضها، لا بوصفها مقادير أو معدلات مطلقة. اختر أساساً إذا لم يكن ثمة أساس معطى. إن مسائل الكتلة (الفصل 3) ومسائل الطاقة (الفصل 4) غالباً ما تحتاج إلى أساس.

(ج) إذا كانت المسألة تتضمن **تفاعلات** كيميائية، وجب سرد المركَّبات الداخلة في التفاعل ووازن المعادلة أو المعادلات وفقاً لنسب المتفاعلات.

3. **حساب:** توضع المعادلات وتُحل على نحو منطقي.

(أ) اكتب جميع **معادلات** الموازنة و/ أو الانحفاظ المناسبة. إن كتابة المعادلات التي تحكم المسألة ثم تبسيطها بتحليل المنظومة لإلغاء الحدود غير الضرورية يمكن أن يكون أداة مفيدة في حل المسائل الهندسية. مثلاً، إذا أدى طرح السؤال: "هل هذه المنظومة في حالة مستقرة؟" إلى إجابة إيجابية، أمكن تبسيط المعادلة التي تحكم ذلك بجعل حد التراكم فيها صفراً. سنناقش هذا المفهوم بتفصيل أكبر في الفصل 2. اكتب

أي معادلة أساسية أخرى ثمة حاجة إليها لحل المسألة.

(ب) باستعمال المعادلة المناسبة، احسب المقادير المجهولة. هذا هو لب حل المسألة ويمكن أن يتطلب بذل جهد مكثَّف. في بعض الحالات، يمكن حساب المقادير المجهولة تسلسلياً. وفي حالات أخرى، قد يكون من الأفضل حل سلسلة من المعادلات اعتماداً على ماتلاب أو برمجيات حاسوبية أخرى.

(**ملاحظة:** في مسائل انحفاظ الكتلة والطاقة المعقدة أو المتعددة الوحدات، قد تكون ثمة حاجة إلى خطة لحل المسألة. إن **تحليل درجات الحرية** (degree-of-freedom analysis) هو طريقة منهجية لبيان إن كان من الممكن حل المسألة بالمعلومات المعطاة، ويمكن أن تساعد على تحديد التسلسل الذي يجب اتباعه لحل المعادلات. هذه الطريقة مناقشة في كتب الهندسة الكيميائية (مثلاً، Reklaitis, *Introduction to Material and Energy Balances*, 1983).

4. **النتيجة:** تُصاغ إجابات المسألة الصحيحة بوضوح.

(أ) قم بصياغة الإجابات بوضوح باستعمال عدد مناسب من الأرقام المعنوية مع الوحدات الملائمة. تحقَّق أنك أجبت عن الأسئلة التي نصت عليها المسألة.

(ب) تحقَّق أن نتائجك معقولة وذات مغزى. ثمة ثلاث طرائق للتيقن من النتائج الكمية:

i. **التعويض في المسألة:** عوِّض عن المجاهيل في المسألة الأصلية بالقيم الناتجة وتحقَّق أنها تتفق معها.

ii. **تقدير مرتبة الكِبَر:** احسب تقديراً تقريبياً سهل الحل للجواب وتحقَّق أن الحل الدقيق قريب منه بقدر معقول.

iii. **اختبر معقولية الحل:** تطبيق اختبار المعقولية يعني التيقُّن من أن الحل معقول (أي إن الاستطاعة أو القدرة اللازمة لتشغيل جهاز تنظيم نبض القلب يجب أن تكون أقل من تلك اللازمة لتشغيل مَرافق الخدمات في جامعتك).

قد يجد المهندسون المبتدئون أن طريقتي التحقُّق الأخيرتين صعبتا التطبيق، إلا أنهم سوف يُتقنونهما مع الوقت والتمرين.

الخلاصة

عرَّفنا في هذا الفصل المتغيرات الفيزيائية والوحدات والأبعاد، وبيَّنا كيفية استعمال تحليل الأبعاد وتحويل الوحدات. وفصَّلنا المتغيرات الفيزيائية في إطار تطبيقات هندسية معقدة.

وناقشنا كذلك أهمية التحليل الكمي في الهندسة الحيوية، وكيفية تمثيل المقادير والبيانات التي يجري تحصيلها تجريبياً وبالحساب تمثيلاً واضحاً. وعرضنا كيف أن ماتلاب يمكن أن يُستعمل لحل منظومة من المعادلات الخطية واستنتاج قيم المتغيرات المجهولة. وأخيراً، قدمنا عرضاً مختصراً لمنهجية لحل المسائل الهندسية يمكن اتباعها في حل كثير من المسائل في ما تبقى من هذا الكتاب.

المراجع

References

1. Mars Climate orbiter mishap investigation Board. «Phase 1 report.» November 10, 1999:16.ftp://ftp.Hq.nasa.gov/pub/pao/report/1999/MCO_report.pfd (accessed June 24, 2005).
2. Jet Propulsion Laboratory Media Relations Office. California Institute of Technology. «Mars Climate Orbiter mission status.» September 24, 1999. http://mars.jpl.nasa.gov/msp98/news/mco990924.html (accessed June 24, 2005).
3. National Parkinson Foundation. «National Parkinson Foundation.» http://www.parkinson.org/ (accessed June 24, 2005).
4. Guyton AC. and Hall JE. *Textbook of Medical Physiology*. Philadelphia: Saunder, 2000.
5. Miller G. «Drug targeting. Breaking down barriers.» Science 2002, 297:1116-8.
6. National Institute of Neurological Disorder and Stroke. The mucopolysaccharidose : Therapeutic strategies for the central nervous system.» September 22, 2004. http://www.ninds.nih.gov/news_and_events/proceedings /mps_2003.htm (accessed June 24,2005).
7. Beers MH. and Berkow R., eds. *The Merck Manual of Diagnosis and Therapy.* Whitehouse Station, NJ: Merck Research Laboratories, 1999.
8. Alberts B., Johnson A., Lewis J., et al. *Molecular Biology of the Cell.* New York: Garland Science, 2002.
9. NASA. «Mars Pathfinder science results: atmospheric and meteorological properties.» http://mpfwww.jpl.nasa.gov/MPF/science/atmospheric.html (accessed June 24, 2005).
10. Schultz J. NASA. «Vascular health in space.» http://weboflife.ksc.nasa.gov/currentResearch/currentReaserchflifght/vascular.htm (accessed June 24, 2005).
11. Robbins PD and Ghivizzani Sc. «Viral vectors for gene therapy.» *Pharmacol Ther* 1998, 80:35-47.
12. Jensen P. «Engineered system family #1: A microsurgical assistant for ht augmentation of surgical perception and performance.» Center for Computer Integrated Surgical Systems and Technology, The Johns Hopkins University. http://cisstweb.cs.jhu.edu/research/MicrosurdicalAssistant/(accessed December 29,2004).
13. Federal Energy Regulation Commission. http://www.ferc.gov.

مسائل

1.1 تحويل وحدات.

(أ) حوِّل $10\,lb_m \cdot ft/s^2$ إلى الوحدتين lb_f و dyne.

(ب) حوِّل $20\,kPa$ إلى الوحدتين atm و lb_f/in^2.

(ت) حوِّل $70\,^\circ F$ (درجة حرارة الغرفة) إلى $^\circ C$ و K.

(ث) حوِّل $100\ in^2 \cdot lb_m/s^2$ إلى جولات وحُرِيْرات.

(ج) إذا كانت كتلة زميلك تساوي 150 ليبرة كتلية، فما هو وزنه بالليبرة الثقلية؟ وإذا كانت كتلة أبيك 70 كلغ، فما هو وزنه بالنيوتن؟

2.1 تحويل وحدات.

(أ) حوِّل $10\,000\ dyne$ إلى lb_f وإلى $lb_m \cdot ft/s^2$.

(ب) حوِّل $0.2\ atm$ إلى kPa وإلى lb_f/in^2.

(ت) حوِّل $37\,^\circ C$ (درجة حرارة جسم الإنسان) إلى $^\circ F$ وK.

(ث) حوِّل $50\ in^2 \cdot lb_m/s^2$ إلى جولات وحُرِيْرات.

3.1 تخضع كرة كتلتها 11 ليبرة كتلية إلى تسارع قدره $3.4\ ft/s^2$. احسب القوة المطبقة على الكرة بالليبرة الثقلية.

4.1 احسب القوة والضغط المؤثرين في حوض وقدمي شخص كتلته 150 ليبرة كتلية. استعمل الأسطوانات نماذج للجسم، وأهمل الضغط الخارجي (ضغط الهواء)، وافترض أن وزن الشخص يتوزَّع بالتساوي على الساقين، وأن مساحة المقطع العرضاني للحوض تساوي تقريباً تلك التي لجذع الجسم. ثمة حاجة إلى افتراضات إضافية عدة. اكتبها بوضوح. في نموذجك، هل الضغط عند الحوض أعلى منه عند القدمين؟ هل هذا متوافق مع ما تتوقعه؟

5.1 ما هي القوة (بالنيوتن والليبرة الثقلية) المطبقة على كتلة مقدارها 20.0 كلغ تحت الثقالة العادية؟ وما هي القوة (بالنيوتن والليبرة الثقلية) المطبقة على كتلة مقدارها 20.0 ليبرة كتلية تحت الثقالة العادية أيضاً؟

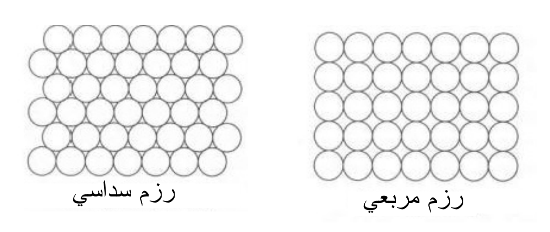
6.1 وفقاً لمبدأ أرخميدس، تساوي كتلة جسم طافٍ كتلة السائل المُزاح بذلك الجسم. عام سبَّاح كتلته تساوي 150 ليبرة كتلية في حوض سباحة، فانغمر 95 في المئة من جسمه في

الماء، وبقي 5 في المئة منه فوق الماء. حدِّد كثافة جسم السباح. تساوي كثافة الماء $0.036\ lb_m/in^3$. هل من مغزى لجوابك؟ علِّل ذلك.

7.1 كي تكون لاعب بولو ماء ناجحاً، يجب أن يبقى رأسك وذراعاك وجزءاً من جذعك خارج الماء. ونظراً إلى أن العوم وحده لن يكون مفيداً في تحقيق ذلك، على اللاعبين المشي في الماء. ما هي القوة التي على السابح توليدها كي يُبقي رأسه وذراعيه وجزءاً من جذعه فوق سطح الماء؟ استعمل مخطط الجسم الحر (free-body diagram) وموازنة القوة لحل هذه المسألة. تعمل قوة العوم (دافعة أرخميدس) في الاتجاه المعاكس للثقالة، ومن المعروف أنها تساوي وزن السائل المُزاح بالجسم. استعمل الجدول 12.1 لتقدير حجم جزء اللاعب الموجود في الماء.

الجدول 12.1: حجوم الماء التقريبية المزاحة بأجزاء الجسم المختلفة.

جزء الجسم	الحجم (in^3)
الرأس	400
الجذع	2000
الذراع	350
الساق	700



الشكل 7.1: الرزم المربعي والسداسي لرؤوس الشحوم الفوسفورية.

8.1 تُعتبر حويصلات النقل جزيئات واعدة في تقانة نقل الجينات بسبب تشابهها مع أغشية الخلايا وتفاعلات شحناتها مع الـ DNA سالب الشحنة. قدِّر الشحنة الموجودة على السطح الخارجي لحويصلة نقل قطرها ميكرون واحد. افترض أن قطر رأس جزيء الشحم الفوسفوري العادي يساوي 1 nm، وأنه يحمل شحنة بروتون واحد ($1.6021\times10^{-19}\ C$)، وأن سطح حويصلة النقل الكروي يتكوَّن من رؤوس من الشحوم الفوسفورية مرزومة معاً بتراص في تشكيلة تُعرف بالرزم السداسي الذي يجعل الفراغات بين الدوائر التي لا مفر منها أصغرية (الشكل 7.1).

9.1 يؤدي خافض التوتر السطحي، وهو مزيج معقد من الشحوم الفوسفورية والبروتينات والأيونات، دوراً مهماً في تخفيض التوتر السطحي للماء على سطوح الجُريْبات الهوائية الرئوية (alveoli). فإذا لم يكن خافض التوتر السطحي موجوداً، أو كان أقل من الطبيعي، فإن تجاذب جزيئات الماء يزداد (ويزداد معه التوتر السطحي). وتؤدي زيادة التوتر

السطحي إلى ازدياد الضغط في الجُرَيْبة، وهذا ما يؤدي إلى انهيارها. إن التوتر السطحي للسوائل الطبيعية الذي يغطي الجُرَيْبة الرئوية الهوائية بمقادير طبيعية من خافض التوتر يساوي 5-30 dyne/cm. والتوتر السطحي للسوائل الطبيعية الذي يغطي الجُرَيْبة الرئوية الهوائية من دون خافض توتر سطحي يساوي 50 dyne/cm. والعلاقة بين التوتر السطحي والضغط P هي:

$$P = \frac{2\sigma}{r}$$

بما أن σ هو التوتر السطحي وr نصف قطر الجُرَيْبة الهوائية. أعطِ جميع الإجابات بالميلّيمتر زئبق.

(أ) إذا كان نصف قطر الجُرَيْبة الهوائية المتوسطة الحجم نحو 100 ميكرون، ما مقدار ضغط التوتر السطحي لدى الشخص البالغ حين وجود خافض التوتر السطحي؟

(ب) ما مقدار الضغط لدى شخص بالغ لديه جُرَيْبات هوائية متوسطة الحجم، لكن من دون خافض توتر سطحي؟

(ت) يمتلك الأطفال الخدَّج عادة جُرَيْبات هوائية ذات أنصاف أقطار تساوي ربع تلك التي للبالغين. يُضاف إلى ذلك أن خافض التوتر السطحي لا يبدأ عادة بالظهور على الجُرَيْبة الهوائية حتى الشهر السادس من الحمل، ولذا لا يمتلك الأطفال الخدَّج عادة خافض توتر سطحي. قدِّر ضغط التوتر السطحي لدى الطفل الخديج.

10.1 أُعطيتَ تفاحة كتلتها 102 غراماً. ولكي تحصل على فكرة جيدة عن الضغوط المختلفة، أقمت بضعة نظم وُزِّعت فيها قوة التفاحة على أجسام مختلفة المقاسات.

(أ) ما هو وزن التفاحة (بالنيوتن والليبرة الثقلية)؟

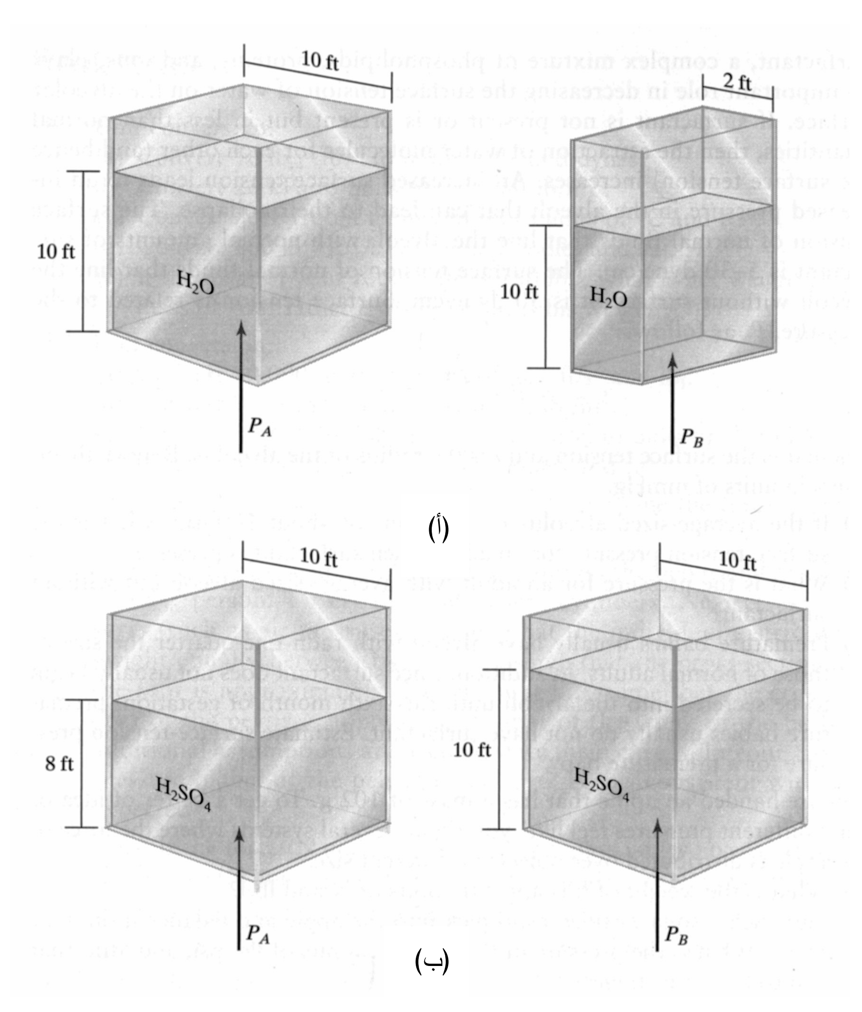
(ب) أدخلتَ عود تنظيف أسنان مربع النهاية في التفاحة وحملتها متوازنة على إصبعك. ما مقدار ضغط التفاحة (مقدَّراً بـــ Pa و $\mathrm{lb_f/in^2}$ وatm) الذي تشعر به على إصبعك؟

(ت) قطَّعْتَ التفاحة إلى شرائح ووضعت الشرائح على راحة يدك. ما مقدار ضغط التفاحة على يدك (مقدَّراً بـــ Pa و $\mathrm{lb_f/in^2}$ وatm)؟

(ث) سحقتَ التفاحة وجعلتها عجينة ونشرتها على الطاولة. ما مقدار ضغط عجينة التفاحة على الطاولة (مقدَّراً بـــ Pa و $\mathrm{lb_f/in^2}$ وatm)؟

11.1 من أجل كلٍّ من خزانات السوائل الأربعة المبينة في الشكل 8.1، احسب الضغط عند قاعدة كل خزان. ومن أجل الشكلين 8.1–أ و8.1–ب، حدّد العلاقة بين P_A وP_B (أي هل $P_A > P_B$, $P_A < P_B$, $P_A = P_B$؟). الثقالة النوعية لحمض الكبريت H_2SO_4 هي 1.834.

12.1 يتألف الهواء في الجو في المقام الأول من النيتروجين والأكسجين والأرغون. والنسبة المولية لهذه المكوِّنات هي: 78 في المئة N_2، 21 في المئة O_2، 1 في المئة Ar. احسب النسبة المئوية الكتلية للنيتروجين والأكسجين والأرغون في الهواء الجوي.



الشكل 8.1: خزانات تحتوي على (أ) ماء و(ب) حمض الكبريت.

13.1 تحتوي خليطة مستعملة في ورك صناعي على 17 غراماً من النيكل، و23 غراماً من الكروم، و40 غراماً من الأكسجين. احسب النسب المولية والكتلية لكل عنصر في الخليطة. احسب أيضاً الوزن الجزيئي الوسطي للخليطة.

14.1 الخليطة المعدنية Ti-6Al-4V مستعملة لصنع مواد حيوية. وهي تتركب من 90 في المئة تيتانيوم، 6 في المئة ألمنيوم، 4 في المئة فاناديوم (نسب مئوية كتلية). ما هي النسب الكتلية للمكونات الثلاثة؟ وما هي نسبها المولية؟ احسب الوزن الجزيئي الوسطي للخليطة.

15.1 ثمة خليطة جديدة لبناء أوراك صناعية هي $Co_{20}Cr_{10}Mo$. احسب النسب المولية والكتلية لكل عنصر في الخليطة. احسب أيضاً الوزن الجزيئي الوسطي للخليطة.

16.1 يساوي قطر القصبة الهوائية 18 ملم، ويتدفق الهواء عبرها بسرعة خطية تساوي 80 سم في الثانية. ويساوي قطر كل فرع صغير منها 1.3 ملم. ويتدفق الهواء عبر الفروع الصغيرة بسرعة خطية تساوي 15 سم في الثانية. احسب معدل التدفق الحجمي ومعدل التدفق الكتلي ومعدل التدفق المولي للهواء عبر كل من تلك المناطق في جهاز التنفس. واحسب أيضاً عدد رينولدس لكل مكوِّن مستعملا المعادلة:

$$\mathrm{Re} = \frac{Dv\rho}{\mu}$$

بما أن D هو القطر، وv هي السرعة الخطية، و ρ هي الكثافة، و μ هي اللزوجة. تساوي لزوجة الهواء $1.84\times10^{-4}\ \mathrm{g/(cm\cdot s)}$.

17.1 في الدورة الدموية لدى الإنسان، تتفرع الأوعية الكبيرة إلى وعائين صغيرين أو أكثر انطلاقاً من الشريان الأبهر، مروراً بالشرايين، وانتهاء بالشعيرات الدموية. ولإعادة الدم إلى القلب، تتلاقى الشعيرات الدموية لتكوين الأوردة الدقيقة، وفي النهاية، الوريد الأجوف الذي يصب في القلب. يتضمن الجدول ث.9 في الملحق (ث) أقطار الأوعية وسرعة الدم فيها.

(أ) احسب معدل التدفق الحجمي ومعدل التدفق الكتلي للدم عبر كل من تلك الأوعية من الجسم (أظهر حساباتك لوحدة من تلك البنى على الأقل. بإمكانك استعمال برنامج إكسل (Excel) أو ماتلاب أو أي برنامج آخر لتنفيذ حساباتك).

(ب) هل تستطيع حساب أو تقدير معدل التدفق المولي للدم في كل من تلك الأوعية؟ علِّل إجابتك.

(ت) احسب عدد رينولدس لكل وعاء دموي. كثافة الدم تساوي $1.056\ g/mL$، وتساوي لزوجته $0.040\ g/(cm \cdot s)$.

18.1 احسب سرعة الغاز الخطية التقريبية في القصبة الهوائية أثناء الزفير الطبيعي. افعل ذلك بتوقيت الزفير، وقياس حجم الغاز المطروح، والبحث عن القطر الداخلي للقصبة الهوائية أو تخمينه. يمكن لبالون أو كيس ورقي أو بلاستيكي أن يكون مفيداً في قياس حجم الغاز المطروح من الرئتين. أَجرِ أكثر من قياس واحد واحسب المتوسط والانحراف المعياري. وكرِّر التخمين من أجل زفير قسري. صِفِ السيرورة التي اتَّبعتها لإجراء الحسابات والتخمينات، واسرد ثلاثة مصادر محتملة للخطأ في قياساتك، وقارن سرعة الغاز التجريبية في القصبة الهوائية أثناء الزفير الطبيعي بالسرعة الخطية المعطاة في المسألة 16.1.

19.1 يبين الجدول ث.4 في الملحق (ث) تركيب الجسم البشري. احسب النسبة الكتلية والنسبة المولية وتركيز كل مكوِّن (مقدرا بـــ mol/L). تُقدَّر الأوزان الجزيئية للشحوم والبروتينات والكربوهيدرات بـــ $450\,g/mol$ و $60\,000\,g/mol$ و $350\,g/mol$. اكتب أي فرضية تحتاج إليها لاستكمال الحسابات. (بإمكانك استعمال إكسل أو ماتلاب أو أي برنامج آخر تراه مناسباً).

20.1 عليك تحضير عينة حجمها 2.0 ملم من دواء مخفَّف للحقن. والمقدار الكلي من الدواء الذي يجب حقنه من هذه العينة يساوي 0.0210 ملغ لكل كيلوغرام من الجسم. وتساوي كتلة جسم المريض 70.0 كلغ. وتُخبرك لُصاقة الدواء أن حجم المحلول في زجاجة الدواء يساوي 30.0 ملم. وأن الكتلة الكلية للدواء في الزجاجة تساوي 294 ملغ، وأن الباقي هو محلول ملحي. وإضافة إلى زجاجة الدواء المركَّز هذه، لديك كمية غير محدودة من المحلول الملحي النقي المعقم.

(أ) ما هو تركيز الدواء في الزجاجة (مقدرا بـــ mg/mL)؟

(ب) ما هو حجم الدواء المركَّز (mL)، وما هو حجم المحلول الملحي (mL) الذي ستمزجه مع الدواء المركَّز للحصول على $2.0\ mL$ من محلول الدواء بالتركيز المطلوب؟

(ت) الوزن الجزيئي للدواء يساوي $15\,000\,g/mol$. ما مقدار مولية الحقنة؟

21.1 أتى رجل عمره 40 سنة إلى المستشفى وهو يشكو من ارتفاع الحرارة والسعال

والبردية والشعور بالتعب. وشخَّصت حالته بأنه مصاب بذات الرئة. وقرَّرتَ أنت أن تعالجه بالمضاد الحيوي X. في البداية، أعطيته جرعة مقدارها 5882 ملغ. عند هذا المريض، يساوي حجم توزيع المضاد الحيوي X، أي V_d، 10 ليترات. وحجم التوزيع (volume distribution) هو حجم الدم والبلازما الذي يتوزع فيه الدواء. ومعدل زوال الدواء (clearance rate)، C_L، يساوي 0.1 ليتر في الدقيقة. ومعدل الزوال هو المعدل الحجمي لزوال الدواء الموجود في حجم التوزيع. ويتصف المضاد الحيوي X بتوفر حيوي يساوي 85 في المئة (أي إن 15 في المئة من الدواء يكون غير متاح للجسم ليستعمله).

(أ) لتحضير حقنة، تُخفِّف تركيز جرعة الدواء الأولية المساوية لـــ 5882 ملغ بـــ 5 ميلّيليترات من الماء. ما مقدار تركيز الدواء مقدراً بالمول لكل ليتر؟ الوزن الجزيئي للمضاد الحيوي X هو 372 غراماً للمول.

(ب) ما مقدار التركيز الفعال (مقدَّراً بالميلّيغرام لليتر) لهذا الدواء في الجسم بعد إعطاء المريض الجرعة؟

(ت) ما هو معدل زوال المضاد الحيوي من الجسم (مقدَّراً بالميلّيغرام في الدقيقة)؟

(ث) بعد الجرعة الأولية عادة، يُعطى المريض المضاد الحيوي عدة أيام لمعالجة ذات الرئة. كيف سيتأثر معدل زوال الدواء في رأيك إذا كان المريض كحولياً؟ **(مساعدة:** ما هو العضو الذي يفكِّك الأدوية والسموم الأخرى؟)

22.1 تحتوي قارورة غاز مخبرية تُستعمل في الدراسات المخبرية لعوز الأكسجين (hypoxia) غازاً مكوَّناً مما يأتي: نسبة حجمية من O_2 تساوي 18.0 في المئة، ونسبة حجمية من N_2 تساوي 80.0 في المئة، ونسبة حجمية من CO_2 تساوي 2.0 في المئة.

(أ) احسب الضغط الجزئي لكل مكوِّن من مكوِّنات الغاز. افترض أن الضغط الجوي يساوي 760 ملم زئبق.

(ب) افترض أن الغاز قد عُبِّئَ في وعاء صلب حجمه يساوي ليترين، وأن درجة الحرارة في المخبر تساوي 23 درجة مئوية. ويُعطي مقياس الضغط الموجود على قارورة الغاز قراءة مقدارها 1500 psig. كم مولاً من الغاز يوجد في القارورة؟ كم مولاً من كل مكون يوجد في الغاز؟

(ت) في مختبر الوظائف الرئوية، يطرح مريض كمية من الغاز أثناء زفيره. ويقول الممرِّض أن حجم الغاز، مقاساً عند ضغط يساوي 752 ملم زئبق ودرجة حرارة تساوي 22 درجة مئوية، يساوي 1.5 ليتر. ما هو حجم الحيز الذي يحتله الغاز عند

درجة الحرارة والضغط المعياريين؟ ما هو الحجم الذي يحتله عند درجة الحرارة والضغط الحيويين المعياريين؟ لماذا؟

23.1 تتطلب الدراسات المخبرية والطبية هواءً غنياً بالأكسجين. على سبيل المثال، قد يحتاج رضيع ذو قلب معتل هواءً ذا نسبة من الأكسجين أكبر من تلك التي في الهواء العادي بغية إمداد كامل جسمه على نحو ملائم. والغاز متوفر بالتراكيب الآتية: نسبة حجمية من O_2 تساوي 25.0 في المئة، ونسبة حجمية من N_2 تساوي 73.0 في المئة، ونسبة حجمية من CO_2 تساوي 2.0 في المئة.

(أ) من أجل الدراسات المخبرية، عُبِّئ الغاز عند ضغط يساوي 400 كيلوباسكال. احسب الضغط الجزئي لكل من مكوِّنات الغاز.

(ب) افترض أن الغاز قد عُبِّئ في قارورة صلبة حجمها يساوي ليترين، وأن درجة حرارة المخبر تساوي 22 درجة مئوية. ويُعطي مقياس الضغط الموجود على القارورة قراءة مقدارها 1200 psig. كم مولاً من كل مكوِّن يوجد في الغاز؟

(ت) من أجل التطبيقات الطبية، افترض أن قارورة الغاز موجودة عند درجة الحرارة والضغط الجويين. ويجب تسخين الهواء الجاف حتى درجة الحرارة الحيوية و"تبليله" بالماء لزيادة رطوبته. كيف سيتغير الحجم حين تسخين الهواء؟ إذا تغير الحجم، فما هي النسبة المئوية للتغيُّر؟

24.1 يمكن تحديد تركيز الأكسجين المنحل في الدم الشرياني والوريدي باستعمال قانون هنري

$$P_i = H_i C_i$$

بما أن P_i هو الضغط الجزئي للمكوِّن i، و H_i هو ثابت قانون هنري للمكوِّن i، و C_i هو تركيز انحلال المكوِّن i. يساوي الضغط الجزئي للأكسجين 95 ملم زئبق في الشريان، و40 ملم زئبق في الوريد. ويساوي ثابت قانون هنري للأكسجين 0.74 mmHg/µM. حدِّد التركيز في الشرايين والأوردة.

25.1 جرى قياس تركيز السَّكَروز في عصارة متخمرة بواسطة كروماتوغرافيا الطور السائل(high-performance liquid chromatography HPLC) (Doran, *Bioprocess Engineering Principles*, 1999). وقيست مناطق الذرى في المخطط الكروماتوغرافي لخمسة محاليل سكَروز معتمَدة بغية معايرة الجهاز. وجرى تكرار كل قياس ثلاثة مرات وعُرضت النتائج في الجدول 13.1.

الجدول 13.1: مناطق ذروة تركيز السكْروز في المخطط الكروماتوغرافي (الفصل بفرق الامتصاص).

تركيز السكْروز (g/L)	مناطق الذروة
6.0	55.55، 57.01، 57.95
12.0	110.66، 114.76، 113.05
18.0	168.90، 169.44، 173.55
24.0	233.66، 233.89، 230.67
30.0	300.45، 304.56، 301.11

(أ) حدِّد متوسط مناطق الذروة وانحرافها المعياري لكل تركيز للسكروز.

(ب) ارسم مخطط متوسط مناطق الذروة بوصفها تابعاً لتركيز السكروز (بإمكانك استعمال إكسل أو ماتلاب أو أي برنامج آخر).

(ت) كوِّن معادلة لمنطقة الذروة بوصفها تابعاً لتركيز السكروز.

(ث) تُعطي عينة تحتوي على السكروز منطقة ذروة تساوي 209.86. ما مقدار تركيز السكروز فيها؟

26.1 يجري تطوير مُجِسَّات غلوكوز (سكر العنب) قابلة للزرع في جسم الإنسان لمساعدة مرضى السكري على مراقبة مستويات السكر في دمهم. وتتضمن إحدى التقانات استعمال كرات بوليمرية تحتوي على ديكستران (dextran) (وهو كربوهدرات) وكونكانافالين أ. أ (concanavalin A A). في حالة عدم وجود سكر العنب، يكون الديكستران والكونكانافالين ضعيفي الترابط. وعند وجوده، يزيح الديكستران ويرتبط بقوة مع الكونكانافالين. ويمكن تعليق جزيئات فَلْوَريّة بالديكستران و/ أو الكونكانافالين تستجيب إلى تغيرات ارتباط الجزيئات عبر الكونكانافالين. ويمكن أن ترتبط شدة الإشارة الفَلْوَريّة بتركيز سكر العنب، وهذا يمثل نوعاً خشناً من المُحِس. ونظراً إلى أن الضوء يستطيع الانتشار عبر بضعة ميلّيمترات من نسيج الجلد، يمكن وضع كرات بوليمر تحتوي على الديكستران والكونكانافالين تحت الجلد في جزء ما من الجسم. والعمل جارٍ لتحديد جدوى هذه الطريقة. وفي مسعى لتقويم وظيفة المُحِس، جُمعت البيانات التجريبية الآتية. قُدِّر تركيز سكر العنب باستعمال المُحِس، ثم أُجري تحليل كيميائي شائع لتحديد تركيز السكر تحديداً دقيقاً. والبيانات مدرجة في الجدول 14.1.

الجدول 14.1: قياسات تركيز سكر العنب باستعمال محسات وتحليلات كيميائية.

تركيز سكر العنب (mg/dL) **تحليل كيميائي**	**تركيز سكر العنب** (mg/dL) **محس**
4	5
10	12
24	28
65	64
95	100
147	150
256	240
407	352
601	425
786	465
982	500

(أ) ارسم مخططاً بيانياً للبيانات. ما هو المجال من المنحني الذي يستجيب فيه المحس خطياً لتركيز سكر العنب المقاس بالتحليل الكيميائي؟ ما هو المجال من المنحني الذي يفقد فيه المحس تحسسه لتغيرات تركيز سكر العنب المقاس بالتحليل الكيميائي؟ علِّل ذلك.

(ب) ماذا يعني المصطلح "هبوط سكر الدم" (hypoglycemic)؟ ما هو المجال الذي يُعتبر فيه السكر منخفضاً لدى المصابين بالسكري؟

(ت) افترض أن أقطار كرات البوليمر تساوي 5 نانومترات. قدِّر عدد الكرات في مجموعة سماكتها ميلّيمتر واحد ومساحة مقطعها العرضاني تساوي 4 ملم^2.

(ث) افترض أن مجموعة الكرات البوليمرية تمتلك مقدرة على الارتباط معاً ضمن كتلة وحدة تساوي ميكرومول واحد من سكر العنب. احسب عدد مواقع الارتباط مع سكر العنب لكل كرة.

(ج) ما هي المزايا والمثالب الممكنة لاستعمال محس من هذا النوع لدى مرضى السكر؟

2 – مبادئ الانحفاظ

1.2 الأغراض التعليمية

بعد الانتهاء من هذا الفصل، ستتمكَّن من:

- تمييز خاصية توسُّعية يمكن عدها في المنظومة موضوع الاهتمام.
- تعريف المنظومة موضوع الاهتمام وحدودها ومحيطها تعريفاً صحيحاً.
- تحديد المدة الزمنية موضوع الاهتمام لمنظومة معينة وتحديد النظم التي تنطوي على مدد زمنية مستمرة أو غير محددة.
- معرفة نظرية ومنظور قوانين الانحفاظ.
- شرح الفوارق بين معادلة الموازنة ومعادلة الانحفاظ.
- شرح الفوارق بين معادلات الموازنة والانحفاظ التكاملية والتفاضلية والجبرية، واستعمال المعادلة الملائمة للمنظومة.
- وصف الفوارق بين النظم المفتوحة والمغلقة والمعزولة، والنظم التفاعلية وغير التفاعلية، والنظم ذات التحويل في ما بين أنواع الطاقة وعديمة التحويل، والنظم المتغيرة وذات الحالة المستقرة. وتقويم النظم تقويماً صحيحاً باستعمال هذه التعاريف.

2.2 مقدمة إلى قوانين الانحفاظ

الانحفاظ، أي حفظ المقدار الفيزيائي أثناء الحركة أو التحويل أو التفاعل، هو مفهوم جوهري في الهندسة والعلم. ثمة بضعة مبادئ انحفاظ، إلى جانب قانون الترموديناميك الثاني (الذي ينص على أن عدم الانتظام يتزايد في الكون تلقائياً)، توفر القوانين المنظمة لكل أنواع السلوك الفيزيائي عملياً. ويصف المهندسون هذه القوانين باستعمال الرياضيات مقترنة بظروف ابتدائية أو حدِّية. وأسس كثير من حقول الهندسة، ومنها الهندسة الحيوية، تقوم على فهم وتطبيق قوانين الانحفاظ.

وعلى مدى قرون، أدرك العلماء والمهندسون أنه يمكن وصف مقادير فيزيائية معينة بطريقة مختلفة كلياً عن طريقة وصف مقادير أخرى. على سبيل المثال، يُعتبر قانون نيوتن الثاني

للحركة، الذي وضعه إسحق نيوتن في أواخر القرن السابع عشر للربط بين القوة الصافية المؤثرة في جسم وبين كتلته وتسارعه، حالة خاصة من قانون انحفاظ الزخم. وقانون كيرشوف الخاص بالتيار الذي وُضع في عام 1845، وينص على أن الشحنة الكلية الداخلة إلى عقدة يجب أن تساوي الشحنة الكلية الخارجة منها، هو معادلة وُضعت بناء على مفهوم انحفاظ الشحنة. لقد عُرّفت تطبيقات قوانين الانحفاظ تلك قبل عدة قرون، وقد عمَّم العلماء والمهندسون في وقت متأخر انحفاظ خواص توسُّعية متعددة بواسطة بضعة قوانين انحفاظ منظمة. ويمكن تطبيق هذه القوانين على الكتلة الكلية، وكتل ومولات العناصر، والزخم الخطي والزخم الزاوي، والشحنة الكهربائية الصافية، والطاقة الكلية. وأصبحت هذه القوانين بدهيات تُستعمل بوصفها الأساس الجوهري لحل المسائل في جميع التخصصات الهندسية.

يمكن وصف قوانين الانحفاظ وصياغتها رياضياً بواسطة معادلات الانحفاظ المعطاة في المقطع 4.2. وقد استعملت قوانين الانحفاظ في تطبيقات متنوعة كثيرة في جميع حقول الهندسة:

- تكرير النفط الخام لاستخلاص الوقود
- تحديد عزوم الحني والأحمال في الأبنية
- تصميم وتنفيذ الدارات والحواسيب
- تقدير تلوث الماء في الأرض
- تصميم وإنتاج الرقاقات الميكروية
- نمذجة دورة الكربون في البيئة
- تصميم وبناء الطائرات
- تطوير نظم دعم الحياة

وفي هذا الكتاب، سنستقصي تطبيق قوانين الانحفاظ على كثير من الجمل، ومنها:

- كِلْية الإنسان
- الدورة الدموية
- الاستقلاب في الخلية
- مضخات أيونات غشاء الخلية
- الجهد البشري
- تدفق الهواء في الرئتين
- التصاق صفيْحات الدم
- هبوط حرارة الجسم

- غسيل الكلى
- البطاريات
- معدل الاستقلاب الأساسي
- الأوعية الدموية المتضيِّقة
- الدارات الكهربائية
- الموقيات الحمضية – الأساسية
- القلب النابض
- كمونات الأغشية
- المواد الحيوية
- هندسة الأنسجة
- تصميم الأجهزة الطبية

ليست جميع الخواص الفيزيائية التوسُّعية منحفظة. وغير المنحفظة منها يجب أن توصف باستعمال معادلة الموازنة، وهي صيغة أكثر عمومية من معادلة الانحفاظ. وقد رُتِّب هذا الكتاب بحيث يشتمل على كيفية تطبيق كل قانون من قوانين الانحفاظ، وهو يقدِّم أمثلة كثيرة على تطبيق معادلات الموازنة والانحفاظ في مجالات الهندسة الحيوية المختلفة.

3.2 حساب الخواص التوسّعية في المنظومة

يمثِّل حساب الأشياء أو المقادير التوسُّعية أساس الموازنة. وفي النظم الهندسية، يمكن إرجاع حساب الأشياء إلى بضعة معادلات موازنة، وبالتحديد، يمكن حساب كثير من الخواص التوسُّعية، لا خواص الشدة باستعمال معادلات الموازنة. تذكَّر أن الخواص التوسُّعية تعتمد على مقاس المنظومة (انظر المقطع 1.5.1). وفي ما يأتي لائحة بالخواص التوسُّعية القابلة للموازنة:

- الكتلة الكلية
- كتل الأجناس إفرادياً
- كتل العناصر إفرادياً
- المولات الكلية
- مولات الأجناس إفرادياً
- مولات العناصر إفرادياً
- الطاقة الكلية

- الطاقة الحرارية
- الطاقة الميكانيكية
- الطاقة الكهربائية
- الشحنة الكهربائية الصافية
- الشحنة الكهربائية الموجبة
- الشحنة الكهربائية السالبة
- الزخم الخطي
- الزخم الزاوي

إن جميع هذه الخواص التوسُّعية يمكن أن تُحسب في معادلات الموازنة، لكن مجموعة جزئية منها فقط هي خواص منحفظة دائماً. في ما يأتي قائمة كاملة بالخواص التوسُّعية المنحفظة في جميع الحالات (باستثناء التفاعل النووي):

- الكتلة الكلية
- كتل العناصر المختلفة
- مولات العناصر المختلفة
- الطاقة الكلية
- الشحنة الصافية
- الزخم الخطي
- الزخم الزاوي

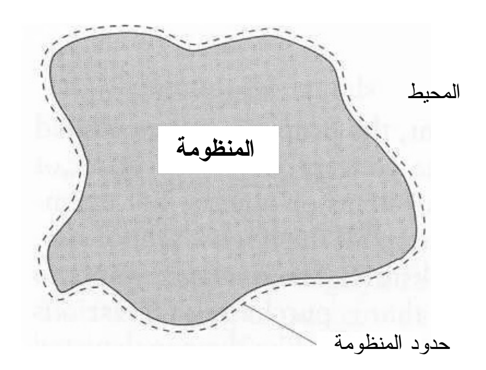
لصياغة معادلة موازنة أو انحفاظ، **يجب تحديد الخاصية التي ستُحسب**. وقد تكون على دراية بمفهوم وتطبيق خطة الموازنة المنظمة لتعقب حركة المواد والأشياء. على سبيل المثال، يحتاج مدير مخزن بيع لوازم وكتب جامعية إلى عدِّ جميع الكتب، واللوازم المدرسية وقطع الملابس التي تدخل وتغادر المخزن. ويريد المدير معرفة حركة كل نوع من الموادة ونوع الزبون الذي يشتري المواد المختلفة، كما هو مبين في الجدول 1.2. إن تطوير صفحة موازنة على غرار الصفحة المبينة في هذا الجدول يمكِّن المدير من تعقب الموجودات التي تدخل إلى مخزنه وتخرج منه، ومعادلات الموازنة تصف رياضياً السيرورة التي يستعملها المدير لعدِّ تلك الموجودات.

عندما يجري التدقيق في هذا المثال، تصبح بعض سمات معادلات الموازنة واضحة. أولاً، يجب حساب الخاصية نفسها في جميع البنود في المعادلة الواحدة. إذا كنت تكتب معادلة موازنة للعدد الكلي للكتب في المخزن، لا تكون القرطاسية مثل المساطر والدفاتر مشمولة. وإذا كنت

مهتماً بوضع معادلة موازنة "الملابس الكلية"، عليك إدراج عدد كل من القمصان الصيفية وقمصان الرياضة في تعدادك. وحين موازنة خاصية معينة، يجب أن تكون وحدات جميع بنودها متماثلة. على سبيل المثال، حين موازنة كتلة، يجب أن يكون بُعد جميع المقادير كتلة. وحين موازنة الطاقة، يجب أن يكون بُعد جميع المقادير طاقة. وحين موازنة جنس كيميائي معين، يجب أن تكون جميع المقادير من ذلك الجنس الكيميائي بعينه. وهذا ينطبق على الخواص التوسُّعية الأخرى.

الجدول 1.2: الموجودات في مخزن لوازم وكتب الجامعة

التاريخ	المادة	الموجودات في المخزن	المورَّد إلى المخزن	المباع للطلاب	المباع للعاملين	المباع لغير العاملين
8/20	كتب	13 000	800	4900	100	0
8/20	قرطاسية	1000	150	300	25	10
8/20	قمصان صيفية	400	0	15	25	100
8/20	قمصان رياضة	400	0	15	25	100
8/21	كتب	8 800	200	4000	100	5
8/21	قرطاسية	815	0	300	0	0

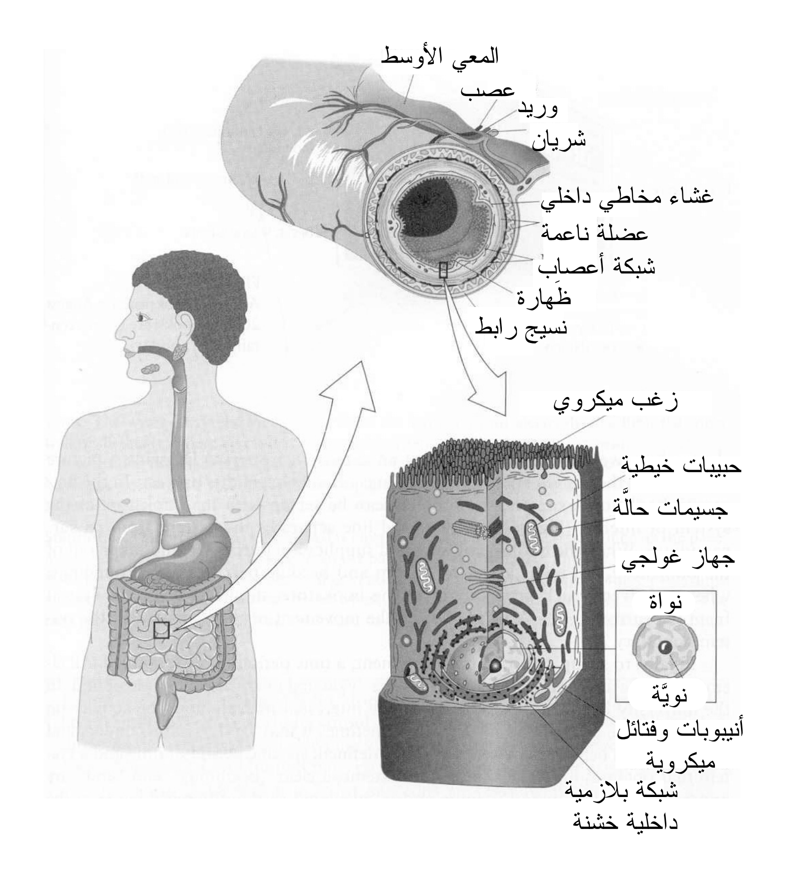


الشكل 1.2: المنظومة والمحيط

يجب تضمين الخاصية التوسُّعية التي ستُحسب في المنظومة موضوع الاهتمام. تتألف المنظومة من مادة محدَّدة للاستقصاء، وهي منفصلة عن محيطها المُعرَّف بأنه بقية الكون (الشكل

1.2) بواسطة حدود المنظومة.

يُعتبر تعريف المنظومة موضوع الاهتمام قبل البدء بحل المسألة شديد الأهمية لأنه يمكن أن يغير افتراضاتك وظروف المسألة. ويُعرِّف المنظومة من يقوم بحل المسألة اعتماداً على مقتضيات المسألة. ويمكن للمنظومة أن تكون كبيرة جداً أو صغيرة جداً. على سبيل المثال، حين استقصاء تفاعل كيميائي حيوي في جسم الإنسان، تُعرَّف المنظومة بأنها الجسم بكامله، أو عضو معين منه، أو خلية من ذلك العضو، أو جزء من تلك الخلية (النواة مثلا)، ويمكن لذلك أن يحصل بعدد من الطرائق الأخرى (أي بأخذ حجم ما من البلازما الخلوية) (الشكل 2.2).



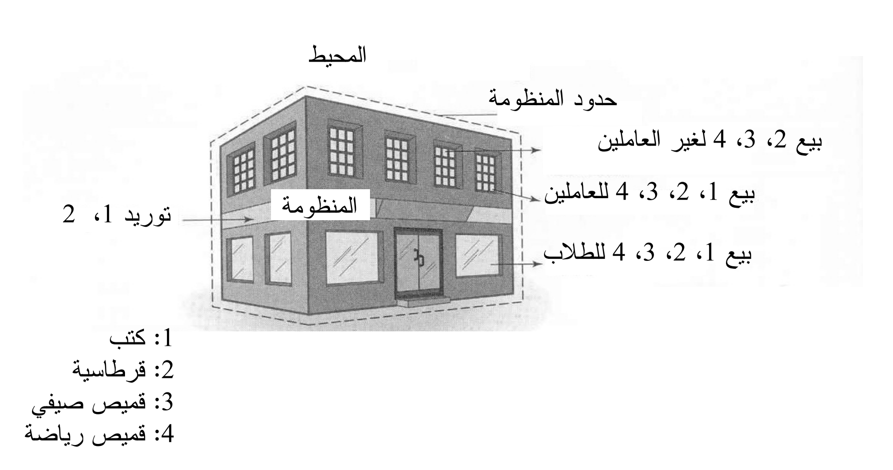
الشكل 2.2: نظم من مقاسات مختلفة. مقتبسة من:

Silverthorn DU, Human Physiology, 2d ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.

تتحدَّد المنظومة بحدود المنظومة، وثمة نوعان من الحدود، أولهما حقيقي ملموس، أي موجود بشكل طبيعي واضح، ويمكن أن يضم المنظومة موضوع الاهتمام كلها. ومن أمثلته جدران وعاء

زجاجي، حيث تتمثل المنظومة بالسائل ضمن الوعاء، وغلاف القلب الصناعي، حيث تتمثل المنظومة بالقلب الصناعي، وغشاء البلازما في الخلية، حيث تتمثل المنظومة بالخلية. والنوع الثاني من الحدود هو حدود اعتباطية يُعرِّفها من يقوم بحل المسألة، ويمكن لهذه الحدود أن تكون مقطعاً عرضانياً يمثِّل الجسم بدقة أو منطقة تحتوي على جميع العناصر ذات الصلة بالمنظومة، ومنها حركة الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام عبر تلك الحدود. من أمثلة الحدود الاعتباطية رقعة مساحتها 1 cm×1 cm من الجدار الزغبي في الأمعاء. إن نمذجة الجدار الزغبي بالرقعة تكافئ النظر إلى كيفية عمل جميع الزغب في الأمعاء. ومثال آخر هو عزل وحدتين معطلتين من سيرورة مفاعل حيوي مكوَّنة من سبع وحدات. ومن الأمثلة الأخرى خط افتراضي في الفضاء أو مستوٍ في وعاء. وفي ما يخص قائمة النظم المذكورة في الفقرة السابقة، تتحدَّد حدود المنظومة بالجلد أو جدار العضو أو غشاء الخلية أو الغشاء النووي أو خط حدودي افتراضي ضمن البلازما الخلوية.

حينما تحل مسألة، من المهم جداً أن تعرِّف المنظومة بعناية بحيث تُعزل الوحدة (أو الوحدات) والمادة (أو المواد) موضوع الاهتمام لدراستها. (سنعرض في المثالين 15.2 و16.2 كيف أنّ تغيير حدود المنظومة يمكن أن يغيِّر طريقة رؤيتنا لحركة الخاصية التوسُّعية عبر المنظومة). إن رسم مخطط للمنظومة ووضع العلامات عليه وتحديد محيطها غالباً ما يساعد في هذا الإجراء. في مثال مخزن كتب الجامعة، يمكن تعريف المسألة على أساس أن مخزن الكتب هو



الشكل 3.2: الحركة في 8/20 لدى مخزن بيع الكتب في الجامعة الذي يبيع كتب وقرطاسية وقمصاناً صيفية وقمصان رياضة.

المنظومة موضوع الاهتمام (الشكل 3.2). ويفصل الخط المنقَّط المنظومة عن محيطها، وحين بيع

الكتب والملابس والقرطاسية وإخراجها من المخزن تغادر المواد المنظومة وتصبح جزءاً من المحيط. وحين تجلب شاحنة المواد إلى المخزن، تدخل المواد إلى المنظومة من المحيط. وتشير الأسهم إلى حركة المواد عبر حدود المنظومة.

أخيراً، لوضع معادلة موازنة، **يجب تحديد مدة زمنية.** يجب تقويم جميع عناصر معادلة الموازنة ضمن المدة الزمنية نفسها. في مثال مخزن بيع الكتب في الجامعة، إذا كنا مهتمين بتقويم الحركة في 20 آب/ أغسطس، كانت المدة الزمنية يوماً واحداً. لكن في بعض الأحيان، قد يكون من الصعب تمييز الفرق بين منظومة ذات مدة زمنية محددة ومنظومة تعمل باستمرار. في بعض النظم، ثمة بداية ونهاية واضحتين، والمدة الزمنية محدودة وتُحسب باعتبارها الفرق بين لحظة البداية ولحظة النهاية، على غرار مدة اليوم في مثال مخزن الكتب. وفي نظم أخرى، لا يوجد تعريف لبداية أو نهاية، وتعمل المنظومة على أساس مستمر. من الملائم في هذه الحالات وصف المدة الزمنية بأنها مستمرة. ومثال ذلك نبض القلب. في حين أنه يوجد لنبضة القلب الواحدة بداية ونهاية، فإن القلب يستمر بالنبض على مدى مدة غير محددة من الزمن. توصف النظم التي تعمل باستمرار رياضياً باستعمال المعدَّلات والمعادلات التفاضلية (differential equations).

للمراجعة، ثمة ثلاثة عناصر ضرورية لكتابة معادلة موازنة:

- يجب تحديد **الخاصية** التي ستُحسب.
- يجب تعريف **المنظومة ومحيطها** من خلال تعريف **الحدود.**
- يجب تحديد **مدة زمنية** لعمل المنظومة.

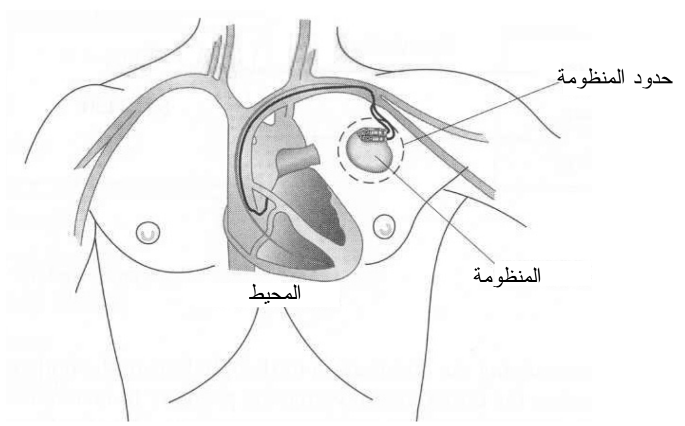
المثال 1.2 منظم نبض القلب

مسألة: منظم نبض القلب هو جهاز كهربائي صغير تُستعمل فيه نبضات كهربائية لابتداء انقباض القلب حينما يكون نبضه غير منتظم. يُزرع المنظم في فجوة في الصدر تحت عظم الترقوة، ويعمل ببطارية، ويوصل بالقلب بسلكين. ويحمل السلكان شحنات كهربائية من البطارية إلى قطب يلامس الجدار الداخلي للقلب حيث يحرِّض فرق الكمون الكهربائي نبض القلب.

انظر في الشحنات الكهربائية الخارجة من منظم النبض المستعملة لتحريض نبضة واحدة، وسمِّ الخاصية التي ستُحسب. ارسم مخططاً للمنظومة وحدودها ومحيطها، وضَع التسميات عليها. وحدِّد المدة الزمنية موضوع الاهتمام.

الحل: الخاصية التي ستُحسب هي الشحنة الكهربائية. وتُعرَّف المنظومة بأنها منظم نبض

القلب (باستثناء السلكين الواصلين بين المنظم والقلب)، وتُعرَّف الحدود بغلاف المنظم (الشكل 4.2). ويتضمن المحيط كل الأشياء الواقعة خارج المنظم، ومنها السلكان والقلب وبقية الجسم. أما المدة الزمنية فهي مدة نبضة قلب واحدة لأننا نريد أن نعرف الشحنة اللازمة لابتداء نبضة واحدة. ■



الشكل 4.2: منظم لنبض القلب موصول بالقلب.

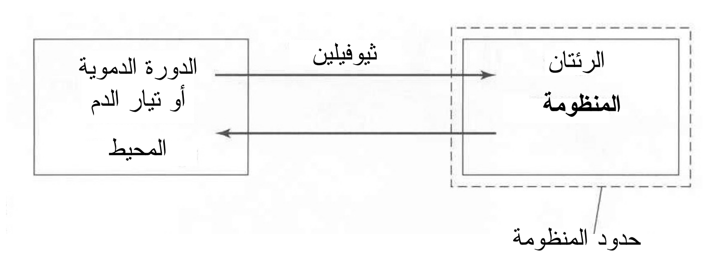
في عام 1950، اكتشف مهندس الكهرباء جون هوبس (John Hopps) صدفة أنه يمكن إعادة تشغيل قلب مُبرَّد بتحريضه بنبضة كهربائية. وبهذا الاكتشاف، صنع هوبّس من دون قصد أول منظم لنبض القلب في العالم. لكن حجم الجهاز الكبير ومدة عمل البطارية المحدودة كانا غير ملائمين للاستعمال من قبل المرضى، ولم يحصل زرع ناجح لمنظم لنبض القلب في جسم الإنسان حتى عام 1960 حين قام بذلك فريق من الجراحين.

أما المهندس الذي حسَّن تصميم هوبس فهو ولسون غريتباتش (Wilson Greatbatch)، إذ إنه بينما كان يعمل لبناء دارة لتسجيل أصوات القلب السريعة، استعمل صدفة مقاومة كهربائية ذات قيمة غير صحيحة، غير أنه اكتشف أنها ولَّدت نبضات كهربائية تتسم بإيقاع القلب الفريد. وعلى مدى عدة سنوات لاحقة، عمل غريتباتش على تطوير بطارية مديدة الحياة عديمة التآكل من أيونات الليثيوم، وعلى تقليص الجهاز ليصبح بحجم دفتر عود الثقاب. وقد ساعد ابتكاره ملايين المرضى على الحفاظ على نبض منتظم، وهذا ما مكَّنهم من استعادة حياتهم الطبيعية والعيش عمراً يقارب أعمار الأصحاء. وفي عام 1985، اعتبرت الجمعية القومية للمهندسين المحترفين (National Society of Professional Engineers) منظم نبض القلب واحداً من أعظم عشرة إنجازات هندسية خلال الخمسين سنة الماضية.

المثال 2.2 التزويد بالدواء

مسألة: يُعالج مريض مصاب بمرض الخنّاق الرئوي المزمن بالثيوفيلّين (theophylline) الذي يُحقن وريدياً باستمرار بمعدل 0.5 mg/min. ونظراً إلى أن الحقن الوريدي ينشر الدواء في الدم، فإن الدم يحمل الثيوفيلين إلى الرئتين مباشرة.

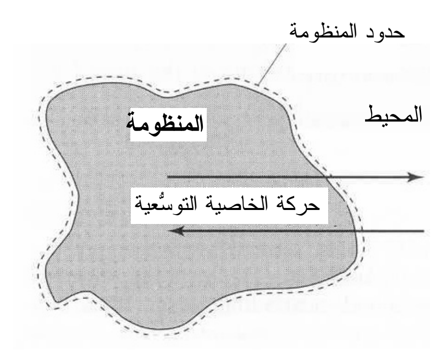
ويُقيِّم طبيب يدرس توزع الثيوفيلين في الجسم الجزء من الجرعة الذي يصل إلى العضو المستهدف. سمِّ الخاصية التي ستُحسب، وارسم مخططاً للمنظومة، وبيِّن حدودها ومحيطها وضعِ التسميات عليها، وحدِّد المدة الزمنية موضوع الاهتمام.



الشكل 5.2: التزويد بدواء الثيوفيلين لمعالجة مرض الخناق الرئوي المزمن

الحل: الخاصية التي ستُحسب هي كتلة الثيوفيلين في نسيج رئة المريض. والمنظومة هي رئتا المريض (الشكل 5.2)، لأنها هي العضو المستهدف. إن الأوعية الدموية متلافّة مع جُريْبات الهواء الرئوية، ومن الصعب تشريحها جميعاً وفصلها عنها، ومع ذلك بإمكانك تمثيل تلك الأوعية بحجرة مستقلة واعتبار أنها هي المحيط موضوع الاهتمام. إن تبسيط بنية معقدة، من قبيل تيار الدم، بنمذجتها بمؤطّر مستقل في المخطط هو ممارسة هندسية شائعة.

ونظراً إلى أن التزويد بالدواء يحصل بالحقن الوريدي المستمر، لا يمكن تحديد مدة زمنية ذات بداية ونهاية، لكن ما يمكن فعله هو اعتبار أن التزويد بالدواء يحصل على مدى مدة من الزمن طويلة وغير محددة.



الشكل 6.2: حركة المادة عبر حدود المنظومة.

4.2 معادلات الموازنة والانحفاظ

تُستعمل معادلات الموازنة لتعقُّب الخواص التوسُّعية وحركتها عبر حدود المنظومة (الشكل 6.2). وتحديداً، **معادلة الموازنة** هي وصف رياضي لحركة وتوليد واستهلاك وتراكم الخاصية التوسُّعية في المنظومة موضوع الاهتمام. وتُكتَب معادلات الموازنة للخواص التوسُّعية ولمعدَّلاتها التي يمكن عدُّها. وفي هذا الكتاب، سنناقش كيفية استعمال معادلات الموازنة لمتابعة الخواص التوسُّعية الآتية:

- الكتلة الكلية
- كتل الأجناس إفرادياً
- كتل العناصر إفرادياً
- المولات الكلية
- مولات الأجناس إفرادياً
- مولات العناصر إفرادياً
- الطاقة الكلية
- الطاقة الحرارية
- الطاقة الميكانيكية
- الطاقة الكهربائية
- الشحنة الكهربائية الصافية
- الشحنة الكهربائية الموجبة
- الشحنة الكهربائية السالبة

- الزخم الخطي
- الزخم الزاوي

ثمة صيغة متخصِّصة من معادلة الموازنة تصف الخواص التوسُّعية المنحفظة ومعدلاتها. بالتعريف، **الخاصية المنحفظة** هي الخاصية التي لا تتولَّد ولا تفنى. وينص **قانون الانحفاظ** على الآتي: **حينما تكون خاصية توسُّعية منحفظة، فإنها لا تتولَّد ولا تفنى برغم التغيُّرات الحاصلة في المنظومة أو المحيط.** ليست جميع الخواص التوسُّعية منحفظة، لكن المنحفظة المهمة منها هي:

- الكتلة الكلية
- كتل العناصر إفرادياً
- مولات العناصر إفرادياً
- الطاقة الكلية
- الشحنة الصافية
- الزخم الخطي
- الزخم الزاوي

ومعادلة الانحفاظ هي وصف رياضي لحركة وتراكم الخاصية التوسُّعية في المنظومة موضوع الاهتمام بعد أن تُحذف منها الحدود التي تأخذ في الحسبان تولُّد وفناء الخاصية التوسُّعية. وحينما تكون خاصية توسُّعية منحفظة، لا يتغير مقدارها أو معدلها في الكون (إلا في حالة التفاعل النووي)، ويُعرَّف **الكون** بأنه المنظومة ومحيطها. لذا ليس ثمة تغيُّر صاف في مقدار تلك الخاصية التوسُّعية المنحفظة في الكون. بكلمات أخرى، المقدار الكلي لخاصية توسُّعية منحفظة ثابت في الكون. وهذا تعريف مختلف إلى حد ما عن تعريف الانحفاظ الشائع في الفيزياء، حيث يعني أن قيمة الخاصية التوسُّعية هي قيمة ثابتة. في الفيزياء، حينما تكون خاصية من قبيل الزخم في منظومة منحفظة، فإن مقدارها في المنظومة لا يتغير. أما في هذا الكتاب، فإن عبارة **منحفظ** تعني أن المقدار في الكون (المنظومة ومحيطها) ثابت، وأن الخاصية التوسُّعية يمكن أن تتراكم في المنظومة حين نقل المادة من المحيط إليها.

صحيحٌ أن الخاصية التوسُّعية المنحفظة لا يمكن أن تولد أو تفنى، إلا أنه يمكن تبادلها بين المنظومة ومحيطها. ويمكن للتغيُّر في مقدار الخاصية المنحفظة أن يحصل فقط بالمبادلة المتكافئة بين المنظومة والمحيط. انظر في انحفاظ الكتلة الكلية: المقدار الكلي للكتلة المضافة إلى منظومة

يكافئ مقدار الكتلة الكلية الذي يُعطيه المحيط للمنظومة. في هذه الحالة، يزداد المقدار الصافي للكتلة الكلية في المنظومة، ويتناقص المقدار الكلي لها في المحيط، ويبقى المقدار الكلي للكتلة في الكون ثابتاً. على سبيل المثال، خذ منظومة معرَّفة بشخص. إذا أكل قطعة حلوى، ازدادت كتلته بمقدار كتلة قطعة الحلوى. إلا أن كتلة المحيط تنقص بنفس المقدار، لأن قطعة الحلوى خرجت من المحيط. والكتلة الكلية للكون (أي الشخص وقطعة الحلوى وكل الأشياء الأخرى) لا تتأثر بانتقال قطعة الحلوى من المحيط إلى المنظومة.

على النقيض من الكتلة الكلية، فإن كتل الأجناس ليست منحفظة ويجب وصفها باستعمال معادلة موازنة. حينما يحصل تفاعل في منظومة لإنتاج مركب كيميائي معين، يزداد مقدار الكتلة الصافية لذلك الجنس في كل من المنظومة والكون. ونظراً إلى وجود تغيُّر صاف في كتلة الجنس في الكون، فإن كتلة الجنس ليست منحفظة. إنه من المهم فهم المعيار الذي يفصل بين الخواص المنحفظة وغير المنحفظة. وللتأكيد، فإن جميع الخواص التوسُّعية التي يمكن أن تُحسب يمكن أن توصف بمعادلة الموازنة. والخواص التوسُّعية التي لا تتولد ولا تفنى في الكون هي فقط التي يمكن أن توصف بمعادلة الانحفاظ.

توضح المعادلتان الآتيتان رياضياً هذين المفهومين، أي الموازنة والانحفاظ:

معادلة الموازنة:

(1−4.2) الدخل – الخرج + التوليد – الاستهلاك = التراكم

معادلة الانحفاظ:

(2−4.2) الدخل – الخرج = التراكم

وتصف المقادير الانتهائية والابتدائية في المنظومة رياضياً مقدار التراكم في كل من معادلتي الموازنة والانحفاظ:

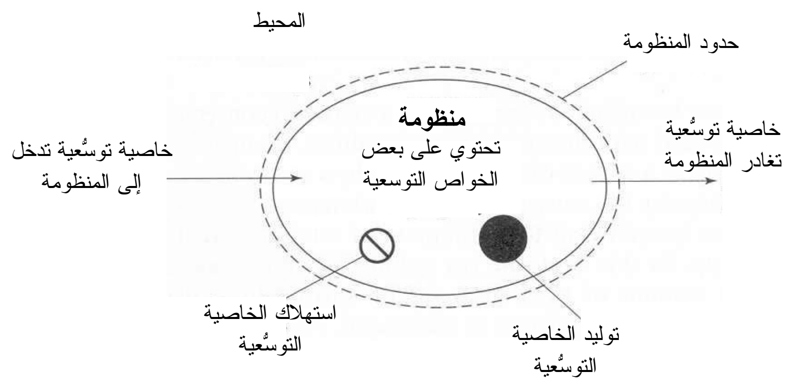
(3−4.2) المقدار الانتهائي – المقدار الابتدائي = التراكم

يوضح الشكل 7.2 الحالة العامة لمعادلة الموازنة لأي خاصية توسُّعية. أما في ما يخص المنظومة التي تنحفظ فيها الخاصية التوسُّعية، لا يحصل توليد أو استهلاك.

يعبِّر المصطلحان **دخل وخرج** (input, output) عن انتقال الخاصية التوسُّعية من المنظومة وإليها أو مبادلتها بين المنظومة والمحيط. وهما يصفان جميع المبادلات التي يكون فيها مقدار

الخاصية التوسُّعية المنقولة من المنظومة أو إليها مساوياً للمقدار المكتسب في المحيط أو الخارج منه. ويمكن لهذين المصطلحين أن يصفا حالات يكون فيها مقدار الخاصية التوسُّعية المتبادل متوازناً على طرفي حدود المنظومة. ويمكن لمبادلة وانتقال الخاصية التوسُّعية أن يحصل بأنماط عديدة:

- يمكن نقل الخاصية التوسعية بحركة ***مادة جَسِيمة***. في هذه الحالة، تُنقل الخاصية التوسُّعية مادياً عبر حدود المنظومة. مثلاً، إذا عرَّفنا المنظومة على أنها مكوَّنة من قفاز ملتقط كرة البيسيبول والهواء في جوار القفاز، فإن حركة الكرة عبر الحدود إلى داخل منظومة القفاز تُضيف كتلة وطاقة وزخماً إلى المنظومة من خلال الحركة الجَسِيمة للكرة.
- ويمكن نقل الخاصية التوسعية **بالتماس المباشر**. في هذه الحالة، تُنقل الخاصية التوسعية من وإلى جسم يتماس مادياً مع المنظومة من دون أن يجتاز الجسمُ أو أي مادة حدود المنظومة. من أمثلة ذلك نقل الحرارة بواسطة غلاف تسخين متماس مع حدود المنظومة حول مفاعل حيوي. لا تُنقل الحرارة هنا بواسطة حركة مادة ساخنة من قبيل



الشكل 7.2: مخطط توضيحي لمبدأ موازنة الخواص التوسُّعية.

سائل مصهور. إن الحرارة هي طاقة تتحرك عبر تدرُّج في درجة الحرارة. وفي هذه الحالة، تساوي الطاقة التي يكتسبها المفاعل الحيوي بالتسخين الطاقة المفقودة من المحيط (غلاف التسخين).

- ويمكن نقل الخاصية التوسعية **بالتماس غير المباشر**. ويحصل التأثير في المنظومة في هذه الحالة من بُعد. وأكثر أنواع هذا النقل شيوعاً هو حقل الكمون. على سبيل المثال، حين النظر في قانون انحفاظ الزخم، تكون قوى الثقالة متضمنة في الدخل والخرج. وتتوازن قوى الثقالة التي تؤثر في المنظومة بقوى أخرى موجودة في المحيط.

يتسم نوعا النقل الأخيرين بالتجريد قليلاً وبصعوبة تخيُّلهما. لكن باختصار، يتضمن الدخل كل الخاصية التوسُّعية التي تُضاف إلى المنظومة عبر حدود المنظومة. وعلى نحو مشابه، يصف حد الخرج مقدار الخاصية التوسُّعية التي تفقدها المنظومة عبر حدود المنظومة.

ويصف حد **التوليد** (generation) كمية الخاصية التوسُّعية التي تولِّدها المنظومة، في حين أن حد **الاستهلاك** يصف الكمية التي تستعملها المنظومة أو تفنيها. إن حدَّيْ التوليد والاستهلاك يعبِّران عن إنتاج وإفناء الخاصية التوسُّعية ضمن المنظومة. وحينما يكون حد التوليد أو الاستهلاك موجوداً، يكون كذلك ثمة إنتاج أو إفناء لتلك الخاصية التوسُّعية في الكون (أي المنظومة ومحيطها). في بعض الكتب، يُعتبر الزخم والطاقة اللذان لا ينتقلان بواسطة مادة جَسِيمة مقداري توليد واستهلاك. أما في هذا الكتاب، فلا نعتمد هذا المصطلح.

أسهل مثال لعرض هذا المفهوم عن توليد واستهلاك خاصية توسُّعية في منظومة هو التفاعل الكيميائي. حين حصول تفاعل كيميائي في منظومة، تتكوَّن أجناس كيميائية جديدة، هي نواتج التفاعل، وفي الوقت نفسه تُستهلك الأجناس الكيميائية القديمة، أي المتفاعلات. خُذ المعادلة التي تلخص التركيب الضوئي (photosynthesis):

$$6CO_2 + 12H_2O + \text{light} \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2 + 6H_2O \qquad (4-4.2)$$

في هذه الحالة، الأجناس الكيميائية الجديدة هي مول واحد من الغلوكوز (سكر العنب)، و6 مولات من الأكسجين ومثلها من الماء، بالإضافة إلى الطاقة، وهي تُعتبر مولَّدة لأن مقدارها الكلي قد ازداد في المنظومة وفي الكون. من ناحية أخرى، تكون الأجناس القديمة، وهي 6 مولات من ثنائي أكسيد الكربون، و12 مولاً من الماء، قد استُهلكت فوراً، لأن مقدارها الكلي تناقص في المنظومة وفي الكون. أما **الكتلة الكلية** (للنواتج والمتفاعلات) في الكون فقد بقيت على حالها لأن الكتلة الكلية منحفظة.

إذاً، حينما تزداد كمية من خاصية توسُّعية في الكون (ولادة)، يجب أن يتناقص شيء آخر فيه (فناء). يمكن لمعادلتي موازنة الكتلة والشحنة أن تتضمنا حدَّيْ توليد واستهلاك يأتيان من التفاعلات الكيميائية. ومثال آخر للخواص التوسُّعية التي تتولد وتُستهلك هو ما ينتُج عن التحويل في ما بين أنواع الطاقة المختلفة، على غرار تحويل الطاقة الميكانيكية إلى حرارية في معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية.

ويصف حد **التراكم** (accumulation) المقدار الذي يتجمع في المنظومة أثناء المدة الزمنية المعرَّفة. بعبارات أخرى، يمثل حد التراكم القيمة العددية للكسب أو الخسارة الذي يحصل في

الخاصية التوسُّعية ضمن المنظومة. يمكن حساب حد التراكم بإيجاد الفرق بين الكمية الموجودة في المنظومة في الظرف الابتدائي وتلك الموجودة في الظرف الانتهائي. ويُستعمل هذان الظرفان لتحديد المدة الزمنية التي يجري خلالها استقصاء المنظومة. ويُعرَّف **الظرف الابتدائي** للمنظومة بأنه حالتها في بداية المدة، ويُعرَّف **الظرف الانتهائي** بأنه حالة المنظومة في نهاية تلك المدة. على سبيل المثال، يمكن لحد التراكم أن يعبِّر عن التغيُّر في كتلة خثرة الدم فيما بين لحظة قص الجلد ولحظة إغلاق الجرح.

تمكِن كتابة معادلات الموازنة والانحفاظ بثلاث صيغ:

- جبرية
- تفاضلية
- تكاملية

يمكن الاطلاع على استخراج المعادلات التفاضلية والتكاملية في كتب أخرى (مثلا: Bird, Stewart and Lightfoot, *Transport Phenomena*, 2002). أما في ما يخص هذا الكتاب، فإن المهم هو أن تفهم جميع أنواع المعادلات الثلاثة وكيفية تطبيقها تطبيقاً سليماً، خصوصياً من حيث إن كل معادلة يجب أن تكون متجانسة الأبعاد.

1.4.2 معادلات الموازنة الجبرية

تُطبَّق معادلات الموازنة الجبرية عموماً على الخواص التوسُّعية ضمن منظومة معرَّفة أثناء مدة زمنية محدَّدة. وتُستعمل المعادلات الجبرية حين التعامل مع مقادير منفصلة من الخاصية التوسُّعية، لكن لا يمكن استعمالها مع المعدَّلات والحدود التي تعتمد على الزمن. بناءً على المعادلة 4.2−1، تُكتب معادلة الموازنة الجبرية العامة كما يأتي:

$$\Psi_{in} - \Psi_{out} + \Psi_{gen} - \Psi_{cons} = \Psi_{acc} \qquad (5-4.2)$$

حيث إن:

Ψ : أي خاصية توسُّعية،

Ψ_{in} : الدخل، أي مقدار الخاصية التوسُّعية الذي يدخل إلى المنظومة أثناء مدة زمنية محددة،

Ψ_{out} : الخرج، أي مقدار الخاصية التوسُّعية الذي يغادر المنظومة أثناء مدة زمنية محددة،

Ψ_{gen} : التوليد، أي مقدار الخاصية التوسُّعية الذي يتولد ضمن المنظومة أثناء مدة زمنية محددة،

Ψ_{cons} : الاستهلاك، أي مقدار الخاصية التوسُّعية الذي يُستهلك في المنظومة أثناء مدة زمنية محددة،

Ψ_{acc}: التراكم، أي الفرق بين مقداري الخاصية التوسعية الموجودين في المنظومة في نهاية المدة الزمنية وفي بدايتها.

ويمكن أيضاً استعمال الظرفين الابتدائي والانتهائي لتعريف التراكم:

$$\Psi_f - \Psi_0 = \Psi_{acc} \qquad (6-4.2)$$

حيث إن:

Ψ_f: الظرف الانتهائي، أي مقدار الخاصية التوسُّعية الموجود في المنظومة في نهاية المدة الزمنية المحددة،

Ψ_0: الظرف الابتدائي، أي مقدار الخاصية التوسُّعية الموجودة في المنظومة في بداية المدة الزمنية المحددة.

أما بُعد الحدود في المعادلتين 4.2−5 و4.2−6 فهو بُعد الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام.

2.4.2 معادلات الموازنة التفاضلية

تأمَّل في منظومة تدخل الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام فيها وتخرج منها باستمرار عبر تياري دخل وخرج. يُعرَّف **التيار**، في هذا المقام، بأنه المسار الذي تسلكه الخاصية التوسُّعية للدخول إلى المنظومة أو الخروج منها. نستطيع قياس مقدار الخاصية التوسعية التي تدخل إلى المنظومة وتخرج منها باستمرار باستعمال المعدَّلات. مثلاً، معدل تنفس الهواء يساوي 6 غرامات في الدقيقة. وإضافة إلى انتقال الخاصية التوسُّعية عبر حدود المنظومة، يمكن توليدها واستهلاكها ومراكمتها بمعدَّل معين في المنظومة. من أمثلة الاستهلاك في تفاعل حيوي معدل استقلاب الأكسجين في الأنسجة الذي يساوي 0.64 ملغ في الثانية. لاحظ أن كل معدَّل يُعطى هو خاصية توسُّعية، وهي في هذه الحالة كتلة مقسومة على الزمن. **إن الصيغة التفاضلية لمعادلة الموازنة هي أفضل الصيغ حين تعريف الخواص التوسُّعية بالمعدَّلات.** تُكتب الصيغة التفاضلية لمعادلة الموازنة وفق ما يأتي:

$$\dot{\Psi}_{in} - \dot{\Psi}_{out} + \dot{\Psi}_{gen} - \dot{\Psi}_{cons} = \dot{\Psi}_{acc} = \frac{d\,\Psi}{dt} \qquad (7-4.2)$$

حيث إن:

$\dot{\Psi}_{in}$: المعدَّل الذي تدخل به الخاصية التوسُّعية إلى المنظومة،

$\dot{\Psi}_{\text{out}}$: المعدَّل الذي تخرج به الخاصية التوسُّعية من المنظومة،

$\dot{\Psi}_{\text{gen}}$: المعدَّل الذي تتولد به الخاصية التوسُّعية في المنظومة،

$\dot{\Psi}_{\text{cons}}$: المعدَّل الذي تُستهلَك به الخاصية التوسُّعية في المنظومة،

$\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ أو $\frac{d\Psi}{dt}$: المعدَّل الذي تتراكم به الخاصية التوسُّعية في المنظومة.

لاحظ أن $\dot{\Psi}_{\text{in}}$، $\dot{\Psi}_{\text{out}}$، $\dot{\Psi}_{\text{gen}}$، $\dot{\Psi}_{\text{cons}}$، $\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ هي جميعا معدَّلات. تعني النقطة فوق الرمز Ψ **معدَّلاً**، أي تغيُّر الخاصية ؐ مع الزمن، وهذا هو التعريف الرياضي للمشتق (derivative). على سبيل المثال، إذا عُرِّفت Ψ أنها الخاصية التوسُّعية "الكتلة"، كانت $\dot{\Psi}$ تغيُّر الكتلة في المنظومة مع الزمن أو معدَّل تدفُّق الكتلة. وإذا عُرِّفت أنها شحنة، كانت $\dot{\Psi}$ المشتق الزمني للشحنة، أو التيار الكهربائي. وغالباً ما يُعبَّر عن حد التراكم $\frac{d\,\Psi}{dt}$ بأنه المعدَّل الآني لتغيُّر الخاصية التوسُّعية في المنظومة. أما بُعد حدود المعادلة 4.2−7، فهو بُعد الخاصية التوسُّعية مقسوماً على الزمن.

تُكتب المعادلة 4.2−7 من أجل مدة زمنية تفاضلية dt. لذا تُسمى هذه الصيغة بمعادلة الموازنة التفاضلية. يمكنك تخيُّل معادلة الموازنة التفاضلية أنها تصف ما يحصل في المنظومة في لحظة ما من الزمن. وغالباً ما تُستعمل المعادلات التفاضلية عندما تعمل المنظومة على أساس جارٍ أو مستمر. ولحل معادلة تفاضلية في الحالة العامة، يجب تحديد الظرف الابتدائي أو الحدِّي. وتبعا للمسألة، يمكن تعريف المتغيِّر غير المستقل Ψ عند قيمة ما للمتغيِّر المستقل (الزمن في هذه الحالة). وغالباً ما يُعرَّف الظرف الابتدائي للمنظومة عند اللحظة $t = 0$.

3.4.2 معادلات الموازنة التكاملية

أخيراً يمكن كتابة معادلة الموازنة بصيغة تكاملية. **تحصل فائدة الموازنات التكاملية القصوى حينما نحاول تقويم الظروف بين لحظتين منفصلتين من الزمن.** تمكِن كتابة معادلات الموازنة التكاملية بحيث تتضمن معدَّلات تغيُّر الخاصية التوسُّعية. حين وضع موازنة تكاملية، تستطيع كتابة معادلة التوازن التفاضلية ومكاملتها بين اللحظتين الابتدائية والانتهائية. تُكتب معادلة الموازنة التكاملية كالآتي:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}}\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{gen}\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{cons}}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}}\, dt \qquad (8-4.2)$$

حيث إن:

$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}}\, dt$: الخاصية التوسُّعية الكلية التي تدخل المنظومة بين اللحظة الابتدائية t_0 واللحظة الانتهائية t_f.

$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt$: الخاصية التوسُّعية الكلية التي تخرج من المنظومة بين t_0 و t_f.

$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{gen}}\, dt$: الخاصية التوسُّعية الكلية التي تتولَّد ضمن المنظومة بين t_0 و t_f.

$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{cons}}\, dt$: الخاصية التوسُّعية الكلية التي تُستهلك ضمن المنظومة بين t_0 و t_f.

$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}}\, dt$: الخاصية التوسُّعية الكلية التي تتراكم ضمن المنظومة بين t_0 و t_f.

ويمكن كتابة حد التراكم أيضاً بالشكل $\int_{t_0}^{t_f} \frac{d\Psi}{dt} dt$ أو $\int_{\Psi_0}^{\Psi_f} d\Psi$ ، حيث إن Ψ_f و Ψ_0 هما قيمتا الخاصية التوسُّعية في اللحظتين الانتهائية والابتدائية.

وعلى غرار حدود معادلة الموازنة التفاضلية، فإن $\dot{\Psi}_{\text{in}}$ ، $\dot{\Psi}_{\text{out}}$ ، $\dot{\Psi}_{\text{gen}}$ ، $\dot{\Psi}_{\text{cons}}$ ، $\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ هي معدَّلات. ويمكن للحدود $\dot{\Psi}$ أن تكون توابع محددة للزمن. وبُعد حدود المعادلة 2.4–8 هو بُعد الخاصية التوسُّعية. وثمة حاجة عادة إلى معلومات عن ظروف المنظومة في اللحظتين t_0 أو t_f أو كليهما بغية حل المسألة باستعمال المعادلة التكاملية. وأما في ما يخص النظم البسيطة التي لا تتغير حدودها مع الزمن، يمكن للمعادلة التكاملية 2.4–8 أن تُرجَع إلى المعادلة الجبرية 2.4–5.

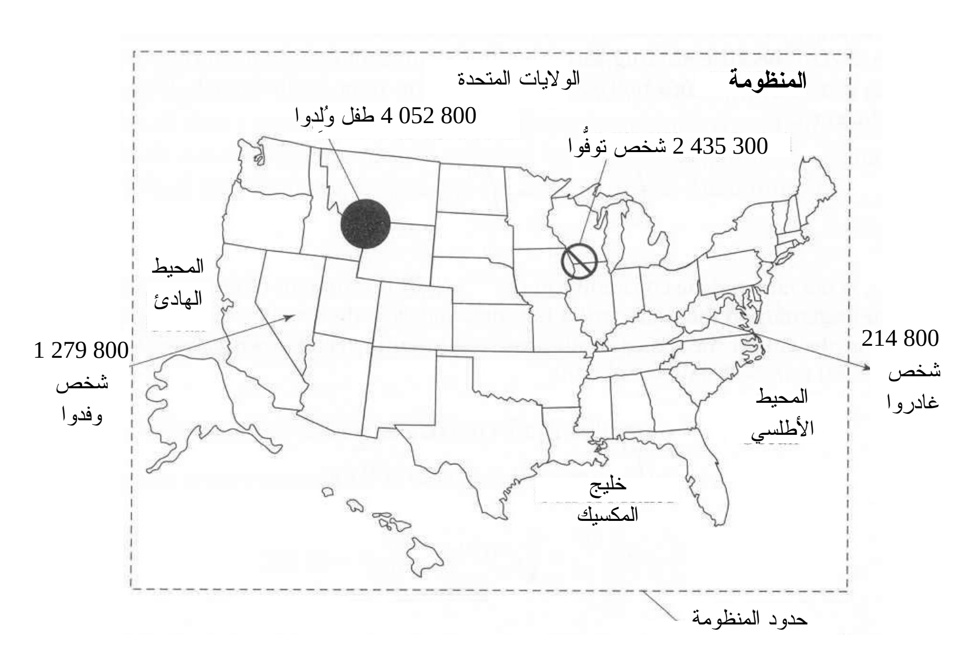
تُعتبر الصيغتان التفاضلية والتكاملية مفيدتين لأنه غالباً ما يجري تحديد عمل النظم الهندسية الحيوية بالمعدَّلات. ويتضمن الجدول 2.2 ملخصاً لمميزات معادلات الموازنة الجبرية والتفاضلية والتكاملية.

الجدول 2.2: مميزات معادلات الموازنة.

	الجبرية	التفاضلية	التكاملية
هل بالإمكان تضمينها مقادير منفصلة أو خواص توسُّعية؟	نعم	لا	أحيانا
المدة الزمنية	محدودة	آنية	محدودة
هل بالإمكان تضمينها معدَّلات؟	لا	نعم	نعم
بُعد المعادلة	الخاصية التوسعية	الخاصية التوسعية/ الزمن	الخاصية التوسعية

المثال 3.2 عدد سكان الولايات المتحدة

مسألة: الولايات المتحدة هي واحدة من أسرع الدول نمواً في العالم، فبين الأول من تموز/ يوليو 2000 والأول من تموز/ يوليو 2001، هاجر 800 279 1 شخص إلى الولايات المتحدة، وهاجر 800 214 شخص من المقيمين في الولايات المتحدة إلى دول أخرى، ووُلِد 800 052 4 طفل، وتوفي 800 435 2 شخص (الشكل 8.2)[1]. ما هو أفضل أنواع معادلة الموازنة للتعبير عن تغيُّر عدد السكان في تلك السنة؟ اكتب معادلة موازنة لعدد سكان الولايات المتحدة خلال تلك السنة.



الشكل 8.2: تغير عدد سكان الولايات المتحدة بين الأول من تموز يوليو 2000، والأول من تموز/ يوليو 2001.

الحل: الخاصية التي ستُحسب هي عدد الناس. والمنظومة هي الولايات المتحدة، وحدود المنظومة هي حدود الولايات المتحدة ومنافذ الدخول والخروج الأخرى باستعمال وسائل النقل المختلفة، ومنها الطائرات. والمدة الزمنية هي سنة واحدة. ونظراً إلى أنه يمكن اعتبار الشخص "قطعة" من خاصية توسُّعية، فإن معادلة الموازنة الجبرية ملائمة هنا. والحد Ψ_{in} يساوي 1279800 شخص، لأن هذا العدد من الناس اجتاز حدود المنظومة داخلاً إليها. والحد Ψ_{out} يساوي 214800 شخص، لأن هذا العدد من الناس اجتاز حدود المنظومة مغادراً إياها. ونظراً إلى أن الولادات تزيد من عدد الناس في المنظومة والكون، فإن Ψ_{gen} يساوي 4052800

شخص. ونظراً إلى أن الوفيات تخفض عدد الناس في المنظومة والكون، فإن Ψ_{cons}يساوي 2435300 شخص. لذا:

$$\Psi_{\text{acc}} = 1\ 279\ 800\ \ p - 214\ 800\ \ p + 4\ 025\ 800\ \ p - 2\ 435\ 300\ \ p$$
$$= 2\ 682\ 500\ \ p$$

حيث إن p تعني شخصاً. هذا يعني أن زيادة صافية (أي تراكماً موجباً) تساوي 2682500 شخصاً قد حصلت في عدد سكان الولايات المتحدة بين الأول من تموز/ يوليو 2000 والأول من تموز/ يوليو 2001.

المثال 4.2 مداواة مرضى السكري

مسألة: جين مريضة سكري من النوع II، وهذا يعني أن خلاياها غير حساسة للإنسولين، وهو هرمون يساعد الخلايا على استهلاك السكر. وقد وصف لها طبيبها تناول قرص عياره 30 ملغ من البيوغليتازون (pioglitazone) يومياً لتعزيز استهلاك السكر في خلايا العضلات. ويستقلب جسمها الدواء بمعدل تابع للزمن ابتداءً من تناولها القرص:

$$r = a e^{-k t}$$

حيث إن r هو معدّل استقلاب الدواء، وa هو ثابت يساوي 45 ملغ في اليوم، وk هو ثابت غير معروف. في نهاية مدة الجرعة اليومية، وجد طبيب جين أنه قد بقي في دمها 2 ملغ من الدواء غير المستقلب. افترض أن بقية الدواء قد استُقلبت كلياً، ولم يتولد دواء جديد في جسمها أو يغادره عبر وسائل أخرى (البول مثلاً). هل من الأفضل استعمال معادلة موازنة جبرية أو تفاضلية أو تكاملية لحساب k؟ ولماذا؟ اعتبر جسم جين منظومة، واحسب ثابت معدّل الاستقلاب k للبيوغليتازون.

الحل: استهلاك الدواء معطىً بوصفه معدَّلاً. ونظراً إلى أن البيوغليتازون يتحول إلى مادة كيميائية أخرى، فإن مقداره في الكون يتناقص. إذاً، الدواء ليس منحفظاً في هذه المسألة، ويجب النظر إلى معدّل الاستقلاب أنه حد الاستهلاك. ونظراً إلى أن معدّل الاستهلاك تابع للزمن، وإلى وجود مدة محددة من الزمن (يوم واحد)، فإن معادلة الموازنة التكاملية هي أفضل خيار.

إذا افترضنا أن مدة اليوم تبدأ بعد تناول جين للقرص مباشرة، كان حد الدخل صفراً. ونظراً إلى عدم خروج دواء غير مستقلب من جسمها، فإن حد الخرج يساوي صفراً أيضاً. ولا يتولد دواء في جسمها، ولذا يُحذف حد التوليد. بناء على ذلك:

$$-\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{cons}}\, dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} \Psi\, dt = \Psi_f - \Psi_0$$

حيث إن $\dot{\Psi}_{\text{cons}}$ هو معدل استهلاك الدواء ae^{-kt}، و Ψ_0 هو مقدار الدواء الموجود في جسم جين عند بدء مدة اليوم، وهو يساوي 30 ملغ، و Ψ_f هو مقدار الدواء المتبقي في جسمها بعد انتهاء مدة اليوم، وهو يساوي 2 ملغ. بالتعويض عن القيم المعلومة والمكاملة من $t_0 = 0$ حتى $t_f = 1\,\text{day}$، نحصل على:

$$-\int_0^{1day} ae^{-kt}\,dt = 2\text{ mg} - 30\text{ mg}$$

$$\frac{a}{k}e^{-kt}\Big|_0^{1day} = \frac{a}{k}e^{-k\,(1day)} - \frac{a}{k} = -28\text{ mg}$$

بالتعويض عن a بـــ 45 ملغ في اليوم والحل باستعمال برنامج حاسوبي من قبيل ماتلاب أو إكسل، نجد أن $k = 1.04\text{ day}^{-1}$، وهو الثابت المقترن باستقلاب جسم جين للبيوغليتازون.

قبل عام 1921، كان الشخص الذي يصاب بداء السكري لا يأمل بالعيش إلا بضعة أشهر قبل أن يجوع حتى الموت. وعلى الرغم من أن المرض معروف من زمن المصريين والإغريق القدماء، لم يكن ثمة علاج له إلى أن قام الكنديان ف. بانتينغ (F. Banting) و س. بست (C. Best) بعزل الإنسولين من بنكرياس كلب، وحقنه في كلاب مصابة بالسكري، فعادت إلى تناول السكر على نحو طبيعي. وقام عضو آخر من المجموعة، هو ج. ب. كولِّيب (J. B. Collip)، بإيجاد طريقة لتنقية الإنسولين. وفي عام 1922، اختبرت المجموعة عينتها على صبي عمره 14 عاماً مشرف على الموت، فتحسَّن بعد الحقنة.

للتمكن من سد الحاجة إلى الإنسولين، جرت تنقية إنسولين مستخرج من الخنازير والبقر المرسلة إلى المسالخ بغية استعماله من قبل المرضى. وفي ثمانينيات القرن العشرين، مكَّنت تقانة تركيب الـــ DNA العلماء من هَندسة الإنسولين البشري.

إن الإنسولين ليس علاجاً لداء السكري. وكان نجاح التجارب الطبية القليلة لزرع جزر لانغرهانس (Langerhans islets) في أجسام مرضى السكري محدوداً. وإلى حين إيجاد علاج شاف، ولعل ذلك باستعمال هندسة الأنسجة، يبقى اكتشاف بانتينغ وبست الطبي الثوري للإنسولين أفضل علاج لمرضى السكري.

يوفر داء السكري ومعالجته مثالاً للقيود الوظيفية المفروضة على معادلة الموازنة. ويُستهلك الإنسولين أثناء الاستقلاب الطبيعي، لكن في ما يخص المصاب بداء السكري، لا يوجد حد للتوليد. لذا تجب موازنة حد الاستهلاك بحقن منتظم للإنسولين (حد دخل) أو زرع رقع لانغرهانس (حد توليد) في بنكرياس المريض.

4.4.2 معادلة الانحفاظ الجبرية

لكتابة معادلة انحفاظ جبرية، نعيد كتابة المعادلة 2−4.2 بالصيغة التالية:

$$\Psi_{\text{in}} - \Psi_{\text{out}} = \Psi_{\text{acc}} \qquad (9-4.2)$$

حيث إن Ψ هي خاصية توسُّعية ما، و Ψ_{in} هو دخل المنظومة من الخاصية، و Ψ_{out} هو خرجها، و Ψ_{acc} هو التراكم أثناء مدة زمنية محددة. (عُدْ إلى معادلة الموازنة الجبرية في المقطع 1.4.2 لمزيد من التعريف الكامل لهذه المتغيرات). تذكَّر أن الخاصية التوسُّعية المنحفظة لا تتولد ولا تُستهلك، لذا ينعدم الحدَّان Ψ_{gen} و Ψ_{cons} في معادلة الموازنة الجبرية.

ويمكن استعمال الظرفين الابتدائي والانتهائي لتحديد التراكم:

$$\Psi_{\text{f}} - \Psi_{0} = \Psi_{\text{acc}} \qquad (10-4.2)$$

حيث إن Ψ_{f} هو مقدار الخاصية الموجود في المنظومة في الظرف الانتهائي، و Ψ_{0} هو مقدار الخاصية الموجود في المنظومة في الظرف الابتدائي.

5.4.2 معادلة الانحفاظ التفاضلية

على غرار معادلة الانحفاظ الجبرية، تُكتب معادلة الانحفاظ التفاضلية بالصيغة الآتية:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} = \dot{\Psi}_{\text{acc}} = \frac{d\Psi}{dt} \qquad (11-4.2)$$

حيث إن $\dot{\Psi}_{\text{in}}$ هو معدَّل الدخل، و $\dot{\Psi}_{\text{out}}$ هو معدّل الخرج، و $\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ أو $d\Psi/dt$ هو معدّل التراكم. لمزيد من التعريفات الكاملة، راجع معادلة الموازنة التفاضلية في المقطع 2.4.2.

6.4.2 معادلة الانحفاظ التكاملية

أخيراً، تُكتب معادلة الانحفاظ التكاملية بالصيغة الآتية:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}}\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}}\, dt \qquad (12-4.2)$$

حيث إن:

$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}}\, dt$: الدخل بين t_0 و t_f،

$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt$: الخرج بين t_0 و t_f.

ويمكن كتابة التراكم بأحد الأشكال الآتية: $\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt$ أو $\int_{t_0}^{t_f} (d\Psi/dt)\, dt$ أو $\int_{\Psi_0}^{\Psi_f} d\Psi$. لمزيد من التعاريف الكاملة لهذه المتغيِّرات، راجع معادلة الموازنة التكاملية في المقطع 3.4.2.

ثمة حاجة عادة إلى معلومات عن ظروف المنظومة عند t_0 أو t_f أو كليهما لحل المسائل باستعمال المعادلات التكاملية. ويمكن إرجاع المعادلة التكاملية 4.2−12 إلى المعادلة الجبرية 4.2−9 في حالة النظم البسيطة التي لا تتغير حدودها مع الزمن.

إنه من المهم أن نفهم الفرق بين معادلة الموازنة ومعادلة الانحفاظ، وأن نعرف متى نستعمل كلاً منهما. كثير مما تبقى من هذا الكتاب مخصص لوضع معادلات انحفاظ وموازنة لنظم وحل المعادلات الملائمة لإيجاد المجاهيل. و**إذا لم تكن متيقناً من المعادلة التي يجب أن تستعملها، اكتب معادلة الموازنة أولاً**. وأما في ما يخص نظم معينة أو خواص توسُّعية محددة أو كليهما، يمكن بعدئذ اختزال معادلة الموازنة إلى معادلة انحفاظ.

المثال 5.2 الماء في حوض الاستحمام

مسألة: يَرش مرشاشٌ في حمامك الماء عليك في حوض الاستحمام بمعدل 5 كلغ في الدقيقة، ويتراكم الماء في الحوض بمعدل 1.5 كلغ في الدقيقة. فما هو معدل تصريف الماء من الحوض؟ وإذا تراكم 15 كلغ من الماء في الحوض، فكم من الوقت دام استحمامك؟ وبعد تسكير صنبور الماء، كم من الوقت يستغرق تصريف الماء المتبقي؟

الحل: وفقاً للشكل 9.2، المنظومة هي الحوض المحتوي على الماء، والخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام هي كمية الماء. لا يدخل ماء في المنظومة أو يغادرها باستثناء الماء المبيَّن في الشكل (مثلاً، لا يتدفق ماء من أعلى جوانب الحوض). ويُفترض أن المصرف يعمل بأقصى طاقته طوال مدة الاستحمام. ونظراً إلى أن كمية الماء معطاة بوصفها معدَّل تدفق، يجب استعمال معادلة تفاضلية. والكتلة الكلية للماء منحفظة لأن الماء لا يتولد ولا يُستهلك في تفاعل كيميائي، لذا يمكن استعمال معادلة الانحفاظ التفاضلية 4.2−11.

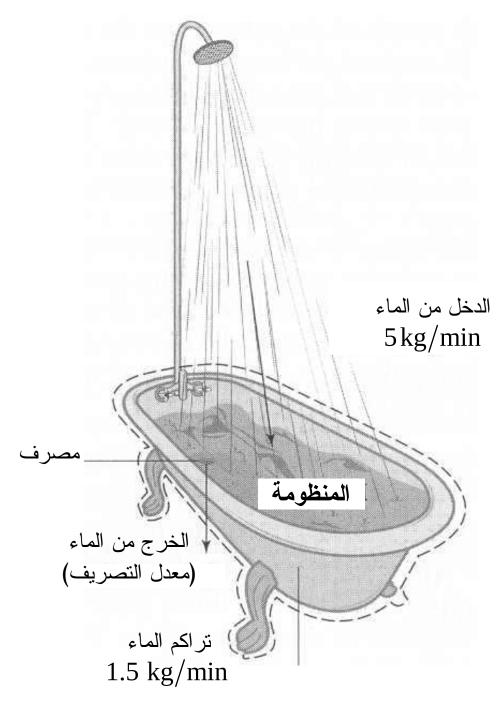
يساوي معدل تيار الماء الوارد إلى الحوض $\dot{\Psi}_{\text{in}} = 5\ \text{kg/min}$. ويتراكم الماء في الحوض بمعدل $\dot{\Psi}_{\text{acc}} = 1.5\ \text{kg/min}$:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} = \dot{\Psi}_{\text{acc}}$$

$$\frac{5\ \text{kg}}{\text{min}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} = \frac{1.5\ \text{kg}}{\text{min}}$$

$$\dot{\Psi}_{\text{out}} = 3.5\ \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

أي إن معدل التصريف يساوي 3.5 كلغ في الدقيقة.



الشكل 9.2: تراكم الماء في حوض الاستحمام.

لحساب مدة الاستحمام، نستعمل معادلة انحفاظ الكتلة التكاملية 4.2−12. الفرق بين كميتي الماء في الحوض في نهاية الاستحمام وبدايته $\Psi_{\text{f}} - \Psi_0$ يساوي 15 كلغ:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}}\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} \Psi\, dt = \Psi_{\text{f}} - \Psi_0$$

$$\int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{5\,\text{kg}}{\text{min}}\right) dt - \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{3.5\,\text{kg}}{\text{min}}\right) dt = 15\,\text{kg}$$

إذا وضعنا $t_0 = 0$ وكاملنا المعادلة بالنسبة إلى t_f نتج:

$$\left(1.5\,\frac{kg}{\text{min}}\right) t_f = 15\,\text{kg}$$

$$t_f = 10\,\text{min}$$

أي إن الاستحمام دام 10 دقائق.

وبعد تسكير الصنبور، يصبح $\dot{\Psi}_{\text{in}}$ صفراً. ولحساب المدة اللازمة لتصريف الماء المتبقي،

نستعمل مرة أخرى معادلة الانحفاظ التكاملية التي تصبح:

$$-\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} \Psi\, dt = \Psi_{\text{f}} - \Psi_0$$

ومرة أخرى، إذا وضعنا $t_0 = 0$ وكاملنا المعادلة بالنسبة إلى t_f نتج:

$$-\left(\frac{3.5\ \text{kg}}{\text{min}}\right)t_f = -15\ \text{kg}$$

$$t_f = 4.3\ \text{min}$$

لذا يستمر الماء المتراكم بالخروج عبر المصرف مدة 4.3 دقيقة بعد تسكير الصنبور.

المثال 6.2: حساب مصرفي

مسألة: في اليوم الأول من كل شهر، يصلك بيان عن حسابك المصرفي يتضمن لائحة بأنشطتك المصرفية خلال الشهر السابق ورصيدك الحالي. وتبقى مبادلاتك في كل شهر من السنة نفسها: تحصل على 5 دولارات فائدة، وتصرف 75 دولاراً لشراء الكتب، و150 دولاراً لشراء الطعام، و40 دولاراً فاتورة هاتف، و50 دولاراً مقابل خدمات، و400 دولار أجرة منزل. ومن حسن طالعك أنك تعمل بمهنة تدر عليك 450 دولاراً كل أسبوعين، وأنت حريص على إيداع كل نقودك في حسابك. أيُّ معادلة من معادلات الموازنة الجبرية أو التفاضلية أو التكاملية هي الفضلى لحساب معدّل ادخارك؟ اكتب موازنة نقودك في حسابك المصرفي مفترضاً أن الشهر يتألّف من أربعة أسابيع.

الحل: الخاصية التي ستُحسب هي كمية النقود. والمنظومة هي حسابك المصرفي، والمدة الزمنية مفتوحة ومستمرة. وتدخل النقود حسابك وتخرج منه كل شهر بمعدل معين. لذا فإن معادلة الانحفاظ التفاضلية هي الملائمة.

باستعمال المعادلة 4.2−11، تستطيع حساب معدل ادخارك بكتابة موازنة لحركة نقودك من حسابك وإليه. والنقود التي تودعها من أجرك هي حد الدخل:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} = \left(\frac{\$450}{2\ \text{weeks}}\right)\left(\frac{4\ \text{weeks}}{\text{month}}\right) = \frac{\$900}{\text{month}}$$

والفائدة التي تساوي خمسة دولارات في الشهر هي حد دخل أيضاً.

وجميع النقود التي تصرفها تُؤخذ من المنظومة (حسابك)، ولذا تمثل حدود الخرج:

$$\dot{\Psi}_{\text{out}} = \frac{\$75}{\text{month}}(\text{books}) + \frac{\$150}{\text{month}}(\text{food}) + \frac{\$40}{\text{month}}(\text{phone})$$
$$+ \frac{\$50}{\text{month}}(\text{utilities}) + \frac{\$400}{\text{month}}(\text{rent}) = \frac{\$715}{\text{month}}$$

ومقدار النقود الكلي في الكون (المنظومة ومحيطها) ثابت. لا تتولد النقود ولا تُستهلك، بل تتحرك فقط بين حسابك وجهات مختلفة. وقد تعتقد أن حد الفائدة هو حد توليد، لكنه في الواقع ليس إلا انتقالاً للنقود من المحيط (المصرف) إلى المنظومة (حسابك). أما طباعة الحكومة للنقود مثلا فهو توليد، لأنه يزيد من مقدار النقود الكلي في الكون.

بالتعويض عن هذه الحدود في معادلة الانحفاظ التفاضلية ينتُج:

$$\dot{\Psi}_{\text{acc}} = \frac{\$900}{\text{month}} + \frac{\$5}{\text{month}} - \frac{\$715}{\text{month}} = \frac{\$190}{\text{month}}$$

أي إنك تراكم (تدَّخر) 190 دولاراً كل شهر في حسابك المصرفي.

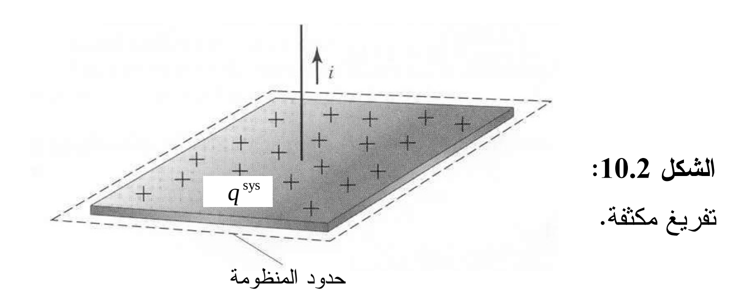
المثال 7.2: تفريغ شحنة مكثفة

مسألة: المكثفات هي تجهيزات تُستعمل في الأجهزة الطبية الحيوية لخزن شحنات كهربائية (الشكل 10.2). في البداية (عند $t = 0$) كانت شحنة اللوح الموجب من مكثفة تساوي 10 ميلّيكولون. ويتفرَّغ اللوح بمعدَّل i يتناسب مع الشحنة الصافية q^{sys} الموجودة على اللوح الموجب (شحنة المنظومة):

$$i = k\, q^{sys}$$

حيث إن k هو ثابت التناسب ويساوي $0.5\ s^{-1}$. هل تستعمل معادلة موازنة أم معادلة انحفاظ لحساب الشحنة الصافية على اللوح في لحظة معينة؟ هل من المفضل استعمال معدلة جبرية أم تفاضلية أم تكاملية؟ اعتبر المكثفة منظومة.

الحل: لا تدخل المنظومة أي شحنة، بل تخرج منها الشحنات. ولا تتولد أو تُستهلك فيها شحنات، لذا تكون الشحنة خاصية منحفظة، وهذا ما يمكِّن من استعمال معادلة الانحفاظ. ونظراً إلى أن حركة الشحنة معطاة بمعدَّل، لا يمكن استعمال معادلة جبرية، وتكون معادلة الانحفاظ التفاضلية ومعادلة الانحفاظ التكاملية هما الملائمتين. ونظراً إلى أن المسألة تشير إلى اهتمام بوقت محدد، تُعتبر المعادلة التكاملية أفضل خيار.



الشكل 10.2:
تفريغ مكثفة.

من المهم جداً أن نفهم أنّ معادلتي الموازنة والانحفاظ تسيران بالتوازي عبر الخواص التوسُّعية المناقَشة. ويمكن استعمال الأدوات الرياضية والحاسوبية نفسها في حل كلا النوعين من المعادلات. **والفكرة المركزية في هذا الكتاب هي أنه يمكن تطبيق معادلتين عامتين أساسيتين، هما معادلتا الموازنة والانحفاظ، على الخواص التوسُّعية الأساسية الأربع: الكتلة والطاقة والشحنة والزخم بغية حل مسائل في جميع مجالات الهندسة الحيوية.** وقد رُتِّبت بقية هذا الكتاب لمعالجة تلك الخواص: الكتلة في الفصل 3، الطاقة في الفصل 4، الشحنة في الفصل 5، والزخم في الفصل 6. وفي الفصل 7، تُكامَل الخواص الأربع في دراسة نظم وظيفية. إن إتقان استعمال معادلتي الموازنة والانحفاظ، وتعلُّم كيفية تطبيقهما على خاصية توسُّعية معينة سيمكِّنك من نقل خبرتك إلى الخواص التوسُّعية الأخرى بسهولة.

5.2 وصف المنظومة

يمكن وصف المنظومة أو السيرورة قيد الاستقصاء باستعمال مصطلحات تميز المنظومة، ووضع تسميات دقيقة لمكوناتها يساعد على تحديد المعادلة الصحيحة المنظمة لها، وعلى وضع الافتراضات الملائمة وتضمين المصطلحات السليمة في معادلتي الموازنة والانحفاظ.

1.5.2 وصف حدَّي الدخل والخرج

تذكَّر أن حدَّيْ الدخل والخرج يصفان انتقال الخواص التوسُّعية عبر حدود المنظومة. وهما ينطويان أيضاً على جميع أنواع انتقال الخواص التوسُّعية المنحفظة. فعندما تجتاز خاصية توسُّعية الحدود، فإنها تخضع للمبادلة بين المنظومة والمحيط.

و**المنظومة المفتوحة** (open system) هي المنظومة التي تتبادل الخاصية التوسُّعية مع محيطها **بالنقل المادي الجَسِيم** (bulk material transfer)، وهو نقل للخاصية التوسُّعية عبر

حدود المنظومة بواسطة كتلة. يمكن لحركة الكتلة من وإلى المنظومة المفتوحة أن تنقل كتلة وطاقة وشحنة وزخماً. وتدخل الخاصية التوسُّعية المنظومة أو تغادرها بعبورها لحدود المنظومة. وفي المنظومة المفتوحة، يكون حد الدخل أو حد الخرج أو كلاهما غير معدوم. ولا يمكن إجراء اختزال شامل لمعادلتي الموازنة والانحفاظ. إن النظم المفتوحة شائعة جداً في تطبيقات الهندسة الحيوية، وسنعالجها في المقاطع 4.3−9.3، 5.4−10.4، 5.5−10.5، 8.6−11.6.

وأما **المنظومة المغلقة** (closed system) فهي منظومة تتبادل الخاصية التوسُّعية مع محيطها بوسائل غير النقل المادي الجَسِيم. ولا تجتاز الخاصية التوسُّعية في المنظومة المغلقة حدود المنظومة بنقل الكتلة. ولكن يمكن تبادل الطاقة والزخم الخطي بتفاعلات التماس المباشر، ومن أمثلة ذلك الحرارة، وبالمفاعيل التبادلية العديمة التماس، ومن أمثلتها الثقالة. وفي المنظومة المغلقة التي تصف الطاقة أو الزخم، لا يمكن إجراء اختزال شامل لمعادلتي الموازنة والانحفاظ. إن النظم المغلقة شائعة إلى حد ما في تطبيقات الهندسة الحيوية، وسنلقي الضوء عليها في المقاطع 4.4، 6.5، 9.5، 5.6−6.6.

وأما **المنظومة المعزولة** (isolated system) فهي منظومة لا تتبادل خواص توسُّعية بأي وسيلة مع محيطها. فلا تدخلها خاصية توسُّعية أو تخرج منها، وكلا حدَّي الدخل والخرج يساويان الصفر. إن النظم المعزولة نادرة فعلاً في التطبيقات الحيوية والطبية، لكنها سوف تُستقصى في المقطعين 4.4 و7.6.

ويُستعمل المصطلحان **منظومة مفتوحة** و**منظومة مغلقة** لوصف موازنة الكتلة والشحنة. وتُستعمل المصطلحات **منظومة مفتوحة** و**منظومة مغلقة** و**منظومة معزولة** لوصف موازنة الطاقة والزخم. ويُستعمل المصطلح **منظومة معزولة** عادة لوصف النظم التي تحسب فيها الطاقة والزخم، وليس الكتلة والشحنة.

المثال 8.2 إنتاج البنيسلّين في مفاعل حيوي

مسألة: تُستعمل المفاعلات الحيوية على نطاق واسع في الهندسة الحيوية لإنتاج كميات كبيرة من اللقاحات، والمضادات الجِسميَّة الوحيدة المنشأ، والمضادات الحيوية، والمنتوجات الصيدلانية وغيرها. ويمكن تشغيل المفاعلات الحيوية تشغيلاً مستمراً أو شبه مستمر أو وفقاً لنظام الوجبات.

في سيرورة **الوجبة** (batch)، تُضاف مواد التلقيم إلى المفاعل قبل بدء السيرورة أو التفاعل. ولا تُضاف متفاعلات أو مواد أخرى أثناء التشغيل. وعلى غرار ذلك، لا تُخرج مواد أو

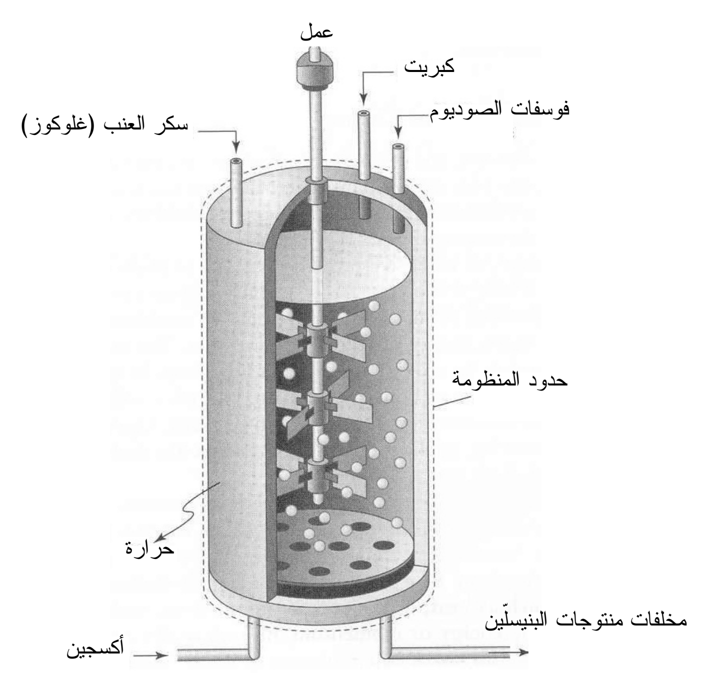
منتوجات منه حتى اكتمال السيرورة. أما في النمط المستمر، فتُضاف مواد التلقيم باستمرار ضمن تيار الدخل، وتُزال المنتوجات والمخلفات باستمرار بواسطة تيار الخرج. وأما في السيرورة شبه المستمرة، فيوجد مدخل مستمر أو مخرج مستمر، لا كليهما.

يُظهر الشكل 11.2 مفاعلاً حيوياً مصمماً لإنتاج البنيسلّين. اعتبر أن الكتلة والطاقة هما الخاصيتان التوسُّعيتان موضوع الاهتمام، وأن خزان المفاعل هو المنظومة. وأما المواد اللازمة لإنتاج البنيسلّين فهي الغلوكوز وفوسفات الصوديوم والكبريت والأكسجين. ويضاف عمل إلى المنظومة على شكل تحريك، وتُزال الحرارة من المفاعل أثناء التشغيل. حدِّد إنْ كانت سيرورات المفاعل الحيوي المستمرة وشبه المستمرة وذات الوجبات منظومة مفتوحة أو مغلقة أو معزولة.

الحل: تُعتبر سيرورة الوجبة مغلقة حينما تكون الكتلة هي الخاصية التوسُّعية لأن الكتلة لا تعبر حدود المنظومة (جدار الوعاء) أثناء التشغيل. والبنيسلّين والمخلفات تُزال من المفاعل الحيوي بعد انتهاء التشغيل. ولا تدخل طاقة إلى المنظومة أو تخرج منها بالنقل المادي الجَسِيم، بسبب عدم وجود كتلة تجتاز حدود المنظومة. ونظراً إلى أن التفاعل الحيوي الكيميائي يولد طاقة على شكل حرارة، تُزال الحرارة من المفاعل الحيوي بغية الحفاظ على درجة حرارة تشغيل ثابتة. ويُضاف عمل أيضاً عند التحريك. لذا، توصف سيرورة الوجبة في ما يخص موازنة الطاقة، بأنها سيرورة مغلقة.

أما في السيرورتين المستمرة وشبه المستمرة، فإن الكتلة والطاقة (المحتويَتان في الكتلة) تعبران باستمرار حدود المنظومة أثناء التشغيل. والمفاعلات الحيوية التي تعمل بهذين النمطين هي نظم مفتوحة بسبب حصول النقل المادي الجَسِيم. إن هذين النمطين من التشغيل أكثر شيوعاً في المفاعلات الحيوية.

أما تشكيلة المفاعل الحيوي المعزولة من حيث الطاقة فهي نادرة لأن التحكُّم بدرجة الحرارة في المفاعل ضروري للتشغيل الناجح.



الشكل 11.2: مفاعل حيوي لإنتاج البنيسلّين.

في حين أنه من المعروف جيداً أن السير ألكسندر فلمينغ (Sir Alexander Fleming) كان أول عالم يُدرك أهمية نوع محدد من العفن في عام 1928، فإنه ليس من المعروف تماماً أن الفريق المكوّن من فلوري (Florey) وتشين (Chain) وموير (Moyer) هو الذي قام بهندسة دواء البنيسلّين الثوري وغيَّر إلى الأبد كيفية استعمال المضادات الحيوية وإنتاجها لمعالجة العدوى الجرثومية.

في عام 1939، كان فلوري وتشين أول من بيَّنا أن الفئران المصابة بعدة أنواع من الجراثيم يمكن أن تشفى تماماً بالبنيسلّين، وهذا ينطوي على إمكانية معالجة الأمراض. وطوَّر فريقهما بسرعة مسحوق بنيسلّين كان أول مضاد حيوي. وفي عام 1941، طوَّر موير طريقة لزيادة إنتاجية العفن الذي كانت تنقيته بالغة الصعوبة، فقد مكَّنت طريقة موير من إنتاج كميات كبيرة من الدواء، وأدت في ما بعد إلى إنتاجه كمياً على نطاق واسع.

لقد عبَّد نجاح البنيسلّين في معالجة ملايين الجنود الأميركيين أثناء الحرب العالمية الثانية الطريق لبحوث المضادات الحيوية، إضافة إلى دخول شركات الصيدلة الأميركية عالم الصناعة. ومع تحسُّن طرائق تنقية الدواء، انخفض ثمن الجرعة كثيراً، من 20 دولاراً في عام 1943 إلى 55 سنتاً في عام 1946. وما زال البنيسلّين واحداً من أرخص الأدوية تصنيعاً، وواحداً من أفضلها لعلاج كثير من أنواع العدوى المختلفة.

المثال 9.2 الزخم على الأرض وفي الفضاء

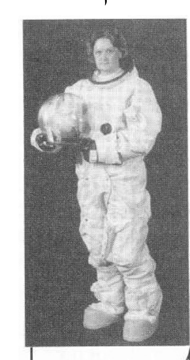
مسألة: تقف رائدة فضاء ساكنة تماماً على سطح الأرض منتظرة اعتلاء متن المكوك الفضائي الذي سينطلق في مهمة إلى المريخ. وفي ما عدا حقل الثقالة الأرضي، لا تؤثِّر في جسمها أي قوى خارجية أخرى (الشكل 12.2–أ). افترض أن أثر الحقول الثقالية للأجسام السماوية أثناء الرحلة إلى المريخ مهمل، وأن جسم رائدة الفضاء لا يشعر بمفاعيل أي قوى أخرى تماسية ولاتماسية (الشكل 12.2–ب).

اعتبر أن جسم رائدة الفضاء هو المنظومة، وأن الزخم هي الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام. هل هذه المنظومة مفتوحة أم مغلقة أم معزولة على الأرض، وفي الفضاء؟ أهمل تأثير مصادر نقل الزخم التي لم تُذكَر (مثلاً الحقول الكهربائية والمغنطيسية) في جسم رائدة الفضاء.

الحل: على سطح الأرض، ليس ثمة زخماً محمولاً بواسطة النقل المادي الجَسِيم عبر حدود المنظومة (سطح جسم رائدة الفضاء). إلا أن حقل الثقالة الأرضية يؤثِّر في جسمها بقوة لاتماسية. بهذه الطريقة يتبادل الجسم الزخم مع المحيط، لذا تكون المنظومة مغلقة، وغير معزولة.

ب

أ



قوة منظمة $\vec{n}$

قوة ثقالية $\vec{W} = m\vec{g}$

الشكل 12.2– أ: تشعر رائدة الفضاء بقوة ناجمة عن الحقل الثقالي الأرضي. والقوة التي يضغط بها جسمها على الأرض $\vec{W}$ تساوي في مطالها وتعاكس في اتجاهها القوة المنظمة $\vec{n}$ التي تدفع جسمها إلى أعلى (نُشرت الصورة بناء على موافقة وكالة الطيران والفضاء الأميركية NASA).

الشكل 12.2– ب: رائدة الفضاء تعوم بحرية في الفضاء. قوى ثقالة الأجسام السماوية مهملة، وهي لا تشعر بأي قوى تماسية. (نُشرت الصورة بناء على موافقة وكالة الطيران والفضاء الأميركية NASA).

وبتحليل مشابه في حالة الفضاء، لا يحصل نقل مادي جَسِيم من وإلى المنظومة. نحن نفترض أن رائدة الفضاء تكون، أثناء وجودها بين الأرض والمريخ، بعيدة عن كل الكواكب بُعداً يكفي لجعل القوى الثقالية المؤثرة في جسمها مهملة. يُضاف إلى ذلك أنه بانعدام الثقالة سوف تعوم رائدة الفضاء حرة ضمن مركبة الفضاء، ولذا لا تؤثِّر في جسمها أي قوى تماسية. وحين إهمال

مصادر نقل الزخم الأخرى، يمكن اعتبار جسمها منظومة معزولة من حيث الزخم.

2.5.2 وصف حدَّي التوليد والاستهلاك

تذكَّر أن حدَّي التوليد والاستهلاك يصفان نشوء وفناء الخاصية التوسُّعية ضمن المنظومة. وهذان الحدَّان موجودان في معادلة الموازنة، وهما يصفان الخواص غير المنحفظة، ومنها مولات المواد الكيميائية والطاقة الميكانيكية. وحين توليد خاصية توسُّعية أو استهلاكها ضمن منظومة، لا يكتسب المحيط ولا يفقد المقدار المكافئ من تلك الخاصية. بل إن الخاصية التوسُّعية تتولد أو تُستهلك في المنظومة وفي الكون. وهذا هو المعيار الرئيس لتمييز إنْ كان الحد حد دخل أو خرج، أو حد توليد أو استهلاك. حين وجود حدٍّ توليد أو استهلاك، يجب استعمال معادلة موازنة.

ثمة سيرورتان رئيستان تنطويان على توليد أو استهلاك خاصية توسُّعية، **أولاهما** هي التفاعل الكيميائي. إذ إنه حين تفاعل جنس كيميائي لتوليد ناتج جديد، يفنى جزء من كتلته ضمن المنظومة وفي الكون. تُستعمل التفاعلات الكيميائية حين موازنة الكتلة والشحنة والطاقة، وقد عُرِّفت التفاعلات الكيميائية في هذا الكتاب بحيث تشتمل على كل من إعادة ترتيب جزيئات المركَّبات وتفكُّك الأجناس في التفاعلات الكهركيميائية، إضافة إلى انتقال الإلكترونات والجسيمات الذرية الأخرى في التفاعلات النووية.

و**المنظومة التفاعلية** (reacting system) هي منظومة يحصل فيها تفاعل كيميائي حيوي أو كيميائي واحد على الأقل. وحينما يحصل تفاعل في المنظومة، ثمة حاجة إلى معادلات الموازنة بغية التعامل مع الخواص التوسُّعية غير المنحفظة، ومن أمثلتها مولات الأجناس المختلفة. أما معادلات الانحفاظ فتكون ملائمة حين تطبيقها على الخواص المنحفظة فقط، ومن أمثلتها الكتلة الكلية. ثمة مناقشة للنظم التفاعلية في المقاطع 8.3–9.3، 8.4–9.4، 9.5–10.5.

أما في **المنظومة اللاتفاعلية** (nonreacting system)، فلا تحصل تفاعلات كيميائية حيوية أو كيميائية أو غيرها. لذا يمكن إعطاء حدَّي التوليد والاستهلاك في معادلة الموازنة قيمة الصفر إذا كانت المنظومة لاتفاعلية ولا يحصل فيها تحويل في ما بين أنواع الطاقة. ثمة مناقشة للنظم اللاتفاعلية في المقاطع 4.3–7.3، 9.3، 4.4–7.4، 10.4، 5.5–8.5، 5.6–11.6.

والسيرورة **الأخرى** التي تتضمن توليد واستهلاك خاصية توسُّعية هي تحويل الأنواع المختلفة للطاقة (الميكانيكية والحرارية والكهربائية). في المنظومة التي يحصل فيها تحويل في ما بين

أنواع الطاقة، يتحول نوع من الطاقة إلى آخر، ويختفي من الوجود. على سبيل المثال، حينما تتحوّل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة حرارية بسبب الاحتكاك، يتناقص المقدار الكلي للطاقة الميكانيكية في كل من المنظومة والكون. وتُؤخذ هذه الأنواع من التحويل في الحسبان في حدود التوليد والاستهلاك. لذا، حين التعامل مع نوع محدد من الطاقة (لا الطاقة الكلية)، يجب استعمال معادلة الموازنة. ثمة مناقشة للنظم التي يحصل فيها تحويل في ما بين أنواع الطاقة في المقاطع 6.5 و8.5 و10.5 و11.6.

يلخص الجدول 3.2 أنواع وتصنيفات حدود الدخل والخرج والتوليد والاستهلاك المستعملة في هذا الكتاب. لاحظ أن جميع الخواص التوسُّعية التي لا توجد فيها حدود توليد واستهلاك هي خواص منحفظة، أي إن الخواص التوسُّعية المتمثلة بالكتلة الكلية والكتلة العنصرية والمولات العنصرية والطاقة الكلية والشحنة الصافية والزخم الخطي والزاوي لا تتولد ولا تفنى في المنظومة وفي الكون، واستعمال معادلة الانحفاظ لحسابها هو الملائم. أما في حالة الخواص التوسُّعية الأخرى، فيجب استعمال معادلة الموازنة التي تحتوي على حدَّي التوليد والاستهلاك.

الجدول 3.2: ملخص تصنيفات حدود معادلة الموازنة.

التراكم	الدخل − الخرج		+ التوليد − الاستهلاك	
الخاصية التوسعية	**نقل مادي جَسِيم**	**تماس مباشر وغير مباشر**	**تفاعلات كيميائية**	**تحويل في ما بين أنواع الطاقة**
الكتلة الكلية	×			
كتل الأجناس	×		×	
الكتلة العنصرية	×			
المولات الكلية	×		×	
مولات الأجناس	×		×	
المولات العنصرية	×			
الطاقة الكلية	×	×		
الطاقة الحرارية	×	×		×
الطاقة الميكانيكية	×	×		×
الطاقة الكهربائية	×	×		×
الشحنة الصافية	×			
الشحنة الموجبة	×		×	
الشحنة السالبة	×		×	
الزخم الخطي	×	×		
الزخم الزاوي	×	×		

المثال 10.2 إنتاج البنيسلّين في المفاعل الحيوي II

مسألة: وفقاً لما ناقشناه في المثال 8.2، يمكن استعمال المفاعلات الحيوية لإنتاج تنوُّع واسع من المنتوجات الحيوية والصيدلانية. تعزل سيرورة متعددة الخطوات المنتوج بعد مغادرته المفاعل الحيوي باستعمال طرائق الفصل الفيزيائية بغية التخلُّص من الفضلات. هل السيرورتان في المعالج الحيوي ونظام الفصل تفاعليتان أم لاتفاعليتان؟

الحل: تتكوَّن مادة التلقيم في المعالج الحيوي من مكوِّنات مختلفة، منها الغلوكوز والأكسجين، وتخضع إلى تفاعلات حيوية كيميائية وتتحوَّل إلى بنيسلّين وفضلات. لذا يُعتبر المفاعل الحيوي منظومة تفاعلية.

ثمة طرائق كثيرة لفصل المنتوج، ومنها استخلاص سائل من سائل، والتقطير في الخلاء، والترسيب. ويتضمن فصل المنتوج عادة الفصل الفيزيائي للمواد، ولا يحصل فيه أي تفاعل بين المكوِّنات. لذا تُعتبر منظومة الفصل لاتفاعلية.

المثال 11.2 محلول في كوب

مسألة: يوجد لدى طالبة كيمياء ثلاثة أكواب (الشكل 13.2). تضع في الأول قطعة من بوليمر خامل مع ماء. وتمزج في الثاني الملحين $NaCl$ وKCl مع الماء. وتمزج في الثالث $NaCl$ و$AgNO_3$ مع الماء. اعتبر أن الشحنة في كل من الأكواب الثلاثة هي الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام. بيِّن إن كان كل من الأكواب الثلاثة منظومة تفاعلية أو منظومة لاتفاعلية.

الحل: في الكوب الأول، لا يتعرض البوليمر إلى أي نوع من التفاعل أو التفكك الكيميائي. لذا يكون منظومة لاتفاعلية.

وفي الكوب الثاني، ينحل الملحان في الماء وتتفكك جزيئاتهما لتكوين أيونات Na^+ و Cl^- وK^+. وتمتزج هذه الأيونات وتنتشر عبر المحلول. ونظراً إلى أن الملحين يتفككان ليصبحا أجناساً مشحونة، تُعتبر هذه المنظومة تفاعلية.



الشكل 13.2: أكواب تحتوي على أجناس كيميائية بعضها متفاعل.

وفي الكوب الثالث، يحصل تفاعل استبدال مضاعف تتبادل فيه الشحنات الموجبة قريناتها السالبة:

$$NaCl(aq) + AgNO_3(aq) \rightarrow NaNO_3(aq) + AgCl(s)$$

aq تعني محلول، و s تعني صلب. تتفاعل المركَّبات المعطاة لتكوِّن راسب كلور الفضة، لذا يكون الكوب الثالث منظومة تفاعلية.

3.5.2 وصف حدِّ التراكم

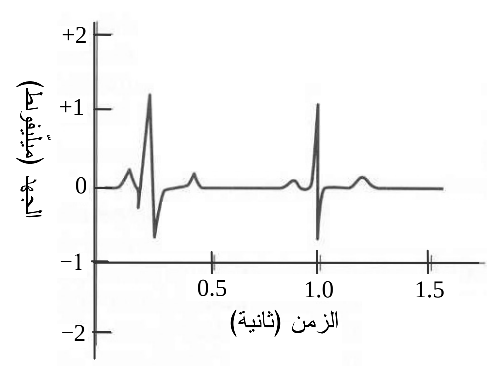
يصِف حدُّ التراكم الربح أو الفقد الصافي الذي يحصل في الخاصية التوسُّعية المحتواة ضمن المنظومة. وعندما يكون حدُّ التراكم موجوداً، يتغير مقدار الخاصية التوسُّعية في المنظومة أثناء المدة الزمنية موضوع الاهتمام.

والحالة المستقرة (steady state) هي ظرف تكون فيه قيم جميع المتغيرات في المنظومة (أي درجة الحرارة والضغط والحجم ومعدل التدفق وغيرها) ثابتة مع الزمن رغم حصول تفاوتات طفيفة حول قيم وسطى ثابتة. يمكن إيضاح ذلك بالتشبيه بالصور الفوتوغرافية. إذا صوَّرت، بعدة لقطات، منظومة في حالة مستقرة على مدى مدة من الزمن، بدت كل صورة مماثلة لسابقتها، لأن حالات المنظومة أثناء اللقطتين الأولى والأخيرة وما بينهما تكون متماثلة أو متقاربة من بعضها. ويتضح من الصور أنه لم يتجمع من الخاصية التوسُّعية في المنظومة أي مقدار. وإذا كانت الخاصية التوسُّعية تتدفق باستمرار إلى داخل المنظومة بنفس معدل خروجها منها، على غرار تدفق الماء بمعدل ثابت عبر أنبوب، فإن مقدار الخاصية التوسُّعية في المنظومة

يبقى نفسه، وتبدو اللقطات متماثلة. لذا يكون حدُّ التراكم معدوماً في المنظومة ذات الحالة المستقرة. وسنلقي الضوء على نظم الحالة المستقرة في المقاطع 4.3–8.3 و5.4–9.4 و5.5–6.5 و10.5 و5.6–8.6 و11.6.

والحالة المتغيرة (dynamic state) التي تسمى أيضاً غير المستقرة (unsteady) أو العابرة (transient)، هي ظرف تتغيَّر فيه قيمة متغيِّر واحد على الأقل في المنظومة مع الزمن. باستعمال التمثيل بالصور، ستبدو اللقطات المتتالية للمنظومة مختلفة عن بعضها. فنظراً إلى أن الظرفين الابتدائي والانتهائي للمنظومة ليسا متكافئين، تكون قيمة حدِّ التراكم مخالفة للصفر. إذاً، لا يسمح التراكم الموجب (الربح) أو التراكم السالب (الفقد) لخاصية توسُّعية في المنظومة بإجراء أي اختزال لمعادلة الموازنة أو الانحفاظ. وسنلقي الضوء على النظم المتغيرة في المقاطع 9.3 و4.4 و10.4 و7.5–9.5 و9.6.

يعتمد كون المنظومة مستقرة أو متغيرة اعتماداً كبيراً على المدة الزمنية التي يجري خلالها استقصاؤها. تأمل في نبض قلب شخص يافع أو مراهق. إذا نظرت إلى نبضات قلبه في مخطط تخطيط القلب الكهربائي (الشكل 14.2)، حيث إن



الشكل 14.2: دور نبضة قلبية واحدة في مخطط تخطيط القلب الكهربائي.

تتوافق كل موجة في المخطط مع تبدُّل الاستقطاب الكهربائي لحجرة في القلب، فإن النبضات ستبدو متماثلة عملياً على مدى سنة كاملة. إذاً المنظومة (القلب) هنا في حالة مستقرة طوال سنة كاملة. لكن إذا نظرت إلى أجزاء النبضة الواحدة، بدا كل جزء مختلفاً كلياً عن أجزائها الأخرى. لذا يُعتبر القلب في حالة متغيرة أثناء النبضة الواحدة.

المثال 12.2 محلول في كوب II

مسألة: تأمَّل في مزج ملحين مختلفين، NaCl وKCl في كوب من الماء (المثال 11.2). وانظر في المدة الزمنية التي يُضيف خلالها طالب الكيمياء الملحين إلى الماء ويمزجهما. فإذا كانت الشحنة هي الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام في منظومة الكوب، هل المنظومة في حالة مستقرة أم متغيرة؟

الحل: في البداية، لا توجد في الكوب أجناس مشحونة، بل ماء وNaCl وKCl فقط. وبعد التفكك (الظرف الانتهائي)، يحتوي الكأس على الماء والأيونات Na^+ وCl^- وK^+. باستعمال تشابه الصور، وبمقارنة اللقطات على مدى المدة الزمنية بموضوع الاهتمام، يتبيَّن أن المحتوى من الشحنات في الكأس يتغير مع الزمن. لذا تكون المنظومة متغيِّرة.

المثال 13.2 زيادة وزن الطالب المبتدئ

مسألة: غالباً ما يواجه الطلاب الجدد حين دخولهم إلى الجامعة مشكلة "خمس عشرة ليبرات المبتدئ" التي تتجلى بزيادة كتلة الواحد منهم بمقدار وسطي يساوي 15 ليبرة كتلية بحلول نهاية سنتهم الأولى. ويُعزى ازدياد الكتلة غالباً إلى انعدام التمارين الرياضية وبيتزا آخر الليل وما يرافقها من مشروبات وأطعمة ضرورية للسهر والتحضير للامتحانات.

كانت كتلة جوش 175 ليبرة كتلية عندما قُبل في الجامعة. وبحلول نهاية سنته الأولى، ازدادت كتلته بمقدار 15 ليبرة كتلية. يعمل جوش أثناء الصيف كل يوم، ويسعى جاهداً إلى تناول طعام صحي. وبحلول بداية سنته الثانية، عادت كتلته إلى 175 ليبرة كتلية، وتمكَّن من الحفاظ على تلك الكتلة إلى أن تخرَّج من الجامعة.

اعتبر أن جوش هو المنظومة، وأن كتلته هي الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام. هل يُعتبر جوش منظومة مستقرة أم متغيرة أثناء السنة الأولى؟ ما هي حالته أثناء يوم واحد من سنته الأولى؟ هل هو منظومة مستقرة أم متغيرة خلال مدة وجوده في الجامعة؟

الحل: هذا مثال للكيفية التي يمكن بها لتغيير المدة الزمنية أن يغيِّر افتراضاتك بخصوص وصف المنظومة.

عند القبول في الجامعة (الظرف الابتدائي)، كانت كتلة جوش 175 ليبرة كتلية. وفي نهاية سنته (الظرف الانتهائي)، كانت كتلته 190 ليبرة كتلية. ونظراً إلى أن الظرفين الابتدائي

والانتهائي للمنظومة مختلفان، وإلى ازدياد كتلة المنظومة، فإن التراكم ليس معدوماً، ولذا تكون المنظومة متغيرة أثناء سنة جوش الأولى في الجامعة.

وخلال يوم واحد من السنة الأولى، يمكن لكتلة جوش أن تتفاوت قليلاً مع تناوله للطعام والشراب وتغوطه. لكن باستعمال تشابه الصور، فإن صور جوش خلال مدة اليوم لن تختلف كثيراً، وستبدو متماثلة عملياً، ولا يُتوقع أن تتغير كتلته الكلية تغيُّراً محسوساً، أي إن تغيُّر الكتلة خلال يوم واحد سيكون مهملاً مقارنة بكتلته الكلية. لذا يُعتبر جوش منظومة مستقرة خلال مدة الأربع وعشرين ساعة.

تبقى كتلة جوش خلال فترة وجوده في الجامعة في الأغلب نفسها بسبب اهتمامه بطعامه وممارسته الرياضة دورياً. وتساوي كتلته عند قبوله في الجامعة (الظرف الابتدائي) كتلته حين تخرجه (الظرف الانتهائي)، أي إنها تساوي 175 ليبرة كتلية. صحيحٌ أنه تعرَّض إلى تراكم الكتلة خلال سنته الأولى، وإلى فقدان ذلك التراكم خلال الصيف التالي، إلا أن صور جوش المتعددة الملتقطة خلال المدة الزمنية موضوع الاهتمام تبدو في الأغلب متماثلة. لذا تُعتبر ليبرات المبتدئ الخاصة بجوش في سنته الأولى تفاوتات حول القيمة المتوسطة لكتلته، ويُعتبر جوش منظومة مستقرة أثناء حياته الجامعية.

4.5.2 تغيير الافتراضات يغيِّر طريقة وصف المنظومة

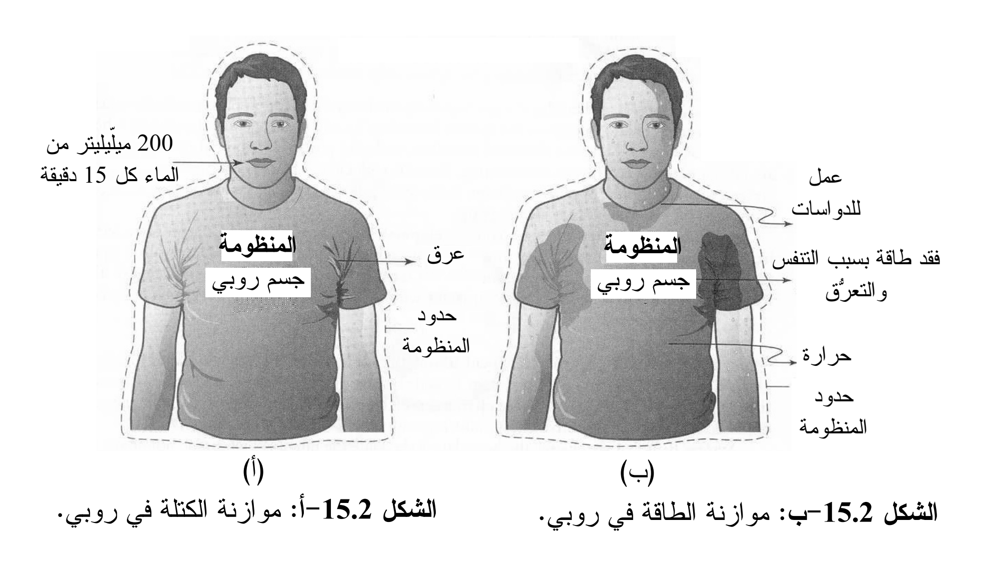
حين تحليل النظم المعقدة، من الضروري الاهتمام بالفوارق الفئوية الثلاثة التي نوقشت في المقاطع السابقة. وتعلُّم تحديد أنواع النظم (مفتوحة، مغلقة، معزولة، مستقرة، متغيرة) أمر مهم لحل المسائل حلاً دقيقاً مفصلاً في الهندسة الحيوية. ويضاف إلى ذلك أن الفرضيات التي تضعها عن منظومة يمكن أن تؤثِّر تأثيراً جوهرياً في كيفية تطبيق معادلة الموازنة أو الانحفاظ (conservation) المعنية، ويمكن أن تغيِّر الجواب النهائي. وقد يكون تعلُّم كيفية وضع الافتراضات الهندسية الجيدة مهمة صعبة، ومع ذلك ستُتقنها مع اكتسابك للخبرة الهندسية. تبيِّن الأمثلة الآتية أهمية تحديد نوع المنظومة وكيفية تأثير الافتراضات فيها.

المثال 14.2 التدرُّب على سباق الدراجات

مسألة: قرَّر روبي دخول سباق للدراجات بغية جمع تبرعات تساعد مرضى تصلب الأنسجة المتعدد، وتموِّل بحوث معالجة المرض والشفاء منه. لذا يتدرَّب في الصيف مدة 45 دقيقة يومياً،

ويتوقف لشرب 200 ميلّيليتر من الماء كل 15 دقيقة. افترض أن جسم روبي هو المنظومة. واعتبر أن الخاصيتين التوسُّعيتين المهمتين هنا هما الكتلة والطاقة. هل المنظومة مفتوحة أم مغلقة؟ هل هي مستقرة؟ وأثناء التحمية، ما هي أفضل طريقة لوصف منظومة روبي؟

الحل: الكتلة (الشكل 15.2–أ): عندما يشرب روبي ماء، تدخل كتلة في المنظومة. ويفقد روبي كتلة (ماءً وأملاحاً) بالتعرُّق. ونظراً إلى أن الكتلة تدخل المنظومة وتخرج منها، تكون تلك المنظومة مفتوحة. ونظراً إلى أن روبي يشرب كل 15 دقيقة أثناء مدة التدريب التي تساوي 45 دقيقة، فإن حدَّ الدخل ليس مستمراً مع الزمن، ولذا فإن تراكم الماء في منظومة روبي على المدى القصير (5 دقائق مثلاً) ليس ثابتاً مع الزمن. ونظراً إلى أن كتلة روبي في الظرف الابتدائي تختلف عنها في الظرف الانتهائي، يكون في حالة عابرة. وينطبق نفس التحليل أثناء قيام روبي بالتحمية.



(أ) (ب)

الشكل 15.2–أ: موازنة الكتلة في روبي. **الشكل 15.2–ب**: موازنة الطاقة في روبي.

إذا شرب روبي رشفة واحدة من الماء كل بضعة ثوان وكانت معدَّلاته الوظيفية الجِسْمية (ومنها القلب وضغط الدم والتعرُّق) ثابتة مدة من الزمن، أمكنك أن تختار افتراض أنه في حالة مستقرة.

الطاقة (الشكل 15.2–ب): تتحوَّل الطاقة المخزونة في جسم **روبي** إلى عمل لتوليد طاقة يصرفها أثناء ركوبه الدراجة. بافتراض أن الماء الذي يشربه لا يحتوي على حُرَيْرات، فإن الطاقة لا تدخل منظومته من الغذاء أو من مصادر أخرى أثناء ركوب الدراجة، لكنه يفقد مقداراً هائلاً من الحرارة أثناء التمرين. والعمل والحرارة المذكوران هما نوعان من الطاقة يغادران المنظومة، لكن ليس بالنقل المادي الجَسِيم. من هذه الناحية، تكون المنظومة التي تصف الطاقة

مغلقة، لكن غير معزولة. لكن حينما يتعرَّق روبي، يحصل فقد للطاقة بالنقل المادي الجَسِيم للماء عبر سطح الجلد. يُضاف إلى ذلك أن روبي يفقد طاقة أثناء التنفس. بناء على هذه الاعتبارات، يجب تصنيف المنظومة بأنها مفتوحة. وإذا لم تتغير مؤشرات روبي الأساسية (درجة حرارة الجسم مثلاً)، ولم يتغير معدل تعرقه مع الزمن، أمكنك اعتباره أنه في حالة مستقرة. إلا أن ظرفي طاقة روبي الابتدائي والانتهائي مختلفان حتماً لأنه يصرف جزءاً من طاقته الاحتياطية. لذا فإن أفضل فرضية هي أن روبي في حالة عابرة. وأثناء التحمية، تتغير خصائصه الوظيفية مع الزمن، ولذا يكون حينئذ حتماً في حالة عابرة.

إن وصف المنظومة يعتمد على الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام (الكتلة أو الطاقة مثلاً)، وعلى المدة الزمنية. في الفصلين 3 و4، سوف نقدم أمثلة عددية عن نقل الكتلة والطاقة في جسم الإنسان. وستتعلم أيضاً كيفية استقلاب الخلايا للغذاء بغية توليد الحرارة والعمل والطاقة المخزونة.

تذكَّر أن المنظومة تتعرَّف بحدودها. وتعريف المنظومة موضوع الاهتمام يسمح لك بالقيام بافتراضات معينة قبل البدء بحل المسألة. لذا فإن تغيير المنظومة بتحريك حدودها يمكن أن يغير افتراضات وضعتها من قبيل اعتبار المنظومة مستقرة أو متغيرة.

وطريقة تعريفك للمنظومة هي التي توصِّفها. وهذا يؤثِّر بدوره في تحديد المعادلات الملائمة الحاكمة للمسألة، إضافة إلى الاختصارات التي يمكن القيام بها في تلك المعادلات والمناسبة للمنظومة والمسألة. في معظم الحالات، يجب تعريف المنظومة بحيث تكون حركة الخاصية التوسُّعية التي تجري دراستها قابلة للتعقب عبر حدود المنظومة. وغالباً ما **يجب رسم حدود المنظومة لتمر عبر أيٍّ من مداخل أو مخارج المنظومة.** في المثالين الآتيين سنوضح أهمية وضع حدود المنظومة بالنسبة إلى حركة الخاصية التوسُّعية.

المثال 15.2 كمون الحدث في العصبونات

مسألة: يوجد تدرُّج شحنات عبر غشاء البلازما في معظم الخلايا العصبونية. وينشأ هذا التدرُّج لأن الحيز داخل غشاء الخلية يمتلك شحنة كهربائية سالبة بالنسبة إلى الحيز الخارجي في جوار الغشاء. ويُبقي التدرُّج الخلية عند كمون الراحة الكهربائي الذي يساوي نحو $-90\,\text{mV}$ في العصبونات، وهذا كمون ضروري لتحويل الإشارات. وللحفاظ على كمون الغشاء هذا، تسهِّل مضخات وقنوات الأيونات حركة الشحنة من الخلية وإليها. مثلاً، تدفع مضخة الصوديوم/

بوتاسيوم شاردتي بوتاسيوم إلى داخل الخلية مقابل إخراج ثلاث أيونات صوديوم منها، وهذا يؤدي إلى نقصان الشحنة الموجبة من الحيز الداخلي للخلية. وتسمح قنوات البوتاسيوم في الغشاء لأيونات البوتاسيوم الموجبة K^+ بالخروج من الخلية بسبب ازدحامها فيها.

وتسبب بعض المحفزات الخارجية، ومنها المحفزات الكهربائية (ومن أمثلتها الأحداث الحسية من قبيل اللمس أو تحسُّس الحرارة)، والمحفزات الميكانيكية (ومثالها الامتطاط)، والمرسلات العصبية (ومثالها الأسيتيل – كولين acetyl-choline)، تدفقا سريعاً لأيونات الصوديوم والبوتاسيوم إلى داخل الخلية. فإذا وصل كمون الغشاء إلى فولتية العتبة التي تساوي $-65\,mV$، تولَّد كمون حدث (action potential)، وفقد الغشاء استقطابه كلياً خلال مدة تقل عن ميلّيثانية واحدة. وعندما يفقد الغشاء استقطابه، يصبح شديد النَفوذية لأيونات الصوديوم التي تتحرك بسرعة إلى داخل الخلية لتحييد شحنتها، وهذا ما يجعل تدرُّج الشحنة عبر الغشاء يتلاشى. إن هذه المقدرة على التغيير السريع لكمون الغشاء تعطي العصبونات المقدرة على إرسال الإشارات عبر الجسم.

تأمَّل في حدود نظم مضخة الـــ Na^+/K^+ الثلاثة في العصبون المبين في الشكل 16.2. في كل من الحالات الثلاث أ وب وت، حلِّل حركة الشحنة الموجبة بتحديد إن كانت المنظومة مفتوحة أو مغلقة أو معزولة، وتفاعلية أو لاتفاعلية، ومستقرة أو متغيِّرة، وحدِّد المعادلة المنظمة التي يجب استعمالها لوصف أنشطة المنظومة. وافترض مدة زمنية تعمل خلالها مضخة الـــ Na^+/K^+. وافترض أيضاً أن المنظومة (أ) تتضمن خلية عصبونية واحدة، إضافة إلى سائل خارج الخلية يحيط بالغشاء (الشكل 16.2–أ)، وأن الأيونات تبقى في الحيز الذي في خارج الخلية مجاورة للغشاء تماماً. وافترض أن حدود المنظومة (ب) تمر عبر مضخة الأيونات في الخلية العصبونية (الشكل 16.2–ب). واعتبر أن حدود المنظومة (ت) تتضمن مضخة أيونات واحدة (الشكل 16.2–ت).

الحل:

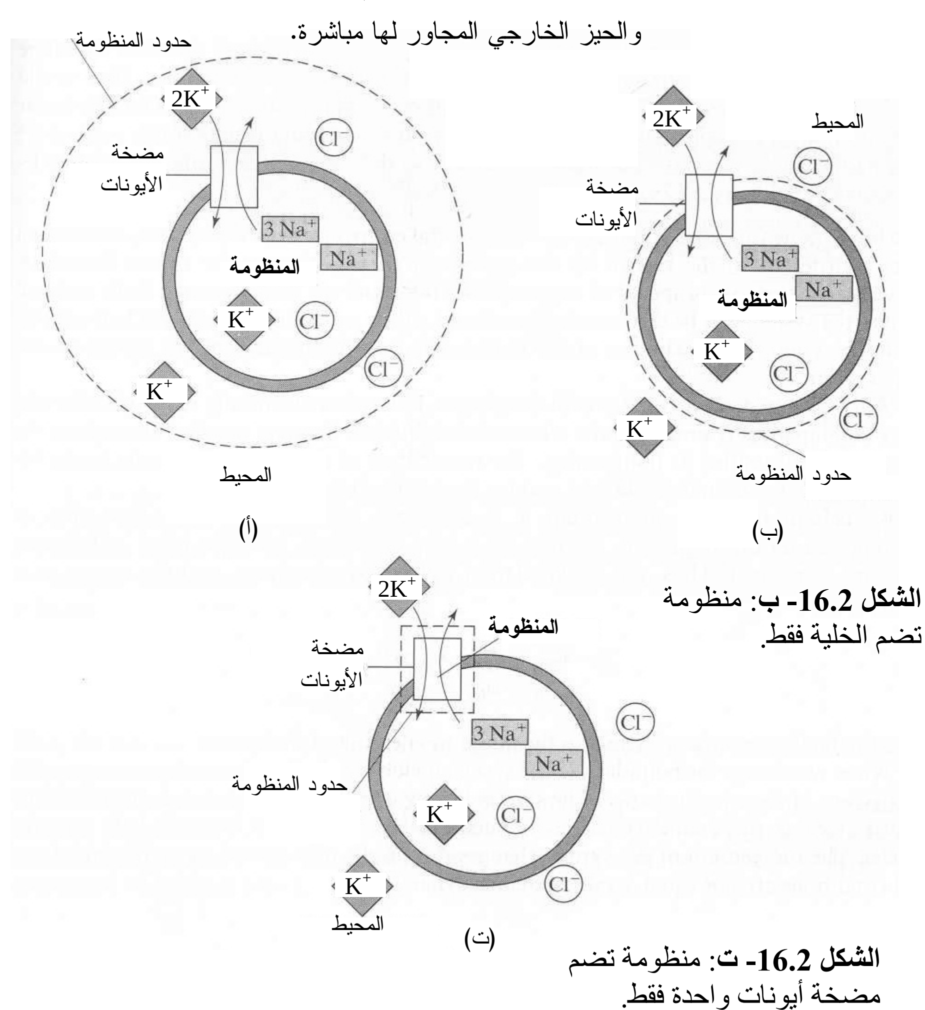
المنظومة (أ): عندما تضم حدود المنظومة الحيزين الداخلي والخارجي للخلية العصبونية، لا تعبر الأيونات حدود المنظومة بأي طريقة. لذا يكون أفضل وصف للمنظومة هو أنها مغلقة. ونظراً إلى عدم وجود تفاعلات كيميائية مع الأيونات ذات الشحنات السالبة موضوع الاهتمام، تكون المنظومة لاتفاعلية. وبرغم حركة الشحنة داخل المنظومة، يبقى المقدار الكلي للشحنة الموجبة في المنظومة نفسه عند الظرفين الابتدائي والانتهائي. لذا تكون المنظومة مستقرة.

ونظراً إلى أن المنظومة لاتفاعلية، بإمكانك حذف حدَّي التوليد والاستهلاك من معادلة الموازنة، وهذا يختزل المعادلة إلى معادلة انحفاظ. ويمكنك كذلك جعل حدَّي الدخل والخرج صفراً، لأن المنظومة مغلقة. وحدُّ التراكم يساوي صفراً، وهذا متوافق مع الاختزالات التي طُبِّقت على المعادلة الحاكمة:

$$\Psi_{acc} = 0$$

وفي حين أن هذه المعادلة تمثل معادلة صحيحة من ناحية المنظومة موضوع الاهتمام، فإنه لا يمكن استنتاج إلا القليل جداً منها. إن هذا الاختيار لحدود المنظومة التي تتضمن الخلية والمنطقة المحيطة بها يعطي نتيجة مفادها أن لا شيء يتغير، وهذا مخالف لما نعرفه عن الحركة الشديدة للشحنات الموجبة أثناء استعادة كمون الغشاء.

المنظومة ب: يتغير وصف المنظومة عندما نغيِّر الحدود لتصبح متماسة مع الغشاء. تمر حدود المنظومة هنا عبر مضخة الأيونات لتشتمل على انتقال الشحنة الموجبة بين الحيزين اللذين في داخل الخلية وخارج. ونظراً إلى أن الأيونات تعبر حدود المنظومة المتمثلة بالغشاء، تُعتبَر المنظومة مفتوحة. غير أن المنظومة مازالت لاتفاعلية لأن الشحنات لا تتولَّد أو تفنى ضمنها بواسطة تفاعلات كيميائية. وعندما تكون المضخة في حالة عمل، تري الصور المتعاقبة فقدان أيونات الصوديوم الموجبة من المنظومة واكتسابها لأيونات البوتاسيوم الموجبة. ونظراً إلى اختلاف الظرفين الابتدائي والانتهائي، تكون المنظومة متغيرة. وأثناء المدة الزمنية موضوع الاهتمام، كان ثمة تراكم سالب (أو فقد) للشحنات الموجبة في المنظومة.



الشكل 16.2–أ: منظومة تضم الخلية والحيز الخارجي المجاور لها مباشرة.

الشكل 16.2- ب: منظومة تضم الخلية فقط.

الشكل 16.2- ت: منظومة تضم مضخة أيونات واحدة فقط.

وعلى غرار ما فعلت في المنظومة (أ)، بإمكانك حذف حدَّي التوليد والاستهلاك من معادلة الموازنة مختزلاً إياها لتصبح معادلة انحفاظ. لكن نظراً إلى أن المنظومة مفتوحة ومتغيرة، فإن حدود الدخل والخرج والتراكم ليس معدوماً:

$$\Psi_{in} - \Psi_{out} = \Psi_{acc}$$

إذاً، يساوي تراكم الشحنة الموجبة في المنظومة الفرق بين الدخل والخرج. إن هذا الاختيار

لحدود المنظومة يعطينا بعض المعلومات، وتحديداً، يساوي الفرق بين تدفق الدخل وتدفق الخرج من الأيونات مقدار الشحنة التي تتراكم في الخلية. ويمكن حساب القيمة العددية الفعلية للشحنة المتراكمة حينما تكون القيم التجريبية المقاسة لتدفقي الدخل والخرج الصافيين معلومة.

المنظومة (ت): أخيراً، سنتفحص كيفية تغيُّر وصف المنظومة حينما تتضمن حدود المنظومة مضخة الأيونات فقط. هنا أيضاً، تُعتبر هذه المنظومة مفتوحة لاتفاعلية، لأن الشحنات الموجبة تدخل حدود مضخة الأيونات وتخرج منها. ونظراً إلى أن الشحنات تتحرك عبر المضخة ولا تبقى فيها، لا تتراكم أي شحنات في المنظومة، ويكون الظرفان الابتدائي والانتهائي متماثلين، وتكون المنظومة في حالة مستقرة.

وعلى غرار ما حصل في المنظومتين السابقتين، فإن معادلة الانحفاظ ملائمة. وكما فعلت في المنظومة (أ)، بإمكانك جعل حد التراكم صفراً، لأن المنظومة مستقرة:

$$\Psi_{in} - \Psi_{out} = \Psi_{acc} = 0$$
$$\Psi_{in} = \Psi_{out}$$

تنص هذه المعادلة على أن جميع الشحنات الموجبة التي تدخل المضخة تخرج منها. ولهذه المعادلة مغزى بالتأكيد، مع أنها لا تقدم إلا قليلاً من المعلومات المفيدة عن كيفية تأثير حركة الأيونات الموجبة في كمون غشاء الخلية.

لمزيد من التأكيد، نكرِّر أن مكان حدود المنظومة يؤثِّر تأثيراً كبيراً في اختزال معادلة الموازنة. في المنظومتين (أ) و(ت)، استُخرجت عبارتان صحيحتان تصفان المنظومة، لكنهما غير مفيدتين لفهم كمون الغشاء. بالمقارنة، مكَّنت حدود المنظومة التي عرَّفت المنظومة (ب) من استخراج معادلة بيَّنت سلوك الأيونات الموجبة عبر مضخة أيونات.

المثال 16.2 تصادم لويْحات العصيدة في الأوعية المصابة بتصلب الشرايين

مسألة: تصلُّب الشرايين هو تراكم لويْحات من الترسبات الدهنية والكوليسترول والكالسيوم وغيرها من المواد التي تمنع في النهاية تدفق الدم عبر الشرايين. وعادة، عندما تصطدم مادة مع عصيدة تصلب الشرايين، تلتصق باللويْحات المتراكمة الموجودة وتتصلب مع مرور الوقت. افترض أن الدم يحمل رواسب دهنية بسرعة معلومة إلى موقع الآفة حيث تُؤسر بواسطة اللويحات المتراكمة. أهمل أثر الثقالة.

افترض أن الزخم الخطي هو الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام، وتأمَّل في الشريان برمته (الشكل 17.2–أ) الذي يتضمن المترسب الدهني وموقع التصلب. كيف توصِّف المنظومة؟ ما هي المعادلة الملائمة لإيجاد الزخم بعد التصادم؟ ما هي الاختزالات التي تستطيع إجراءها في المعادلة الحاكمة للمنظومة؟ ماذا يحصل إذا غيرت حدود المنظومة بحيث تكون المنظومة مؤلفة من موقع آفة تصلب الشرايين فقط (الشكل 17.2– ب)؟

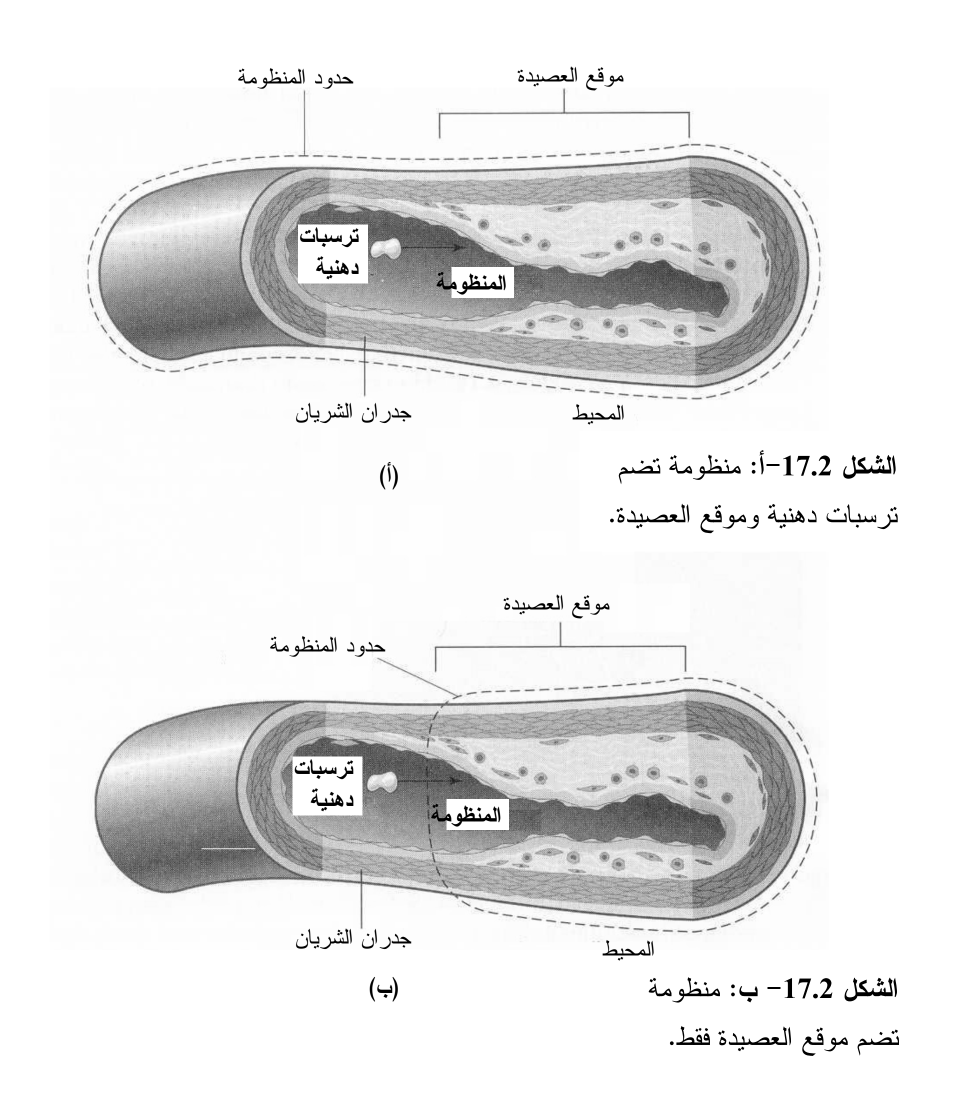
الحل: حينما تضم حدود المنظومة كامل الشريان، لا ينتقل الزخم إلى المنظومة بواسطة حركة كتلة جَسِيمة عبر حدود المنظومة. ونظراً إلى أن الخاصية التوسُّعية موضوع الاهتمام لا تدخل المنظومة أو تخرج منها بالنقل المادي الجَسِيم، يمكن اعتبار المنظومة مغلقة. ولا تؤثِّر في المنظومة قوى خارجية، من قبيل الثقالة. وفي غياب أي آلية لنقل الزخم، تُعتبر المنظومة معزولة.

حينما يصطدم مترسب دهني مع لويحات العصيدة، لا تتفاعل كيميائياً مع المادة المتراكمة الموجودة في منطقة التصلب. ونظراً إلى عدم حصول تفاعل، يمكن اعتبار المنظومة لاتفاعلية. ولا تغير زخم المنظومة بين الظرفين الابتدائي والانتهائي، وهذا ما يجعلها مستقرة.
وبالتعريف، الزخم هو خاصية منحفظة، ولا وجود لحدَّي التوليد والاستهلاك في المعادلة. ونظراً إلى أن المنظومة معزولة، يُحذف كل من حدَّي الدخل والخرج. لذا ينعدم حدّ التراكم، وتكون المنظومة في حالة مستقرة:

$$\Psi_{acc} = \Psi_f - \Psi_0 = 0$$

$$\Psi_0 = \Psi_f$$

إذاً، الزخم الانتهائي يساوي زخم المنظومة الابتدائي.



الشكل 17.2–أ: منظومة تضم ترسبات دهنية وموقع العصيدة.

الشكل 17.2– ب: منظومة تضم موقع العصيدة فقط.

حينما نغيِّر الحدود بحيث تتضمن المنظومة مكان آفة التصلب فقط، يتغير وصف المنظومة. إن المنظومة الآن مفتوحة، وليست معزولة، لأن المترسب الدهني الذي يعبُر الحدود يحمل زخماً إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم. ويتغير الزخم في المنظومة أثناء المدة الزمنية موضوع الاهتمام لأن الظرفين الابتدائي والانتهائي ليسا متماثلين، ولذا تكون المنظومة متغيرة.

وعلى غرار ما فعلناه مع النظم الأخرى، يمكننا استعمال قانون الانحفاظ بوصفه المعادلة الحاكمة. ونظراً إلى أن هذه المنظومة مفتوحة وديناميكية، يمكن لحدود الدخل والخرج والتراكم ألاَّ تكون صفراً. ونظراً إلى عدم خروج أي كتلة من المنظومة، ولذا أي زخم أيضاً، فإن حدّ

الخرج يساوي صفراً. ويساوي زخم المنظومة الابتدائي صفراً لأن سرعتها الابتدائية تساوي صفراً:

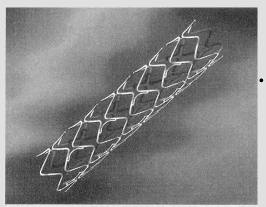
$$\Psi_{in} - \Psi_{out} = \Psi_{acc} = \Psi_f - \Psi_0$$
$$\Psi_{in} = \Psi_f$$

إذاً، زخم المنظومة في الظرف الانتهائي يساوي الزخم المضاف إليها.

وإذا نسبتَ كتلاً للمترسب الدهني وتراكم اللويْحات وسرعة للراسب الدهني، ستُختزل المعادلة الحاكمة بالطريقة نفسها. وفي هذه الحالة، تُعطي حدود المنظومة المقترحة في الحالتين معلومات متشابهة، برغم وضع حدود المنظومة في أمكنة مختلفة.

عندما تقلِّص عصيدة تصلب الشرايين تدفق الدم في الشريان كثيراً، يمكن للعواقب أن تختلف من آلام صدرية، إلى جلطة دماغية، وحتى سكتة قلبية. ولدرء هذه العواقب الوخيمة، من الضروري القيام بإجراءات لتنظيف الشريان المسدود، وتختلف هذه الإجراءات من المداواة الفموية حتى القثطرة والجراحة.

إن أحد الإجراءات الشائعة جداً هو توسيع الشريان بالقثطرة، وفيها يُحشر بالون غير منفوخ، مثبت في مقدمة قثطرة، ضمن الوريد في رأس فخذ المريض، ويوجَّه عبره إلى موقع الانسداد ويُنفخ ليتوسَّع ويبسط العصيدة ناشراً إياها على جدار الشريان. وغالباً ما يستعمل الجراحون أيضاً البالون لإدخال أنبوب أسطواني إلى موضع العصيدة، وهو شبكة سلكية يمكن أن تتوسَّع لتُبقي على الشريان الذي جرى توسيعه مفتوحاً (الشكل 18.2). إلا أن أكثر من 25 في المئة من المرضى يعانون ندبات في الأنسجة تنجم عن التخرش الذي تسببه حواف الشبكة المعدنية، وهذا يمكن أن يؤدي إلى تراكم اللويْحات وسد الشريان مرة أخرى. ولمواجهة هذه المشكلة، ضافر المهندسون الحيويون والجراحون جهودهم لتحسين الشبكة. وفي عام 2003، وافقت إدارة الأغذية والأدوية الأميركية على حل ممكن: شبكة مطلية بعقار يمنع نمو ندبات الأنسجة. وبرغم بعض الآثار الجانبية البسيطة، كانت النتائج الأولية واعدة، ويُؤمل أن يكون أداء هذه الشبكات الجديدة جيداً على المدى الطويل.



الشكل 18.2:
شبكة موسَّعة.

6.2 ملخص استعمال معادلتي الموازنة والانحفاظ

وفقاً لما ناقشناه في المقطع 3.2، يجب حساب بعض الخواص التوسُّعية باستعمال معادلات الموازنة، في حين أنه يمكن حساب خواص توسُّعية أخرى باستعمال معادلة الانحفاظ. يُبيّن الجدول 4.2 المعادلة التي يجب استعمالها لحساب خاصية توسُّعية معينة. لاحظ أنه يمكن استعمال معادلة الموازنة دائماً، في حين أن معادلة الانحفاظ ملائمة للخواص التوسُّعية المنحفظة فقط. ونظراً إلى أنه يمكن استعمال معادلة الموازنة دائماً، نستعملها نقطة انطلاق لمعظم الأمثلة الواردة في هذا الكتاب.

ينصب الاهتمام الرئيس في الفصول 3–7 على تحديد كيفية استعمال معادلتي الموازنة والانحفاظ في النظم الطبية والحيوية المختلفة. غالباً، لا يكون حل المسائل هو الذي يجعل الهندسة الحيوية صعبة، بل تحديد المنظومة وموسطاتها وكتابة المعادلات الملائمة لها. وبقطع النظر عن مهاراتك الرياضية ومهارتك في حل المسائل، فإن الرسم غير السليم للمسألة أو المعادلة غير الصحيحة سيؤديان إلى جواب خاطئ. لذا فإن المهمة الأساسية لهذا الكتاب هي تمكينك من تعريف المنظومة وكتابة المعادلة الموافقة لها، سواء أكانت معادلة موازنة أم معادلة انحفاظ.

الجدول 4.2: استعمال معادلتي الموازنة والانحفاظ.

اسم الخاصية	هل معادلة الموازنة ملائمة؟	هل معادلة الانحفاظ ملائمة؟	عدد المعادلات السلمية
الكتلة الكلية	نعم	نعم	1
كتلة الجنس	نعم	لا	m من أجل m جنساً
كتلة العنصر	نعم	نعم	n من أجل n عنصراً
المولات الكلية	نعم	لا	1
مولات الجنس	نعم	لا	m من أجل m جنساً
مولات العنصر	نعم	نعم	n من أجل n عنصراً
الطاقة الكلية	نعم	نعم	1
الطاقة الحرارية	نعم	لا	1
الطاقة الميكانيكية	نعم	لا	1
الطاقة الكهربائية	نعم	لا	1
الشحنة الصافية	نعم	نعم	1
الشحنة الموجبة	نعم	لا	1
الشحنة السالبة	نعم	لا	1
الزخم الخطي	نعم	نعم	3
الزخم الزاوي	نعم	نعم	3

اقتُبس الجدول من:

Glover C, Lunsford KM, and Fleming JA, *Conservation Principles and the Structure of Engineering*, 4th ed. New York: McGraw-Hill, Inc., 1994.

عدد **المعادلات السلَّمية** (scalar equation) هو عدد المعادلات التي يمكن كتابتها لخاصية توسُّعية في المنظومة. على سبيل المثال، في ما يخص الكتلة العنصرية، يمكن كتابة معادلة لكل عنصر من الــ n عنصراً الموجودة في المنظومة. أما الزخم الخطي والزخم الزاوي فتُكتب لكل منهما ثلاث معادلات سلمية بسبب وجود ثلاثة محاور اتجاهية (x وy وz في الإحداثيات الديكارتية، وr وθ وϕ في الإحداثيات الكروية). **والمعادلات المستقلة** (independent equations) هي المعادلات المستقلة عن بعضها خطياً (إذا كانت معادلة من مجموعة معادلات تركيباً خطياً من المعادلات الأخرى، كانت المعادلة الناتجة غير مستقلة خطياً). وعدد المعادلات المستقلة في منظومة يساوي عدد المعادلات المستقلة خطياً التي يمكن كتابتها للمنظومة.

وتحتوي معظم النظم الحيوية على كثير من المكوِّنات أو العناصر الكيميائية المختلفة. ويمكن كتابة أنواع كثيرة مختلفة من معادلات موازنة الكتلة والمولات لوصف المنظومة. ويمكن كتابة معادلة كتلة جنس واحدة لكل من الــ m جنساً في حالة المكوِّنات المتعددة. ويمكن كتابة معادلة انحفاظ واحدة للكتلة الكلية. إذاً، من أجل منظومة ذات m جنساً، يمكن كتابة $m+1$ معادلة موازنة كتلة، منها m معادلة مستقلة خطياً. ويمكن كتابة معادلة موازنة مولات واحدة لكل من الــ n عنصراً في المنظومة. ويمكن كذلك كتابة معادلة موازنة للمولات الكلية. ومن هذه الــ $n+1$ معادلة من معادلات موازنة المولات، ثمة n معادلة فقط مستقلة خطياً. والحالة هي نفسها حين النظر في معادلة موازنة جميع صيغ أجناس الكتلة والمولات العنصرية.

ويمكن كتابة معادلة موازنة أو انحفاظ سلَّمية للخواص الآتية: الطاقة الكلية، والطاقة الحرارية، والطاقة الميكانيكية، والطاقة الكهربائية. ورغم كون هذه المعادلات مستقلة عن بعضها بعضاً، فإنها لا تُستعمل عادة معاً في حل مسألة.

ويمكن كتابة معادلة انحفاظ سلَّمية للشحنة الكهربائية الصافية، ومعادلة موازنة واحدة لكل من الشحنتين الكهربائيتين الموجبة والسالبة. إلا أن معادلتين من هذه المعادلات الثلاث مستقلتان خطياً. ووفقاً لما سنبيِّنه في الفصل 5، يمكن ضم معادلتي الشحنتين الكهربائيتين الموجبة والسالبة لتكوين معادلة الشحنة الصافية.

أما الزخم الخطي والزخم الزاوي فهما ثلاثيا الأبعاد. لذا يمكن كتابة ثلاث معادلات سلَّمية مستقلة خطياً لكل منهما.

الخلاصة

استعرضنا في هذا الفصل كيف أن يمكن أن توصف السيرورات الهندسية بعبارات رياضية على شكل معادلات موازنة أو انحفاظ. وبغية وصف منظومة تتعلق بخاصية توسُّعية ما، وصَّفنا موسطات المنظومة واستعملنا افتراضات لاختزال المعادلات الرياضية الحاكمة التي يمكن أن تكون بالصيغة الجبرية أو التفاضلية أو التكاملية. وقدَّمنا كذلك مفاهيم الانحفاظ، والمنظومة، وحدود المنظومة والمحيط، والنظم المغلقة والمفتوحة والمعزولة، والنظم التفاعلية واللاتفاعلية، وانحفاظ الطاقة، والنظم المستقرة والمتغيِّرة، لأن هذه المفاهيم والمصطلحات تساعد على تحديد واختزال حدود الدخل والخرج والتوليد والاستهلاك والتراكم الموجودة في معادلة الموازنة.

المراجع

References

1. Population Reference Bureau. «Population Reference Bureau.» 2004. ‹www.prb.org›.

مسائل

1.2 من أجل فقرات المسألة (أ) حتى (ظ) افعل ما يأتي:

- ارسم مخططاً للمنظومة.
- سمِّ خاصية توسُّعية يمكن حسابها.
- ضع على المخطط التسميات: المنظومة، حدود المنظومة، المحيط.
- حدِّد المدة الزمنية موضع الاهتمام، وعلِّلها.
- هل المنظومة مفتوحة أم مغلقة أم معزولة؟ علِّل الإجابة.
- هل المنظومة مستقرة أم متغيِّرة؟ علِّل الإجابة.
- حدِّد إن كانت المنظومة تحتوي على تفاعل و/ أو تحويل في ما بين أنواع الطاقة وعلِّل الإجابة.
- هل يجب استعمال معادلة جبرية أم تفاضلية أم تكاملية لوصف المنظومة؟ علِّل الإجابة.
- هل الخاصية التوسُّعية المختارة منحفظة في المنظومة؟ علِّل الإجابة.

(**مساعدة:** يمكن أن يكون ثمة أكثر من إجابة صحيحة واحدة، وهذا يعتمد على كيفية تعريفك للمنظومة).

(أ) يتدفق الدم عبر القلب. اعتبر أن مدخلي القلب هما الوريد الرئوي والوريد الأجوف، وأن المخرجين منه هما الشريان الرئوي والشريان الأبهر. أهمل الشريان التاجي والأوردة

القلبية. أنت ترغب في كتابة نموذج للدم المتدفق عبر القلب يأخذ في الحسبان التغيرات التي تحصل خلال ثانية واحدة أو أقل (نموذج يلحظ لحظات مختلفة من دورة النبض القلبية).

(ب) يتدفق الدم عبر الجانب الأيسر من القلب. والمدخل إليه هو الوريد الرئوي، والمخرج منه هو الشريان الأبهر. وثمة زخماً محمولاً على الدم أثناء تدفقه، وزخم يُضاف إليه أيضاً بواسطة القوة التي يولِّدها القلب أثناء ضخه. وأنت ترغب في كتابة معادلة لحساب الزخم في الجانب الأيسر من القلب ضمن مدة زمنية تساوي دقائق أو ساعات.

(ت) يجري إنتاج دواء جديد في مفاعل حيوي، والسيرورة المستعملة في الإنتاج هي سيرورة وجبة لأن المتفاعلات تدخل المنظومة جميعاً في البداية. والمنظومة محكمة الإغلاق أثناء حصول التفاعل، وتُخرج المنتوجات منها بعد اكتمال التفاعل. ويتزايد تركيز الدواء في المفاعل مع تقدم التفاعل. اكتب معادلة موازنة تتعقّب الدواء أثناء حصول التفاعل فقط.

(ث) يُحوِّل الكبد السموم إلى مكونات أقل ضرراً. وتنقل الشرايين والأوردة الدم من وإلى الكبد الذي يعمل باستمرار لإزالة سُمِّية المواد. لكن حالة الكبد لا تتغير مع الزمن، ولا تتراكم السموم فيه. وأنت مهتم بكتابة معادلة موازنة للسموم التي تجري معالجتها في الكبد.

(ج) تعمل خلية في الكلية باستمرار للإبقاء على توازن الأيونات في الدم صحيحاً. ويحتوي غشاء الخلية على مضخات وقنوات أيونات تحرِّك أيونات الصوديوم الموجبة Na^+ عبر الغشاء. ويضخ نوع معين من المضخات أيونات الصوديوم الموجبة من داخل الخلية إلى خارجها. افترض أن الخلية لا تولد ولا تستهلك أيونات صوديوم موجبة. وأنت مهتم بكتابة معادلة للشحنة الموجبة التي تحملها أيونات الصوديوم الموجبة أثناء عبورها غشاء الخلية عبر المضخات.

(ح) يمكن لمقياس الحُريْرات (مِسعر حراري) أن يُحدِّد معدل الاستقلاب في جسم شخص بقياس مقدار الحرارة المتحررة من الجسم في مدة معينة من الزمن. يتألف مقياس الحُريْرات من حجرة هواء كبيرة مع جدران محكمة العزل تمنع انتقال الطاقة من وإلى مقياس الحُريْرات. وأثناء توليد جسم الشخص للحرارة، تبقى درجة حرارة الهواء في الحجرة مستقرة بدفع الهواء عبر أنابيب موجودة ضمن حوض ماء بارد. ويقيس مقياس درجة حرارة تزايد درجة الحرارة الذي يُستعمل لحساب معدل اكتساب الحرارة حوض الماء للحرارة، وهو يساوي معدل الحرارة المتحررة من جسم الشخص. وأنت ترغب في قياس معدل الاستقلاب عندك أثناء قيامك بالتمارين الرياضية ضمن مقياس الحُريْرات.

(خ) تُستعمل آلة بدلاً من القلب والرئتين لتحريك الدم في الجسم أثناء عملية القلب المفتوح التي يتوقف القلب خلالها عن العمل. ويدخل الدم القادم من الجسم إلى الآلة لتزويده بالأكسجين وتخليصه من ثاني أكسيد الكربون ليعود بعدئذ إلى الجسم. وتُستعمل مواد خاصة متوافقة حيوياً لتبطين جدران الآلة كي لا تتفاعل مع الدم. وتدخل طاقة على شكل حرارة وعمل ميكانيكي إلى الآلة. وأثناء إحدى العمليات، أُبقيت الآلة عند درجة حرارة وظروف تشغيل ثابتة. وأنت مهتم بكتابة معادلة موازنة تخص الطاقة الكلية في الآلة.

(د) يمكن رصد مفاعيل نضح الماء في خلايا الدم الحمراء تجريبياً بتعريضها إلى محلولين أحدهما عالي التوتر hypertonic والآخر منخفض التوتر (hypotonic). والسائل الداخلي في خلايا الدم الحمراء متساوي التوتر (isotonic) مع 0.15 M NaCl. وحين وضع خلايا الدم الحمراء في المحلول عالي التوتر، يخرج الماء من الخلايا مؤدياً إلى انكماشها. وحين وضعها في المحلول منخفض التوتر، يدخل الماء الخلايا جاعلاً إياها تنتفخ بسرعة، وهذا ما قد يؤدي إلى انفجار بعضها. يُضاف مقدار صغير يساوي 10^5 خلية حمراء إلى ليتر واحد من الماء مع 0.05 M NaCl. افترض أنه لا تحصل أنشطة استقلابية في الخلايا الحمراء لتوليد الماء. وأنت مهتم بكتابة معادلة موازنة تخص تغير مقدار الماء في خلايا الدم مع الزمن. هل يتغير حجم هذه المنظومة؟

(ذ) حمض اللبن المتعدد (poly lactic acid) هو بوليمر حيوي التلاشي، وقد وافقت إدارة الغذاء والدواء الأميركية حالياً على استعماله مادة خياطة جراحية في جسم الإنسان. إلا أن أحد عيوبه هو أنه يتفكك في الجسم ليتحول إلى حمض اللبن، وهذا مركَّب حمضي. وإذا لم يُزَل حمض اللبن من منطقة الخياطة بسرعة كافية، فإن عامل الحموضة pH المحلي سيتغير، وقد يؤدي إلى أذية الأنسجة المحيطة. وأنت تصمِّم تجربة لإجرائها خارج الجسم لتحديد معدل تدفق السائل اللازم لإزالة ما يكفي من حمض اللبن من منطقة الخياطة بحيث لا يتغير عامل الحموضة إلا بـــpH واحدة فقط. افترض أن معدَّل تفكُّك حمض اللبن المتعدد ليس ثابتاً، وافترض أن معدل التدفق المحلي للسائل ثابت. أجب عن الأسئلة المطروحة آنفاً لكل من حالتي حمض اللبن وحمض اللبن المتعدد.

(ر) الهلام المائي (hydrogel) هو شبكة فريدة من البوليمر الذي يمتص الماء. ولتحديد محتوى الانتفاخ عند التوازن، يُوزن الهلام أولاً وهو جاف، ثم يغطس في الماء، فيمتص الماء امتصاصاً يعتمد على الزمن. وبعد ساعة، يُخرج الهلام من الماء، ويُجفَّف سطحه ويعاد وزنه. بملاحظة أن امتصاص الماء ليس تفاعلاً كيميائياً، أجب عن الأسئلة

المطروحة آنفاً الخاص بالماء والهلام المائي أثناء سيرورة تحديد محتوى الانتفاخ عند التوازن.

(ز) أتت امرأة مصابة بحروق إلى غرفة الإسعاف في المستشفى، فوُصِلت مباشرة بكيس سائل وريدي لتعويض السوائل التي فقدتها أثناء الحادث، التي تفقدها حالياً بالتبخُّر من جلدها. في البداية، عليك تزويد المريضة بالسائل الوريدي بمعدَّل أعلى من معدل فقدانها له حالياً بغية التعويض عن السائل الذي فقدته أثناء الحادث. وحينما يستقر وضعها، عليك تزويدها بالسائل بالمعدل الذي يتبخر به. وأنت مهتم بكتابة معادلة موازنة لتحديد معدل التعويض بالسائل الوريدي. أجب عن الأسئلة المذكورة آنفاً من أجل المدة الزمنية الأولية والمدة التي تلي الاستقرار.

(س) حينما يتبرع شخص بالدم، ينساب الدم من جسمه إلى كيس تجميع مدة تساوي نحو نصف ساعة. وأنت مهتم بكتابة نموذج لتحديد مقدار الدم الموجود في جسم الشخص.

(ش) بعد استيقاظك مباشرة في صباح يوم في أواسط كانون الأول/ ديسمبر، تتناول فنجاناً من القهوة، فتشعر فوراً بدفء الفنجان بيديك. وأنت ترغب في معرفة كيفية تغير معدل انتقال الطاقة من الفنجان إلى يدك مع الزمن.

(ص) يعتمد العدَّاءون ومتسابقو المسافات الطويلة على العضلات لدفع أنفسهم أثناء عدوِهم. وتحتاج العضلات إلى أكسجين وغلوكوز كي تنقبض. ويولِّد استقلاب هذين المتفاعلين ثاني أكسيد الكربون ولبَنات lactate. حدِّد المركَّبات الكيميائية في عضلة ساق العداء أثناء سباق مسافته 100 m.

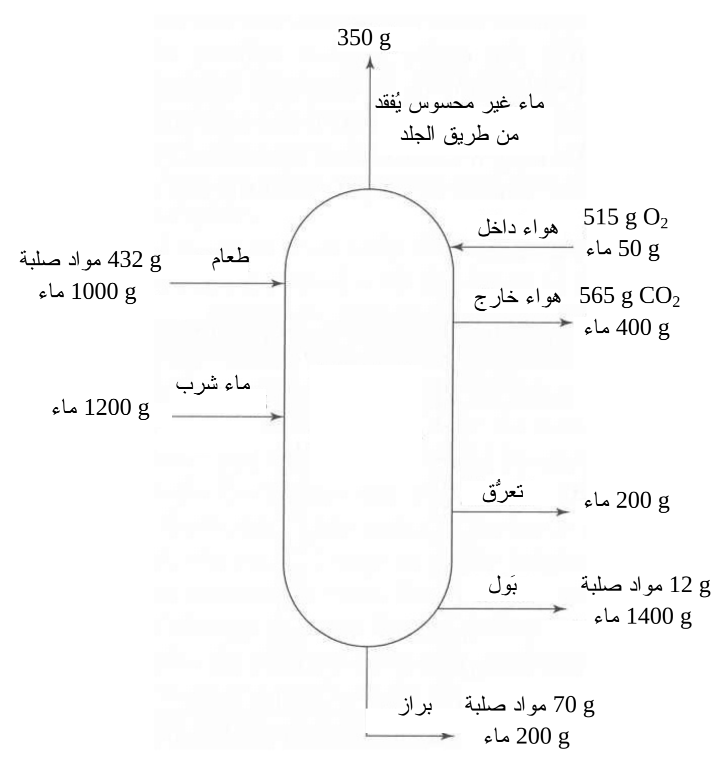
(ض) لا يعرف شريكك في الغرفة، وهو طالب علم اجتماع، مبادئ النقل الحراري، ويقبض على الحامل المعدني لوعاء يحتوي على ماء مغلي، فيتألم عندما تفقد الخلايا العصبية الخارجية في الجلد استقطابها، وهذا يقدح كمون حدث على طول الحبال العصبية إلى أن تصل الإشارة إلى الدماغ. وأنت مهتم بنمذجة نقل الإشارة على شكل تيار كهربائي من اليد إلى الدماغ أثناء المدة الزمنية التي تسبق صراخ زميلك.

(ط) تُعرف خلايا الأورام بأنها سريعة التكاثر. وباستعمال تجهيزات تصوير عالية الميْز، يمكنك تقدير عدد الخلايا في الورم. وقد طُلب إليك تحديد معدل نمو الورم. فهل تغيِّر حدود المنظومة شكل و/ أو حجم الورم؟

(ظ) ينتمي عامل نمو الأعصاب (nerve growth factor) (NGF) إلى طائفة المغذيات العصبونية (neurotrophin) من البروتينات التي أُثبت أنها تتصف بتأثيرات غذائية

(trophic) في بعض نظم الدماغ الكولينية (cholinergic) التي تفرز الأسيتيل – كولين. ونظراً إلى أنها تساعد العصبونات على تجنب الموت، أُجري بحث لرؤية إن كان عامل نمو الأعصاب علاجاً مفيداً لمرض الألزهايمر والاضطرابات العصبية الأخرى. ويتضمن أحد العلاجات الممكنة صنع بوليمرات ضمن مزروعات مسامية محمَّلة بمسحوق عامل نمو الأعصاب ووضعها جراحياً ضمن الدماغ. اقترح نموذجاً لمتابعة عامل نمو الأعصاب في الدماغ.

2.2 يدخل الماء والأجسام الصلبة الجسم وتخرج منه عبر وسائل متنوعة. وكتل الماء والأشياء الصلبة التي تدخل جسم رجل متوسط وتخرج منه مبينة في الشكل 19.2.



الشكل 19.2: إنتاج الماء والمواد الصلبة واستهلاكها والفضلات عند شخص متوسط.

المصدر: Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*. New York: Marcel Dekker, 1976.

(أ) اكتب معادلة موازنة جبرية للمواد الصلبة الكلية في المنظومة. هل المنظومة مفتوحة أم مغلقة، مستقرة أم متغيرة، تفاعلية أم لاتفاعلية؟ احسب مقادير الأجسام الصلبة الكلية التي تدخل المنظومة وتخرج منها. علِّل عدم تساوي الدخل والخرج.

(ب) اكتب معادلة موازنة جبرية للماء في المنظومة. هل المنظومة مفتوحة أم مغلقة، مستقرة أم متغيرة، تفاعلية أم لاتفاعلية؟ ضع كتلة الماء الداخلة إلى المنظومة والخارجة منها والمتولدة فيها في معادلة الموازنة الجبرية. هل يمكن أخذ جميع الماء في الحسبان؟

3.2 تُعطى مريضة في المستشفى محلولاً ملحياً عبر الوريد بمعدَّل 1200 غرام من الماء يومياً، ولا تُعطى ماء عبر أي وسيلة أخرى. وتجمع قثطرة كل بولها الذي يخرج من المثانة. وقد تبيَّن أن معدَّل خروج الماء اليومي في البول يساوي 1600 غرام. افترض أن الماء لا يخرج من جسمها من أي طريق آخر، وأن فعالية الاستقلاب طبيعية. وأثناء وجود المريضة في المستشفى على مدى أسبوع، لاحظ الطبيب أنها لم تفقد شيئاً من وزنها (بناء على ذلك، افترض أن كتلة الماء في جسمها لا تتغيَّر مع الزمن). وقد تبيَّن أنه لا مغزى لإجراء موازنة سريعة لكتلة الماء تتضمن حدود الدخل والخرج فقط. ساعد الطبيب على معرفة ما يحصل وذلك بتحديد إن كانت المنظومة مفتوحة أم مغلقة، ومستقرة أم متغيرة، وتفاعلية أم لاتفاعلية. ماذا يحصل فيها؟ حاول إيجاد دليل حيوي ما لتعزيز فرضيتك. أخيراً، اكتب معادلة الموازنة مع الحدود الملائمة لوصف موازنة الماء في جسم المريضة.

4.2 تناول جو طعام الفطور المكوَّن من شوفان (200 غرام) وحليب (75 غراماً) وبرتقالة (225 غراماً). وتناول على الغداء تفاحة واحدة (100 غرام) و4 قطع من الخبز (100 غرام) ولحم خنزير مقدَّداً (90 غراماً) وجبنة (40 غراماً). وتناول على العشاء لحم خنزير (350 غراماً) وهليون (150 غراماً) وبطاطا (150 غراماً) وقطعتين من الخبز (50 غراماً). ويبيِّن الجدول 5.2 محتويات الأطعمة المختلفة من البروتينات والدهون والكربوهيدرات والطاقة. بإمكانك استعمال إكسل أو ماتلاب أو أي برنامج آخر تختاره لإجراء الحسابات.

(أ) بافتراض أن نسبة المادة الصلبة في الطعام تساوي 30 في المئة، ونسبة الماء تساوي 70 في المئة، فما هو مقدار ما يأخذه جو من مادة صلبة وماء ضمن الطعام في يوم واحد؟ كيف تبدو هذه القيمة مقارنة بما يتناوله الشخص المتوسط (المسألة 2.2)؟

(ب) احسب الغرامات الكلية من البروتين والدهون والكربوهيدرات المشتقة من كل طعام.

(ت) احسب الطاقة المشتقة من كل طعام بناء على قيم الوقود.

(ث) الطاقة الحيوية المتوفرة في الطعام هي كالآتي: 4 cal/g في الكربوهيدرات، و 9 cal/g للدهون، و 4 cal/g للبروتين. باستعمال المقدار الكلي للبروتين والدهن والكربوهيدرات الموجود في طعام جو، احسب الطاقة المتوفرة من البروتين والدهن

والكربوهيدرات. يتناول الشخص الأميركي المتوسط 15 في المئة من طاقته من البروتين، و40 في المئة من الدهون و45 في المئة من الكربوهيدرات. قارن ما يحصل عليه جو مع هذه القيم.

(ج) ما مدى التشابه بين القيم المحسوبة في (ث) و(ج)؟

الجدول 5.2: محتوى الطعام من البروتين والدهن والكربوهدرات والطاقة.

الطعام	بروتين في المئة	دهن في المئة	كربوهيدرات في المئة	مقدار الوقود kcal/100 g
تفاح	0.3	0.4	14.9	64
هليون	2.2	0.2	3.9	26
لحم خنزير مقدّد	25.0	55.0	1.0	599
خبز أبيض	9.0	3.6	49.8	268
جبنة	23.9	32.3	1.7	393
حليب كامل الدسم	3.5	3.9	4.9	69
شوفان	14.2	7.4	68.2	396
برتقال	0.9	0.2	11.2	50
فخذ الخنزير	15.2	31.0	1.0	340
بطاطا	2.0	0.1	19.1	85

* البيانات مقتبسة من: Guyton AC and Hall JE, *Textbook of Medical Physiology*. Philadelphia: Saunders, 2000.

5.2 تُنمّى خلايا ثدييات في مفاعل حيوي. ولبِنات البناء الكيميائية لتلك الخلايا هي الكربون والهيدروجين والنيتروجين والأكسجين. وغالباً ما تُنمذَج الخلايا بـــ $CH_\alpha N_\beta O_\delta$.

(أ) لبدء سيرورة وجبة، يوضع في المفاعل في البداية $50\ L$ من الخلايا بمعدل $100\ g/L$. وبعد التشغيل، يصبح تركيز الخلايا $25\ g/L$ وتملأ كتلة الخلايا كامل حيز المفاعل الذي يساوي $1000\ L$. حدِّد مقدار الـــ $(NH_4)_2SO_4$ الذي يجب وضعه في المفاعل بافتراض أن الخلايا تتكوَّن من 12 في المئة وزناً من النيتروجين، وأن مصدر النيتروجين الوحيد هو الـــ $(NH_4)_2SO_4$.

(ب) أثناء التشغيل المستمر، يكون تركيز الخلايا في الحالة المستقرة في المفاعل $20\ g/L$، وتملأ كتلة الخلايا كامل حجم المفاعل الذي يساوي $1000\ L$. افترض أن الخلايا لا تدخل المفاعل، وأن تيار المنتوج المحتوي على الخلايا يخرج من المفاعل بمعدل $20\ L/day$. حدِّد معدل تدفق كتلة الـــ $(NH_4)_2SO_4$ الذي يجب إدخاله إلى

المفاعل بافتراض أن الخلايا تتكوَّن من 12 في المئة وزناً من النيتروجين، وأن مصدر النيتروجين الوحيد هو الـــ $(NH_4)_2SO_4$.

(ت) أثناء التشغيل بطريقة الوجبات والتشغيل المستمر تزيد نسبة النيتروجين عمليا بـــ 20 في المئة عما هو ضروري وفق نسب التفاعل. أعِد الحسابات (ب) مفترضاً أن ثمة زيادة مقدارها 20 في المئة في كمية النيتروجين المُدخَل إلى المفاعل.

6.2 يحتاج جسم الإنسان إلى إمداد مستمر بالطاقة كي يعيش. ويُعرَّف المستوى الأدنى من الطاقة الضروري لمجرد حصول تفاعلات كيميائية في الجسم والحفاظ على الأنشطة الأساسية للمنظومة العصبية المركزية والقلب والكليتين والأعضاء الأخرى بمعدل الاستقلاب الأساسي (basal metabolic rate BMR). إلا أنه إذا انخرط الشخص في أعمال مثل الأكل والمشي، وجب توفير طاقة إضافية. ووسطياً، يصرف الشخص الذي يقوم بالأنشطة اليومية العادية 2750 kcal/day . ويتكوَّن مصروف الطاقة اليومي من الطاقة اللازمة لمعدل الاستقلاب الأساسي، وهضم ومعالجة الطعام (220 kcal)، والأنشطة غير الحركية من قبيل الحفاظ على درجة حرارة الجسم (190 kcal)، والأنشطة الحركية ذات الأغراض المختلفة (690 kcal).

(أ) بافتراض أن التنفس يستهلك 5 في المئة من معدل الاستقلاب الأساسي، احسب الطاقة اللازمة لشخص للتنفس في وضع الراحة. أعطِ الإجابة مقدرة بالجول للنفَس الواحد.

(ب) يمكن للتمرين الرياضي الشديد أن يزيد مصروف الطاقة اليومي حتى 7000 kcal . يُضاف إلى ذلك أن التمارين الرياضية يمكن أن تزيد الحاجة إلى الطاقة اللازمة للتنفس بنحو 20 ضعفاً. احسب الطاقة المصروفة على الأنشطة الفيزيائية أثناء التمرين. أعطِ الإجابة مقدّرة بالجول للنفَس الواحد.

7.2 ارجِع إلى المسألة 1.2– ظ. لقد تبيَّن تجريبياً أن المزروعة يمكن أن تُحرِّر 0.24 μg من عامل نمو الأعصاب يومياً. وفي الدماغ، يزول 0.11 μg منه بسبب عمليات الاستقلاب و 0.023 μg بسبب ترابطات غير محددة.

(أ) اكتب معادلة موازنة شاملة لعامل نمو الأعصاب. ما هي الحدود التي يمكن حذفها؟

(ب) لا تُبدي العصبونات أي انفعال بعامل نمو الأعصاب إلى أن يصل تركيزه إلى 2.0 ng/mL . ما هو معدل تراكم عامل نمو الأعصاب في الدماغ؟ ما هي المدة اللازمة كي يصل كامل الدماغ (الذي يساوي حجمه $1400\ cm^3$) إلى المستوى العلاجي؟ افترض أن المزج مثالي وأن المقدار الذي تستهلكه المزروعات مهمل.

(ت) الشيء الذي هو أكثر واقعية هو أنك ترغب في معالجة جزء الدماغ المصاب فقط. ويقترن مرض ألزهايمر غالباً بموت العصبونات الكولينية في الدماغ الأمامي الأساسي (الذي يساوي حجمه تقريبا $400\ cm^3$). إذا وُضعت المزروعات في تلك المنطقة، فما هي المدة اللازمة لوصول التركيز إلى $5.0\ ng/mL$؟

8.2 أجرِ تجربة "الشمعة في الإناء" بإشعال شمعة قضيبية قاعدتها موضوعة في حوض ماء. وغطِّ الشمعة بإناء زجاجي وانتظر ما سيحصل. يجب أن يكون مستوى الماء ساكناً في البداية، ويجب أن يرتفع على نحو واضح حين انطفاء الشعلة. والمطلوب منك أن تصف كمياً التغير الكلي في ارتفاع الماء في الإناء بوصفه تابعاً لموسطات المنظومة. توقع التغيُّر النهائي الحاصل في ارتفاع الماء فقط، لا بكيفية تغير ارتفاع الماء مع الزمن. قم باستخراج علاقة رياضية بين تغير ارتفاع الماء وموسطات المنظومة، وكن حريصاً على عدم الاقتصار على وصف الظاهرة وصفاً كيفياً فقط.

(أ) أجرِ تحليلاً هندسياً يُتوقع كمياً بالمقدار الذي سيرتفعه الماء بوصفه تابعاً لموسطات المنظومة الأساسية. أعطِ ارتفاع الماء دون أبعاد، بمعنى أن ارتفاع الماء يساوي 1.0 إذا امتلأ الإناء كلياً بالماء، و0.0 إذا كان فارغاً. ضمِّن إجابتك ما يأتي:

- وصفاً للتجربة.
- تعريفاً لجميع المبادئ والقوانين الفيزيائية ذات الصلة.
- تعريفاً لموسطات المنظومة الأساسية التي تحدِّد مقدار ارتفاع الماء.
- قائمة بفرضيات الأسباب الرئيسة الممكنة لارتفاع الماء. ضمِّن إجابتك تقويماً منهجياً لكل من الفرضيات. قد تُساعدك إجاباتك على تبسيط المنظومة التي تطورها في نموذجك.
- صيغة رياضية (أو نموذجاً) يربط كمياً مقدار ارتفاع الماء بموسطات المنظومة الأساسية. صِف النموذج بيانياً بخط بياني واحد على الأقل يربط بين تغير الارتفاع بموسط واحد أو أكثر من موسطات المنظومة.
- سردة بجميع الافتراضات والتبسيطات التي قمت بها لاستكمال نموذجك.
- تدقيقاً في نموذجك. هل أعطى نموذجك نتائج معقولة؟ انتبه جيداً إلى سلوك النموذج عند قيم الموسطات المتطرفة.
- مناقشة لمحدوديات نموذجك وللخطوات التي يمكن اتباعها لتحسينه.

(ب) لخِّص السيرورة التي اتبعتها "لحل" هذه المسألة المفتوحة. ضمِّن إجابتك نقدا للنهج

الذي اتبعته، محدّداً جميع المحدوديات ونقاط الضعف الموجودة في نهجك لحل المسألة، ونقداً لمعرفتك الشخصية التي استعملتها أو احتجت إليها لحل هذه المسألة. ما هي المبادئ والحقائق التي كنت تعرفها وساعدتك على حل المسألة؟ ما هي المبادئ التي كان عليك أن تعرفها أو تحيط بها بغية حل المسألة؟ ما هي المبادئ التي مازال عليك أن تتعلمها إذا كُلِّفت مزيداً من تحسين نموذجك.

3 – انحفاظ الكتلة

1.3 الأغراض والحوافز التعليمية

بعد الانتهاء من هذا الفصل ستتمكَّن من:

- شرح الأنواع المختلفة من معدلات التدفق.
- كتابة معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة الجبرية والتفاضلية والتكاملية.
- تطبيق معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة تطبيقاً صحيحاً.
- تعليل سبب عدم إمكان تطبيق معادلات الانحفاظ تطبيقاً شاملاً حين حساب كتل الأجناس، والمولات الكلية، ومولات الأجناس.
- شرح معنى ومغزى أساس الحساب وكيفية اختيار أساس ملائم.
- وضع وحل معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة في نظم متعددة التيارات والمركَّبات.
- فهم طريقة تحليل درجة الحرية من أجل التعامل مع نظم متعددة الوحدات.
- عزل منظومة أو وحدة صغيرة ضمن منظومة كبيرة.
- موازنة تفاعل كيميائي معقد.
- تعريف وتطبيق معدل التفاعل والتحوُّل النسبي للتفاعل، ومعنى ومغزى المتفاعل المحدِّد.
- وضع وحل معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة للنظم التفاعلية.
- وضع وحل معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة للنظم المتغيرة.
- استعمال منهجية حل المسائل الهندسية بيسر.

1.1.3 هندسة الأنسجة

تُستعمل معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة على نطاق واسع في الهندسة الحيوية، فحين متابعة أو مراقبة كتلة مركَّب أو مادة ما، تكون معادلات موازنة الكتلة مفيدة. ومعادلات الموازنة والانحفاظ شائعة جداً في النظم التي تتضمن تفاعلات كيميائية وكيميائية حيوية، ومن أمثلتها الجسم البشري والمفاعلات الحيوية. في هذا الفصل سنعرض تطبيق انحفاظ الكتلة في عدد كثير متنوع من الأمثلة والواجبات المنزلية.

وسنلقي الضوء في هذه المقدمة على هندسة الأنسجة، مع تركيز الاهتمام على العظام. وتُعتبر هندسة الأنسجة حقلاً متنوعاً ومتوسِّعاً تُطبق فيه مبادئ الانحفاظ على نحو متكرر من أجل نمذجة النظم وحل المسائل. والغرض من العرض المفصل الآتي هو لإثارة نقاشنا لمعادلات موازنة وانحفاظ الكتلة.

في أواخر ثمانينيات القرن العشرين، أعلنت الهيئة القومية (الأميركية) للعلوم (National Science Foundation - NSF) أول مرة رسمياً حقلاً طبياً جديداً ومثيراً:

إن هندسة الأنسجة هي تطبيق مبادئ وطرائق الهندسة وعلوم الحياة من أجل تحقيق فهم جوهري للعلاقات البنيوية – الوظيفية في أنسجة الثدييات الطبيعية والمريضة، وتطوير بدائل حيوية لترميم وصيانة وتحسين وظائف تلك الأنسجة[1].

لقد كان حقل هندسة الأنسجة موجوداً على نحو غير رسمي قبل هذا التعريف، وقد توسَّع كثيراً في العقود الأخيرة. وكان الاستعمال الناجح والواسع لهندسة الأنسجة في التعويضات الدموية، والاستبدالات العظمية والغضروفية، وحتى استبدالات الأعصاب والأعضاء، قد أنعش إمكانات وتقانات جديدة في هذا الحقل المطَّرد التوسُّع.

تنطوي هندسة الأنسجة على استعمال مواد حيوية صناعية تُصنَع في المختبر لاستعمالها في ترميم واستبدال أنسجة الإنسان المفقودة أو المتأذية بسبب الأمراض أو الحوادث أو الشيخوخة أو الشذوذات الخَلقية. ويتطلب مجالها المتوسِّع تعاونَ كثيرٍ من التخصُّصات الطبية والتقنية، ومنها علم الخلايا الحيوية (cell biology)، وعلم الجزيئات الحيوية (molecular biology)، وميكانيك الخلايا والأنسجة الحيوي، وهندسة المواد الحيوية، والتصميم بمساعدة الحاسوب، والهندسة الروبوتية. ويتطلب التطبيق الناجح غالباً فريق عمل ماهر متعدد الاختصاصات، يضم مهندسين حيويين وكيميائيين ومختصين في الجزيئات الحيوية وتقنيي مفاعلات حيوية وغيرهم من المختصين.

لقد حاول مهندسو الأنسجة تنمية كل أنواع الأنسجة البشرية تقريباً، ومنها الجلد والغضاريف والأوتار والعظام والعضلات والأوعية الدموية والصمامات القلبية الوعائية وأنسجة الكبد والمثانات البولية والأعصاب والجزر البنكرياسية. وكان الجلد الصناعي من أول الأنسجة الذي يُنتَج ويُسوَّق تجارياً ويُستعمل للمصابين بالحروق وتقرُّحات مرض السكري (في الأقدام). وأصبحت الغضاريف المنتَجة من طريق هندسة الأنسجة على درجة كبيرة من الأهمية لأن غضاريف البالغين المتأذية لا تشفى أو تتولَّد من جديد. وقد أدى العدد الهائل من كسور العظام،

وشيوع ترقق العظام إلى كثير من الاهتمام باستعمال هندسة الأنسجة لتحسين بنية العظام.

ويخضع أكثر من 200 000 شخص في الولايات المتحدة سنوياً إلى عملية استبدال ورك باستعمال أوراك صناعية لتخفيف الألم واستعادة الحركة [2]. ويدخل المستشفيات ما يُقدَّر بـــ 800 000 مريض سنوياً نتيجة كسور خطيرة. وكثير من تلك الكسور يلتئم التئاماً غير صحيح أو غير تام، ولذا تحتاج إلى إجراءات تكميلية مثل التطعيم العظمي. ومن الإجراءات الشائعة، استعمال التطعيم الذاتي (استعمال نسيج من منطقة سليمة من المريض لاستبدال نسيج غير سليم في منطقة مصابة)، أو التطعيم التبرعي (استعمال أنسجة ِمتطوِّعٍ، ميت غالباً، لاستبدال أنسجة غير سليمة في منطقة مصابة)، أو مواد تركيبية (مزروعات معدنية مثل الصفائح والبراغي). ويُعطى أكثر من 500 000 مريض سنوياً طعوماً عظمية، نصفها تقريباً يتعلق بلأْم العمود الفقري[3].

على المرضى الذين تُجرى لهم عمليات تطعيم ذاتية أو تبرعية أن يتأقلموا مع ردود أفعال مناعية سلبية، وغالباً ما يستمرون بفقدان العظم إذا لم يكن الطعم مثبتاً تثبيتاً جيداً. وغالباً ما تنهار المزروعات المعدنية والخلائطية التي تُعتبر جيدة بنيوياً أو تتدهور بعد مدة من الزمن، إذ إن تلك المواد لا تستطيع محاكاة سيرورة تكوين وتلاشي العظام الدورية المستمرة شديدة الأهمية لديمومة التفاعل بين العظم المزروع والعظم المحلي الأصلي. أما هندسة الأنسجة، فيمكن أن توفِّر أمثلة جديدة في هذه التطبيقات بتركيب المواد الحيوية من أجل استبدال كتلة العظم، مخففة بذلك بعض التعقيدات المقترنة بالتطعيم والزرع.

وتُعتبر البوليمرات المتفككة التي يمتصها الجسم بشكل طبيعي أثناء تعافي الأنسجة وإعادة بنائها واعدة لأن الطيف الواسع من لبِنات بناءً البوليمرات يمكِّن المهندسين من تصميم خصائص كيميائية وميكانيكية معينة، إضافة إلى معدل التفكك. في البداية، تُصمَّم القطعة للتعويض عن مقدرة العظم المفقود على الحمل، ومع تفكك البوليمر المزروع، يجري تركيب نسيج عظم جديد بالمعدل نفسه.

مع استمرار الباحثين باختبار خيارات جديدة، تُستعمل تعويضات عظمية مثل VITOSS (من الشركة Orthovita, Malvern, PA). إن VITOSS هو مثال لمنصة تتفكك حيوياً ويمتصها الجسم وتُسهِّل الوصل مع العظم المضيف، وتغيير بنية وشكل العظم، وتكوين الأوعية الدموية. وبعد إعادة توليد العظم الطبيعي، تذهب المواد المعدنية التي تألفت منها المنصة إلى الجسم. يسلك الـــ VITOSS سلوك البوليمر الذي يتفكك حيوياً، ويتكون عملياً من جُسَيْمات نانوية من

الكالسيوم والفوسفات، وهما المكوِّنان الرئيسان للعظم.

ويقوم الباحثون كذلك بتصميم بنى بوليمرية ذات إشارات خلوية أو جزيئية تشجع تكوين العظام. على سبيل المثال، يُشكَّل بوليمر حيوي التفكك ويُحشى بخلايا حية لإعادة تكوين وظيفته النسيجية المرغوب فيها. ثم يُغمر البوليمر ضمن عوامل تنمية خارج الجسم الحي لإثارة التكاثر، فيتكوَّن نسيج ثلاثي الأبعاد أثناء تكاثر الخلايا عبر المنصة. وحين الزرع، تتفكك المنصة أو تُمتص، وتمتد الأوعية الدموية في النسيج المزروع، جاعلة المواد الغذائية وغيرها تنتقل من وإلى النسيج، وهذه سيرورة تسمى تكوين الأوعية. وبذلك يأخذ النسيج المنمّى حديثاً في النهاية الدور البنيوي والوظيفي نفسه الذي كان للنسيج المحلي الأصلي.

على رغم التقدم في هندسة الأنسجة، فإن إمكانات هذه التقانة لم تتضح تماماً. صحيحٌ أنه قد جرى إقرار استعمال عدة مواد حيوية تركيبية في الجسم البشري، إلا أن هذه الإجراءات مازالت في مرحلة الاختبار الطبي. ومع زيادة اتضاح عدم كفاية التقانات الحالية، وزيادة جدوى استعمال المواد الحيوية التركيبية لاستبدال الأنسجة المتأذية، يستمر مشهد الخيارات الطبية لترميم الأنسجة بالتوسُّع. ويعتمد نجاح هذه التقانة المبتكرة على مقدرة المهندسين والعلماء على تجاوز العقبات التقنية التي تواجههم في تصميم البدائل من النسيج التركيبي. تسلط اللائحة الآتية الضوء على بضعة قضايا تخص الأنسجة العظمية:

- **قاعدة معرفة:** ثمة حاجة إلى فهم مفصل لعناصر تكوين العظام الأساسية، مثل توزع الخلايا وعوامل النمو.
- **تكوين الأوعية الدموية في العظم البديل:** لتحقيق نمو صحيح للخلايا وتكوين الأنسجة، يجب أن تَستوعب المادة الحيوية تدفقاً للدم مشابهاً لتدفق الأنسجة الأصلية.
- **بنيان الأنسجة:** صحيحٌ أن الأنسجة التي تنمَّى خارج الجسم الحي تضمن وجود المواد الكيميائية الحيوية الصحيحة اللازمة للحفاظ على البنية، إلا أنه مازال على المهندسين تصميم أنسجة تتشكَّل بالبنيان السليم، وهذا ضروري لعمل الأنسجة على الوجه الصحيح.
- **معدل التفكك:** يجب أن تتفكك المادة بمعدَّل تكوُّن العظم الجديد نفسه.
- **الخواص الميكانيكية:** يجب أن تكون المادة العظمية مسامية لتسهيل التكوُّن الطبيعي للأنسجة، وقوية بقدر يكفي لتحمُّل القوى التي تُطبَّق دورياً على الأنسجة الأصلية.
- **السُمِّية:** يجب ألا تؤذي نواتج تلاشي المواد الحيوية المريض، ويجب ألا تثير أي ردة فعل مناعية تجاه الأجسام الغريبة.

ثمة فِرَق عمل متعددة التخصصات في شتى أنحاء العالم تُعالج تحديات البحث هذه في الصناعة وفي المختبرات الحكومية والهيئات الأكاديمية. وإلى جانب كثير من التحاليل الفريدة والأدوات الحاسوبية، يستعمل المهندسون الحيويون موازنة الكتلة لتساعدهم على نمذجة الجوانب المختلفة من هندسة الأنسجة. سنستعرض في ما يأتي من هذا الفصل كيفية استعمال معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة لتقويم طعوم العظم في الأمثلة 6.3 و19.3 و21.3. تذكَّر أن هندسة الأنسجة ليست إلا مجالاً واحداً من المجالات المثيرة الكثيرة التي تُستعمل فيها معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة في الهندسة الحيوية والحقول ذات الصلة.

سنستهل هذا الفصل بنظرة إجمالية إلى مفاهيم الكتلة الأساسية، ثم سنناقش كيفية تطبيق تعاريف المنظومة لحل النظم ذات الكتلة. وسنناقش كذلك كيفية حل النظم متعددة المكوِّنات والوحدات، والنظم التي تتضمن تفاعلات كيميائية تغيِّر طريقة تطبيق معادلة الموازنة ذات الصلة. أخيراً، سنبيِّن كيفية استعمال المعادلات لحل النظم المتغيِّرة.

وسنقدِّم انحفاظ الكتلة أولاً لأنه يُستعمل لحل مسائل أشد تعقيداً مقترنة بانحفاظ الطاقة الكلية (الفصل 4) والزخم (الفصل 6)، إضافة إلى موازنة الطاقة الكهربائية (الفصل 5) والطاقة الميكانيكية (الفصل 6).

2.3 المفاهيم الأساسية للكتلة

يُعبَّر عن مقدار المادة بواسطة المتغيرين الأساسيين " الكتلة والمول ". و**الكتلة** ($m[\mathrm{M}]$) هي مقدار من المادة له وزن في الحقل الثقالي. و**المول** ($n[\mathrm{N}]$) هو وحدة أساسية تصف مقدار أي مادة تحتوي على عدد أفوكادرو من جزيئات تلك المادة. ويحتوي المول الواحد على 6.02×10^{23} ذرة من ذلك العنصر، وهو ذو كتلة تقدَّر بالغرام وتساوي الوزن الذري لذلك العنصر. على سبيل المثال، الوزن الجزيئي لجزيء أكسجين O_2 يساوي 32.0 وحدة كتلة ذرية (atomic mass unit - amu). ثمة 6.02×10^{23} جزيء أكسجين O_2 في مول الأكسجين، وكتلة تلك الجزيئات جميعاً تساوي $32.0\,\mathrm{g}$. ووحدات الكتلة الشائعة هي الغرام (g) والكيلوغرام (kg) والليبرة الكتلية $\mathrm{lb_m}$. ووحدات المول الشائعة هي المول الغرامي $\mathrm{g\text{-}mol}$ (وتكتب عادة mol) والمول الليبروي $\mathrm{lb_m\text{-}mol}$.

والعلاقة بين الوزن الجزيئي M_{A} لمكوِّن A وبين كتلة ذلك المكوِّن m_A وعدد مولاته n_A هي:

$$n_A = \frac{m_A}{M_A} \qquad (1-2.3)$$

وبُعد الوزن الجزيئي هو $[MN^{-1}]$، ووحدته الشائعة هي g/mol و $lb_m/lb_m\text{-}mol$. ويحتوي الجدول الدوري (الملحق ث) على الأوزان الجزيئية للعناصر.

ويصف **معدَّل التدفق** (flow rate) انتقال المادة خلال مدة من الزمن. افترض، مثلاً، أن معدل التدفق الحجمي في مجرى يساوي $25\ L/hr$. حينئذ يقيس كاشفٌ موضوعٌ في منطقة معينة من المجرى $25\ L$ من المادة التي تعبر منطقته كل ساعة. توضع معادلات الموازنة والانحفاظ بثلاثة أنواع من معدّل التدفق: معدل التدفق الكتلي، ومعدل التدفق الحجمي، ومعدل التدفق المولي.

و**معدل التدفق الكتلي** $\left(\dot{m}[Mt^{-1}]\right)$ هو معدل حركة الكتلة ويُحسب بالمعادلة الآتية:

$$\dot{m} = Av\rho \qquad (2-2.3)$$

حيث إن A هي مساحة المقطع العرضاني للمجرى، وv هي سرعة السائل، و ρ هي كثافته، ونظراً إلى أن $\dot{m}$ هو مقدار سلَّمي، فليس من الضروري تحديد اتجاه السرعة. وفي حالة المجرى الأسطواني، يكون المقطع العرضاني دائرة مساحتها تساوي:

$$A = \frac{\pi}{4}D^2 = \pi r^2 \qquad (3-2.3)$$

حيث إن D هو قطر المجرى وr نصف قطره.

و**معدل التدفق الحجمي** $\left(\dot{V}[L^3t^{-1}]\right)$ هو المعدل الذي يتدفق به حجم من المادة، ويوصف بالمعادلة:

$$\dot{V} = Av = \frac{\dot{m}}{\rho} \qquad (4-2.3)$$

المثال 1.3 حساب الكثافة

مسألة: اقترح طريقة لتحديد كثافة سائل يجري في خرطوم باستعمال ميزان وأنبوب قياس مدرَّج وميقاتية فقط.

الحل: يمكن تحديد كثافة السائل بإعادة ترتيب المعادلة 2.3−4:

$$\rho = \frac{\dot{m}}{\dot{V}}$$

بتحديد المدة اللازمة لتجميع حجم ما من السائل (ليتر واحد مثلاً)، يمكن حساب معدل التدفق الحجمي بقسمة الحجم على مدة التجميع. ويمكن تحديد كتلة العينة باستعمال الميزان. ويحدَّد معدل التدفق الكتلي بقسمة الكتلة على مدة التجميع. ثم يُستعمل معدَّلاً التدفق الكتلي والحجمي لإيجاد كثافة السائل. (**ملاحظة:** يمكن حساب الكثافة أيضاً من دون استعمال مدة التجميع، أي باستعمال المعادلة $\rho = m/V$). ■

أخيراً، يُحسب **معدل التدفق المولي** $\left(\dot{n}\,[\mathrm{Nt}^{-1}]\right)$ عبر مجرى بقسمة معدل التدفق الكتلي $\dot{m}$ على الوزن الجزيئي M للسائل المتدفق:

$$\dot{n} = \frac{\dot{m}}{M} \qquad (5-2.3)$$

من المهم أن يفهم المرء العلاقة بين المتغيرات في المنظومة وأن يُحدِّد كيفية تأثير تغيُّر أحدها في المتغيرات الأخرى. على سبيل المثال، يمكننا استقصاء العلاقة بين أي متغيرين في المعادلة 2.3−2 إذا أبقينا المتغيرات الأخرى ثابتة. افترض أن سائلاً ذا كثافة ثابتة ρ يتحرك بمعدل تدفق كتلي $\dot{m}$ ثابت عبر مجرى مساحة مقطعه العرضاني متغيرة على طول مسار تدفق السائل. في هذه الحالة، يجب أن تتغير سرعة السائل على طول مسار تدفقه من أجل إبقاء $\dot{m}$ ثابتاً. إذا افترضنا مجرى أسطوانياً بنصف قطر ابتدائي r_0، وسائلاً يتدفق بسرعة ابتدائية v_0، أمكن إعادة كتابة المعادلة 2.3−2 بالشكل الآتي:

$$\dot{m} = \pi r_0^2 v_0 \rho \qquad (6-2.3)$$

إذا تقلَّص نصف قطر المجرى إلى نصف قيمته الابتدائية ($r_1 = r_0/2$)، أصبحت هذه المعادلة:

$$\dot{m} = \pi r_1^2 v_1 \rho = \pi \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 v_1 \rho = \frac{\pi}{4} r_0^2 v_1 \rho \qquad (7-2.3)$$

من أجل $\dot{m}$ و ρ ثابتين، يجب أن تزداد سرعة السائل بمقدار أربع مرات. ومن أجل بقاء معدل التدفق الكتلي ثابتاً مع **تقلُّص** نصف قطر المجرى إلى النصف، يجب أن تزداد سرعة السائل لتصبح أربعة أمثال سرعته الابتدائية (أي $v_1 = 4v_0$). والعكس صحيح. وإذا تضاعف نصف القطر ($r_2 = 2r_0$)، أصبحت المعادلة 2.3−6:

$$\dot{m} = \pi r_2^2 v_2 \rho = \pi \left(2r_0\right)^2 v_2 \rho = 4\pi r_0^2 v_2 \rho \qquad (8-2.3)$$

ومن أجل $\dot{m}$ و ρ ثابتين، يجب أن تنخفض سرعة السائل أربع مرات. ومن أجل بقاء معدّل

التدفق الكتلي ثابتاً مع **تضاعف** نصف قطر المجرى، يجب أن تصبح سرعة السائل أبطأ بمقدار أربع مرات من سرعته الابتدائية (أي $v_2 = v_0/4$).

المثال 2.3 تضيُّق وعاء دموي

مسألة: تصلب الشرايين هو حالة خطيرة تتجلَّى بتراكم رواسب دهنية على جدران الشرايين لتُكوِّن عصيدة لُوَيْحات. ومع ازدياد سماكة العصيدة الدهنية وتصلبها، يُعاق تدفق الدم، ويهترئ جدار الشريان ويفقد مرونته. ويمكن لخثرات الدم أن تبدأ بالتكوُّن حول اللُوَيْحات مؤدية إلى مزيد من الخطورة إذا تمزقت الخثرة وتحولت إلى حطام ينتقل إلى القلب والرئتين والدماغ، وهذا ما يؤدي غالباً إلى نوبة قلبية أو سكتة دماغية. والمرضى بالسكري والبدانة والكوليسترول عالي المستوى مرشحون بقوة للإصابة بتصلب الشرايين.

افترض أن مريضاً بديناً مصاباً بالسكري مصاب أيضاً بتراكم لُويْحات في شريانه التاجي، وهذا ما يُقلِّص قطر الشريان بمقدار الثلثيْن وسرعة تدفق الدم بـــ 25 في المئة. قارن معدل التدفق الكتلي في الشريان التاجي لهذا المريض بذاك الذي لشخص معافى. فإذا كان للدم معدل التدفق الكتلي نفسه لدى الشخصين، فما هو مقدار سرعة تدفق الدم حين تقلُّص القطر؟ يساوي القطر الوسطي لشريان تاجي معافى $2.5\ \mathrm{mm}$، ويساوي معدل تدفق الدم فيه $6.4\ \mathrm{cm/s}$، وتساوي كثافة الدم $1.056\ \mathrm{g/cm^3}$.

الحل: نظراً إلى أننا ننمذج الشريان التاجي بأنبوب أسطواني، يمكننا استعمال مساحة مقطع عرضاني دائري في المعادلة 2.3−2. في ما يخص الشخص السليم، يكون معدَّل التدفق الكتلي:

$$\dot{m} = Av\rho = \frac{\pi}{4}D^2 v\rho = \frac{\pi}{4}(0.25\ \mathrm{cm})^2\left(6.4\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\right)\left(1.056\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}\right) = 0.332\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}}$$

وفي ما يخص المريض بالسكري وتصلب الشرايين، يتقلَّص قطر الشريان بمقدار 67 في المئة ليصبح $0.825\ \mathrm{mm}$، وتنخفض سرعة تدفق الدم بمقدار 25 في المئة لتصبح $4.8\ \mathrm{cm/s}$. باستعمال المعادلة 2.3−2 لحساب معدل التدفق الكتلي للدم عبر شريان المريض التاجي نجد أنه يساوي $0.027\ \mathrm{g/s}$، وهذا مقدار يساوي 8 في المئة فقط من معدل تدفق الدم عبر شريان تاجي معافى.

لحساب السرعة اللازمة للحفاظ على معدل التدفق الكتلي الموجود في شريان سليم في حالة القطر المتقلِّص، يُعاد ترتيب المعادلة 2.3−8 كالآتي:

$$v = \frac{4\dot{m}}{\pi D^2 \rho} = \frac{4\left(0.332\,\frac{g}{s}\right)}{\pi\left(0.0825\ \text{cm}\right)^2\left(1.056\,\frac{g}{\text{cm}^3}\right)} = 58.8\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

إذاً، من أجل الحفاظ على معدّل التدفق الكتلي نفسه الموجود في شريان تاجي سليم، يجب أن تكون سرعة الدم عبر الشريان التاجي المريض أكبر بتسع مرات.

تُحلُّ معادلات موازنة المادة على أساس أي مقدار أو معدل تدفق ملائم، ومن ثَمَّ تُعدَّل النتائج بعامل تناسب. و**أساس الحساب** (basis of calculation) هو مقدار (كتلة أو مولات) أو معدل تدفق (كتلي أو مولي) لتيار أو مكوِّن تيار في المنظومة التي تُحسب فيها موازنة المادة. وتُجرى الحسابات اللاحقة للمتغيرات الأخرى في المنظومة انطلاقاً من هذا الأساس. تذكَّر أن الخطوة 2.(ث) من منهجية حل المسائل الهندسية (المقطع 8.1) تنص على تحديد أساس للحساب، لأنه غالباً ما تكون ثمة حاجة إلى أساس صريح لمعادلات موازنة وانحفاظ الكتلة.

إذا أُعطي مقدار محدَّد لمعدَّل التدفق (في الدخل أو الخرج) في نص مسألة، فمن المفضل استعمال ذلك المقدار أساساً. وحينما يكون مقدار أو معدل تدفق قد حُدِّد فعلاً، فليس من الضروري (بل من الخطأ) إعطاء قيمة عددية للمكوِّنات الداخلة إلى المنظومة أو الخارجة منها التي ليست لها قيم محدَّدة. إن فعل ذلك يمكن أن يؤدي إلى نص مسألة ممتلئ بالحشو أو إلى حل خاطئ للمسألة أو إلى كليهما. لكن إذا لم يكن أي مقدار أو معدل تدفق معلوماً، عليك افتراض قيمة بأخذ مقدار أو معدل تدفق ما لمكوِّن أو تيار محدَّد في المنظومة موضوع الاهتمام. اختر، إذا أمكن، مقداراً أو معدل تدفق لجزء من المنظومة حيث يكون التركيب معلوماً. وإذا كانت النسب الكتلية معروفة، اختر كتلة كلية أو معدل تدفق كتلي (مثلاً 100 kg أو 100 kg/hr) ليكون أساساً. وإذا كانت النسب المولية معروفة، اختر عدداً كلياً من المولات أو معدل التدفق المولي (مثلاً 100 mol أو 100 mol/hr).

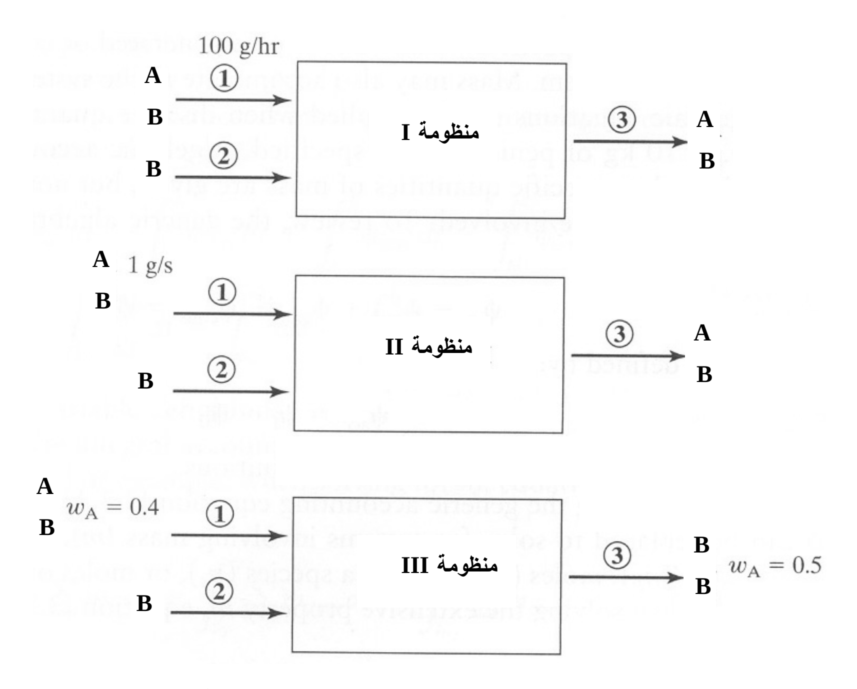
المثال 3.3 تحديد الأساس

مسألة: حدِّد أساساً لكلٍّ من النظم في الشكل 1.3.

الحل: في المنظومة I، أُعطي معدل تدفق كتلي مقداره 100 g/hr للتيار 1. لذا يُختار الأساس 100 g/hr للمنظومة I لإيجاد معدلي تدفق التيارين 2 و3، إضافة إلى معدلي تدفق المكوِّنين A وB في جميع التيارات الثلاثة.

وفي المنظومة II، أُعطِي معدل التدفق الكتلي للمركَّب A في التيار 1. لذا نستطيع استعمال معدل التدفق $1\,g/s$ الخاص بالمركَّب A في التيار 1 أساساً لجميع الحسابات الأخرى.

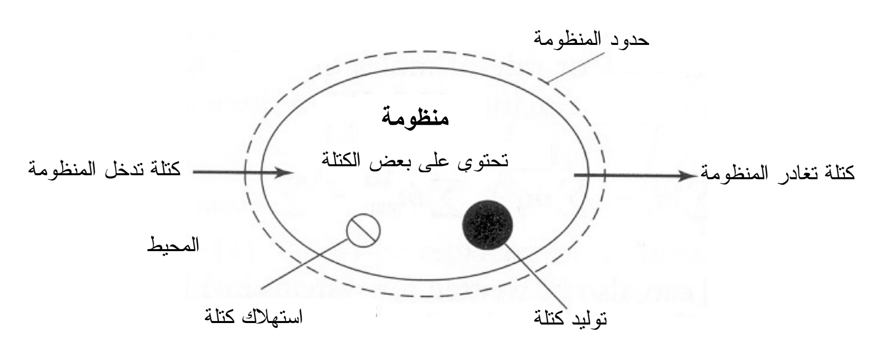
وفي المنظومة III، لا توجد مقادير أو معدلات تدفق معطاة. إلا أن نسبة كتلة المركَّب A معطاة في التيارين 1 و3، ويمكننا اختيار أحد التيارين، لا كليهما، ليكون أساساً. على سبيل المثال، يمكننا أن نعرِّف اعتباطياً أساسنا بحيث يكون معدل التدفق الكتلي للتيار 3 مساوياً $10\,lb_m/hr$. لذا يكون معدل تدفق المركَّب A في التيار 3 مساوياً $5\,lb_m/hr$. ويمكننا أيضاً أن نختار أساساً يساوي $100\,lb_m/hr$ للتيار 3. وحينئذ، تكون جميع معدلات التدفق المحسوبة في المنظومة أكبر بعشر مرات. لاحظ أن نِسبة أي تيارين تبقى ثابتة، وهذا مثال على كيفية تكبير أو تصغير النتائج بعامل تناسب.



الشكل 1.3: تدفقات الكتلة في ثلاث منظومات مختلفة. A و B هما مركَّبان في التيارات.

3.3 مراجعة معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة

تصف معادلات موازنة الكتلة رياضياً حركة وتوليد واستهلاك وتراكم الكتلة في المنظومة موضوع الاهتمام، ويمكن استعمالها لتحليل أي صفة للكتلة (الكتلة الكلية، المولات الكلية، مولات الجنس). تأمل في المنظومة المبينة في الشكل 2.3. تُمثَّل الكتل الواردة إلى المنظومة بـــ m_{in}، وتمثَّل الخارجة منها بـــ m_{out}. ويمكن أيضاً توليد أو استهلاك الكتلة بالتفاعلات الكيميائية. ويمكن للكتلة أيضاً أن تتراكم في المنظومة.



الشكل 2.3: تمثيل بياني لمعادلة موازنة الكتلة.

ويمكن تطبيق المعادلات الجبرية حين التعامل مع مقادير منفصلة أو " قِطَع " من الكتلة (10 kg من البنيسلّين مثلاً). ويمكن تطبيق معادلات الموازنة الجبرية حينما تكون ثمة مقادير محددة من الكتلة، لكنها لا تُطبَّق حين وجود معدلات أو حدود تعتمد على الزمن. من أجل المراجعة، تُكتب معادلة الموازنة الجبرية العامة كالآتي:

$$\Psi_{in} - \Psi_{out} + \Psi_{gen} - \Psi_{cons} = \Psi_{acc} \qquad (1-3.3)$$

ويمكن تعريف Ψ_{acc} بـــ:

$$\Psi_{acc} = \Psi_{f} - \Psi_{0} \qquad (2-3.3)$$

انظر المقطع 1.4.2 لمراجعة تعاريف المتغيرات.

حين تطبيق معادلة الموازنة العامة 3.3−1، يمكن استبدال الخاصية التوسُّعية Ψ لحل نظم تتضمن كتلة (m)، أو كتلة جنس (m_s)، أو كتلة عنصر (m_p)، أو مولات (n)، أو مولات جنس (n_s)، أو مولات عنصر (n_p). على سبيل المثال، حين القيام بحساب الخاصية التوسعية m، تصبح المعادلة 3.3−1:

$$\sum_i m_i - \sum_j m_j + \sum m_{\text{gen}} - \sum m_{\text{cons}} = m_{\text{acc}}^{\text{sys}} \qquad (3-3.3)$$

وفي حالات مولات المنظومة، تصبح المعادلة 3.3−1:

$$\sum_i n_i - \sum_j n_j + \sum n_{\text{gen}} - \sum n_{\text{cons}} = n_{\text{acc}}^{\text{sys}} \qquad (4-3.3)$$

ويمثِّل الدليلان i و j أرقام مقادير الدخل والخرج. وتشير إشارات المجموع إلى أن كل مقدار أو عملية يجب أن تُؤخذ في الحسبان. ويمكن كتابة المعادلة 3.3−1 لنظم تتضمن كتلة جنس منفصل، أو كتلة عنصر، أو مولات جنس، أو مولات عنصر بطريقة مشابهة للمعادلتين 3.3−3 و3.3−4. أما بُعدا حدود معادلتي الموازنة الجبرية الكتلية والمولية فهما [M] و[N].

وحين التعامل مع المعدلات، تكون الصيغة التفاضلية لعبارة الموازنة أكثر ملاءمة:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} + \dot{\Psi}_{\text{gen}} - \dot{\Psi}_{\text{cons}} = \dot{\Psi}_{\text{acc}} = \frac{d\Psi}{dt} \qquad (5-3.3)$$

انظر المقطع 2.4.2 لمراجعة تعاريف المتغيرات. يُعبَّر عن حد التراكم عادة بأنه المعدَّل الآني لتغير الخاصية التوسعية للمنظومة، في حين أن جميع الحدود $\dot{\Psi}$ في المعادلة 3.3−5 هي معدلات. أما الحدان $\dot{\Psi}_{\text{in}}$ و $\dot{\Psi}_{\text{out}}$ فهما معدلا تدفق المادة الواردة إلى المنظومة والخارجة منها عبر حدود المنظومة.

حين تطبيق الصيغة التفاضلية لمعادلة الموازنة على الكتل، يُستبدل معدل الخاصية التوسُّعية Ψ لحل نظم تتضمن معدل كتلة $\dot{m}$، أو معدل كتلة جنس $\dot{m}_{\text{s}}$، أو معدل كتلة عنصر $\dot{m}_{\text{p}}$، أو معدل مولات $\dot{n}$، أو معدل مولات جنس $\dot{n}_{\text{s}}$، أو معدل مولات عنصر $\dot{n}_{\text{p}}$. على سبيل المثال، من أجل معدل الكتلة في المنظومة، تصبح المعادلة 3.3−5 كالآتي:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j + \sum \dot{m}_{\text{gen}} - \sum \dot{m}_{\text{cons}} = \dot{m}_{\text{acc}}^{sys} = \frac{dm^{sys}}{dt} \qquad (6-3.3)$$

ويمكن كتابة المعادلة 3.3−5 أيضاً لنظم تتضمن معدل كتلة جنس، أو معدل كتلة عنصر، أو معدل مولات، أو معدل مولات جنس، أو معدل مولات عنصر بشكل مشابه للمعادلة 3.3−6. أما بُعدا حدود معادلتي الموازنة التفاضلية الكتلية والمولية فهما $[\text{Mt}^{-1}]$ و $[\text{Nt}^{-1}]$.

أما معادلة الموازنة التكاملية فهي ذات فائدة كبرى حين حساب الظروف بين لحظتين منفصلتين من الزمن:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}}\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{gen}}\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{cons}}\, dt$$

$$= \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\Psi}{dt} dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} d\Psi = \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}} dt \qquad (7-3.3)$$

انظر المقطع 3.4.2 من أجل تعاريف المتغيرات.

حين تطبيق معادلة الموازنة التكاملية على الكتلة، توضع المعدلات $\dot{m}, \dot{m}_{\text{s}}, \dot{m}_{\text{p}}, \dot{n}, \dot{n}_{\text{s}}, \dot{n}_{\text{p}}$ في مكان $\dot{\Psi}$. مثلاً، في حالة $\dot{m}$ تصبح المعادلة 3.3−7 كالآتي:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{m}_i \, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{m}_j \, dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{m}_{\text{gen}} \, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{m}_{\text{cons}} \, dt$$

$$= \int_{t_0}^{t_f} \frac{dm^{sys}}{dt} dt \qquad (8-3.3)$$

ويمكن كتابة المعادلة 3.3−7 أيضاً لنظم تتضمن معدل كتلة جنس أو معدل كتلة عنصر أو معدل مولات أو معدل مولات جنس أو معدل مولات عنصر بطريقة مشابهة للمعادلة 3.3−8. أما بُعدا حدود معادلتي الموازنة التكاملية الكتلية والمولية فهما [M] أو [N].

تذكَّر أن قانون انحفاظ الكتلة ينص على أنه لا يمكن توليد الكتلة الكلية أو إفنائها، لذا تكون الكتلة الكلية للمنظومة منحفظة (الاستثناء الوحيد لهذا القانون هي التفاعلات النووية التي تحوِّل الكتلة إلى طاقة والطاقة إلى كتلة وفقاً للمعادلة $E = mc^2$، حيث E هي الطاقة وm هي الكتلة وc هي سرعة الضوء). ونظراً إلى أن الكتلة الكلية منحفظة، تنعدم قيمتا حدَّي التوليد والاستهلاك في تلك المعادلة. وكتلة العنصر ومولات العنصر منحفظان أيضاً في جميع النظم. حتى في حالات التفاعلات الكيميائية، ثمة عناصر كيميائية معينة لا تتولد ولا تفنى. **إذاً، تصف معادلة انحفاظ الكتلة رياضياً ظواهر لا تتولد فيها الكتلة ولا تفنى، ويمكن تطبيقها تطبيقاً شاملاً فقط في حالة حساب الكتلة الكلية وكتلة العنصر ومولات العنصر.**

لأيضاح ذلك رياضياً، تُكتب المعادلة الجبرية العامة 3.3−1 كالآتي:

$$\Psi_{\text{in}} - \Psi_{\text{out}} = \Psi_{\text{acc}} \qquad (9-3.3)$$

حين تطبيق معادلة الانحفاظ على الكتلة، يمكن لأي من $\dot{m}, \dot{m}_{\text{s}}, \dot{m}_{\text{p}}, \dot{n}, \dot{n}_{\text{s}}, \dot{n}_{\text{p}}$ أن يحل محل Ψ إذا لم تحصل تفاعلات كيميائية. أما في النظم التي تتضمن تفاعلات كيميائية، فلا يُستعمل في المعادلة 3.3−9 سوى $m, m_{\text{p}}, n_{\text{p}}$.

وعلى غرار ذلك، تُكتب معادلة الانحفاظ بالصيغة التفاضلية كالآتي:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} = \dot{\Psi}_{\text{acc}} = \frac{d\Psi}{dt} \qquad (10-3.3)$$

وبالصيغة التكاملية كالآتي:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}}\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\Psi}{dt} dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} d\Psi$$

$$= \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}}\, dt \qquad (11-3.3)$$

في المعادلتين 3.3−10 و3.3−11، يمكن أن يحل أيٌّ من المعدلات $\dot{m}, \dot{m}_{\text{s}}, \dot{m}_{\text{p}}, \dot{n}, \dot{n}_{\text{s}}, \dot{n}_{\text{p}}$ محل $\dot{\Psi}$ في النظم اللاتفاعلية. أما في النظم التي تتضمن تفاعلات كيميائية، فلا يحل محل $\dot{\Psi}$ في المعادلتين 3.3−10 و3.3−11 سوى $\dot{m}, \dot{m}_{\text{p}}, \dot{n}_{\text{p}}$.

أما معادلات الموازنة فيمكن أن تُستعمل لجميع موازنات الكتلة والمولات، لكنها ضرورية لموازنات كتل ومولات الأجناس والمولات الكلية حين وجود تفاعلات كيميائية. من ناحية أخرى، يمكن استعمال معادلات الانحفاظ في موازنات كتلة ومولات العنصر والكتلة الكلية بقطع النظر عن وجود التفاعلات الكيميائية. أخيراً، يمكن استعمال معادلات الانحفاظ في موازنات كتلة ومولات الأجناس والمولات الكلية حينما لا تكون ثمة تفاعلات كيميائية. بعبارات أخرى، **يمكن استعمال عبارة الموازنة دائماً لجميع أنواع تمثيل الكتلة والمولات. ويمكن تطبيق معادلة الانحفاظ دائماً على النظم اللاتفاعلية، أما في حالة النظم التفاعلية، فتطبق على تمثيلات معينة للكتلة والمولات.** يلخص الجدول 1.3 الحالات التي يمكن فيها استعمال معادلات الانحفاظ في النظم التفاعلية.

المثال 4.3 الإنتاج الجرثومي لحمض الخل

مسألة: في الظروف الهوائية (أي بوجود الأكسجين)، تحوّل جراثيم الخل (Acetobacter aceti) الإيثانول إلى حمض الخل (acetic acid). يُظهر الشكل 3.3 مفاعلاً حيوياً لإنتاج الخل بسيرورة تخمير مستمرة يحصل فيها تفاعل التحويل الآتي:

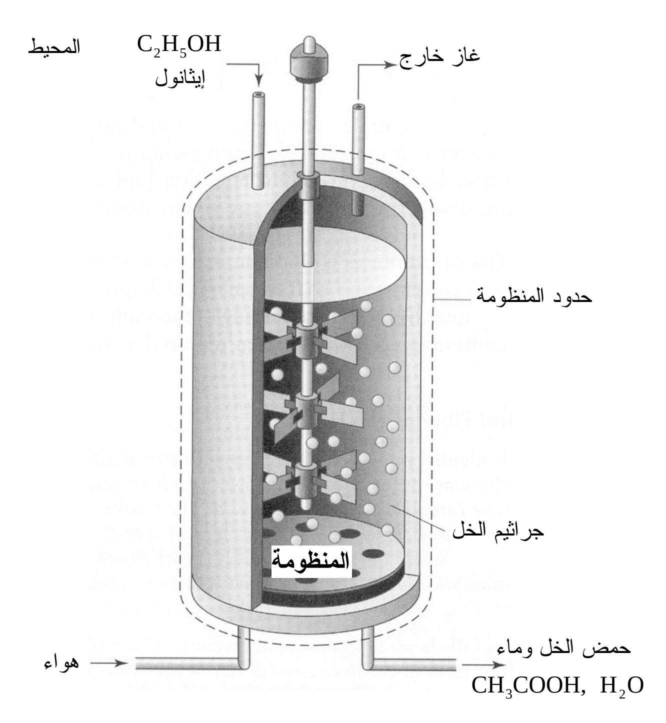
$$C_2H_5OH\ (\text{ethanol}) + O_2 \rightarrow CH_3COOH\ (\text{acetic acid}) + H_2O$$

الجدول 1.3: الاستعمالات الصحيحة لمعادلات الانحفاظ في حالة النظم التفاعلية.

	إمكان تطبيق معادلة الانحفاظ
الكتلة الكلية	نعم
كتلة الجنس	لا
كتلة العنصر	نعم
المولات الكلية	لا
مولات الجنس	لا
مولات العنصر	نعم

يدخل تيارُ تلقيم يحتوي على الإيثانول إلى المفاعل حيث تتكوَّن فقاعات هواء باستمرار. ويغادر المفاعل تيار غازٍ وتيار منتَجٍ سائل يحتوي على حمض الخل.

وصِّف منظومة المفاعل الحيوي باستعمال تعاريف من الفصل 2 (منظومة مفتوحة أم مغلقة، مستقرة أم متغيرة، تفاعلية أم لاتفاعلية). ما هي الأجناس والعناصر التي يمكن أن تُكتب لها معادلات انحفاظ؟ ما هي الأجناس التي تجب كتابة معادلة موازنة لها؟



الشكل 3.3: مفاعل حيوي يعمل بسيرورة تخمير مستمرة لإنتاج حمض الخل.

الحل: يُبيِّن مخطط المنظومة بوضوح أن ثمة مدخلين ومخرجين للمنظومة يمران في الحدود، لذا تكون المنظومة مفتوحة. وتوحي العبارة "باستمرار" في نص المسألة بأن سيرورة التخمير في حالة مستقرة. ونظراً إلى إنتاج الخل بالتفاعل وفقاً لما ورد في نص المسألة، تكون المنظومة تفاعلية.

أما الأجناس الموجودة في المنظومة فهي C_2H_5OH و O_2 و CH_3COOH و H_2O و N_2 (تذكَّر أن الهواء هو الذي يُضخ في الملنظومة، لا الأكسجين). ويمكن كتابة معادلة انحفاظ لكتلة المنظومة الكلية، ومعادلات انحفاظ لكتل ومولات العناصر (أي C, H, O, N). ونظراً إلى أن N_2 هو مكوِّن غير تفاعلي في المنظومة، يمكن كتابة معادلة انحفاظ له.

ونظراً إلى حصول تفاعل كيميائي حيوي في المنظومة، تجب كتابة معادلة موازنة للمركَّبات C_2H_5OH و O_2 و CH_3COOH و H_2O. ونظراً إلى أن المنظومة تفاعلية، فإن معادلات الموازنة ملائمة للمولات الكلية وكتل ومولات الأجناس في تلك المركَّبات.

تذكَّر أن الفارق الأساسي بين معادلتي الموازنة والانحفاظ هو وجود حدود التفاعل (أي حدَّا التوليد والاستهلاك). إذا ارتبكتَ ولم تعرف نوع المعادلة التي عليك استعمالها (موازنة أم انحفاظ)، يمكنك دائماً البدء بمعادلة موازنة ومن ثَمَّ تبسِّطها وفقاً للافتراضات التي تضعها عن المنظومة. في المقاطع 4.3–7.3، جميع النظم لاتفاعلية، لذا ستقدَّم فيها تطبيقات معادلة الانحفاظ فقط.

4.3 النظم المفتوحة واللاتفاعلية والمستقرة

إن النظم المفتوحة المستقرة واسعة الانتشار في الهندسة الحيوية. على سبيل المثال، يمكن نمذجة بعض أعضاء الجسم البشري بنظم مفتوحة لاتفاعلية مستقرة. وتتضمن هذه النظم حركة المادة عبر حدود الجملة. والمتغيرات التي تميِّز المنظومة لا تتغير مع الزمن، ولا تتراكم مادة ضمن المنظومة. يُضاف إلى ذلك أن نظماً كثيرة هي نظم لاتفاعلية، وهذا ما يسمح بمزيد من التبسيط لمعادلة الموازنة.

وفي تطبيقات مثل الموازج الحيوية، غالباً ما تُوصف النظم المستقرة المفتوحة بأنها **مستمرة** (continuous)، لأن المواد تُلقَّم فيها باستمرار، وتُخرج المنتوجات الممزوجة منها باستمرار. وهذا التدفق المستمر لتياري الدخل والخرج يولِّد منظومة لامتغيرة، والطبيعة المستمرة للتدفق

تعني أن حدَّي الدخل والخرج يُمثَّلان عادة بمعدَّلين، وهذا ما يجعل المعادلة التفاضلية أكثر ملاءمة للاستعمال.

في حالة النظم المفتوحة المستقرة اللاتفاعلية، تُختزل معادلة الموازنة التفاضلية إلى **معادلة الاستمرارية** (continuity equation) الآتية:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} = 0 \qquad (1-4.3)$$

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} = \dot{\Psi}_{\text{out}} \qquad (2-4.3)$$

مثلاً، معادلة الاستمرارية لمنظومة تتضمن تدفق كتلة هي:

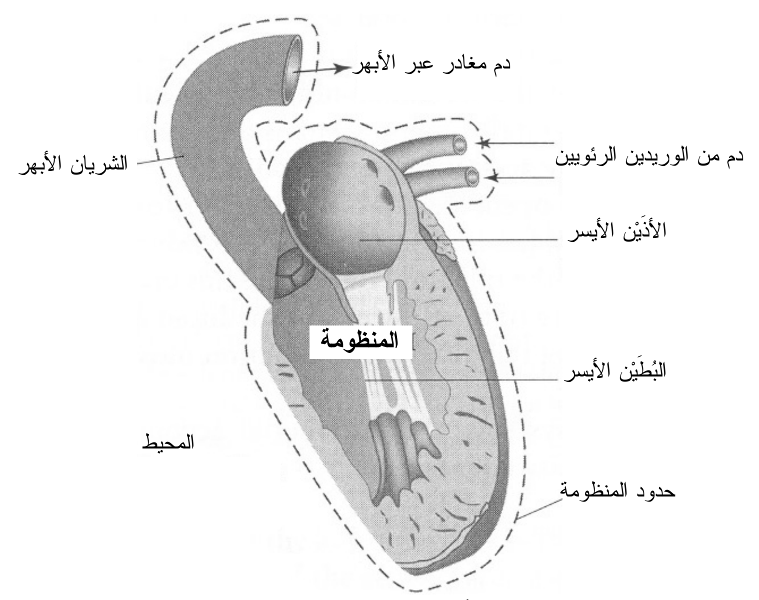
$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = 0 \qquad (3-4.3)$$

حيث إن الدليلين i و j يمثِّلان أرقام المداخل والمخارج. ونظراً إلى أن المنظومة لاتفاعلية، فإن جميع أنواع تمثيل الكتلة والمولات $(\dot{m}, \dot{m}_{\text{s}}, \dot{m}_{\text{p}}, \dot{n}, \dot{n}_{\text{s}}, \dot{n}_{\text{p}})$ يمكن أن تُستعمل في المعادلة 4.3−1. ويمكن أيضاً استعمال المعادلتين الجبرية والتكاملية للنظم المفتوحة المستقرة اللاتفاعلية.

ثمة فئة كبيرة من المسائل ذات معدَّل الدخل الواحد ومعدَّل الخرج الواحد التي تحتاج إلى تطبيق انحفاظ الطاقة الكلية (الفصل 4)، وانحفاظ الزخم (الفصل 6)، وموازنة الطاقة الميكانيكية (الفصل 6). في هذه النظم، غالباً ما تكون ثمة حاجة إلى معادلة الاستمرارية أيضاً.

المثال 5.3 تدفق الدم في القلب

مسألة: ينقسم القلب إلى جانبين يتألف كل منهما من حجرتين. ويدخل الدم الأذَيْن الأيسر من الوريدين الرئويين ويصب منه في البُطَيْن الأيسر، حيث يُضخ بنبض يبلغ معدله الوسطي 60 نبضة في الدقيقة. ويساوي حجم دفقة الدم (حجم الدم الذي يجري تفريغه من البطَيْن في الشريان الأبهر) 70 mL في كل انقباضة للبطيْن. بافتراض أن الدم لا يتفاعل في القلب ولا يتراكم في حجراته، احسب معدلي التدفق الحجميين لدخل وخرج الجانب الأيسر من القلب (الشكل 4.3).



الشكل 4.3: تدفق الدم عبر الجانب الأيسر من القلب.

الحل: الجانب الأيسر من القلب هو منظومة مفتوحة مستقرة لاتفاعلية لأن الدم يتدفق فيه دخولاً وخروجاً، ولا يتفاعل ولا يتراكم فيه. لذا تكون الكتلة الكلية للدم منحفظة. ونظراً إلى أن المطلوب في المسألة هو معدلات، فإن معادلة الانحفاظ التفاضلية هي الملائمة. ونظراً إلى أن الدم لا يتراكم في القلب، فإن معادلة الاستمرارية 4.3−3 الخاصة بتدفق الكتلة هي الملائمة.

ويمثّل حجم الدفقة مقدارَ الدم الذي يخرج من المنظومة. إلا أن الحجم ليس خاصية توسعية منحفظة، أما الكتلة ومعدل التدفق الكتلي فهما خاصيتان توسعيتان منحفظتان. لذا يجب حساب معدّل التدفق الحجمي ($\dot{V}$) وتحويله إلى معدّل تدفق كتلي ($\dot{m}$). يُحسب معدل تدفق الخرج الحجمي من البطَيْن وفقاً للآتي:

$$\dot{V}_{\text{out}} = \left(70\,\frac{\text{mL}}{\text{beat}}\right)\left(60\,\frac{\text{beat}}{\text{min}}\right) = 4200\,\frac{\text{mL}}{\text{min}}$$

تذكَّر من المعادلة 2.3−4 أن $\dot{m}$ و $\dot{V}$ مرتبطان بكثافة السائل ρ. بافتراض عدم حصول تغيُّر

في كثافة الدم أثناء عبوره القلب ($\rho_{in} = \rho_{out}$)، يجب أن يكون معدّلا التدفق الحجمي في الدخل والخرج متساويين:

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \dot{V}_{in}\rho - \dot{V}_{out}\rho = 0$$

$$\dot{V}_{in} - \dot{V}_{out} = \dot{V}_{in} - 4200\frac{mL}{min} = 0$$

$$\dot{V}_{in} = 4200\frac{mL}{min}$$

أي إن معدّل التدفق الحجمي للدم الذي يدخل الجانب الأيسر من القلب يساوي $4200\ mL/min$، وهو المعدل الحجمي نفسه الذي يغادر به الدم الجانب الأيسر. انظر دراسة الحالة 7- ب للاطلاع على تحليل موسَّع للقلب. ■

قد يبدو من المثال السابق أنه بإمكانك إجراء موازنة لمعدل التدفق الحجمي. في بعض المسائل التي تتضمن سوائل غير قابلة للانضغاط (سوائل ذات كثافة ثابتة) في نظم لاتفاعلية، غالباً ما يمكن اختزال معادلة الاستمرارية 4.3-1 بحيث يساوي التدفق الحجمي الداخل إلى المنظومة التدفق الحجمي الخارج منها. وفي الواقع ثمة كتب جامعية في هندسة الكيمياء تحتوي على أمثلة لموازنة معدل التدفق الحجمي.

إلا أنه غالباً ما يُساء استعمال معدّل التدفق الحجمي في معادلات الموازنة، فاختزال المعادلة 4.3-1 إلى معادلة يتساوى فيها معدلا التدفق الحجمي الداخل والخارج غير ممكن حين التعامل مع كثير من النظم التفاعلية أو النظم التي تحتوي على سوائل قابلة للانضغاط كالغازات مثلاً. **وعموماً، من الأفضل دائماً استعمال معدل التدفق الكتلي أو المولي، بدلاً من معدل التدفق الحجمي، حين حل معادلات الموازنة والانحفاظ.**

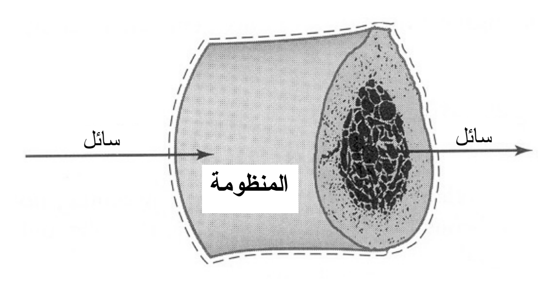
المثال 6.3 تدفق الدم في طُعم عظمي

مسألة: من أجل تحقيق نمو سليم للخلايا والأنسجة، يجب أن يَستوعب المنتوجُ المهندَس نسيجياً تدفقاً للدم مشابهاً لذاك الذي يستوعبه النسيج الأصلي، فمن دون تدفق للدم يوفر الأكسجين والغلوكوز والمغذيات الضرورية الأخرى، ويُزيل الفضلات، ويبقى حجم النسيج المزروع محدوداً.

تطوِّر شركةٌ ما طُعماً عظمياً مسامياً يسمح للغلوكوز بالتدفق إلى داخله. ويتدفق عبر طُعم العظم في تجربة مخبرية محلول موقٍ بمعدل $50\ g/min$، ويحتوي المحلول على $5\ mg/mL$ من الغلوكوز .

(أ)ما هو المقدار المتوقع لمعدَّل تدفق الكتلة الكلية ومعدَّل تدفق كتلة الغلوكوز في خرج المنظومة؟

(ب) تُظهر النتائج المخبرية أن معدَّل تدفق الكتلة الكلية في الخرج يساوي $50\ g/min$، وأن معدل تدفق كتلة الغلوكوز في الخرج يساوي $225\ mg/min$. خمِّنْ ما حصل في هذه التجربة.



الشكل 5.3: منظومة منصة عظم مسامي.

الحل:

(أ) يُظهر الشكل 5.3 منظومة منصة العظم المسامي. لإيجاد معدلات التدفق الكتلي، يجب القيام ببعض الافتراضات لإجراء التجربة:

- المنظومة في حالة مستقرة.
- الطُعم العظمي مُنمذَج بوعاء أسطواني.
- المحلول الموقي هو سائل غير قابل للانضغاط.
- كثافة المحلول الموقي تساوي كثافة الماء ($1.0\ g/mL$).
- لا تحصل تفاعلات في الجملة.

نظراً إلى أن المنظومة مفتوحة ولاتفاعلية ومستقرة، يمكن استعمال المعادلة التفاضلية لاستمرارية الكتلة 4.3–3. لاحظ أن معادلتي الموازنة والانحفاظ تُطبقان غالباً على التدفق عبر أنابيب ومجارٍ وأوعية لا إعاقات فيها، لكنها صالحة أيضاً للتدفق عبر الطُعم العظمي المسامي. ووجود النسيج داخل العظم الذي يتدفق الدم عبره لا يلغي معادلات موازنة وانحفاظ معتَمدة.

إن معدل التدفق الكتلي إلى المنظومة معلوم، لذا نستطيع إيجاد معدل تدفق الكتلة الكلية المتوقع باستعمال المعادلة 3.3−4:

$$\dot{m}_{\text{in}} - \dot{m}_{\text{out}} = 50\frac{\text{g}}{\text{min}} - \dot{m}_{\text{out}} = 0$$

$$\dot{m}_{\text{out}} = 50\frac{\text{g}}{\text{min}}$$

ومقدار الغلوكوز G الداخل إلى المنظومة يساوي:

$$\dot{m}_{\text{in,G}} = \left(5\frac{\text{mg}}{\text{mL}}\right)\left(50\frac{\text{g}}{\text{min}}\right)\left(\frac{\text{mL}}{1.0\text{ g}}\right) = 250\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

وباستعمال المعادلة 3.3−10 بعد كتابتها لمعدل كتلة الجنس، يكون معدل تدفق كتلة الغلوكوز المتوقع من المنظومة المستقرة اللاتفاعلية:

$$\dot{m}_{\text{in,G}} - \dot{m}_{\text{out,G}} = 250\frac{\text{mg}}{\text{min}} - \dot{m}_{\text{out,G}} = 0$$

$$\dot{m}_{\text{out,G}} = 250\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

إذن، يساوي معدل تدفق الكتلة الكلية المتوقع في الخرج 50 g/min، ويساوي معدل التدفق الكتلي المتوقع للغلوكوز في الخرج 250 mg/min.

(ب) تؤكِّد النتائج المخبرية معدل التدفق الكتلي الكلي المحسوب للخرج الذي يساوي 50 g/min، ووفقاً لما هو متوقع، انحفاظ الكتلة الكلية. لكن نظراً إلى أن معدل التدفق الكتلي التجريبي للغلوكوز في الخرج، الذي يساوي 225 mg/min، يختلف عن القيمة المتوقعة له 250 mg/min، فإن افتراض أن المنظومة لاتفاعلية أو مستقرة قد يكون غير صحيح. ونظراً إلى أن مقدار الغلوكوز لم ينحفظ، فإنه يجب استعمال معادلة موازنة، لا معادلة انحفاظ، لنمذجة المنظومة.

لنفترض أن المنظومة تفاعلية. على سبيل المثال، افترض أن الطُعم محشو بخلايا استقلاب تستهلك الغلوكوز مقلِّصة كميته في تيار الخرج. حتى لو استُهلك الغلوكوز، فإن نوعاً ما من الفضلات سيتولَّد. لذا يجب أن تبقى كتلتا الدخل والخرج الكليتان متساويتين، لأن الكتلة الكلية منحفظة.

والتخمين الآخر هو أن الغلوكوز قد يتراكم في المنظومة، جاعلاً إياها متغيرة. وقد يترابط الغلوكوز لانوعياً مع المنصة أو بواسطة آلية أخرى ويتراكم في المنظومة، جاعلاً معدل تدفق كتلة الغلوكوز في الخرج ومعدل تدفق الكتلة الكلية يتناقصان. وفي القياسات المخبرية، قد يكون التغيُّر في تركيز الغلوكوز قابلاً للكشف، إلا أن التناقص في معدل تدفق الكتلة الكلية سيكون صغيراً جداً (< 0.5 في المئة)، وقد يكون غير قابل للكشف.

5.3 نظم مفتوحة مستقرة لاتفاعلية متعددة المداخل والمخارج

تمتلك النظم غالباً مداخل ومخارج متعددة تخترق حدود المنظومة، بقطع النظر عن كون المنظومة تفاعلية أو لاتفاعلية، مستقرة أو متغيرة. وفي هذا المقطع، سنسلط الضوء على تحليل النظم المستقرة اللاتفاعلية ذات المداخل والمخارج المتعددة.

غالباً ما تكون ثمة تيارات متعددة تخترق حدود المنظومة في المعالجة الحيوية الطبية، ومن أمثلة ذلك تفرُّع الأوعية في الجسم، ففي الرئتين، تتفرع الرغامى إلى قصبتين رئيستين، يمنى ويسرى، مولدة تياري خرج من تيار دخل واحد (انظر المثال 8.3). ويستمر التفرع والتشعب عبر الرئتين حتى الوصول إلى جُريْبات تبادل الهواء الرئوية.

من النظم متعددة المداخل والمخارج أيضاً سيرورة حيوية مكوَّنة من عدة وحدات، كل منها يمكن أن يحتوي على عدة تيارات دخل أو خرج أو كليهما. على سبيل المثال، يمكن لحجرة من السيرورة أن تكون خزان مزج تدخله تيارات مختلفة تحتوي على الغلوكوز (مصدر الكربون) والأمونيا (النشادر) (مصدر النيتروجين) والأكسجين والماء ومغذيات أخرى لمزجها. والمثال الآخر هو خزان الفرز، حيث يُفرز المنتَج من الفضلات، ويخرج كل منهما عبر مخرج مختلف. يمتلك خزان المزج عدة مداخل ومخرجاً واحداً، في حين أن خزان الفصل يمتلك مدخلاً واحداً ومخرجين. ويمكن للمنظومة أيضاً أن تمتلك عدة مداخل وعدة مخارج.

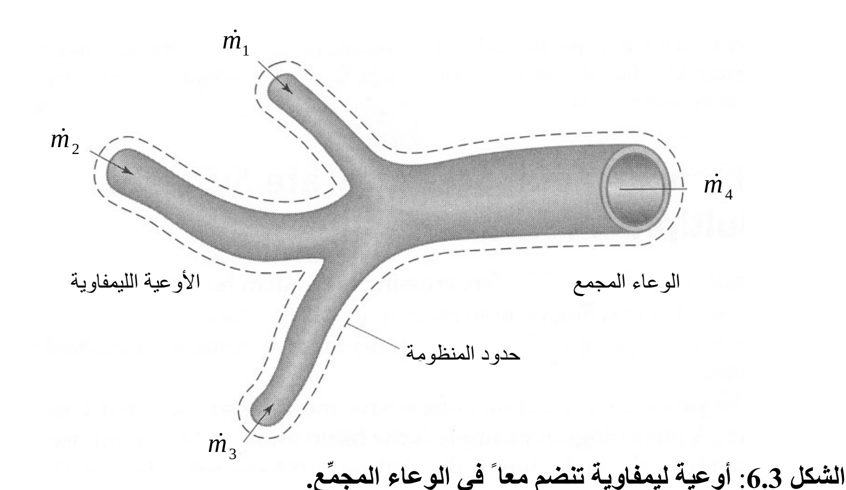
يتطلب كثير من التطبيقات الصيغة التفاضلية لمعادلة الانحفاظ 3.3−10 لحساب موازنات الكتلة. ويشتمل حد الدخل $\dot{\Psi}_{in}$ على جميع معدلات الكتلة التي تدخل المنظومة، ويشتمل حد الخرج $\dot{\Psi}_{out}$ **جميع** معدلات الكتلة الخارجة من المنظومة:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = 0 \qquad (1-5.3)$$

حيث إن الدليل i هو رقم تيار الدخل، والدليل j هو رقم تيار الخرج. ويمكن أيضاً كتابة معادلات الانحفاظ الجبرية والتكاملية للنظم متعددة التيارات. ويمكن أيضاً كتابة معادلات مثلها لمعدل كتلة الجنس، ومعدل كتلة العنصر، ومعدل المولات، ومعدل مولات الجنس، ومعدل مولات العنصر، وذلك للنظم المفتوحة اللاتفاعلية المستقرة.

المثال 7.3 جمع السائل الليمفاوي

مسألة: تَجمَع الشعيرات الليمفاوية السائل الفائض في فراغات بين الأنسجة وترشحها قبل إعادته إلى تيار الدم. وتجتمع بالقرب من الإبط ثلاثة أوعية ليمفاوية معاً في وعاء تجميع وفق ما هو مبين في الشكل 6.3. اكتب معادلة انحفاظ الكتلة المناسبة للسائل. افترض أن المنظومة مستقرة.



الشكل 6.3: أوعية ليمفاوية تنضم معاً في الوعاء المجمِّع.

الحل: نظراً إلى وجود عدة مداخل في المنظومة المفتوحة المستقرة اللاتفاعلية، تكون المعادلة 5.3−1 ملائمة لوصف تيارات الدخل الثلاثة وتيار الخرج في هذه المنظومة الليمفاوية كالآتي:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3 - \dot{m}_4 = 0$$

حيث إن $\dot{m}_1$ و $\dot{m}_2$ و $\dot{m}_3$ تمثل معدلات تدفق الكتلة الكلية في تيارات الدخل، و $\dot{m}_4$ هو معدل تدفق الكتلة الكلية في تيار الخرج.

المثال 8.3 تدفق الهواء في جهاز التنفس

مسألة: يدخل الهواء الذي يستنشقه الأنف إلى الرغامى التي تتفرع إلى قصبتي الرئتين الرئيستين، وتتفرع هاتان في عدة مستويات من الشعب لتصبح شُعيبات. وينتهي مسار التيار الهوائي في الجُريْبات الهوائية في نهايات الشُعيبات. وتنقل جُريْبات الهواء الأكسجين من الهواء المستنشَق إلى الشعيرات الرئوية وتأخذ منها ثاني أكسيد الكربون لطرحه في الزفير.

افترض أن شخصاً يستنشق 0.5 L من الهواء في نَفَس عادي يدوم ثانيتين. اكتب معادلة انحفاظ كتلة تيار الهواء المتدفق عبر الرغامى والقصبتين الرئيستين (الشكل 7.3).

ما هو مقدار معدل تدفق كتلة الهواء عبر الرغامى؟

ما هي سرعة الهواء عبر القصبتين الرئيستين إذا كان معدلا التدفق الكتلي فيهما متساويين؟

افترض أن الهواء لا يسترطب ضمن الجهاز التنفسي، وأن قطر الرغامى يساوي نحو 2 cm. إن القصبة الرئيسة اليمنى أكبر قليلاً من القصبة اليسرى، وقطراهما يساويان 12 mm و 10 mm تقريباً، وتساوي كثافة الهواء عند درجة حرارة الغرفة 1.2 g/L.

الحل: نفترض أولاً أن المنظومة تكون أثناء النَفَس الواحد في حالة مستقرة ولاتفاعلية. وننمذج الرغامى وقصبتيها بمجارٍ أسطوانية. ونظراً إلى عدم حصول استرطاب، يمكننا افتراض أن كثافة الهواء ثابتة.

وفقاً للشكل، تتضمن المنظومة معدلَيْ تدفق خرج مع معدل تدفق دخل واحد. لذا يمكننا استعمال الصيغة التفاضلية لمعادلة الانحفاظ 5.3−1 لمنظومة ذات تيارات متعددة:

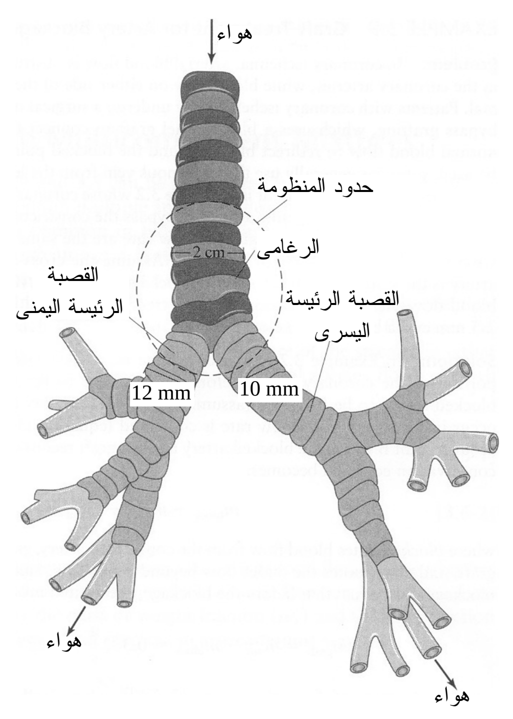
$$\dot{m}_t - \dot{m}_r - \dot{m}_l = 0$$

حيث إن:

t تشير إلى الرغامى.

وتشير r إلى القصبة الرئيسة اليمنى.

وتشير l إلى القصبة الرئيسة اليسرى.



الشكل 7.3: الرغامى والقصبتان الرئيستان في الجهاز التنفسي.

لحساب سرعة تدفق الهواء في الرغامى انطلاقاً من معرفة حجم الهواء الداخل، يمكننا استعمال المعادلة 2.3–4، بعد استعمال الحجم لحساب معدل التدفق الحجمي وتقسيم الناتج على مساحة المقطع العرضاني (المعادلة 2.3–3) لتيار الهواء. يساوي معدل التدفق الحجمي الوسطي للهواء عبر الرغامى أثناء الاستنشاق:

$$\dot{V}_t = \frac{V}{t} = \frac{0.5\ \text{L}}{2\ \text{s}} = 0.25\frac{\text{L}}{\text{s}}$$

فتكون سرعة الهواء في الرغامى:

$$v_t = \frac{\dot{V}_t}{A_t} = \left(\frac{0.25\frac{\text{L}}{\text{s}}}{\frac{\pi}{4}(2\ \text{cm})^2}\right)\frac{1000\ \text{cm}^3}{\text{L}} = 79.6\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

إذاً، باستعمال المعادلة 2.3−2، يكون معدل التدفق الكتلي في الرغامى:

$$\dot{m}_t = A_t v_t \rho = \frac{\pi}{4} D_t^2 v_t \rho = \frac{\pi}{4}(2\ \text{cm})^2 \left(79.6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)\left(1.2 \frac{\text{g}}{\text{L}}\right)\left(\frac{1\ \text{L}}{1000\ \text{cm}^3}\right) = 0.30 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

ونظراً إلى أن معدلي التدفق الكتلي في القصبتين الرئيستين متساويان، يكون $\dot{m}_r = \dot{m}_l$. وباستعمال معادلة انحفاظ الكتلة التفاضلية ينتُج:

$$\dot{m}_r = \dot{m}_l = \frac{\dot{m}_t}{2} = 0.15 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

ولإيجاد سرعة الهواء في كل من القصبتين الرئيستين:

$$v_r = \frac{4\dot{m}_r}{\pi D_r^2 \rho} = \left(\frac{4\left(0.15 \frac{\text{g}}{\text{s}}\right)}{\pi (1.2\ \text{cm})^2 \left(1.2 \frac{\text{g}}{\text{L}}\right)}\right)\left(\frac{1000\ \text{cm}^3}{\text{L}}\right) = 111 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

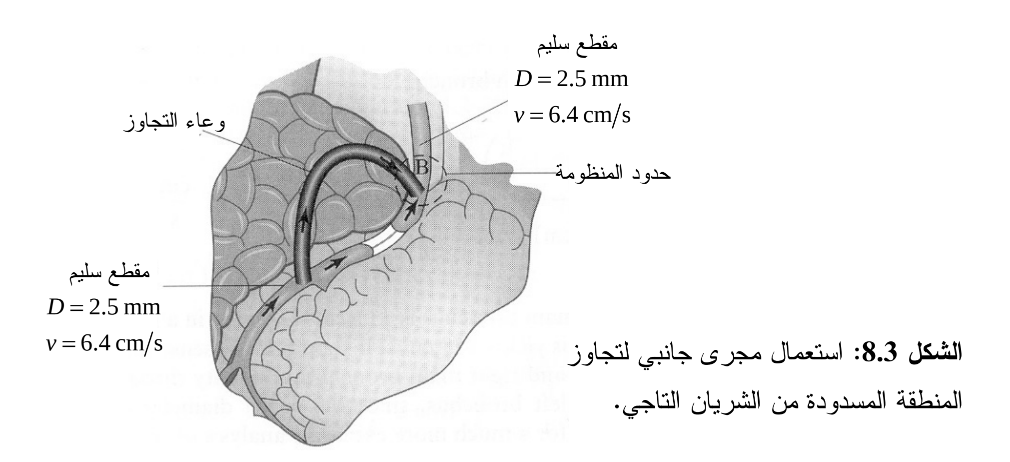
إذن، تساوي سرعة تدفق الهواء في القصبة الرئيسة اليمنى $111\ \text{cm/s}$. وبالطريقة نفسها نجد أن سرعة تدفق الهواء في القصبة اليسرى يساوي $v_l = 159\ \text{cm/s}$. وهاتان النتيجتان معقولتان. فمعدَّلا التدفق الكتليين عبر القصبتين اليمنى واليسرى المتساويان سوف يجعلان السرعة في القصبة اليمنى أقل منها في اليسرى لأن قطر اليمنى أكبر من قطر اليسرى. انظر دراسة الحالة 7− أ للاطلاع على تحليل موسَّع للرئتين.

المثال 9.3 معالجة انسداد الشريان بتبديل الشريان

مسألة: في نقص التروية التاجية، يُعاق تدفق الدم الشرياني في عدة مواقع منفصلة في الشريان التاجي، ويبقى تدفق الدم في أحد جانبي المواقع المسدودة طبيعياً. ويمكن لمرضى نقص التروية التاجية الخضوع إلى معالجة جراحية تسمى تطعيم تجاوز الشريان التاجي (coronary artery bypass grafting)، يُستعمل فيها وعاء دموي جديد يتجاوز المناطق المسدودة ويحقِّق تدفقاً طبيعياً للدم. ومع أنه يمكن استعمال أوعية دموية صناعية، إلا أن الجراحين يستعملون الصافن (saphenous vein)، وهو وريد الساق الزائد.

تأمّل مرة أخرى في حالة مريض المثال 2.3 الذي تضيَّق قطر شريانه التاجي بمقدار 67 في المئة. يزرع جراحه وعاء دموياً في جسمه لتجاوز المنطقة المتضيِّقة (الشكل 8.3). إذا كانت

سرعة الدم ومعدل تدفق الكتلة الكلية في جانبي منطقة الانسداد هما نفسيهما، فكم يجب أن يكون قطر وعاء التجاوز؟ افترض أن مساحة المقطع العرضاني للشريان التاجي هي نفسها في جانبي منطقة الانسداد، وأن انحناء وعاء التجاوز لا يغيِّر تدفق الدم. وافترض أن أقطار مقاطع الشريان ذات تدفق الدم الطبيعي تساوي $2.5\ \text{mm}$ ، وأن سرعة تدفق الدم تساوي $6.4\ \text{cm/s}$.



الشكل 8.3: استعمال مجرى جانبي لتجاوز المنطقة المسدودة من الشريان التاجي.

الحل: في المثال 2.3، حسبنا معدل تدفق كتلة الدم عبر الجزء السليم من الشريان التاجي قبل منطقة الانسداد ووجدنا أنه يساوي $0.332\ \text{g/s}$ ، وأنه يساوي عبر المنطقة المسدودة $0.027\ \text{g/s}$ (مفترضين سرعة منخفضة تساوي $4.8\ \text{cm/s}$). ونظراً إلى عدم حصول تفاعلات في الدم، فإن تدفق الكتلة منحفظ (المعادلة 3.3−10). فإذا رسمنا منظومتنا حول النقطة ب حيث يلتقي الشريان المسدود ووعاء التجاوز ويأخذان حالة مستقرة، تصبح معادلة الانحفاظ كالآتي:

$$\dot{m}_{\text{block}} + \dot{m}_{\text{bypass}} - \dot{m}_{\text{out}} = 0$$

حيث إن (block) تشير إلى تدفق الدم من الشريان المتضيِّق، وتشير (bypass) إلى تدفق الدم في وعاء التجاوز، وتشير (out) إلى الخرج في ما وراء منطقة التجاوز. ونظراً إلى أن معدل التدفق الكتلي الخارج من المنطقة المسدودة يجب أن يساوي ذاك الداخل إليها، يكون معدل التدفق الكتلي المطلوب عبر وعاء التجاوز:

$$\dot{m}_{\text{bypass}} = \dot{m}_{\text{out}} - \dot{m}_{\text{block}} = 0.332\frac{\text{g}}{\text{s}} - 0.027\frac{\text{g}}{\text{s}} = 0.305\frac{\text{g}}{\text{s}}$$

يُعتبر قطر وعاء التجاوز متغيراً، وإن كان عادة يساوي قطر الصافن لدى المريض. فإذا افترضنا أن سرعة الدم في وعاء التجاوز تساوي تلك التي في الجزء السليم من الشريان

($6.4\ \text{cm/s}$)، استطعنا إعادة ترتيب المعادلتين 2.3−2 و2.3−3 لحساب قطر وعاء التجاوز:

$$D_{\text{bypass}} = \sqrt{\frac{4\dot{m}_{\text{bypass}}}{\pi v \rho}} = \sqrt{\frac{4\left(0.305\frac{\text{g}}{\text{s}}\right)}{\pi\left(6.4\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)\left(1.056\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)}} = 0.24\ \text{cm} = 2.4\ \text{mm}$$

إذاً، كي يكون معدل التدفق الكتلي وسرعة الدم هما نفسيهما في طرفي منطقة العصيدة، يجب أن يكون قطر الطُعم (وعاء التجاوز) $2.4\ \text{mm}$، وهذا هو مقاس الشريان التاجي السليم تقريباً.

6.3 نظم ذات مزائج متعددة المكوِّنات

يمكن تحقيق مزيد من التعميم في المعادلات الواردة في المقطعين 4.3 و5.3 حين تطبيقها على النظم التي يمكن فيها للمداخل والمخارج أن تحتوي على أجناس أو مركَّبات متعددة. وطريقة حل تلك النظم شائعة جداً في الهندسة الحيوية، إذ إن معظم موائع الجسم (الدم والهواء مثلاً)، إضافة إلى التيارات في وحدات المعالجة التقانية الحيوية (منتوجات الإنسولين مثلاً)، هي مزائج متعددة المكوِّنات.

خُذ منظومة تدخل الكتلة إليها وتخرج منها على شكل تيارات. يقترن كل جنس أو مركَّب كيميائي s في كل تيار بمعدل تدفق الجنس الخاص به ($\dot{n}_s\ [\text{Nt}^{-1}]$ أو $\dot{m}_s\ [\text{Mt}^{-1}]$). ويمكن حساب معدل تدفق التيار الكلي، الكتلي أو المولي، بجمع معدلات تدفق الأجناس المنفصلة s جميعا الموجودة في التيار:

$$\dot{n} = \sum_s \dot{n}_s \qquad (1-6.3)$$

$$\dot{m} = \sum_s \dot{m}_s \qquad (2-6.3)$$

والطريقة البديلة لتمثيل تيار هي إعطاء معدل تدفقه الكلي، المولي أو الكتلي، مع تركيب التيار. والمعياران الملائمان لتركيب الجنس هما النسبة الكتلية أو الوزنية w_s والنسبة المولية x_s. ويجب أن يكون مجموع جميع النسب الكتلية أو المولية لجميع الأجناس s في التيار مساوياً 1:

$$\sum_s w_s = 1 \qquad (3-6.3)$$

$$\sum_s x_s = 1 \qquad (4-6.3)$$

وترتبط النسبتان الكتلية والمولية بمعدليْ التدفق الكتلي والمولي وفقاً للمعادلتين الآتيتين:

$$w_s = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}} \qquad (5-6.3)$$

$$x_s = \frac{\dot{n}_s}{\dot{n}} \qquad (6-6.3)$$

ويرتبط معدلا التدفق الكتلي والمولي لمركَّب معين s معاً بواسطة الوزن الجزيئي وفقاً للصيغة:

$$\dot{n}_s = \frac{\dot{m}_s}{M_s} \qquad (7-6.3)$$

حيث إن M_s هو الوزن الجزيئي للمركَّب s. يمكن استعمال إما معدلات التدفق المولية والنسب المولية أو معدلات التدفق الكتلية والنسب الكتلية لتوصيف التيار. وإذا كان الوزن الجزيئي M معلوماً لكل جنس في التيار، أمكن الحصول على تحويلات بين الوحدات الكتلية والمولية:

$$\dot{n} = \sum_s \frac{w_s \dot{m}}{M_s} = \dot{m} \sum_s \frac{w_s}{M_s} \qquad (8-6.3)$$

$$x_s = \frac{w_s \dot{m}}{M_s \dot{n}} \qquad (9-6.3)$$

ويمكن أيضاً صياغة المعادلات 6.3−1 حتى 6.3−9 للعناصر الكيميائية في المنظومة. حينئذ، يحل الدليل p محل s.

ويمكن توسيع معادلات الانحفاظ التفاضلية الواردة في المقطع 5.3 المستخرجة لنظم تحتوي على مداخل ومخارج متعددة لتشتمل على نظم تحتوي على أجناس متعددة في كل تيار. وفي ما يخص النظم المفتوحة المستقرة اللاتفاعلية، تصبح معادلات انحفاظ الكتلة:

كتلة الجنس $$\sum_i \dot{m}_{i,s} - \sum_j \dot{m}_{j,s} = 0 \qquad (10-6.3)$$

كتلة العنصر $$\sum_i \dot{m}_{i,p} - \sum_j \dot{m}_{j,p} = 0 \qquad (11-6.3)$$

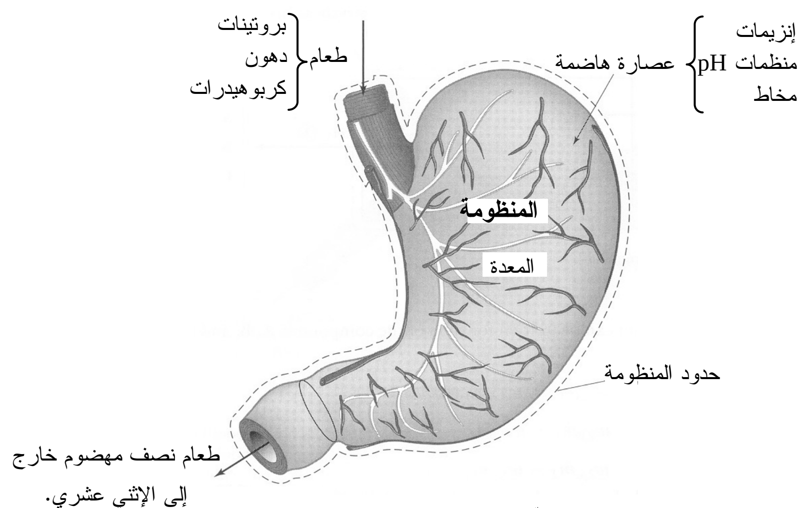
مولات الجنس $$\sum_i \dot{n}_{i,s} - \sum_j \dot{n}_{j,s} = 0 \qquad (12-6.3)$$

مولات العنصر $$\sum_i \dot{n}_{i,p} - \sum_j \dot{n}_{j,p} = 0 \qquad (13-6.3)$$

حيث إن الدليل s يمثل الجنس أو المركَّب موضوع الاهتمام، ويمثل الدليل p العنصر الكيميائي موضوع الاهتمام، و i و j هما أرقام تيارات الدخل والخرج. لاحظ أنه عند تحديد عناصر جنس

تيار، يوضع دليل التيار أولاً.

وفي بعض النظم التي تحتوي على مكوِّنات متعددة ضمن حدودها، يمكن لأحد المكوِّنات أن يأتي من مدخل واحد، ويمتزج مع مكونات من تيارات دخل أخرى، ويخرج عبر مخرج واحد. على سبيل المثال، خُذ المعدة بوصفها نموذجاً بسيطاً إحدى وظائفه الأساسية هي المزج. بإهمال أي تفاعل كيميائي تسهِّله العصارة الهاضمة (أي لا يحصل هضم أو تفكيك للطعام)، يمكن نمذجة المعدة بمنظومة لاتفاعلية. يوجد للمعدة مدخلان، المريء والغدد المعدية، ومخرج واحد هو المعي الإثنا عشري (الشكل 9.3). والطعام الذي يُفترض أنه يتألف من بروتينات ودهون وكربوهيدرات، يدخل المعدة من المريء. وتأتي العصارة الهاضمة، التي يُفترض أنها تتكوَّن من إنزيمات ومخاط ومنظِّمات لعامل الحموضة pH، من الغدد المعوية. وجميع المكوِّنات إفرادياً (ومثالها البروتين) تأتي من المريء أو من الغدد المعوية، لكن ليس من كليهما، وتمتزج معاً في المعدة، وتخرج إلى المعي الإثني عشري على شكل طعام نصف مهضوم، وهو مزيج متعدد المكوِّنات يحتوي على كل المواد الداخلة إلى المعدة.



الشكل 9.3: نموذج المعدة مع مكوِّنات متعددة واردة وخارجة.

عندما يكون مدخل واحد هو المصدر الوحيد لمكوِّن معين في مزيج متعدد المكوِّنات، ويغادر المزيج عبر مخرج واحد فقط، يمكننا استعمال المعادلتين 6.3−5 و6.3−10 لحساب معدلات التدفق الكتلية في دخل وخرج المنظومة لمكوِّن أو جنس s معين:

$$\sum_i \dot{m}_{i,s} - \sum_j \dot{m}_{j,s} = w_{\text{in,s}}\, \dot{m}_{\text{in}} - w_{\text{out,s}}\, \dot{m}_{\text{out}} \qquad (14-6.3)$$

وبإعادة ترتيب المعادلة الأخيرة لاستخراج النسب الكتلية للأجناس s في تيار الخرج بدلالة النسب الكتلية للأجناس نفسها في تيار الدخل ومعدلات التدفق الكتلي، نحصل على:

$$w_{\text{out,s}} = \frac{w_{\text{in,s}}\, \dot{m}_{\text{in}}}{\dot{m}_{\text{out}}} \qquad (15-6.3)$$

ونظراً إلى أن الجنس s موجود في تيار دخل واحد فقط وفي تيار خرج واحد فقط، فإن معدل تدفق كتلة الجنس s في تيار الخرج يساوي معدل تدفق كتلته في تيار الدخل الذي يحتوي عليه:

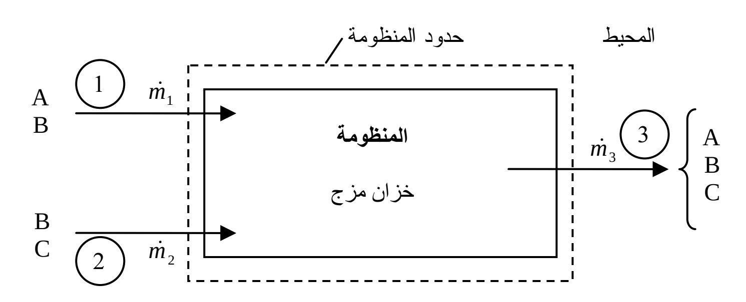
$$\dot{m}_{\text{out},s} = \dot{m}_{\text{in},s} \qquad (16-6.3)$$

على سبيل المثال، في حالة المزج في المعدة:

$$\dot{m}_{\text{chyme, protein}} = \dot{m}_{\text{food, protein}} \text{ and } \dot{m}_{\text{chyme, mucus}} = \dot{m}_{\text{gastric, mucus}}$$

حيث إن $\dot{m}_{\text{chyme, protein}}$ هو معدّل التدفق الكتلي للبروتين في الطعام نصف المهضوم، و $\dot{m}_{\text{food, protein}}$ هو معدّل التدفق الكتلي للبروتين في الطعام، و $\dot{m}_{\text{chyme, mucus}}$ هو معدّل التدفق الكتلي للمخاط في الطعام نصف المهضوم، و $\dot{m}_{\text{gastric, mucus}}$ هو معدّل التدفق الكتلي للمخاط في الطعام الموجود في المعدة.

ويمكن كتابة معادلة موازنة مادة لكل جنس أو مركَّب في المنظومة. لذا، وفي ما يخص الأجناس s، يمكن كتابة s معادلة كتلة (أو مولات) جنس. ويمكن أيضاً كتابة معادلة شاملة لموازنة الكتلة الكلية (أو المولات الكلية). لذا يكون ثمة $s+1$ معادلة كتلة (أو مولات) لمنظومة تحتوي على s جنساً. إلا أن s معادلة فقط من تلك الـــ $s+1$ معادلة مستقلةٌ خطياً (انظر المقطع 6.2 والجدول 4.2).



الشكل 10.3: خزان مزج ذو تيارات دخل وخرج مكوَّنة من A وB وC.

لإيضاح عملية تكوين معادلات انحفاظ في الحالة المستقرة لمركَّبات معينة وللمنظومة برمتها في منظومة متعددة المكوِّنات والتيارات، انظر إلى خزان المزج (الشكل 10.3). يحتوي التيار 1 على المركَّبين A وB، ويساوي معدل تدفق كتلته الكلية $\dot{m}_1$. والنسبتان الكتليتان للمركَّبين في التيار 1 هما $w_{1,\mathrm{A}}$ و $w_{1,\mathrm{B}}$. ويحتوي التيار 2 على المركَّبين B وC، ومعدل تدفق كتلته الكلية هو $\dot{m}_2$. والنسبتان الكتليتان للمركَّبين في التيار 2 هما $w_{2,\mathrm{B}}$ و $w_{2,\mathrm{C}}$. ويحتوي التيار 3 على المركَّبات A وB وC، ومعدل تدفق كتلته الكلية هو $\dot{m}_3$. والنسب الكتلية لمركَّبات التيار 3 هي $w_{3,\mathrm{A}}$ و $w_{3,\mathrm{B}}$ و $w_{3,\mathrm{C}}$. يمكن كتابة معادلة انحفاظ كتلة جنس لكل مركَّب في هذه المنظومة اللاتفاعلية المستقرة، ويمكن تعميم المعادلة 6.3−10 للجنس s فتصبح:

$$\sum_i w_{i,s}\dot{m}_i - \sum_j w_{j,s}\dot{m}_j = 0 \qquad (17-6.3)$$

إذاً، يمكن كتابة معادلة لكلٍّ من المركَّبات A وB وC باستعمال المعادلة 6.3−17:

$$\text{A:} \quad w_{1,\mathrm{A}}\dot{m}_1 - w_{3,\mathrm{A}}\dot{m}_3 = 0 \qquad (\text{a-}18-6.3)$$

$$\text{B:} \quad w_{1,\mathrm{B}}\dot{m}_1 + w_{2,\mathrm{B}}\dot{m}_2 - w_{3,\mathrm{B}}\dot{m}_3 = 0 \qquad (\text{b-}18-6.3)$$

$$\text{C:} \quad w_{2,\mathrm{C}}\dot{m}_2 - w_{3,\mathrm{C}}\dot{m}_3 = 0 \qquad (\text{c-}18-6.3)$$

وتكون معادلة موازنة الكتلة الكلية في المنظومة:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 0 \qquad (\text{d-}18-6.3)$$

وإجمالاً، تُكتب أربع معادلات لهذه المنظومة التي تحتوي على ثلاثة مركَّبات. وثلاث معادلات فقط من هذه المعادلات مستقلةٌ خطياً (تذكَّر أن مجموع النسب الكتلية لجميع المكونات في المنظومة يساوي 1 وفقاً للمعادلة 6.3−3). لذا تتجمع المعادلات 6.3 −a18 − حتى 6.3 − c18 − معاً لتعطي المعادلة 6.3 −18 d− . ولحل تلك المنظومة وإيجاد المجاهيل، يمكن استعمال أي مجموعة مكونة من ثلاث معادلات من تلك المعادلات الأربع. وعلى غرار تطوير المثال المذكور من المعادلة 6.3−10 مع نسب كتلية ومعدلات تدفق كتلية، فإنه يمكن تطوير المعادلة 6.3−12 لمنظومة توصف بالنسب ومعدلات التدفق المولية.

المثال 10.3 تدفق الدم في وُرَيْدَين متلاقِيَيْن

مسألة: يلتقي وعاءان شعريان وريديان أسطوانيان معاً لتكوين وُرَيْد أسطواني أكبر لإعادة الدم إلى القلب. يساوي قطر الوعاء الأول 0.0006 cm ، ويتدفق الدم فيه بسرعة 0.07 cm/s ،

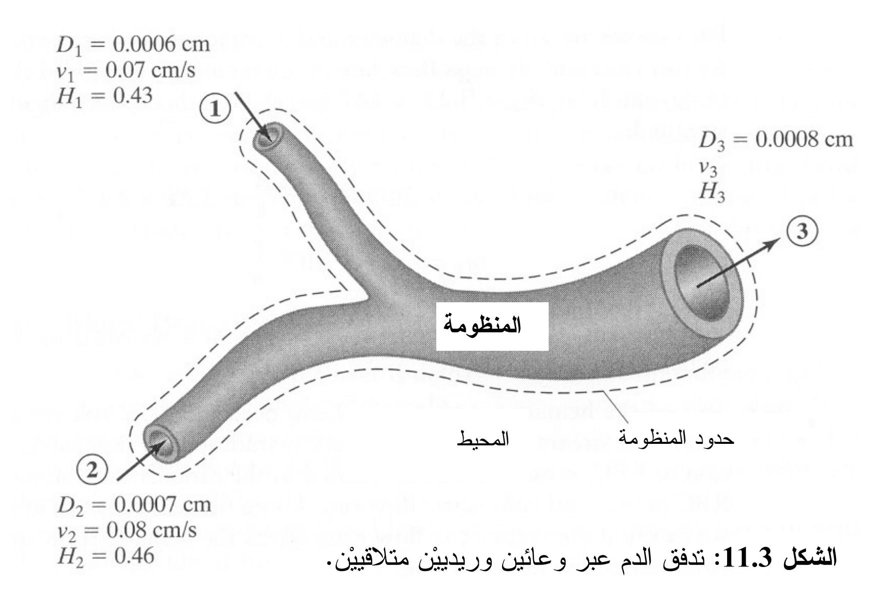
وتساوي النسبة الحجمية للكريات الحمراء فيه 0.43. ويساوي قطر الوعاء الثاني 0.0007 cm، وتساوي سرعة تدفق الدم فيه 0.08cm/s، وتساوي النسبة الحجمية للكريات الحمراء فيه 0.46. ويساوي قطر الوعاء الجامع 0.0008 cm. احسب نسبة الكريات الحمراء الحجمية في الوعاء الجامع.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب النسبة الحجمية للكريات الحمراء في الوُرَيْد الجامع.

(ب) مخطط الأوعية مبين في الشكل 11.3، ويتضمن اتجاه تدفق الدم وحدود المنظومة.



الشكل 11.3: تدفق الدم عبر وعائين وريديين متلاقيين.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- تدفق الدم في الأوعية سلس وغير نبضي.
- جدران الأوعية الدموية جاسئة ولا تتمدد أو تتقلص.
- صحيحٌ أن النسبة الحجمية للكريات الحمراء في الأوعية تختلف قليلاً من وعاء إلى آخر، إلا أنه يُفترض أن كثافة الدم ثابتة في شتى أرجاء المنظومة.
- لا يتراكم أي دم في الأوعية.

- الدم غير متفاعل.

(ب) بيانات إضافية:

- كثافة الدم تساوي $1.056\ \mathrm{g/cm^3}$.

(ت) المتغيرات والمصطلحات والوحدات:

- يُسمى الوعاءان الصغيران التيارين 1 و2، وهما يلتقيان لتكوين وُرَيْد أكبر يسمى التيار 3.
- تُمثِّل H نسبة الكريات الحمراء الحجمية في الدم، وهي عديمة الأبعاد (نسبة).
- استعمل الوحدات الدولية cm, s, g.

(ث) الأساس: ليس ثمة أساس معطى صراحة، إلا أنه يمكن حساب معدل التدفق باستعمال الكثافة والقطر وسرعة الدم الوسطية في واحد من تياري الدخل. لذا يُعتبر الأساس التيار 1 ويُحسب كالآتي:

$$\dot{m}_1 = \frac{\pi}{4} D_1^2\, v_1 \rho = \frac{\pi}{4}(0.0006\ \mathrm{cm})^2 \left(0.07 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\right)\left(1.056 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}\right) = 2.09 \times 10^{-8}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الكتلة 3.3−6 هي الملائمة لأنها يمكن أن تُستعمل في حساب معدلات تدفق الكتلة. والدم يدخل المنظومة ويخرج منها، لذا تكون المنظومة مفتوحة. ولا تحدث تفاعلات ضمن الجملة، لذا ينعدم حدَّا التوليد والاستهلاك في المعادلة، وتكون الكتلة الكلية للدم منحفظة في الجملة. ونظراً إلى أن الدم لا يتراكم، فإن المنظومة في حالة مستقرة. ونظراً إلى أن هذه المنظومة مفتوحة مستقرة لاتفاعلية، يمكننا استعمال معادلة استمرارية انحفاظ الكتلة 4.3−3:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = 0$$

لحساب نسبة كريات الدم الحمراء الحجمية، ونظراً إلى اؤ حتواء الدم على مكونات متعددة (مثل الكريات الحمراء والبلازما)، يمكننا استعمال المعادلة 6.3−10:

$$\sum_i \dot{m}_{i,s} - \sum_j \dot{m}_{j,s} = 0$$

(ب) الحساب:

- معادلة انحفاظ الكتلة الخاصة بهذه المسألة هي:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 0$$

ونظراً إلى أن القطر والسرعة الوسطى للدم في التيار 2 معلومان، فمن الممكن حساب معدل التدفق الكتلي بالطريقة نفسها التي استعملت للتيار 1، فيكون الناتج $\dot{m}_2 = 3.25\times10^{-8}\ \text{g/s}$. ونستعمل هذه القيمة لحساب معدل تدفق الكتلة في التيار 3:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 2.09\times10^{-8}\ \frac{\text{g}}{\text{s}} + 3.25\times10^{-8}\ \frac{\text{g}}{\text{s}} - \dot{m}_3 = 0$$

$$\dot{m}_3 = 5.34\times10^{-8}\ \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

ومن معدل تدفق كتلة التيار 3 وقطره، يمكن حساب السرعة v_3 التي تساوي $v_3 = 0.10\ \text{cm/s}$.

- لإيجاد النسبة الحجمية للكريات الحمراء في التيار 3، نحتاج إلى حجم كريات الدم الحمراء، وإلى حجم الدم الكلي في التيار المذكور. وفي حين أن هذه النسبة هي نسبة حجمية، فإنه يمكن حسابها بوصفها نسبة معدل التدفق الحجمي لكريات الدم الحمراء إلى معدل التدفق الحجمي الكلي للدم. باستعمال العلاقات في المعادلة 2.3−4، يمكننا إيجاد معدل التدفق الحجمي. ومن معرفة نسبة الكريات الحمراء في التيار 1، ينتُج أن معدل التدفق الحجمي للكريات الحمراء في التيار 1 يساوي:

$$H_1 = \frac{\dot{V}_{1,\text{RBC}}}{\dot{V}_1} = \frac{\dot{V}_{1,\text{RBC}}}{A_1 v_1} = \frac{\dot{V}_{1,\text{RBC}}}{\frac{\pi}{4} D_1^2\ v_1} = \frac{\dot{V}_{1,\text{RBC}}}{\frac{\pi}{4}(0.0006\ \text{cm})^2\ 0.07\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 0.43$$

$$\dot{V}_{1,RBC} = 8.51\times10^{-9}\ \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

وعلى نحو مشابه نحسب $\dot{V}_{2,\text{RBC}} = 1.42\times10^{-8}\ \text{cm}^3/\text{s}$ الذي يمثل معدل التدفق الحجمي للكريات الحمراء في التيار 2. RBC تعني كريات الدم الحمراء.

- وعلى غرار ما فعلناه مع معدلات تدفق الكتلة، يمكننا كتابة معادلة انحفاظ كتلة كريات الدم الحمراء من أجل حساب معدل تدفق تلك الكتلة في التيار 3:

$$\sum_i \dot{m}_{i,s} - \sum_j \dot{m}_{j,s} = \dot{m}_{1,\text{RBC}} + \dot{m}_{2,\text{RBC}} - \dot{m}_{3,\text{RBC}} = 0$$

- وباستعمال العلاقات في المعادلة 2.3–4 مرة أخرى يمكننا حساب معدل التدفق الحجمي للكريات الحمراء:

$$\dot{m}_{1,\text{RBC}} + \dot{m}_{2,\text{RBC}} - \dot{m}_{3,\text{RBC}} = \rho_{1,\text{RBC}}\dot{V}_{1,\text{RBC}} + \rho_{2,\text{RBC}}\dot{V}_{2,\text{RBC}} - \rho_{3,\text{RBC}}\dot{V}_{3,\text{RBC}} = 0$$

ونظراً إلى افتراضنا أن كثافة الدم ثابتة، رغم الفوارق بين نسب الكريات الحمراء في التيارات الثلاثة، تُختزل العلاقة السابقة إلى:

$$\dot{V}_{1,\text{RBC}} + \dot{V}_{2,\text{RBC}} - \dot{V}_{3,\text{RBC}} = 0$$

$$\dot{V}_{3,\text{RBC}} = \dot{V}_{1,\text{RBC}} + \dot{V}_{2,\text{RBC}} = 8.51\times10^{-9}\,\frac{\text{cm}^3}{\text{s}} + 1.42\times10^{-8}\,\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_{3,\text{RBC}} = 2.27\times10^{-8}\,\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

- باستعمال معدل تدفق الكريات الحمراء الحجمي وسرعة الدم الوسطية في التيار 3، يمكننا حساب نسبة الكريات الحمراء الحجمية في ذلك التيار:

$$H_3 = \frac{\dot{V}_{3,\text{RBC}}}{\dot{V}_3} = \frac{\dot{V}_{3,\text{RBC}}}{\frac{\pi}{4}D_3^2\,v_3} = \frac{2.27\times10^{-8}\,\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{\frac{\pi}{4}(0.0008\,\text{cm})^2\left(0.10\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)} = 0.45$$

إذاً، النسبة الحجمية للكريات الحمراء في الوُريْد الجامع تساوي 0.45.

4. النتيجة

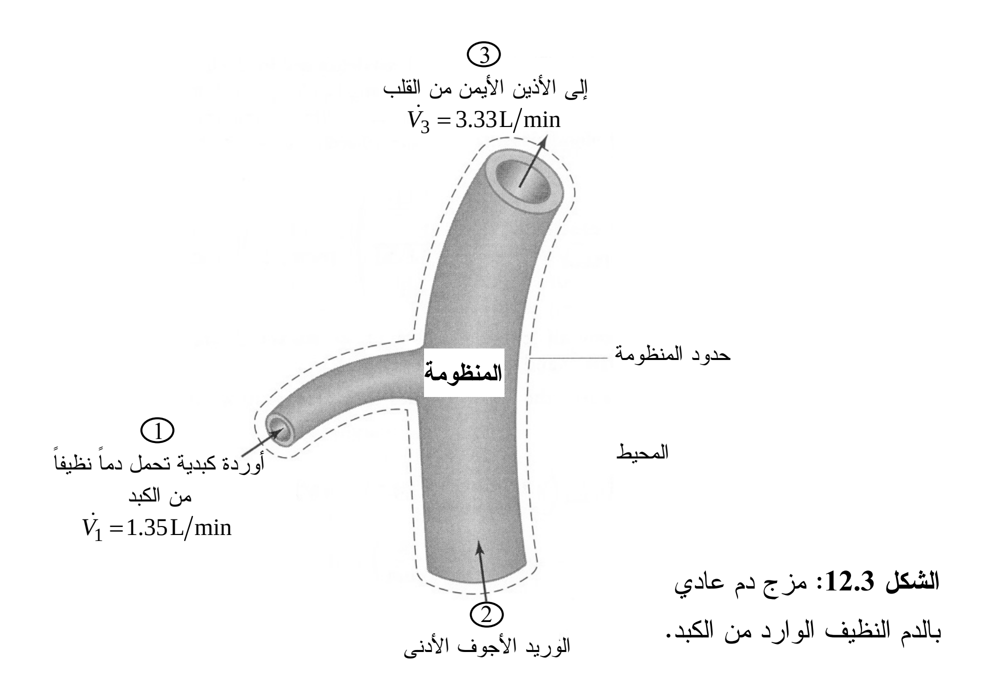
(أ) الجواب: سرعة الدم الوسطى في الوُريْد تساوي $0.10\ \text{cm/s}$، والنسبة الحجمية لكريات الدم الحمراء فيه تساوي 0.45.

(ب) التحقُّق: من الممكن أن تكون سرعة التيار في تيار الخرج أكبر من تلك التي في تياري الدخل، لأن قطره أكبر قليلاً، لكن عليه أن يستوعب مجموع تدفقَيْ الكتلة في تيارَيْ الوعائين الوريديين الصغيرين. ومن الممكن أيضاً أن تقع قيمة النسبة الحجمية لكريات الدم الحمراء في وُرَيْد الخرج بين قيمتيها في وعائي الدخل الشعريين، لأن المكوِّنات التي ليست كريات حمراء (أي البلازما) في الوعاء الأول ستخفض تركيز الكريات الحمراء في الوعاء الثاني حين اجتماعهما معاً في الوُرَيْد الجامع. انظر دراسة الحالة 7– ب للاطلاع على تحليل أوسع لتدفق الدم.

المثال 11.3 تخلُّص الكبد من السموم

مسألة: إحدى الوظائف الأساسية للكبد هي تخليص الدم من السموم، ومنها الأدوية والكحول والإضافات الغذائية ومنتوجات الاستقلاب النهائية. ويُعيد الكبد دماً نظيفاً إلى القلب عبر الأوردة الكبدية الثلاثة التي تصب في الوريد الأجوف الأدنى. ويصب الوريد الكبدي الأيمن منفصلاً في الوريد الأجوف الأدنى، في حين أن الوريدين الأيسر والأوسط يجتمعان عادة معاً قبل أن يصبا فيه.

تأمل في المنظومة التي يصب فيها الدم الذي ينظفه الكبد في الوريد الأجوف الأدنى (الشكل 12.3). صحيح أن الدم الآتي من الكبد يدخل الوريد الأجوف عبر وعائين منفصلين، إلا أننا يمكن أن نفترض أنهما يحتويان على دم له التركيب نفسه تقريباً، ولذا يمكن أن ننمذجهما بتيار دخل واحد.



الشكل 12.3: مزج دم عادي بالدم النظيف الوارد من الكبد.

يستقبل الكبد $1.35\ \text{L}$ من الدم في الدقيقة. ويصب المخرج الوحيد من الكبد الصفراء في الأمعاء، والصفراء لا تحتوي على دم، ومعدل تدفقها الحجمي مهمل مقارنة بمعدل تدفق الدم عبر الأوردة الكبدية. لذا يمكننا افتراض أن الدم يغادر الكبد عبر الأوردة الكبدية فقط بمعدل كلي يساوي $1.35\ \text{L/min}$. ويُعيد الوريد الأجوف الأدنى إلى القلب $3.33\ \text{L/min}$ من الدم، أي نحو ثلثي ما يضخه القلب.

افترض أن على مريض إخراج سموم من جسمه لها التراكيز الآتية: $0.5\ mg/L$ أمونيا NH_3، و $0.6\ mg/L$ سيانيد CN، و $0.25\ mg/L$ رصاص Pb. ثمة علاقة معروفة بين النسب الكتلية للسموم الثلاثة في التيارين 1 و 3 هي:

$$3\,w_{1,NH_3} = 5\,w_{1,CN} \qquad w_{3,NH_3} = 6.34\,w_{1,NH_3} \qquad w_{3,CN} = 2.46\,w_{3,Pb}$$

احسب النسب الكتلية للسموم الثلاثة في كل تيار. ما هو مقدار النسبة المئوية من الأمونيا والسيانيد والرصاص التي يطرحها كبد المريض؟

الحل: صحيحٌ أن الكبد ينظف الدم من السموم (أي إن الدم يتفاعل)، إلا أن الدم الذي يغادر الكبد عبر الأوردة الكبدية ويدخل المنظومة المبينة في الشكل 12.3 ليس متفاعلاً، شأنه شأن الدم الآتي من بقية الجسم. لذا ينعدم حدَّا التوليد والاستهلاك، وتكون معادلة الانحفاظ هي الملائمة لاستعمالها. ونظراً إلى أن المقادير المعلومة هي معدلات تدفق الدم، فإننا سنستعمل الصيغة التفاضلية لمعادلة الانحفاظ. ونظراً إلى أن الدم يتدفق باستمرار، تكون المنظومة في حالة مستقرة. وتوجد في هذه المنظومة المفتوحة اللاتفاعلية المستقرة تيارات متعددة يتألف كل منها من مكونات متعددة. لذا سنستعمل معادلة انحفاظ الكتلة الكلية الخاصة بالنظم متعددة التيارات، أي المعادلة 5.3−1:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 0$$

ونستعمل المعادلة 2.3−4 للربط بين معدلي التدفق الحجميين المعروفين في التيارين 1 و 3 ومعدلي تدفق الكتلة الموافقين لهما. ونفترض أن الفرق بين كثافتي الدم حين وجود السموم وانعدامها مهمل، ولذا تكون كثافة الدم $1.056\,g/mL$ في التيارات الثلاثة:

$$\dot{m}_1 = \dot{V}_1 \rho = \left(1.35\frac{L}{min}\right)\left(1.056\frac{g}{mL}\right)\left(1000\frac{mL}{L}\right) = 1430\frac{g}{min}$$

ويُحسب معدل تدفق الكتلة في التيار 3 بطريقة مشابهة، فينتُج $\dot{m}_3 = 3520\,g/min$. ومما تقدم نحسب معدل التدفق الكتلي في التيار 2:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 - \dot{m}_1 = 3520\frac{g}{min} - 1430\frac{g}{min} = 2090\frac{g}{min}$$

ولإيجاد النسب الكتلية للسموم الثلاثة في التيارين 1 و3، تُعاد كتابة المعادلة 6.3−10 لكل منها:

$$NH_3:\quad w_{1,NH_3}\dot{m}_1 + w_{2,NH_3}\dot{m}_2 - w_{3,NH_3}\dot{m}_3 = 0$$

$$CN:\quad w_{1,CN}\dot{m}_1 + w_{2,CN}\dot{m}_2 - w_{3,CN}\dot{m}_3 = 0$$

$$Pb:\quad w_{1,Pb}\dot{m}_1 + w_{2,Pb}\dot{m}_2 - w_{3,Pb}\dot{m}_3 = 0$$

ونظراً إلى أن الدم في التيار 2 لا يُنظَّف في الكبد، فإن تراكيز السموم فيه هي المعطاة في نص المسألة:

$C_{2,NH_3} = 0.5\ \mathrm{mg/L}$ ، و $C_{2,CN} = 0.6\ \mathrm{mg/L}$ ، و $C_{2,Pb} = 0.25\ \mathrm{mg/L}$. ويمكن حساب النسب الكتلية للسموم في التيار 2 باستعمال التراكيز وكثافات الدم الموافقة لها. تُحسب نسبة الأمونيا الكتلية في التيار 2 كالآتي:

$$w_{2,NH_3} = \frac{C_{2,NH_3}}{\rho_{blood}} = \left(\frac{0.5\,\dfrac{\mathrm{mg\ NH_3}}{\mathrm{L}}}{1.056\,\dfrac{\mathrm{g\ blood}}{\mathrm{mL}}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{L}}{1000\ \mathrm{mL}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{g}}{1000\ \mathrm{mg}}\right) = 4.73\times10^{-7}$$

وتُحسب النسبة الكتلية للسيانيد والرصاص في التيار 2 بطريقة مشابهة:

$$w_{2,CN} = 5.68\times10^{-7} \quad \text{و} \quad w_{2,Pb} = 2.37\times10^{-7}$$

بتعويض القيم المعلومة لمعدلات التدفق الكتلي والنسب الكتلية في التيار 2 ينتُج:

$$NH_3:\quad w_{1,NH_3}\left(1430\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) + \left(4.73\times10^{-7}\right)\left(2090\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) - w_{3,NH_3}\left(3520\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) = 0$$

$$CN:\quad w_{1,CN}\left(1430\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) + \left(5.68\times10^{-7}\right)\left(2090\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) - w_{3,CN}\left(3520\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) = 0$$

$$Pb:\quad w_{1,Pb}\left(1430\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) + \left(2.37\times10^{-7}\right)\left(2090\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) - w_{3,Pb}\left(3520\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) = 0$$

لدينا الآن ثلاث معادلات للمنظومة تتضمن ستة مجاهيل هي:

$$w_{1,\mathrm{NH_3}},\ w_{1,\mathrm{CN}},\ w_{1,\mathrm{Pb}},\ w_{3,\mathrm{NH_3}},\ w_{3,\mathrm{CN}},\ w_{3,\mathrm{Pb}}$$

تذكَّر أن ثمة ثلاث علاقات إضافية بين هذه المجاهيل معطاة في نص المسألة. وهذا يعطينا ما مجموعه ست معادلات للمتغيرات الستة المجهولة. وهذه منظومة معادلات يمكن كتابتها بالطريقة المصفوفاتية وحلها بواسطة ماتلاب:

$$w_{3,\mathrm{CN}} - 2.46 w_{3,\mathrm{Pb}} = 0 \text{ ، } w_{3,\mathrm{NH3}} - 6.34 w_{1,\mathrm{NH_3}} = 0 \text{ ، } 3w_{1,\mathrm{NH_3}} - 5w_{1,\mathrm{CN}} = 0$$

$$\mathrm{NH_3}:\quad w_{1,\mathrm{NH_3}}\left(1430\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) - w_{3,\mathrm{NH_3}}\left(3520\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) = -9.89\times 10^{-4}\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}$$

$$\mathrm{CN}:\quad w_{1,\mathrm{CN}}\left(1430\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) - w_{3,\mathrm{CN}}\left(3520\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) = -1.19\times 10^{-3}\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}$$

$$\mathrm{Pb}:\quad w_{1,\mathrm{Pb}}\left(1430\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) - w_{3,\mathrm{Pb}}\left(3520\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right) = -4.95\times 10^{-4}\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}$$

بكتابة هذه المعادلات السلمية المستقلة خطياً بصيغة مصفوفاتية من الشكل $A\vec{x} = \vec{y}$ نحصل على:

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6.34 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2.46 \\ 1430 & 0 & 0 & -3520 & 0 & 0 \\ 0 & 1430 & 0 & 0 & -3520 & 0 \\ 0 & 0 & 1430 & 0 & 0 & -3520 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,\mathrm{NH_3}} \\ w_{1,\mathrm{CN}} \\ w_{1,\mathrm{Pb}} \\ w_{3,\mathrm{NH_3}} \\ w_{3,\mathrm{CN}} \\ w_{3,\mathrm{Pb}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -9.89\times10^{-4} \\ -1.19\times10^{-4} \\ -4.95\times10^{-4} \end{bmatrix}$$

بوضع هذه المعادلة المصفوفاتية في ماتلاب، نحصل على النسبة الكتلية لكل مكوِّن من مكوِّنات التيارين 1 و3 السامة:

$$x = \begin{bmatrix} w_{1,\mathrm{NH_3}} \\ w_{1,\mathrm{CN}} \\ w_{1,\mathrm{Pb}} \\ w_{3,\mathrm{NH_3}} \\ w_{3,\mathrm{CN}} \\ w_{3,\mathrm{Pb}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.735e & -008 \\ 2.841e & -008 \\ 3.6747e & -009 \\ 3.002e & -007 \\ 3.4961e & -007 \\ 1.4212e & -007 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 4.74\times10^{-8} \\ 2.84\times10^{-8} \\ 3.67\times10^{-9} \\ 3.00\times10^{-7} \\ 3.50\times10^{-7} \\ 1.42\times10^{-7} \end{bmatrix}$$

إحدى طرائق حساب نسب السموم الموجودة في الدم بعد تنقيته هي أن تقسم النسبة الكتلية للمادة السامة الموجودة في الدم النقي (التيار 1) على النسبة الكتلية للمادة السامة نفسها في الدم غير النقي (التيار 2)، ثم تُطرح هذه النتيجة من 1.0 لإيجاد نسبة إزالة تلك المادة، أي معدَّل التنظيف، بواسطة كبد المريض. في ما يخص الأمونيا، يساوي معدَّل التنظيف :

$$\text{NH}_3 \text{ clearance} = 1 - \frac{w_{1,\text{NH}_3}}{w_{2,\text{NH}_3}} = 1 - \frac{4.74 \times 10^{-8}}{4.73 \times 10^{-7}} = 0.90$$

وبالطريقة نفسها يُحسب معدَّل تنظيف السيانيد والرصاص: 0.95 للأول، و0.985 للثاني. إذاً، عندما يمر الدم عبر الكبد، يتخلص من 90 في المئة من الأمونيا، و95 في المئة من السيانيد، و98.5 في المئة من الرصاص.

7.3 نظم متعددة الوحدات

مثَّلنا جميع النظم التي ناقشناها حتى الآن بوحدة واحدة تعمل وكأنها صندوق أسود يتواصل مع المحيط عبر المداخل والمخارج. بكلمات أخرى، جرى تعريف منظومة واحدة ومحيط واحد لكل مسألة. إلا أن كثيراً من النظم الهندسية يتألف من وحدات معقدة متعددة تعمل بتسلسل معين، جاعلة من الصعب أحياناً تحليل طريقة عمل المشهد الكبير.

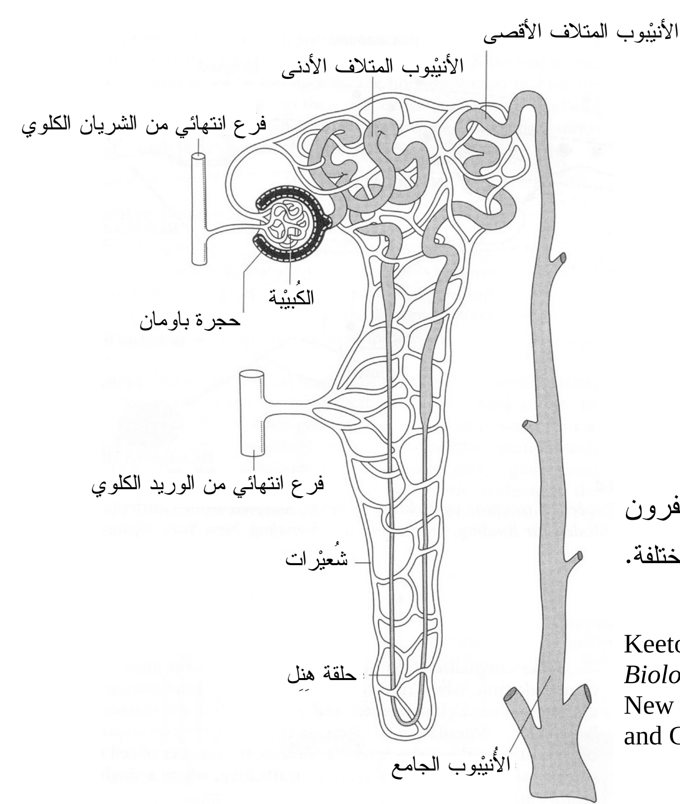
وفي السيرورات متعددة الخطوات، ومنها صنع المستحضرات الصيدلانية باستعمال الهندسة الكيميائية الحيوية، يمكن لإجراء الحل بسلسلة واحدة من معادلات موازنة المواد أن يكون شديد التعقيد. أما عزل الوحدات إفرادياً فيمكِّن من تبسيط المسألة بحيث يمكن استعمال الأدوات الرياضية والهندسية التي جرت مناقشتها سابقاً. وفي ما يخص النظم ذات السيرورات متعددة الوحدات، يمكِّن عزل الوحدات وكتابة معادلات موازنة لعدة نظم جزئية من السيرورة من الحصول على عدد كافٍ من المعادلات لتحديد جميع المتغيرات المجهولة. وفي تلك النظم متعددة الوحدات، يمكن فهم طريقة تأثير تفاصيل المستوى المجهري (الخاصة بالوحدات) في الوحدات الأخرى من تحليل المنظومة في المستوى الكبير بمزيد من العمق والدقة.

إن تعريف منظومة مكوَّنة من وحدة واحدة ضمن منظومة أكبر بغرض التحليل المجهري أمر اعتباطي إلى حد ما. إذ يعتمد ما تتضمنه حدود المنظومة على المتغيرات والخواص التي سيجري تقويمها. إلا أنه **يجب رسم حدود المنظومة بحيث تمر عبر المداخل والمخارج التي تعزل الوحدة موضوع الاهتمام وتحتوي على المتغيرات المجهولة**. وفي حالة المنظومة المكوَّنة من وحدتين، I وII، يمكن رسم حدود المنظومة حول الوحدة I أو حول الوحدة II، أو حول كليهما معاً. وفي

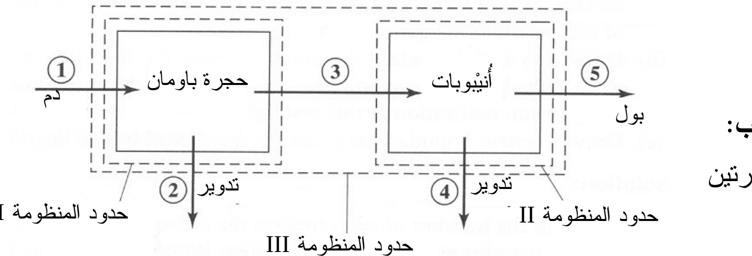
حالة منظومة ذات ثلاث وحدات أو أكثر، يمكن رسم كثير من الحدود الأخرى للمنظومة. ويمكن دائماً كتابة معادلة موازنة شاملة عندما تضم حدود المنظومة جميع الوحدات.

تأمّل في الكِلْية التي تُعتبر مثالاً لمنظومة متعددة الوحدات. تفصل الكلية الفضلات من الدم وتحافظ على الماء. وهي غالباً ما تُتمذَج بحجرتين أو أكثر. والنفرون (nephron)، وهو الوحدة الوظيفية في الكلية، يمكن أن يقسَّم إلى كثير من الوحدات والنظم الصغيرة لأنه يتألف من مناطق منفصلة تؤدي وظائف مختلفة معينة (الشكل 13.3–أ). على سبيل المثال، يمكن تقسيم النفرون إلى حجرة باومان (Bowman)، التي تفصل رُشاحة خالية من الخلايا من الدم، والأنيْبوبات (tubules)، التي تستخلص البول من الرُشاحة (الشكل 13.3–ب).

يمكن رسم ثلاثة حدود للمنظومة (I وII وIII) في نموذج الكلية. تمر حدود المنظومة I عبر التيارات 1 و2 و3. وتمر الحدود II عبر التيارات 3 و4 و5. وتمر الحدود III عبر التيارات 1 و2 و4 و5. بتوفر معلومات عن التيارين



الشكل 13.3–أ: يتألف النفرون من كثير من الأقسام المختلفة.
المصدر:
Keeton WT and Gould JL, *Biological Science*, 4th ed. New York: W.W. Norton and Company, Inc., 1986.



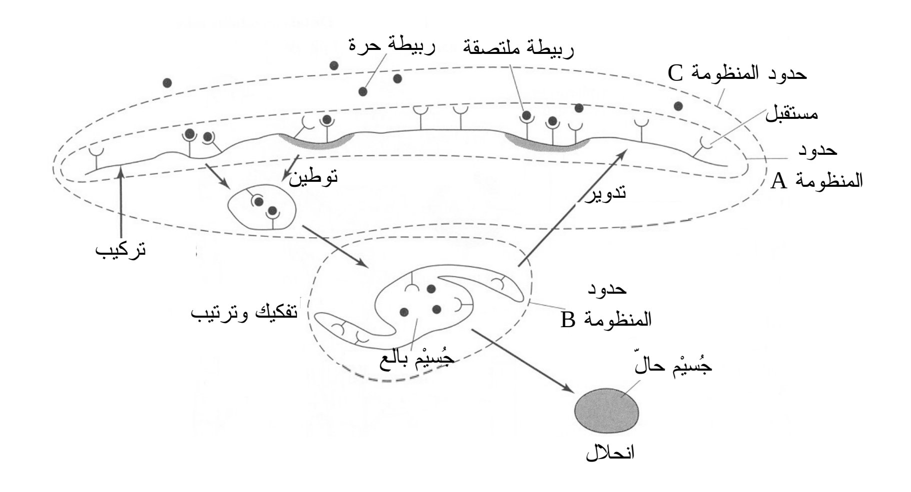
الشكل 13.3–ب: نموذج من حجرتين للكلية البشرية.

4 و5، يمكنك إيجاد معلومات عن التيار 3 باستعمال حدود المنظومة II. وبتوفر معلومات عن التيار 2 وعن نسبة مقدار المادة في التيارين 1 و5، يمكنك استعمال حدود المنظومة III لتحليل التيار 4. وإذا رغبت في تحليل كيفية تأثير تدفق الدخل إلى حجرة باومان في تدفق الخرج من الأنيْبوبات، تحتاج أولاً إلى تحليل المنظومة المحتواة ضمن الحدود I من أجل إيجاد معلومات عن التيار 3. يُظهر المثال 14.3 حسابات تفصيلية لنموذج كلية ذي وحدتين.

ولإجراء مزيد من التحليل المجهري، يمكن تقسيم الأُنيْبوبات إلى الأنيْبوب المتلاف الأدنى (proximal convoluted Tubule)، وحلقة هِنل (Henle loop)، والأنيْبوب المتلاف الأقصى (distal convoluted Tubule)، والمجرى الجامع. ويمكن النظر إلى هذه المكوِّنات بوصفها وحدات منفصلة، أو يمكن تجميعها في مجموعات بطرائق مختلفة حين رسم حدود المنظومة من أجل تحليل الأجزاء المختلفة من الكلية. ثمة تحليل للكليتين أكثر تفصيلاً في دراسة الحالة 7– ت.

المثال 12.3 أنشطة مستقبلات الخلايا

مسألة: تلتصق مستقبلات (receptor) الخلايا السطحية التي تغطي غشاء الخلية بربيطة (ligand) في الحاضنة الخارجية للخلية للتمكين من الاتصال بين خارج الخلية وداخلها. وفي ظروف العمل الطبيعية، تحصل أنشطة مثل تركيب المستقبلات وتفكيكها وتوطينها وتدويرها بالتزامن مع التصاق المستقبل والربيطة على سطح الخلية، ويمكن أن تغيِّر تلك الأنشطة من عدد المستقبلات الموجودة والربائط المتبقية في الحاضنة الخارجية للخلية.



الشكل 14.3: نموذج مبسط لحركة المستقبلات. المصدر:

Lauffenburger DA and Linderman JJ, *Receptors: Models of Binding, Trafficking and Signalling*. New York: Oxford University Press, 1993.

عند توطين المستقبلات بنقلها من غشاء الخلية إلى داخلها، تذهب إلى جُسيْم بالع (endosome) حيث تنفصل المستقبلات عن الربائط وتُفرز المستقبلات. ويمكن للجُسيْم البالع تدوير المستقبلات وإعادتها إلى السطح أو توجيهها إلى الجسيم الحالّ لتفكيكها. ولزيادة مقدرة الخلية على الاستجابة إلى ربيطة معينة، يمكن لها أيضاً أن تُركِّب مستقبلات لزيادة عدد مستقبلات الخلية السطحية. يبيِّن الشكل 14.3 نموذجاً مبسطاً لحركة المستقبلات حيث يوجِّه جسيم بالع واحد جميع المستقبلات في الخلية.

(أ) باستعمال الشكل 14.3، ارسم حدوداً لمنظومة مصممة لعد المستقبلات على سطح الخلية. ما هي عمليات الحركة التي تحتاج إلى معلومات عنها لإيجاد معدل توطين المستقبلات في هذه المنظومة؟

(ب) ارسم حدوداً لمنظومة مصممة لعد المستقبلات في حجرة البالع. ما هي عمليات الحركة التي تحتاج إلى معلومات عنها لإيجاد معدل توطين المستقبلات في هذه المنظومة؟

(ت) ارسم حدوداً لمنظومة مصممة لعد الربائط الملتصقة.

الحل:

(أ) لعد المستقبلات على سطح الخلية، ارسم حدود منظومة حول غشاء الخلية (الشكل 14.3، حدود المنظومة A). تمر هذه الحدود عبر الأسهم التي تمثِّل توطين المستقبلات وتركيبها وتدويرها. ولإيجاد معدل توطين المستقبلات باستعمال موازنة حركة المستقبلات من وإلى

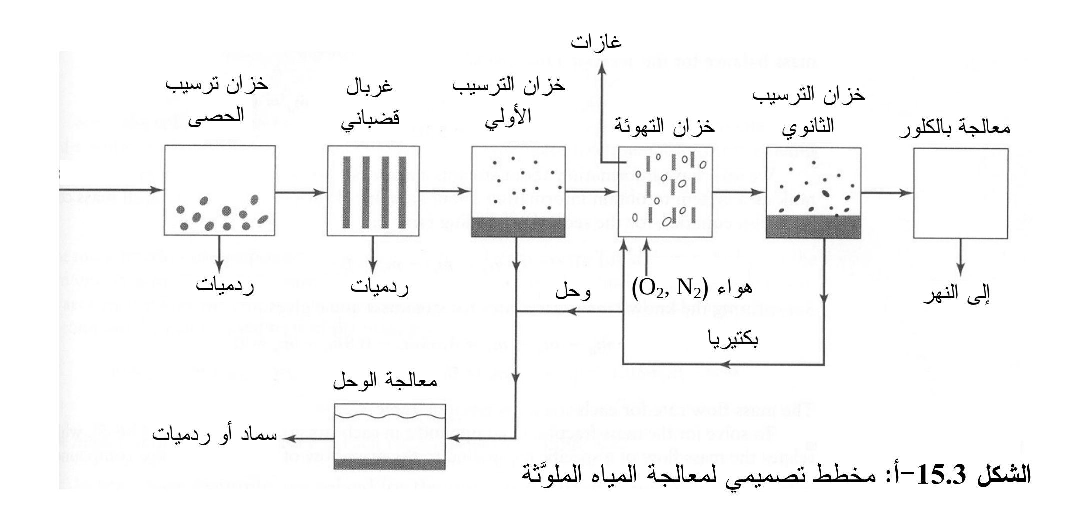
الجملة، نحتاج إلى معلومات عن معدل تركيب المستقبلات وتدويرها.

(ب) لعد المستقبلات في حجرة البالع، ارسم حدود المنظومة حول الجُسيْم البالع (الشكل 14.3، حدود المنظومة B). تمر الحدود عبر الأسهم التي تمثل توطين المستقبلات وتدويرها وانحلالها. ونحتاج لإيجاد معدل توطين المستقبلات باستعمال موازنة حركة المستقبلات من وإلى هذه المنظومة إلى معلومات عن معدلات تدوير المستقبلات وانحلالها.

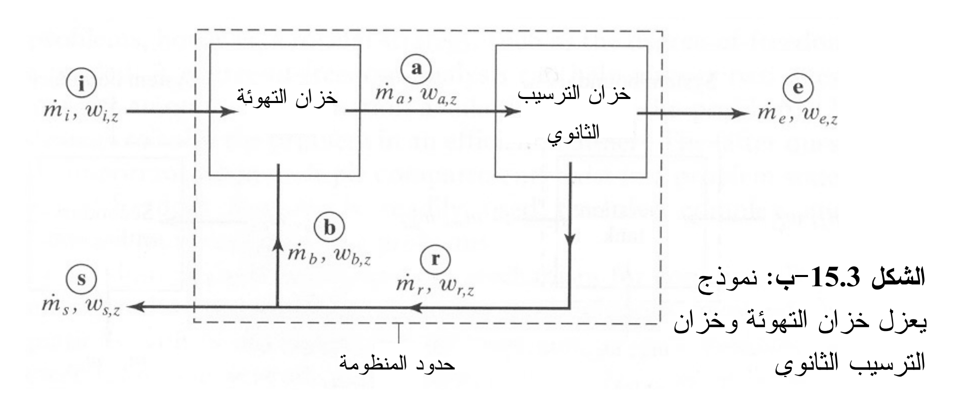
(ت) ترتبط الربائط بالمستقبلات على سطح الخلية بعد أن يجري توطينها. غير أنه حين تصل المعقَّدات (complexes) المكوَّنة من الربائط والمستقبلات إلى الجُسيْم البالع، تفك ارتباطها. ولعد الربائط المرتبطة، يجب أن تضم الحدود الربائط المجاورة لغشاء الخلية بحيث تُعدُّ الربائط الموجودة في الحاضنة الخارجية للخلية، التي تلتصق وتنفك عن المستقبلات. ويجب أن تضم الحدود أيضاً الحويصلات الخلوية الداخلية المبتلعة قبل أن تصل إلى الجُسيْم البالع (الشكل 14.3، حدود المنظومة **C**).

المثال 13.3 معالجة المياه الملوَّثة

مسألة: يجب تنقية المياه الملوثة الناتجة من الصرف الصحي والمرافق الصناعية وغيرها في محطات معالجة المياه قبل إعادة استعمالها مرة أخرى. ويمكن استعمال الماء المستخلص من مرافق المعالجة للشرب والري والترفيه (السباحة مثلاً). تُعالج المياه الملوثة في عملية التنقية بسيرورات فيزيائية وحيوية مثل تلك المبينة في الشكل 15.3–أ نموذجاً مبسطاً لسيرورة معالجة مياه ملوثة.



الشكل 15.3-أ: مخطط تصميمي لمعالجة المياه الملوَّثة



الشكل 15.3-ب: نموذج يعزل خزان التهوئة وخزان الترسيب الثانوي

في خزان التهوئة، تفكِّك البكتيريا الفضلات غير المرغوب فيها. وفي خزان الترسيب الثانوي، تترسب البكتيريا والمواد الصلبة الأخرى في قعر الخزان لتدويرها وإعادتها إلى خزان التهوئة وإلى وحل الفضلات. ويُجرى مزيد من المعالجة لتيار السائل المعالَج. ويتضمن المقطع المعزول من النموذج تدوير البكتيريا العائدة من خزان الترسيب الثانوي إلى خزان التهوئة (الشكل 15.3-ب). وتضم المنظومة الأخيرة وحدتي معالجة هما الموزِّع ووحدة التدوير. ويفصل الموزع البكتيريا المدورة (التيار r) من دون تغيير تركيبها، جاعلاً إياها في تيارين: تيار يدخل خزان التهوئة (التيار b)، وتيار يتحرك إلى وحدة معالجة الوحل (التيار s).

ويحتوي كل تيار على مركَّب افتراضي z لاتفاعلي. بافتراض أن $\dot{m}_s/\dot{m}_i = 0.1$، و $\dot{m}_b/\dot{m}_i = 0.05$ و $w_{e,z}/w_{i,z} = 0.95$، احسب معدل تدفق الكتلة الكلية في كل تيار، $\dot{m}_a, \dot{m}_e, \dot{m}_r, \dot{m}_b, \dot{m}_s$ بدلالة معدل تدفق الكتلة الكلية $\dot{m}_i$ لتيار الدخل. واحسب أيضاً النسبة

الكتلية للمركَّب الخامل z في كل تيار بدلالة النسبة الكتلية لـــ z في تيار الدخل $w_{i,z}$. افترض أن المنظومة تعمل في حالة مستقرة.

الحل: معدل الكتلة $\dot{m}_i$ هو الأساس. وعلى غرار جميع النظم، الكتلة الكلية منحفظة. لذا تُطبق معادلة الانحفاظ في الحالة المستقرة 5.3–1 على المقطع المعزول المبين في الشكل 15.3– ب.

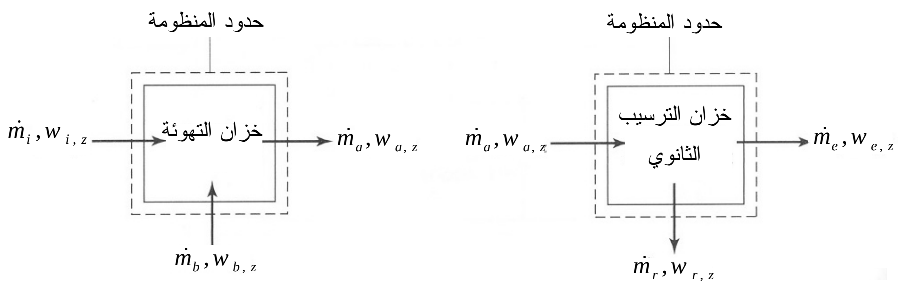
$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \dot{m}_i - \dot{m}_e - \dot{m}_s = 0$$

ومن المعلومات المعطاة، نعلم أن $\dot{m}_s = 0.1\,\dot{m}_i$. بتعويض هذه القيمة في معادلة الكتلة الكلية للمنظومة ينتُج:

$$\dot{m}_i - \dot{m}_e - \dot{m}_s = \dot{m}_i - \dot{m}_e - 0.1\dot{m}_i = 0$$
$$\dot{m}_e = 0.9\,\dot{m}_i$$

ولإيجاد معدلات تدفق الكتلة للتيارات الأخرى، نحتاج إلى معرفة كيفية ارتباط التيارات العاملة بين وحدتي السيرورتين. لذا نعزل كل وحدة لتكون منظومة. ونظراً إلى امتلاكنا معلومات عن التيارين i وb، نعزل أولاً خزان التهوئة ليكون منظومة نحلها للحصول على معلومات عن التيار a (الشكل 15.3–ت). معادلة انحفاظ الكتلة في الحالة المستقرة لخزان التهوئة هي:

$$\dot{m}_i + \dot{m}_b - \dot{m}_a = 0$$



الشكل 15.3–ت: منظومة معزولة لخزان **الشكل 15.3–ث: منظومة معزولة لخزان الترسيب**

من المعلومات المعطاة لدينا $\dot{m}_b = 0.05\,\dot{m}_i$. بتعويض هذه القيمة في معادلة موازنة الكتلة الكلية لخزان التهوئة ينتُج:

$$\dot{m}_i + \dot{m}_b - \dot{m}_a = \dot{m}_i + 0.05\dot{m}_i - \dot{m}_a = 0$$
$$\dot{m}_a = 1.05\,\dot{m}_i$$

لدينا الآن معلومات عن التيارين a وe، لذا يمكننا عزل خزان الترسيب الثانوي بوصفه منظومة للحصول على معلومات عن التيار r (الشكل 15.3–ث). معادلة انحفاظ الكتلة الكلية لخزان الترسيب الثانوي هي:

$$\dot{m}_a - \dot{m}_e - \dot{m}_r = 0$$

بتعويض معدلات تدفق الكتلة المعلومة للتيارين a وe ينتُج:

$$\dot{m}_a - \dot{m}_e - \dot{m}_r = 1.05\,\dot{m}_i - 0.9\,\dot{m}_i - \dot{m}_r = 0$$
$$\dot{m}_r = 0.15\,\dot{m}_i$$

يتضمن الجدول 2.3 معدلات تدفق الكتلة للتيارات المختلفة.

لحساب النسبة الكتلية للمركَّب z في كل تيار، نستعمل المعادلة 6.3–5 التي تربط تدفق الكتلة لمركَّب معين بتدفق كتلة التيار. ونظراً إلى أن المركَّب z غير تفاعلي، فإنه لا يتولد ولا يُستهلك. ونظراً إلى كون المنظومة في حالة مستقرة، يمكن كتابة معادلات انحفاظ للمركَّب z لكل وحدة وللمنظومة الكلية:

المنظومة الكلية $\quad \dot{m}_i w_{i,z} - \dot{m}_e w_{e,z} - \dot{m}_s w_{s,z} = 0$

خزان التهوئة $\quad \dot{m}_i w_{i,z} + \dot{m}_b w_{b,z} - \dot{m}_a w_{a,z} = 0$

خزان الترسيب الثانوي $\quad \dot{m}_a w_{a,z} - \dot{m}_e w_{e,z} - \dot{m}_r w_{r,z} = 0$

ومن المعلومات المعطاة، لدينا $w_{e,z} = 0.95 w_{i,z}$. بتعويض هذه القيمة وقيمتي $\dot{m}_e$ و $\dot{m}_s$ في معادلة المركَّب z في حالة المنظومة الشاملة ينتُج:

$$\dot{m}_i w_{i,z} - 0.9\dot{m}_i\left(0.95 w_{i,z}\right) - 0.1\dot{m}_i w_{s,z} = 0$$
$$w_{s,z} = 1.45 w_{i,z}$$

ونظراً إلى أن الموزع عند تقاطع التيارات r وb وs يجزِّئ التيار r إلى التيارين b وs من دون تغيير تركيب التيار r، يجب أن تكون النسب الكتلية للتيارات الثلاثة متساوية:

$$w_{r,z} = w_{b,z} = w_{s,z} = 1.45 w_{i,z}$$

والنسبة الكتلية للمركَّب z معروفة لجميع التيارات ما عدا التيار a. لذا يمكن استعمال معادلة انحفاظ كتلة أيٍّ من المنظومتين لحساب $w_{a,z}$. باستعمال خزان التهوئة بوصفه منظومة معزولة، وبتعويض المتغيرات المعلومة، يمكن استعمال ميزانية كتلة المركَّب z لحساب النسبة الكتلية:

$$\dot{m}_i w_{i,z} + \dot{m}_b w_{b,z} - \dot{m}_a w_{a,z} = \dot{m}_i w_{i,z} + 0.05\dot{m}_i (1.45 w_{i,z}) - 1.05\dot{m}_i w_{a,z} = 0$$

$$w_{a,z} = 1.02 w_{i,z}$$

يتضمن الجدول 2.3 النسبة الكتلية للمركَّب z في كل تيار. ■

الجدول 2.3: معدلات تدفق الكتلة والنسب الكتلية في مرفق معالجة المياه الملوَّثة.

التيار	معدل تدفق الكتلة	النسبة الكتلية للمركَّب z
a	$1.05\,\dot{m}_i$	$1.02\,w_{i,z}$
b	$0.05\,\dot{m}_i$	$1.45\,w_{i,z}$
e	$0.9\,\dot{m}_i$	$0.95\,w_{i,z}$
i	$\dot{m}_i$	$w_{i,z}$
r	$0.15\,\dot{m}_i$	$1.45\,w_{i,z}$
s	$0.1\,\dot{m}_i$	$1.45\,w_{i,z}$

في المثال السابق، حسَبنا المتغيرات المجهولة من دون صعوبة تُذكر. لكن في مسائل أخرى، قد تكون ثمة حاجة إلى طريقة منهجية للحساب مثل **تحليل درجة الحرية** (degree of freedom analysis). يُساعد تحليل درجة الحرية على الإجابة عن سؤالين: (1) هل المعلومات الصحيحة المتاحة كافية لحل المسألة؟ (2) ما هي الطريقة الجيدة لحل المسألة بكفاءة؟ إن السؤال الثاني مهم على وجه الخصوص حين وجود عدة حجرات في نص المسألة. وقد استُعمل تحليل درجة الحرية فعلاً لحل مسائل موازنة الطاقة والكتلة المعقدة في نظم متعددة الحجرات.

يُعتبر تحليل درجة الحرية آلية منهجية لحساب المجاهيل وحل معادلات الموازنة والانحفاظ والعلاقات ذات الصلة. لحل مجموعة من المعادلات فيها N مجهولاً، يجب أن تتضمن المجموعة N معادلة مستقلة. وإذا كان عدد المعادلات المستقلة المتوفرة أصغر من N، فلن يكون ثمة حل لها، وتكون المجموعة ضعيفة التحديد (underspecified). وإذا كان ثمة أكثر من N معادلة، أمكن حينئذ استعمال أي N معادلة منها لإيجاد الحل. إن هذه الحالة، التي توصف بأنها غنية التحديد (overspecified)، تنطوي دائماً على إمكان وجود خطأ أو تناقض، لأن الحل الناتج سيعتمد على الـ N معادلة المختارة. لذا، فإن مجموعة الحل الموثوق الوحيدة هي تلك التي تحتوي على عدد من المعادلات يساوي عدد المجاهيل (أي N مجهولا وN معادلة مستقلة) قبل البدء بالحل، وتوصف المنظومة حينئذ بأنها صحيحة التحديد (correctly specified). إن تحليل درجة الحرية هو مؤشر إلى توازن المعادلات والمعلومات المعروفة مع المتغيرات المجهولة.

ويمكن استعمال تحليل درجة الحرية أيضاً لوضع خطة لحل المسألة بكفاءة، إذ يمكن ضمن

المنظومة متعددة الوحدات تطبيق تحليل درجة الحرية على كل وحدة منفردة، أو على مجموعة وحدات، أو على المنظومة بأسرها. وغالباً تكون وحدة أو وحدتان صحيحتي التحديد، في حين أن الأخريات تكون ضعيفة التحديد. والطريقة الملائمة للحساب هي القيام أولاً بالحل للحصول على معلومات من الوحدات الصحيحة التعريف، ثم إعادة تحليل درجة الحرية لتحديد الوحدات التي أصبحت قابلة للحل بعد توفر المعلومات المحسوبة. ونظراً إلى أن تعليم تحليل درجة الحرية يقع خارج مهمة هذا الكتاب، ستُقدَّم طريقة الحل لكل منظومة متعددة الوحدات مع نص المسألة. ويمكن الحصول على مزيد من المعلومات عن تحليل درجة الحرية من كتب الهندسة الكيميائية (مثلاً: Reklaitis, *Introduction to Material and Energy Balances*, 1983; Felder and Rousseau, *Elementary Principles of Chemical Processes*, 2000).

المثال 14.3 نموذج الكلية ذو الحجرتين

مسألة: النفرون هو الوحدة الوظيفية في الكلية (الشكل 13.3–أ). يتألف كل نفرون من بصلة تامة الانطواء تسمى حجرة باومان وأُنَيْبوبات طويلة متلافة (تتألف من الأُنَيْبوب المتلاف الأدنى، وحلقة هِنل، والأُنَيْبوب المتلاف الأقصى). وتتحرك الفضلات والأملاح والماء عبر جدران النفرون إلى منطقة ما بين الأنسجة حيث تصب المواد في الفرع الانتهائي من الوريد الكلوي.

في الشخص المعافى، يتدفق مقدار وسطي من الدم يساوي $1200\,\mathrm{mL/min}$ إلى الكلية لتنقيته. وفي حجرة باومان، يُرَشَّح $125\,\mathrm{mL/min}$، بناءً على مقاس الجزيئات، ويُجمع الناتج في رُشاحة، في حين أن البقية تصب في الوريد الكلوي مغادرة الكليتين. ولا يمر ضمن الرُشاحة إلا الجزيئات الصغيرة ($\leq 69\,\mathrm{g/mol}$)، ومنها الأملاح والبولة والكرياتينين. ويمر ضمن الرشاحة قلة من البروتينات أيضاً، من دون أي خلايا. وبعد إعادة امتصاص الماء في الأُنيْبوبين، يخرج $0.69\,\mathrm{mL/min}$ من البول إلى المثانة، وتنقل بقية الرُشاحة إلى منطقة ما بين الأنسجة لتصب في الوريد الكلوي.

يمكن نمذجة عملية الترشيح الكلوية بوحدتين هما حجرة باومان والأُنيْبوبين. ويمكن نمذجة الدم الذي يدخل الكلية على أنه يحتوي على كريات حمراء وبروتينات وبولة وكرياتينين وحمض البول وماء (ثمة مكوِّنات أخرى لم تُذكر في هذه المسألة). وتُمثِّل كريات الدم الحمراء 45 في المئة من حجم الدم. وتُعرَّف البلازما أنها الدم الخالي من كريات الدم الحمراء (أي الماء والمكوِّنات الأخرى). ويُفترَض أن تركيب الجزيئات الصغيرة هو تركيب جزيئات البلازما والرُشاحة نفسه. ويحتوي البول على البولة والكرياتينين وحمض البول والماء فقط. وقد جرى تحديد نسب مكونات البول مقارنة بمكونات الرُشاحة الداخلة إلى الأُنيْبوبين وفق ما يأتي:

$$\frac{C_{urine,ur}}{C_{filt,ur}}=70 \qquad \frac{C_{urine,cr}}{C_{filt,cr}}=140 \qquad \frac{C_{urine,ua}}{C_{filt,ua}}=14$$

حيث إن urine تعني بولاً، وfilt تعني رُشاحة، وur تعني بولة، وcr تعني كرياتينين، وua تعني حمض البول. ويمكن قياس تراكيز مكونات البول بسهولة:

$$C_{urine,ur}=18.2\frac{mg}{mL} \qquad C_{urine,cr}=1.96\frac{mg}{mL} \qquad C_{urine,ua}=0.42\frac{mg}{mL}$$

قارن تراكيز ومعدلات تدفق كتل البولة والكرياتينين وحمض البول والماء في البول بتلك التي تخرج من الأُنَيْبوبات لتصب في الوريد الكلوي. وقارن أيضاً هذه التراكيز ومعدلات تدفق الكتلة مع تلك التي للدم الداخل إلى حجرة باومان، وناقش مغزى هذه المقارنات.

الجدول 3.3-أ: هيكل جدول تراكيز ومعدلات تدفق كتل المكونات في النفرون.

	التركيز (mg/mL)				
	التيار 1 الدم في حجرة باومان	التيار 2 الرُشاحة في الأُنَيْبوبين	التيار 3 خروج من حجرة باومان إلى الوريد الكلوي	التيار 4 بول يغادر الأُنيْبوبين	التيار 5 يخرج من الأُنيْبوبين إلى الوريد الكلوي
بولة				18.2	
كرياتينين				1.96	
حمض البول				0.42	
بروتينات		0.0		0.0	0.0
خلايا		0.0		0.0	0.0
	معدل التدفق الكتلي (mg/min)				
	التيار 1	التيار 2	التيار 3	التيار 4	التيار 5
بولة					
كرياتينين					
حمض البول					
ماء					
بروتينات		0.0		0.0	0.0
خلايا		0.0		0.0	0.0
المجموع (mg/min)					
المجموع (mL/min)	1200	125		0.69	

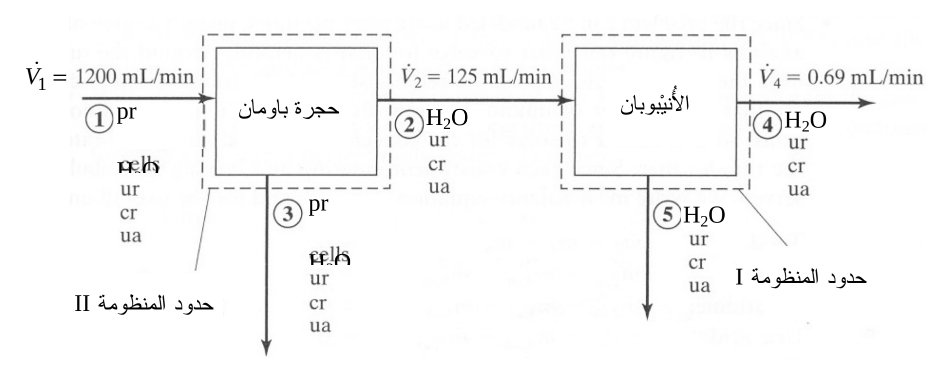
الحل:

1. تجميع

(أ) جد تراكيز ومعدلات التدفق الكتلي لجميع المكونات في جميع تيارات الدخل والخرج في الكلية. قارن هذه القيم مع بعضها وحلِّل مغزى الاختلافات.

(ب) المخطط: تُنمذج المنظومة بوحدتين هما حجرة باومان والأُنيْبوبين (الشكل 16.3). وتُرقَّم التيارات من 1 حتى 5. ومعدلات التدفق الحجمية للتيارات 1 و2 و4 معطاة في الشكل. وتُسمى المكونات في كل تيار. لاحظ أن الخلايا والبروتينات موجودة في التيارين 1 و3 فقط.

(ت) جدول: إن استعمال جدول وملأه مع تقدم الحل وإيجاد قيم المتغيرات يساعدك على تعقب تراكيز المكونات



pr: بروتين. cells: خلايا. ur : بولة. cr: كرياتينين. ua: حمض البول.

الشكل 16.3: نموذج من وحدتين لحجرة باومان والأُنيْبوبين في الكلية.

(ث)

المختلفة ومعدلات تدفقها الكتلية. والجدول 3.3− أ هو مثال لذلك.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- المكونات المعطاة في نص المسألة هي وحدها الموجودة في الدم (البول، الكرياتينين، حمض البول، الماء، البروتينات، والخلايا).
- يستثني الترشيح في حجرة باومان 100 في المئة من البروتينات والخلايا من الانضمام إلى الرُشاحة (التيار2).
- جميع الخلايا هي كريات دم حمراء.

- تراكيز الجزيئات الصغيرة في التيارات 1 و2 و3 مستقرة (أي إنه يُفترض أن حجرة باومان هي مجرد وسيلة فصل وترشيح).
- كثافة البلازما قبل الترشيح تساوي كثافتها وكثافة الرُشاحة بعد الترشيح.
- البروتينات والبول والكرياتينين وحمض البول كلها قابلة للانحلال في الماء.

(ب) بيانات إضافية:

- يساوي تركيز البروتينات في البلازما $82.18\,\text{mg/mL}$ [4].
- كثافات الدم والبلازما والكريات الحمراء تساوي $1.056\,\text{g/mL}$ و $1.0239\,\text{g/mL}$ و $1.098\,\text{mg/L}$ (القيم مأخوذة من الجدول ث−6).

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- ur: بولة.
- cr: كرياتينين.
- ua: حمض البول.
- H_2O: ماء.
- pr: بروتين.
- cell: خلايا.
- pl: بلازما.
- filt: رشاحة (التيار 2).
- urine: بول (التيار 4).
- استعمل الوحدات mg، mL، min.

(ث) الأساس: يُحسب الأساس باستعمال كثافة الدم ومعدل تدفق الدم الحجمي في الدخل الذي يساوي $1200\,\text{mL/min}$:

$$\dot{m}_1 = \dot{V}_1 \rho_{\text{blood}} = \left(1200\,\frac{\text{mL}}{\text{min}}\right)\left(1.056\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right) = 1267\,\frac{\text{g}}{\text{min}} = 1.27\times10^6\,\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى أن المعطيات هي معدلات، يمكننا استعمال معادلة الموازنة التفاضلية 3.3−6. ونظراً إلى عدم وجود تفاعلات كيميائية أو تراكم في المنظومة، يمكننا اختزال المعادلة لتصبح معادلة انحفاظ الكتلة في الحالة المستقرة 4.3−3:

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_j \dot{m}_j$$

(ب) الحساب:

- نظراً إلى أنه يمكن نمذجة المسألة بوحدات متعددة، فإن استعمال تحليل درجة الحرية لتحديد ما يمكن حله أمر مفيد. وأكثر المعلومات التي لدينا هي عن العلاقات بين تركيب وتدفق المكوِّنات حول الأُنيْبوبين. وعدد المجاهيل يساوي عدد المعادلات المتوفرة، لذا فمن السهل إجراء الحل للتراكيز ومعدلات تدفق الكتلة حول الأُنيْبوبين أولاً. ونظراً إلى أن المكوِّنات التي تدخل الأُنيْبوبين وتخرج منهما منحفظة، سنكتب معادلات انحفاظ الكتلة لكل منها، وللوحدة كلها:

الكلية: $\dot{m}_2 - \dot{m}_4 - \dot{m}_5 = 0$

البولة: $\dot{m}_{2,\text{ur}} - \dot{m}_{4,\text{ur}} - \dot{m}_{5,\text{ur}} = 0$

الكرياتينين: $\dot{m}_{2,\text{cr}} - \dot{m}_{4,\text{cr}} - \dot{m}_{5,\text{cr}} = 0$

حمض البول: $\dot{m}_{2,\text{ua}} - \dot{m}_{4,\text{ua}} - \dot{m}_{5,\text{ua}} = 0$

الماء: $\dot{m}_{2,\text{H}_2\text{O}} - \dot{m}_{4,\text{H}_2\text{O}} - \dot{m}_{5,\text{H}_2\text{O}} = 0$

أربع معادلات فقط من هذه المعادلات مستقلة خطياً.

- يمكننا إيجاد معدلات تدفق الكتلة للتيار 4 لأننا نمتلك معظم المعلومات عن مكوِّناته. معدل التدفق الكتلي الكلي في التيار 4 يساوي:

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_{4,\text{ur}} + \dot{m}_{4,\text{cr}} + \dot{m}_{4,\text{ua}} + \dot{m}_{4,\text{H}_2\text{O}}$$

يمكننا من معرفة معدل التدفق الحجمي للبلازما وكثافتها المعطيين للتيار 4 (حيث لا وجود للخلايا) استعمال المعادلة 2.3−4 لحساب معدل التدفق الكتلي لذلك التيار:

$$\dot{m}_4 = \dot{V}_4 \rho_{\text{plasma}} = \left(0.69\,\frac{\text{mL}}{\text{min}}\right)\left(1.0239\,\frac{\text{g}}{\text{mL}}\right) = 0.706\,\frac{\text{g}}{\text{min}} = 706\,\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

وباستعمال التراكيز المعطاة ومعدل التدفق الحجمي، نحسب معدل تدفق كتلة البولة في التيار 4:

$$\dot{m}_{4,\text{ur}} = C_{4,\text{ur}} \dot{V}_4 = \left(18.2\,\frac{\text{mg}}{\text{mL}}\right)\left(0.69\,\frac{\text{mL}}{\text{min}}\right) = 12.6\,\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

وبطريقة مشابهة نحسب معدلي تدفق الكتلة للكرياتينين وحمض البول في التيار 4: $1.35\,\text{mg/min}$ للكرياتينين و $0.29\,\text{mg/min}$ لحمض البول. وبتعويض جميع هذه

القيم في معادلة انحفاظ الكتلة الكلية في التيار 4 ينتُج معدل تدفق كتلة الماء في ذلك التيار:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{4,\mathrm{H_2O}} &= \dot{m}_4 - (\dot{m}_{4,\mathrm{ur}} + \dot{m}_{4,\mathrm{cr}} + \dot{m}_{4,\mathrm{ua}}) \\ &= 706\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}} - \left(12.6\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}} + 1.35\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}} + 0.29\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}}\right) \\ &= 692\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}}\end{aligned}$$

- باستعمال العلاقات المعطاة بين تراكيز المكونات في تياري الرُشاحة والبول، يمكننا حساب تركيز كتلة كل مكوِّن في التيار 2. في ما يخص البول في التيار 2، تركيز البولة يساوي:

$$C_{2,\mathrm{ur}} = \frac{C_{4,\mathrm{ur}}}{70} = \frac{18.2\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mL}}}{70} = 0.26\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mL}}$$

وبطريقة مشابهة يُحسب تركيزا الكرياتينين وحمض البول في التيار 2: $0.014\,\mathrm{mg/mL}$ للكرياتينين و $0.03\,\mathrm{mg/mL}$ لحمض البول. بعدئذ يمكننا استعمال قيم هذه التراكيز ومعدل التدفق الحجمي للرُشاحة لإيجاد معدل تدفق الكتلة الكلِّية في التيار 2، ومعدل تدفق كتلة كل مكوِّن في ذلك التيار. يمكننا فعل ذلك بالطريقة نفسها التي استعملناها للتيار 4. معدل تدفق كتلة التيار 2 الكلية يساوي $\dot{m}_2 = 1.28\times10^5\ \mathrm{mg/min}$. ومعدلات تدفق كتل المكونات فيه تساوي: $\dot{m}_{2,\mathrm{ur}} = 32.5\,\mathrm{mg/min}$ للبولة، $\dot{m}_{2,\mathrm{cr}} = 1.75\,\mathrm{mg/min}$ للكرياتينين، $\dot{m}_{2,\mathrm{ua}} = 3.75\,\mathrm{mg/min}$ لحمض البول، $\dot{m}_{2,\mathrm{H_2O}} = 1.28\times10^5\ \mathrm{mg/min}$ للماء. لاحظ أن معدل تدفق كتلة الماء في التيار 2 يساوي تقريباً معدل تدفق الكتلة الكلي، وسبب ذلك هو أن مقادير الجزيئات الصغيرة ضئيلة جداً.

- من معرفة قيم معدل تدفق الكتلة في التيارين 2 و4، يمكننا الآن حساب معدلات تدفق الكتلة الكلية في التيار 5 باستعمال معادلة انحفاظ كتلة البولة في منظومة الأُنيْبوب:

$$\dot{m}_{2,\mathrm{ur}} - \dot{m}_{4,\mathrm{ur}} - \dot{m}_{5,\mathrm{ur}} = 0$$

$$\dot{m}_{5,\mathrm{ur}} = \dot{m}_{2,\mathrm{ur}} - \dot{m}_{4,\mathrm{ur}} = 32.5\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}} - 12.6\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}} = 19.9\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{min}}$$

وبطريقة مشابهة، يكون معدل تدفق الكتلة الكلية $\dot{m}_5$ في التيار 5: $1.27\times10^5\ \text{mg/min}$، وتكون معدّلات تدفق كتل المكونات المتبقية: $\dot{m}_{5,\text{cr}} = 0.40\,\text{mg/min}$ للكرياتينين، و $\dot{m}_{5,\text{ua}} = 3.46\,\text{mg/min}$ لحمض البول، و $\dot{m}_{5,\text{H}_2\text{O}} = 1.27\times10^5\ \text{mg/min}$ للماء. ولحساب تركيز البولة في التيار 5، نحسب أولاً معدل التدفق الحجمي باستعمال المعادلة 2.3−4:

$$\dot{V}_5 = \frac{\dot{m}_5}{\rho_{\text{plasma}}} = \frac{1.27\times10^5\ \frac{\text{mg}}{\text{min}}}{1.0239\ \frac{\text{g}}{\text{mL}}} = 124.3\,\frac{\text{mL}}{\text{min}}$$

البولة:

$$C_{5,\text{ur}} = \frac{\dot{m}_{5,\text{ur}}}{\dot{V}_5} = \frac{19.9\ \frac{\text{mg}}{\text{min}}}{124.3\ \frac{\text{mL}}{\text{min}}} = 0.16\,\frac{\text{mg}}{\text{mL}}$$

ويُحسب تركيزا الكرياتينين وحمض البول بطريقة مماثلة: $C_{5,\text{cr}} = 0.0032\,\text{mg/mL}$ للكرياتينين، و $C_{5,\text{ua}} = 0.0278\,\text{mg/mL}$ لحمض البول.

- وباستعمال معلومات تدفقات الدخل والخرج في منظومة وحدة الأُنيْبوب، نحسب الآن مجاهيل وحدة حجرة باومان. وعلى غرار ما رأيناه في منظومة الأُنيْبوب، جميع المكونات منحفظة في حجرة باومان، ولذا يمكن استعمال معادلة انحفاظ الكتلة الكلية ومعادلة لكل من المكوِّنات:

الكلية: $\dot{m}_1 - \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 0$

البولة: $\dot{m}_{1,\text{ur}} - \dot{m}_{2,\text{ur}} - \dot{m}_{3,\text{ur}} = 0$

الكرياتينين: $\dot{m}_{1,\text{cr}} - \dot{m}_{2,\text{cr}} - \dot{m}_{3,\text{cr}} = 0$

حمض البول: $\dot{m}_{1,\text{ua}} - \dot{m}_{2,\text{ua}} - \dot{m}_{3,\text{ua}} = 0$

الماء: $\dot{m}_{1,\text{H}_2\text{O}} - \dot{m}_{2,\text{H}_2\text{O}} - \dot{m}_{3,\text{H}_2\text{O}} = 0$

البروتين: $\dot{m}_{1,\text{pr}} - \dot{m}_{3,\text{pr}} = 0$

الخلايا: $\dot{m}_{1,\text{cell}} - \dot{m}_{3,\text{cell}} = 0$

ست معادلات فقط من هذه المعادلات مستقلة خطياً.

- نحسب معدل تدفق الكتلة الكلية في التيار 1، $\dot{m}_1$، مستعملين معدل التدفق الحجمي للدم وكثافته:

$$\dot{m}_1 = \dot{V}_1 \rho_{\text{blood}} = \left(1200 \frac{\text{mL}}{\text{min}}\right)\left(1.056 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right) = 1267 \frac{\text{g}}{\text{min}} = 1.27 \times 10^6 \frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

- باستعمال معادلة انحفاظ الكتلة الكلية في حجرة باومان، نحسب معدل تدفق الكتلة الكلِّيّة في التيار 3:

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 0$$

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 = 1.27 \times 10^6 \frac{\text{mg}}{\text{min}} - 1.28 \times 10^5 \frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

الكلِّية:

$$= 1.14 \times 10^6 \frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

- لإيجاد تراكيز مكوِّنات التيار 3، نحتاج أولاً إلى حساب معدل تدفقه الحجمي. لا تساوي كثافة التيار 3 كثافة الدم بسبب ترشيح بعض الجزيئات الصغيرة وذهابها في التيار 2 المشابه من حيث قوامه للبلازما. لتقدير الكثافة في التيار 3، نُجري تجربة ذهنية بسيطة لتحديد النسبة الجديدة للخلايا في البلازما.

افترض أن 1000 mL من الدم تدخل حجرة باومان، منها 450 mL خلايا و 550 mL بلازما. ولما كان نحو 10 في المئة ($1.28 \times 10^5 \text{ mg/min}$ من $1.267 \times 10^6 \text{ mg/min}$) من الدم الداخل إلى الحجرة يخضع للترشيح، فإن 100 mL من البلازما يذهب إلى التيار 2. لا يذهب شيء من الخلايا إلى التيار 2، لأنها لا تستطيع عبور المرشح، وهذا يترك 450 mL من الخلايا و 450 mL من البلازما في التيار 3، أي مزيج مكون من 50 في المئة حجماً من الخلايا و50 في المئة حجماً من البلازما. لذا تُقدَّر كثافة التيار 3 بـــ:

$$\rho_3 = 0.5\rho_{\text{cell}} + 0.5\rho_{\text{plasma}} = 0.5\left(1.098 \frac{\text{g}}{\text{mL}}\right) + 0.5\left(1.0239 \frac{\text{g}}{\text{mL}}\right)$$

$$= 1.061 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

إن كثافة التيار 3 قريبة من كثافة الدم العادي التي تساوي $1.056 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$. وفي الواقع، كان من المقبول لو أجرينا تقريباً هندسياً وافترضنا أن كثافة التيار 3 تساوي كثافة التيار 1. مما تقدم يساوي معدل التدفق الحجمي للتيار 3:

$$\dot{V}_3 = \frac{\dot{m}_3}{\rho_3} = \frac{1.14\times10^6 \ \frac{\text{mg}}{\text{min}}}{1.061\frac{\text{g}}{\text{mL}}\left(1000\frac{\text{mg}}{\text{g}}\right)} = 1075\frac{\text{mL}}{\text{min}}$$

- يمكننا الآن حساب تراكيز مكونات التيارين 1 و3. تذكَّر من نص المسألة أن تركيز البروتين في البلازما يساوي $82.18\,\text{mg/mL}$ وأن النسبة المئوية الحجمية للبلازما تساوي 55 في المئة. وباستعمال تركيز البروتين في التيار 1 لحساب معدل تدفق كتلة البروتين في التيار 1 ينتُج:

$$\dot{m}_{1,\text{pr}} = C_{1,\text{pr}}\dot{V}_1 = 0.55\left(82.18\frac{\text{mg}}{\text{mL}}\right)\left(1200\frac{\text{mL}}{\text{min}}\right) = 5.42\times10^4\ \frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

وباستعمال معادلة موازنة الكتلة الكلية للبروتينات في حجرة باومان، نحصل على معدل تدفق كتلة البروتينات في التيار 3 وتركيزها:

$$\dot{m}_{1,\text{pr}} - \dot{m}_{3,\text{pr}} = 0$$

$$\dot{m}_{3,\text{pr}} = \dot{m}_{1,\text{pr}} = 5.42\times10^4\ \frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

$$C_{3,\text{pr}} = \frac{\dot{m}_{3,\text{pr}}}{\dot{V}_3} = \frac{5.42\times10^4\ \frac{\text{mg}}{\text{min}}}{1075\frac{\text{mL}}{\text{min}}} = 50.46\frac{\text{mg}}{\text{mL}}$$

وتُحسب معدلات تدفق كتلة الخلايا وتراكيزها في التيارين 1 و3 بالطريقة نفسها مع الأخذ في الحسبان أن النسبة المئوية الحجمية للخلايا تساوي 45 في المئة. والقيم المحسوبة هي:

$$\dot{m}_{1,\text{cell}} = \dot{m}_{3,\text{cell}} = 5.93\times10^5\ \text{mg/min}$$

$$C_{1,\text{cell}} = 494\,\text{mg/mL}$$

$$C_{3,\text{cell}} = 552\,\text{mg/mL}$$

من الممكن أن يكون تركيزا البروتين والخلايا في التيار 3 أكبر منهما في التيار 1، لأن المادة تتركز عملياً في حجرة باومان.

- لما كانت تراكيز البولة والكرياتينين وحمض البول في طور البلازما والطور المرشَّح في حالة توازن مع بعضها (أي إن التراكيز متساوية)، كانت تراكيز هذه المكونات في التيارات 1 و2 و3 متساوية. لكن التيار 2 هو سائل مرشَّح كلياً (لا يحتوي على خلايا)، أما التياران 1 و3 فيحتويان على كل من البلازما والخلايا. ونظراً إلى كون التراكيز المحسوبة حالياً هي لمكوِّنات ذائبة في طور بلازمي، فإنه يجب تعديلها بعامل تناسب

كي تمثّل التيار الكلي. لفعل ذلك، نضرب التراكيز بنسبة طور البلازما في التيار الكلي (0.55 للتيار 1 و0.5 للتيار 3):

$$C_{1,\text{ur}} = 0.55 C_{1/\text{pl,ur}} = 0.55 C_{2,\text{ur}} = 0.55\left(0.26\frac{\text{mg}}{\text{mL}}\right) = 0.143\frac{\text{mg}}{\text{mL}}$$

حيث $C_{1/\text{pl,ur}}$ هو تركيز البولة في التيار 1 آخذين بعين الاعتبار نسبة الطور البلازمي في هذا التيار. حُسبت التراكيز الأخرى، للبولة والكرياتينين وحمض البول في التيارين 1 و3 بطريقة مشابهة وأُدرجت في الجدول 3.3− ب.

- يمكن حساب معدلات تدفق الكتلة للمكونات المحلولة في التيارين 1 و3 بالطريقة نفسها التي حُسبت بها للتيارات الأخرى. في ما يخص البولة في التيار 1:

$$\dot{m}_{1,\text{ur}} = C_{1,\text{ur}}\dot{V}_1 = \left(0.143\frac{\text{mg}}{\text{mL}}\right)\left(1200\frac{\text{mL}}{\text{min}}\right) = 171.6\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

ويبين الجدول 3.3−ب معدلات تدفق الكتلة لبقية مكونات التيارين 1 و3.

- لحساب معدل تدفق كتلة الماء في التيار 1، نحتاج إلى كتابة معادلة موازنة كتلة شاملة للتيار 1:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_{1,\text{ur}} + \dot{m}_{1,\text{cr}} + \dot{m}_{1,\text{ua}} + \dot{m}_{1,\text{H}_2\text{O}} + \dot{m}_{1,\text{pr}} + \dot{m}_{1,\text{cell}}$$

$$\dot{m}_{1,\text{H}_2\text{O}} = \dot{m}_1 - \left(\dot{m}_{1,\text{ur}} + \dot{m}_{1,\text{cr}} + \dot{m}_{1,\text{ua}} + \dot{m}_{1,\text{pr}} + \dot{m}_{1,\text{cell}}\right)$$

$$\dot{m}_{1,\text{H}_2\text{O}} = 1.267\times10^6\frac{\text{mg}}{\text{min}} - \begin{pmatrix} 171.6\frac{\text{mg}}{\text{min}} + 9.24\frac{\text{mg}}{\text{min}} + 19.8\frac{\text{mg}}{\text{min}} \\ +5.42\times10^4\frac{\text{mg}}{\text{min}} + 5.93\times10^5\frac{\text{mg}}{\text{min}} \end{pmatrix}$$

$$= 6.196\times10^5\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

ويُحسب معدل تدفق كتلة الماء في التيار 3 بالطريقة نفسها: $4.93\times10^5\ \text{mg/min}$.

الجدول 3.3− ب: تراكيز ومعدلات تدفق كتل المكونات في النفرون.

	التركيز (mg/mL)				
	التيار 1 الدم في حجرة باومان	التيار 2 الرُشاحة في الأُنيْبوبين	التيار 3 خروج من حجرة باومان إلى الوريد الكلوي	التيار 4 بول يغادر الأنيْبوبين	التيار 5 يخرج من الأُنَيْبوبين إلى الوريد الكلوي

	التيار 1	التيار 2	التيار 3	التيار 4	التيار 5
بولة	0.143	0.26	0.13	18.2	0.16
كرياتينين	0.0077	0.014	0.007	1.96	0.0032
حمض البول	0.0165	0.03	0.015	0.42	0.0278
بروتينات	45.2	0.0	50.5	0.0	0.0
خلايا	494	0.0	552	0.0	0.0
	معدل التدفق الكتلي (mg/min)				
	التيار 1	التيار 2	التيار 3	التيار 4	التيار 5
بولة	172	32.5	140	12.6	19.9
كرياتينين	9.24	1.75	7.53	1.35	0.40
حمض البول	19.8	3.75	16.1	0.29	3.46
ماء	6.20×10^5	1.28×10^5	4.93×10^5	692	1.27×10^5
بروتينات	5.42×10^4	0.0	5.42×10^4	0.0	0.0
خلايا	5.93×10^5	0.0	5.93×10^5	0.0	0.0
المجموع (mg/min)	1.27×10^6	1.28×10^5	1.14×10^6	706	1.27×10^5
المجموع (mL/min)	1200	125	1075	0.69	124.3

4. النتيجة

(أ) الجواب: النتائج مبينة في الجدول 3.3− ب. من مقارنة التراكيز النسبية للبولة والكرياتينين وحمض البول في جميع التيارات، نجد أن أنماط التغيُّر هي نفسها، وأن الكلِْية عالية الكفاءة من حيث تركيز الفضلات وحفظ الماء.

باستعمال البولة مثالاً، نجد أن تركيزها في الدخل يساوي 0.143mg/mL . وبعد الفصل اللاتفاعلي في حجرة باومان، يكون التركيز في دخل الوريد الكلوي نفسه تقريباً (0.13mg/mL)، ويكون تركيز الدخل إلى الأُنيبوبين أكبر بمرتين (0.26mg/mL). ونتيجة آلية النقل النشط في الأُنيْبوبين، يزداد تركيز البولة في البول بمئة مرة تقريباً (حتى 18.2mg/mL)، في حين أن تركيزها في دخل الوريد الكلوي يقارب التركيز في دخل النفرون (0.16mg/mL).

وبالنظر إلى معدل تدفق كتلة البولة الكلِّية الداخلة إلى حجرة باومان (172mg/min)، نجد أن 80 في المئة (140mg/min) قد تفرعت إلى الوريد الكلوي، في حين أن 20 في المئة فقط (32.5mg/min) تذهب إلى الأُنيْبوبين حيث يخرج منهما نحو 60 في

المئة (أي $19.9\,mg/min$) في البول و40 في المئة (أي $12.6\,mg/min$) إلى الوريد الكلوي. وفي المحصلة، يخرج من كتلة البولة التي تدخل الكِلْية 11.5 في المئة فقط مع البول.

وبالنظر إلى معدل تدفق الكتلة الكلِّية للماء الداخل إلى الكِلْية ($6.20\times10^5\ mg/min$)، نجد أن 80 في المئة منها ($4.93\times10^5\ mg/min$) يتفرع ليذهب إلى الوريد الكلـــوي، ويذهب 20 في المئة منها ($1.28\times10^5\ mg/min$) إلى الأُنيْبِـــوبين. (لاحــظ أن هـــذه النسب تساوي نسب البولة). وفي الأُنيْبوبين، 0.54 في المئة من الماء ($692\,mg/min$) تخرج في البول و99.5 في المئة ($1.27\times10^5\ mg/min$) تذهب إلى الوريد الكلـــوي. وفي المحصلة، 99.9 في المئة من كتلة الماء التي تدخل الكِلْية تبقى في الجسم.

(ب) التحقُّق: يمكن التيقُّن من النتائج العددية بعدة طرائق. على سبيل المثال، يمكن وضع معادلة انحفاظ الكتلة الكلِّية للمنظومة وفق ما يأتي:

$$\dot{m}_1-\dot{m}_3-\dot{m}_4-\dot{m}_5=0$$

بإمكانك استعمال المعادلة للتيقُّن من معدلات تدفق الكتلة الكلِّية وتدفق كتل المكوِّنات إفرادياً. ويمكنك أيضاً تأكيد أن مجموع معدلات تدفق المكونات في كل تيار يساوي معدل التدفق الكلي (هذا يصلح للتحقُّق إذا لم تستعمل المعادلة الشاملة لتيار معين لتحديد آخر معدلات التدفق المجهولة). لم نُدرج هنا تفاصيل التيقُّن من النتائج العددية.

8.3 النظم ذات التفاعلات الكيميائية

التفاعلات الكيميائية موجودة في كثير من النظم الحيوية، لذا نحتاج إلى طريقة منهجية لمعالجة التفاعلات في تلك النظم. **تحتوي معادلات الموازنة التي قدَّمناها سابقاً على حدَّين للتوليد والاستهلاك، وهذا ما يمكِّن من استعمالها في حل نظم تتضمن تفاعلات كيميائية وكيميائية حيوية.** قبل البدء باستعمال معادلات موازنة الكتلة للتعامل مع التفاعلات الكيميائية، يجب استيعاب مفاهيم من قبيل **أمثال التفاعل الكيميائي** (stoichiometry) و**التحوُّل النسبي** (fractional conversion) و**معدلات التفاعل** (reaction rates).

1.8.3 موازنة التفاعلات الكيميائية

نظرية أمثال التفاعل الكيميائي هي نظرية كيفية توزُّع نسب الأجناس الكيميائية المختلفة في

التفاعلات الكيميائية، وهي تقوم على انحفاظ الكتل العنصرية. **ومعادلة أمثال التفاعل الكيميائي** (stoichiometric equation) لتفاعل كيميائي ما هي معادلة تحتوي على العدد النسبي للجزيئات أو المولات من المتفاعلات والنواتج التي تشارك في التفاعل. من أمثلة معادلة أمثال التفاعل الكيميائي تحويل الغلوكوز إلى إيثانول وثاني أكسيد الكربون أثناء التخمُّر:

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2\,C_2H_6O + 2\,CO_2 \qquad (1-8.3)$$

كي تكون معادلة أمثال التفاعل صحيحة، يجب أن تكون **متوازنة** بحيث تحقِّق قيود انحفاظ الكتلة العنصرية. وتكون المعادلة الكيميائية متوازنة عندما يكون عدد ذرات كل جنس ذري هو نفسه في كلا جانبي المعادلة. في المثال السابق، يحتوي كل من طرفي المعادلة على 12 ذرة هيدروجين، و6 ذرات كربون، و6 ذرات أكسجين، ويشير هذا إلى أن المعادلة متوازنة.

تذكَّر أن حدَّيْ التوليد والاستهلاك غير موجودين في معادلة الانحفاظ التي تصف كتلة ومولات العناصر لأن الذرات، أي العناصر، لا يمكن أن تتولَّد أو تُستهلك (هذا ليس صحيحاً في حالة التفاعلات النووية التي لم تُعالَج في هذا الفصل). وهذا هو سبب كون معادلة الانحفاظ صحيحة دائماً في حالة الكتلة الكلية. من ناحية أخرى، حدَّا التوليد والاستهلاك ليسا منعدمين في معادلات الموازنة التي تصف كتلة ومولات أجناس كيميائية معينة، لأن الأجناس الكيميائية يمكن أن تتغيَّر أثناء التفاعل.

تُكتب معادلة أمثال التفاعل الكيميائي عموماً بالصيغة:

$$a\,\mathrm{A} + b\,\mathrm{B} + c\,\mathrm{C} + d\,\mathrm{D} \cdots \rightarrow p\,\mathrm{P} + q\,\mathrm{Q} + r\,\mathrm{R} + \cdots \qquad (2-8.3)$$

حيث إن a, b, c, d, p, q, r هي أمثال التفاعل (σ)، و $\mathrm{A, B, C, D, P, Q, R}$ هي المركَّبات الكيميائية. **وأمثال التفاعل الكيميائي** هي أعداد تسبق الأجناس الكيميائية في معادلة التفاعل، وهي تضمن توازن التفاعل. ولحساب أمثال التفاعل الكيميائي، تُستعمل المنهجية الآتية:

- رمِّز المركَّبات الكيميائية الموافقة لكل متفاعل بـــ $\mathrm{A, B, C}\cdots$، وتلك الموافِقة لكل ناتج بـــ $\mathrm{P, Q, R}\cdots$.
- رمِّز العناصر الموجودة في التفاعل بـــ 1، 2، 3... إلخ.
- رمِّز عدد ذرات كل عنصر في مركَّب بـــ k_{ij}، حيث يمثل i رقم العنصر، ويمثل j رمز المركَّب.
- أنشئ معادلة متوازنة باستعمال رموز أمثال التفاعل a, b, c, d, p, q, r لكل عنصر i:

$$
\begin{aligned}
-a\,k_{i\,\mathrm{A}} - b\,k_{i\,\mathrm{B}} - c\,k_{i\,\mathrm{C}} - d\,k_{i\,\mathrm{D}} - \cdots + p\,k_{i\,\mathrm{P}} \\
+q\,k_{i\,\mathrm{Q}} + r\,k_{i\,\mathrm{R}} + \cdots = 0
\end{aligned}
\qquad (3-8.3)
$$

- قُمْ بحل منظومة المعادلات لاستخلاص أمثال التفاعل الكيميائي المجهولة a, b, c, d, p, q, r.

لاحظ أن أمثال المركَّبات المستهلَكة في التفاعل ذات إشارة سالبة، وأن أمثال المركَّبات الناتجة في التفاعل ذات إشارة موجبة. ولاحظ أنه إذا كان عدد أمثال التفاعل يساوي n، فإنه يجب أن تكون ثمة n معادلة عنصر.

في مثال تفاعل تخمر الغلوكوز المذكور آنفاً، المركَّبات هي $C_6H_{12}O_6$، و C_2H_6O، و CO_2. تُرمَّز المركَّبات كالآتي: يُرمَّز $C_6H_{12}O_6$ بـ A، ويُرمَّز C_2H_6O بـ P، ويُرمَّز CO_2 بـ Q. وتُرمَّز عناصر الكربون والهيدروجين والأكسجين بـ 1 و2 و3. في ما يخص الكربون، $k_{1\mathrm{A}}$ يساوي 6، لأنه توجد 6 ذرات كربون (العنصر 1) في $C_6H_{12}O_6$ (المركَّب A). وعدد ذرات الكربون في C_2H_6O يساوي 2، وعدد ذرات الكربون في CO_2 يساوي 1. أي إن أمثال التفاعل هي $a=1$ لـ $C_6H_{12}O_6$، $p=2$ لـ C_2H_6O، $q=2$ لـ CO_2. لذا تكون معادلة عنصر الكربون المتوازنة كالآتي:

$$-a\,k_{1\mathrm{A}} + p\,k_{1\mathrm{P}} + q\,k_{1\mathrm{Q}} = 0$$

$$-1(6) + 2(2) + 2(1) = 0 \qquad (4-8.3)$$

بطريقة مشابهة يمكن كتابة معادلة أمثال التفاعل للأكسجين والهيدروجين.

غالباً ما تكون أمثال التفاعل الكيميائي مجهولة، وهذا ما يؤدي إلى وجود مجاهيل في معادلات موازنة العناصر. ويمكن موازنة بعض التفاعلات الكيميائية المشابهة للتفاعل المذكور آنفاً بالتدقيق. قد تكون هذه العملية مبالَغ فيها في بعض التفاعلات الكيميائية البسيطة، إلا أن بعض أنواع التفاعلات الكيميائية تتضمن إنتاج كتل حيوية ومنتوجات عضوية أخرى تتطلب هذا التدقيق من أجل موازنة التفاعلات الكيميائية المعقدة.

وتتضمن أحياناً التفاعلات الكيميائية الحيوية الهوائية التي تُنتِج منتوجات عضوية، مثل الكتلة الحيوية (biomass)، استهلاك الأكسجين وإطلاق ثاني أكسيد الكربون. وتُعرَّف نسبة مقدار ثاني أكسيد الكربون (مقدَّرا بالمولات) المنطلق من المنظومة إلى مقدار الأكسجين (مقدَّراً بالمولات) المستهلك أثناء مدة زمنية معينة **بنسبة التنفس** (respiratory quotient)، وهي معلومة تجريبية تُقاس عادة حين تشغيل مفاعل حيوي:

$$\mathrm{RQ} = \frac{n_{\mathrm{CO_2}}}{n_{\mathrm{O_2}}} \qquad (5-8.3)$$

في الحالات التي يكون فيها عدد معادلات موازنة العناصر غير كافٍ لحساب جميع أمثال التفاعل الكيميائي المجهولة (أي عندما تكون المنظومة ضعيفة التحديد)، يمكن استعمال نسبة التنفس بوصفها معادلة إضافية لإجراء الحل.

تُستعمل نسبة التنفس أيضاً لتقدير استهلاك الكربوهيدرات والدهون في جسم الإنسان. حينما يستقلب الجسم الكربوهيدرات للحصول على الطاقة، يُستهلك جزيء أكسجين مقابل إنتاج كل جزيء من ثاني أكسيد الكربون، وهذا ما يؤدي إلى نسبة تنفس تساوي 1. من ناحية أخرى، ينطوي استقلاب الدهون على نسبة تنفس وسطية تساوي 0.70، لأن 70 جزيء ثاني أكسيد الكربون تتشكل وسطياً مقابل استعمال 100 جزيء من الأكسجين. يحصل هذا لأن جزيئات الدهون تحتوي زيادة من ذرات الهيدروجين التي تتحد مع جزء من الأكسجين المستقلب في الطعام. لذا فإن المقدار النسبي من ثاني أكسيد الكربون الناتج سوف يكون أقل في حالة استقلاب الدهون منه في حالة استقلاب الكربوهيدرات، وهذا يؤدي إلى نسبة تنفس أصغر في حالة الدهون.

المثال 15.3 نمو الخلايا من الهكساديكان

مسألة: يوصف تحوُّل الهكساديكان ($C_{16}H_{34}$) (hexadecane) إلى كتلة حيوية وثاني أكسيد الكربون بمعادلة التفاعل الآتية:

$$C_{16}H_{34} + a\,O_2 + b\,NH_3 \rightarrow p\,CH_{1.66}O_{0.27}N_{0.20} + q\,CO_2 + r\,H_2O$$

حيث إن $CH_{1.66}O_{0.27}N_{0.20}$ يمثل الكتلة الحيوية الناتجة. وقد حُدِّدت قيمة نسبة التنفس مخبرياً في هذا التفاعل بـــ 0.43. جد أمثال التفاعل الكيميائي. (مسألة مقتبسة من Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, 1999).

الحل: باستعمال الصيغة 8.3−3، نكتب معادلات توازن العناصر الآتية:

كربون (العنصر 1): $-1(16) + 1p + 1q = 0$

هيدروجين (العنصر 2): $-1(34) - 3b + 1.66p + 2r = 0$

أكسجين (العنصر 3): $-2a + 0.27p + 2q + 1r = 0$

نيتروجين (العنصر 4): $-1b + 0.20p = 0$

لاحظ أن ثمة أربع معادلات (للكربون والهيدروجين والأكسجين والنيتروجين)، وخمسة أمثال تفاعل مجهولة a, b, p, q, r . لذا ثمة حاجة إلى معادلة خامسة لحساب المجاهيل، وتلك المعادلة هي معادلة نسبة التنفس:

$$\mathrm{RQ} = \frac{n_{\mathrm{CO_2}}}{n_{\mathrm{O_2}}} = \frac{q}{a} = 0.43$$

وتُحوّل المعادلة إلى الشكل:

$$-0.43a + q = 0$$

ليُصبح لدينا خمس معادلات وخمسة مجاهيل. يمكن حل منظومة المعادلات هذه باستعمال حذف المتحولات بالتعويض (أي الحذف الغوصي) أو قاعدة كرامر أو الماتلاب. بترتيب هذه المعادلات السلمية على شكل معادلة مصفوفاتية $A\vec{x} = \vec{y}$ ينتُج:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1.66 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0.27 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0.2 & 0 & 0 \\ -0.43 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 34 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

بإدخال هذه المعادلة المصفوفاتية إلى ماتلاب، نحصل على أمثال التفاعل الكيميائي:

$$x = \begin{bmatrix} a \\ b \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.4878 \\ 2.1260 \\ 10.6302 \\ 5.3698 \\ 11.3660 \end{bmatrix}$$

إذاً، تُصبح المعادلة المتوازنة كما يأتي:

$$\mathrm{C_{16}H_{34}} + 12.49\ \mathrm{O_2} + 2.13\,\mathrm{NH_3} \rightarrow$$
$$10.63\ \mathrm{CH_{1.66}O_{0.27}N_{0.20}} + 5.37\ \mathrm{CO_2} + 11.37\ \mathrm{H_2O}$$

يمكن الآن التحقُّق أن المعادلة متوازنة توازناً صحيحاً. على سبيل المثال، ثمة 24.98 مولاً من الأكسجين في كل من طرفي المعادلة. ونظراً إلى أن أمثال التفاعل ليست أعداداً صحيحة،

فإنه من الأسهل حل هذه المسألة باستعمال الحاسوب أو آلة حاسبة، ومن ثَمَّ موازنتها بالتدقيق.

لموازنة معادلة تفاعل وفقاً لأمثال التفاعل، يوضع أحد أمثال التفاعل مساوياً الواحد، وتُنسب إليه جميع أمثال التفاعل المحسوبة الأخرى تبعاً للمركَّبات المقترنة بها. في المثال 15.3، وُضع مثل التفاعل الخاص بـ $C_{16}H_{34}$ مساوياً 1، وحُسبت بقية الأمثال بناءً على ذلك.

غالباً ما تكون مصادر الكربون (الغلوكوز مثلاً) والنيتروجين (الأمونيا مثلاً) والأكسجين (غاز الأكسجين) موجودة بصفة متفاعلات في التفاعلات الكيميائية الحيوية التي ما تتضمن مركَّبات من العناصر الأربعة: كربون، هيدروجين، أوكسجين، نيتروجين. وتوفر نسبة التنفس معادلة إضافية. وثمة قيمة تقاس تجريبياً أيضاً يمكن أن توفر معادلة أخرى وهي **الإنتاجية** (yield)، وهي نسبة مقدار الناتج العضوي المتكوِّن إلى مقدار الغلوكوز المستهلك، أو أي متفاعل يحتوي على الكربون، (مقدراً بالمولات):

$$y = \frac{n_{\mathrm{p}}}{n_{\mathrm{r}}} \qquad (6-8.3)$$

حيث إن y هي الإنتاجية، و n_{p} عدد مولات الناتج العضوي، و n_{r} عدد مولات المتفاعل العضوي. يمكن استعمال الإنتاجية لحساب أمثال التفاعل الكيميائي عندما يكون الغلوكوز، أو غيره من المتفاعلات المحتوية على الكربون، هو مصدر الكربون الوحيد للناتج العضوي المتكوِّن.

المثال 16.3 إنتاج حمض الليمون

مسألة: حمض الليمون ($C_6H_8O_7$) (citric acid) هو مادة حافظة طبيعية تمنع تغيُّر ألوان الأطعمة ويمكن إنتاجها صناعياً، لاستعمالها بصفتها إضافات غذائية، في مفاعل حيوي يحتوي على العفن الأسود (Asperigillus niger):

$$C_6H_{12}O_6 + a\,NH_3 + b\,O_2 \rightarrow p\,CH_{1.79}N_{0.2}O_{0.5} + q\,H_2O + r\,CO_2 + s\,C_6H_8O_7$$

في هذا التفاعل، تساوي نسبة التنفس 0.45، وتساوي إنتاجية حمض الليمون من مول واحد من الغلوكوز المستهلك 0.70. أما الكتلة الحيوية فهي $CH_{1.79}N_{0.2}O_{0.5}$.

الحل: باستعمال الصيغة 8.3−3، نكتب معادلات العناصر المتوازنة الآتية:

كربون: $-6 + p + r + 6s = 0$

هيدروجين: $-12 - 3a + 1.79\,p + 2q + 8s = 0$

أكسجين: $-6 - 2b + 0.50\,p + q + 2r + 7s = 0$

نيتروجين: $-a+0.2p=0$

لاحظ أن ثمة أربع معادلات (للكربون والهيدروجين والأكسجين والنيتروجين)، وستة مجاهيل هي a, b, p, q, r, s. والمنتوج العضوي موضوع الاهتمام هو حمض الليمون:

$$\text{RQ}=\frac{n_{\text{CO}_2}}{n_{\text{O}_2}}=\frac{r}{b}=0.45$$

$$\text{yield}=\frac{n_{\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7}}{n_{\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}}=\frac{s}{1}=s=0.70$$

بعد أن أوجدنا قيمة s، بقي لدينا خمسة مجاهيل. يمكن حل منظومة المعادلات هذه باستعمال الطريقة التي تختارها. بترتيب هذه المعادلات السلمية على شكل مصفوفاتي $A\vec{x}=\vec{y}$ ينتُج:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 1.79 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0.5 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & -0.45 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1.8 \\ 6.4 \\ 1.1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

باستعمال ماتلاب للحل تنتُج أمثال التفاعل الكيميائي:

$$x=\begin{bmatrix} a \\ b \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.196 \\ 1.82 \\ 0.979 \\ 0.821 \\ 2.62 \end{bmatrix}$$

مما تقدم يمكن كتابة المعادلة المتوازنة:

$$\begin{aligned} \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6+0.196\text{NH}_3+1.82\text{O}_2 &\rightarrow 0.979\text{CH}_{1.79}\text{N}_{0.2}\text{O}_{0.5} \\ &+0.821\text{H}_2\text{O}+2.62\text{CO}_2+0.70\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7 \end{aligned}$$ ■

2.8.3 استعمال معدلات التفاعل في معادلة الموازنة

حين التعامل مع مسألة تتضمن تفاعلاً كيميائياً، تجب كتابة معادلة التفاعل وموازنتها قبل البدء بحل المسألة. يجب أن تُحسب أمثال التفاعل الكيميائي ومعدلات التفاعل دائماً بوحدة المول أو الجزيء. تذكَّر مثال تخمُّر الغلوكوز لتكوين الإيثانول:

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2\,C_2H_6O + 2\,CO_2 \qquad (7-8.3)$$

افترض أن $100\ \mathrm{kg/day}$ من الغلوكوز تدخل إناء التخمير، وتتحول كلياً إلى إيثانول وثاني أكسيد الكربون. من الواضح أنه لن يتكوّن $200\ \mathrm{kg/day}$ من الـــ C_2H_6O و $200\ \mathrm{kg/day}$ من الـــ CO_2 (رغم أن هذا يمكن أن يكون الجواب إذا نسيت أن أمثال التفاعلات الكيميائية تُوازَن بالمولات وليس بالكتلة).

بدلاً من ذلك، يمكن استعمال موازنة الكتلة الكلية لحل هذه المسألة. بالنظر إلى توازن الكتلة الكلية، لا يدخل المنظومة سوى $100\ \mathrm{kg/day}$ من المادة. بافتراض أن المنظومة مستقرة الحالة، تكون الكتلة الكلية منحفظة:

$$\dot{m}_i - \dot{m}_j = 0 \qquad (8-8.3)$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}_j = 100\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{day}} \qquad (9-8.3)$$

لذا فإن معدل تدفق الكتلة في الخرج يساوي $100\ \mathrm{kg/day}$.

لتحديد معدل تدفق الكتلة في الخرج لكل من المكوِّنين، يُحسب معدل التدفق المولي للغلوكوز الداخل إلى المنظومة باستعمال المعادلة 2.3−5:

$$\dot{n}_{i,C_6H_{12}O6} = \frac{\dot{m}_{i,C_6H_{12}O_6}}{M_{C_6H_{12}O_6}}$$

$$= \left(100\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{day}}\right)\left(\frac{\mathrm{mol}}{180\ \mathrm{g}}\right)\left(\frac{1000\ \mathrm{g}}{1\ \mathrm{kg}}\right) = 555\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{day}} \qquad (10-8.3)$$

ولتحديد معدل التدفق المولي للمركَّبين الخارجين من المنظومة، يجب أن تكون أمثال التفاعل الكيميائي معلومة. في هذه المسألة، أمثال التفاعل هي: 1 للغلوكوز، و2 للإيثانول و2 لثاني أكسيد الكربون. إذن، تعطي الـــ $555\ \mathrm{mol/day}$ من الغلوكوز الداخل إلى المنظومة $1110\ \mathrm{mol/day}$ من الإيثانول و $1110\ \mathrm{mol/day}$ من ثاني أكسيد الكربون. بعدئذٍ يمكن حساب معدل تدفق كتلة الإيثانول باستعمال المعادلة 2.3−5.

$$\dot{m}_{j,C_2H_6O} = \dot{n}_{j,C_2H_6O}\, M_{C_2H_6O}$$

$$= \left(1110\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{day}}\right)\left(\frac{46\ \mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{kg}}{1000\ \mathrm{g}}\right) = 51.1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{day}} \qquad (11-8.3)$$

وبالطريقة نفسها يُحسب معدل تدفق كتلة ثاني أكسيد الكربون الذي يساوي $48.9\ \mathrm{kg/day}$. لاحظ

أن الكتلة الكلية التي تخرج من المنظومة (مجموع كتلتي الإيثانول وثاني أكسيد الكربون) تساوي 100 kg/day (الجدول 4.3).

الجدول 4.3: تخمُّر الغلوكوز ضمن ظروف تحوُّل نسبي مختلفة.

	$f=1$		$f=0.5$	
	دخل (kg/day)	خرج (kg/day)	دخل (kg/day)	خرج (kg/day)
غلوكوز	100	0	100	49.95
إيثانول	–	51.1	–	25.53
ثاني أكسيد الكربون	–	48.9	–	24.42
الكتلة الكلية	100	100	100	100

إذا أُدخلت المواد المتفاعلة إلى المنظومة بنسب أمثال التفاعل الكيميائي، واستمر التفاعل حتى اكتماله، فإن جميع المواد الداخلة سوف تُستهلك. لكن يندر عملياً حصول ذلك. إذا كانت المواد المتفاعلة موجودة بنسب أمثال التفاعل، كانت نسبها المولية مكافئة لنسب أمثال التفاعل. لكن غالباً ما يكون أحد المتفاعلات هو متفاعلاً محدِّداً، وتكون المتفاعلات الأخرى فائضة. إن **المتفاعل المحدِّد** (limiting reactant) هو مركَّب يكون موجوداً بمقدار أقل مما هو محدَّد بأمثال التفاعل. وأما **المتفاعلات الفائضة** (excess reactants) فهي مركَّبات تكون موجودة بمقادير تزيد على ما هو محدَّد بأمثال التفاعل. فإذا استُهلك المتفاعل المحدِّد كلياً في التفاعل يتبقى شيء من المتفاعلات الفائضة. **لاحظ أنه إذا كان مركَّب متفاعلاً محدِّداً، فإن ذلك لا يعني أنه سيُستهلك كلياً في التفاعل.**

إن أحد الأخطاء الشائعة هو افتراض أن المتفاعل المحدِّد يُستهلك كلياً. وفي الواقع يندر حصول ذلك. في حالة استهلاك المتفاعل المحدِّد كلياً، تكون النواتج وجميع المتفاعلات الفائضة موجودة بعد انتهاء التفاعل. وفي حالة عدم استهلاك المتفاعل المحدِّد كلياً، تكون النواتج وجميع المتفاعلات موجودة بعد انتهاء التفاعل. واعتماداً على المدى الذي يصل إليه التفاعل، تكون المتفاعلات موجودة بعد انتهاء التفاعل بمقادير مختلفة.

يصف **معدل التفاعل** (reaction rate) (R) المدى الذي يصل إليه التفاعل الكيميائي. ويُعبَّر عن معدل التفاعل بـــ moles/time (**ملاحظة:** لن يكون استعمال وحدات الكتلة مثل الغرام أو الليبرة الكتلية صالحاً في الحالة العامة أثناء حدوث التفاعلات). ومعدل التفاعل R هو ثابت من أجل معادلة تخضع لأمثال التفاعل، وهو ليس مقتصراً على جنس أو مركَّب معين في المنظومة

التفاعلية. ويمكن لمعدل التفاعل أن يُعطى أو يُستنتج أو يُحسب باستعمال المعادلتين 13−8.3 و15−8.3 الواردتين لاحقاً.

لإيضاح مفهوم معدل التفاعل، تخيّل إناءين فيهما المتفاعلات نفسها. ويُضاف محفّز تفاعل إلى أحدهما. وتبدأ محتويات الإناءين التفاعل في الوقت نفسه. وبعد ساعة، نعاين الإناءين فنجد أن مقادير قليلة جداً من المتفاعلات قد بقيت في الإناء ذي المحفّز، وبقي معظم المتفاعلات في الإناء الآخر. إن معدل التفاعل المقترن بالإناء المحتوي على المحفّز أعلى من التفاعل المقترن بالإناء الذي لم يوضع فيه محفّز.

تذكّر معادلة الموازنة التفاضلية الشاملة 3.3−5. لا يحصل في النظم التفاعلية التي نوقشت في هذا المقطع تراكم في المنظومة، ولذا تكون معادلة الموازنة التفاضلية المختزلة للمنظومة المستقرة هي:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} + \dot{\Psi}_{\text{gen}} - \dot{\Psi}_{\text{cons}} = 0 \qquad (12-8.3)$$

يمكن لمركَّب معين أن يُستهلك أو يتولَّد ضمن المنظومة (يمكن للمركَّب أن يُستهلك ويتولَّد في منظومة تحصل فيها تفاعلات كيميائية متعددة في الوقت نفسه، لكن هذه الحالة بعيدة عن اهتمام هذا الكتاب). ويُضم حدَّا التوليد والاستهلاك معاً في حدّ واحد هو $\sigma_s R$، حيث إن σ_s هو مَثّل تفاعل المركَّب s فيما أن R هو معدل التفاعل. أما في ما يخص المتفاعلات، $\sigma_s < 0$، وفي ما يخص نواتج التفاعل، $\sigma_s > 0$، وفي ما يخص الخوامل، $\sigma_s = 0$. في مثال تخمُّر الغلوكوز المذكور آنفاً، فإن σ_s الخاص بـ $C_6H_{12}O_6$ يساوي −1، و σ_s الخاص بـ CO_2 يساوي +2.

ونظراً إلى أنه يجب تحليل عملية التفاعل على أساس مولي، يُستعاض عن المعدل الشامل للخاصية التوسعية $\dot{\Psi}$ بمعدل التدفق المولي $\dot{n}$. ومن أجل منظومة تفاعلية مستقرة وحيدة الدخل ووحيدة الخرج، تصبح المعادلة 12−8.3 للمركَّب s:

$$\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s} + \sigma_s R = 0 \qquad (13-8.3)$$

ويمكن تعميم المعادلة 13−8.3 لتشتمل على منظومة متعددة المداخل والمخارج:

$$\sum_i \dot{n}_{i,s} - \sum_j \dot{n}_{j,s} + \sum_n \sigma_{n,s} R_n = 0 \qquad (14-8.3)$$

حيث إن n هو دليل يشير إلى التفاعل الكيميائي.

تُعطي إعادة ترتيب المعادلة 13−8.3 معدل التفاعل R لمنظومة ذات دخل واحد وخرج واحد كالآتي:

$$R = \frac{\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s}}{-\sigma_s} \qquad (15-8.3)$$

ويمكن حساب R باستعمال أجناس أو مركَّبات مختلفة. لكن في ما يخص تفاعلاً كيميائياً معيناً في المنظومة، يكون R ثابتاً، ولحسابه، نستعمل جنسَيْ معدلات دخله وخرجه المولية المعروفة. وإذا استُهلك جنس كلياً، كان $\dot{n}_{j,s}$ صفراً، ويُحسب R حينئذ بسهولة.

والتحوُّل النسبي (f_S) (fractional conversion) لمتفاعل هو نسبة مقدار المتفاعل s الذي يتفاعل في المنظومة إلى المقدار الكلي من s الداخل إلى المنظومة. وتُعرَّف قيمة f هنا على أساس المولات أو المعدلات المولية لدخل واحد وخرج واحد. ويُفترض أن المتفاعل يُستهلك فقط (أي لا يتولَّد). ويعبَّر عن التحوُّل النسبي رياضياً في منظومة موصوفة بالمعدلات المولية بما يأتي:

$$f_s = \frac{\dot{n}_{\mathrm{cons},s}}{\dot{n}_{i,s}} = \frac{\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s}}{\dot{n}_{i,s}} \qquad (16-8.3)$$

يجب أن تكون قيمة التحوُّل النسبي للمتفاعل المحدِّد أكبر من تلك التي للمتفاعلات الفائضة. ويمكن كتابة R أيضاً بدلالة التحوُّل النسبي:

$$R = \frac{\dot{n}_{i,s}\ f_s}{-\sigma_s} \qquad (17-8.3)$$

أخيراً، يُعرَّف المتفاعل المحدِّد رياضياً على أنه ذاك الذي يحقِّق القيمة الصغرى لـــ:

$$\left\{ \frac{\dot{n}_{i,s}}{-\sigma_s} \right\} \qquad (18-8.3)$$

استُخرجت المعادلات 8.3−13 حتى 8.3−18 على أساس معدل التدفق المولي. والخيار الآخر هو اعتماد معادلة الموازنة الجبرية 3.3−1، واستخراج معادلات مشابهة باستعمال Ψ بدلاً من المولات n. وفي هذه الحالة، يجري تعريف R و f_S والمتغيرات الأخرى بدلالة n_S بدلاً من $\dot{n}_S$. ويمكن أيضاً كتابة معادلات موازنة تكاملية تتضمن حدود تفاعل.

مثلاً، في عملية تحويل الغلوكوز إلى إيثانول، افترض أن تحوُّل الغلوكوز النسبي يساوي 50 في المئة. فيكون معدل التفاعل R:

$$R=\frac{\dot{n}_{i,C_6H_{12}O_6}f_{C_6H_{12}O_6}}{-\sigma_{C_6H_{12}O_6}}=\frac{\left(555\dfrac{\text{mol}}{\text{day}}\right)(0.5)}{-(-1)}=277.5\frac{\text{mol}}{\text{day}} \qquad (19-8.3)$$

بوجود هذا القيد الجديد على التحوُّل، يُحسب مقدار الغلوكوز الذي يخرج من المنظومة باستعمال معادلة الموازنة التفاضلية 13−8.3 المكتوبة للغلوكوز:

$$\dot{n}_{i,C_6H_{12}O_6}-\dot{n}_{j,C_6H_{12}O_6}+\sigma_{C_6H_{12}O_6}R=0 \qquad (20-8.3)$$

$$\dot{n}_{i,C_6H_{12}O_6}=555\frac{\text{mol}}{\text{day}}+(-1)\left(277.5\frac{\text{mol}}{\text{day}}\right)=277.5\frac{\text{mol}}{\text{day}} \qquad (21-8.3)$$

وبحسابات مشابهة، يكون معدل التدفق المولي لكل من الإيثانول وثاني أكسيد الكربون $555\,\text{mol/day}$. وتُحسب الكتلة الخارجة من المنظومة باستعمال الوزن الجزيئي الذي يُعطي:

غلوكوز: $\dot{m}_{j,C_6H_{12}O_6}=49.95\,\text{kg/day}$

إيثانول: $\dot{m}_{j,C_2H_6O}=25.53\,\text{kg/day}$

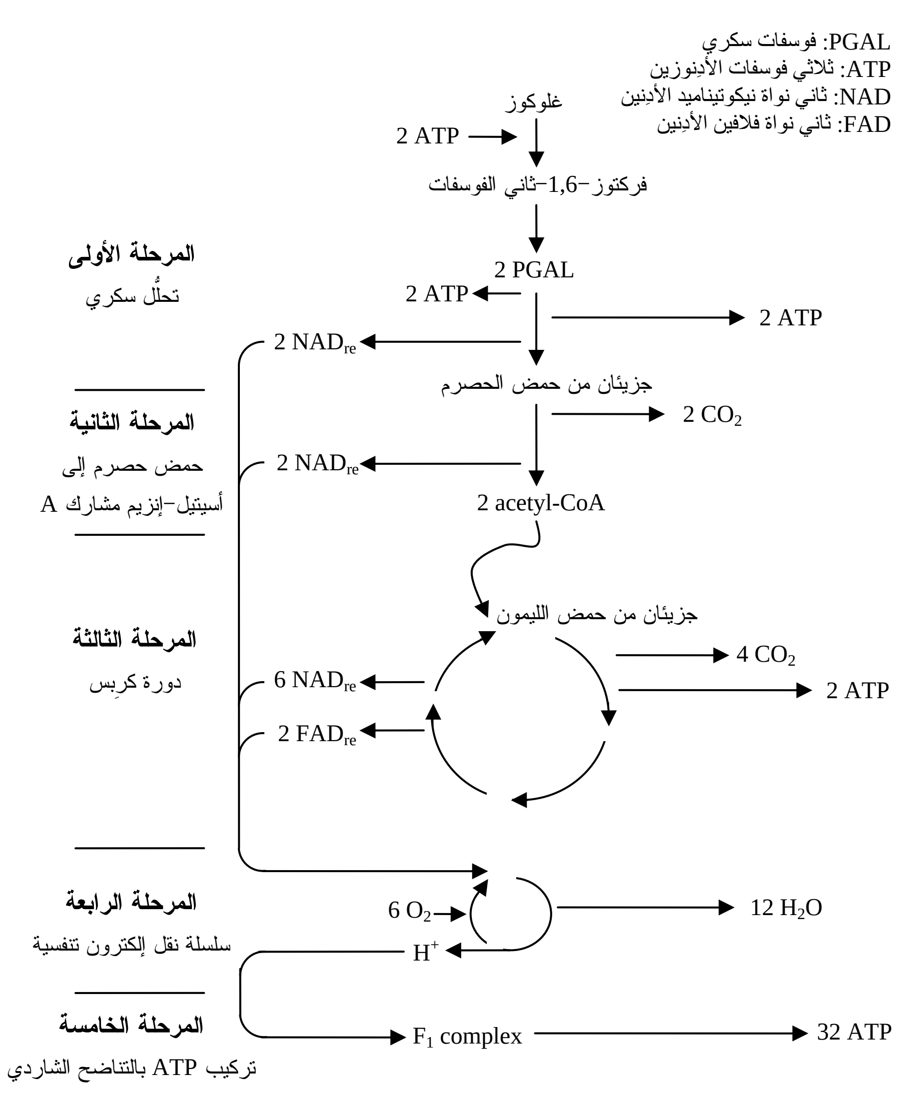
ثاني أكسيد الكربون: $\dot{m}_{j,CO_2}=24.42\,\text{kg/day}$

لاحظ أنه خلافاً للحالة السابقة، يخرج كل من المتفاعلات والنواتج من المنظومة. غير أن كتلة الخرج الكلية تبقى $100\,\text{kg/day}$ (انظر الجدول 4.3). تذكَّر أن الكتلة الكلية منحفظة بقطع النظر عن معدل التفاعل أو التحوُّل النسبي.

المثال 17.3 استقلاب الغلوكوز في الخلية

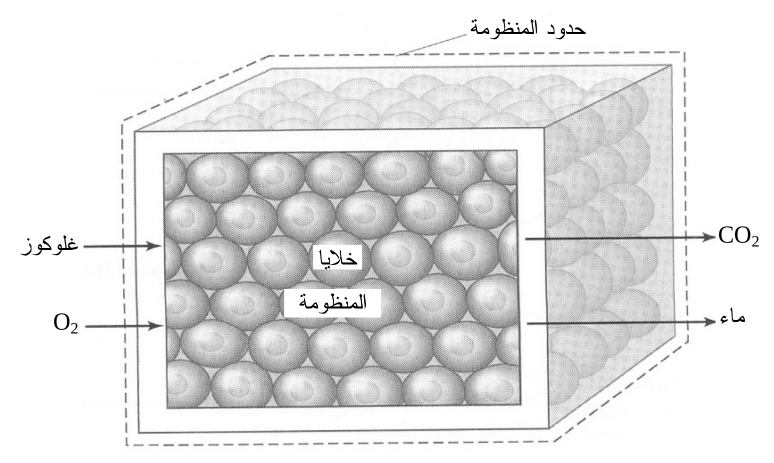
مسألة: تزوِّد المغذِّيات الموجودة في الطعام جسم الإنسان بالطاقة. فالطعام يتفكَّك في الجهاز الهضمي إلى أحماض أمينية وسكريات وأملاح ومواد أخرى تُنقل بواسطة شبكة الدورة الدموية إلى الخلايا المختلفة حيث يحصل الاستقلاب في مستوى الخلية. ويحتاج استقلاب السكريات الخلوي إلى ثاني أكسيد الكربون، وتحوُّل الأكسجين إلى ماء، إلى كثير من الإنزيمات. توجد تفاصيل هذه العمليات في كتب الكيمياء الحيوية (مثلاً، Nelson and Cox, *Lehninger Principles of Biochemistry*, 2004)، وهي مبينة تخطيطياً في الشكل 17.3−أ. غير أن

مبادلات الطاقة التي تتضمن ثلاثي فوسفات الأدِنوزين (adenosine triphosphate ATP)، وثاني نواة أدِنين النيكوتيناميد (nicotinamide adenine dinucleotide NAD)، وثاني نواة أدِنين الفلافين (flavin adenine dinucleotide FAD) ليست متضمنة في هذا التحليل.



الشكل 17.3- أ: مسار استقلاب الغلوكوز في الخلية. المصدر:

Keeton WT and Gould JL, *Biological Science*, 4th ed. New York: W.W. Norton and Company, Inc., 1986).



الشكل 17.3 – ب: مخطط مبسط لاستقلاب الغلوكوز في المنظومة.

افترض أن الكربوهيدرات موجودة على شكل سكر الغلوكوز في المستوى الخلوي بمعدل $200\,g/day$، وأن $200\,g/day$ من الأكسجين متوفرة للاحتراق. احسب معدل ثاني أكسيد الكربون والنواتج الجانبية الأخرى المتحررة. وحدِّد أيضاً معدل الكربون والهيدروجين والأكسجين في هذا التفاعل الاستقلابي قبل وبعد الاحتراق بالأكسجين. وافترض أن المتفاعل المحدِّد يُستهلك كلياً.

الحل:

1. تجميع

(أ) جد معدل ثاني أكسيد الكربون ونواتج التفاعل الثانوية الأخرى، ومعدلات الكربون والهيدروجين والأكسجين قبل وبعد الاحتراق.

(ب) المخطط: بناءً على الشكل 17.3–أ، يبدو أن الغلوكوز والأكسجين هما دخلان إلى عملية تنفسية، وأن ثاني أكسيد الكربون والماء هما الخرجان (الشكل 17.3–ب). والمنظومة معرَّفة على أنها مجموعة خلايا يحصل فيها استقلاب. والمحيط يضم كل ما هو خارج الخلايا.

(ت) الجدول: يُستعمل جدول لتلخيص نتائج حساب معدلات كتل المركَّبات (الجدول 5.3).

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- جميع المكوِّنات والإنزيمات الوسيطة اللازمة للتفاعلات المطلوبة موجودة في الخلايا بتراكيز كافية.
- المنظومة في حالة مستقرة.
- المتفاعل المحدِّد يُستهلك كلياً في التفاعل.

(ب) بيانات إضافية:

- ثمة حاجة إلى الأوزان الجزيئية للغلوكوز والمكوِّنات الأخرى.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- استعمل g وday وmol.

(ث) الأساس: $200\,\text{g/day}$ من الغلوكوز تدخل المنظومة.

(ج) التفاعل: معادلة الاحتراق الاستقلابي الخلوي المتوازنة هي:

$$C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2 \rightarrow 6\,CO_2 + 6\,H_2O$$

نظراً إلى أن واحداً من المتفاعلين هو متفاعل محدِّد، سوف يظهر المتفاعل الثاني في الخرج.

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى أن المعطيات هي معدلات، وإلى أنه لم تُحدَّد فواصل زمنية معينة، تكون الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الكتلة هي الملائمة لهذه المنظومة ذات الحالة المستقرة. ولما كانت الكتلة الكلية منحفظة، كانت المعادلة 4.3−3 ملائمة:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = 0$$

ولما كانت العناصر الداخلة في التفاعل منحفظة، أمكننا استعمال المعادلة 6.3−11 لكتابة موازنة كتلة كل عنصر p:

$$\sum_i \dot{m}_{i,p} - \sum_j \dot{m}_{j,p} = 0$$

ولتحديد المتفاعل المحدِّد والمعدلات المولية ومعدل التفاعل، نحتاج إلى الصيغتين الآتيتين:

المتفاعل المحدِّد = المتفاعل ذو القيمة الصغرى لـــ $\left\{\dfrac{\dot{n}_{i,s}}{-\sigma_s}\right\}$

$$\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s} + \sigma_s R = 0$$

(ب) الحساب:

- نبحث أولاً عن المتفاعل المحدِّد من بين متفاعلَيْ المنظومة. وفي ما يخص الغلوكوز، نحوِّل أولاً المعدل الكتلي إلى معدل مولي، ثم نعوِّض القيمة الناتجة في الصيغة:

$$\dot{n}_{i,C_6H_{12}O_6} = \frac{\dot{m}_{i,C_6H_{12}O_6}}{M_{C_6H_{12}O_6}} = \frac{200\,\frac{kg}{day}}{180\,\frac{g}{mol}} = 1.11\frac{mol}{day}$$

غلوكوز:

$$\left\{\frac{\dot{n}_{i,C_6H_{12}O_6}}{-\sigma_{C_6H_{12}O_6}}\right\} = \left\{\frac{1.11\frac{mol}{day}}{-(-1)}\right\} = 1.11\frac{mol}{day}$$

ونفعل الشيء نفسه للأكسجين الذي يدخل المنظومة بمعدل $6.25\ mol/day$، فنحصل نتيجة الحساب على $1.04\ mol/day$، وهي القيمة الصغرى بين القيمتين المحسوبتين للغلوكوز والأكسجين. إذاً، الأكسجين هو المتفاعل المحدِّد.

- ونظراً إلى أن المتفاعل المحدِّد يُستهلك كلياً في التفاعل، فإن معدل الأكسجين في الخرج يساوي صفراً. بناءً على ذلك يكون معدل التفاعل:

$$R = \left(\frac{\dot{n}_{i,O_2} - \dot{n}_{j,O_2}}{-\sigma_{O_2}}\right) = \left(\frac{6.25\,\frac{mol}{day} - 0}{-(-6)}\right) = 1.04\frac{mol}{day}$$

لو استعملنا المعدلات المولية للغلوكوز لحساب R، لحصلنا على القيمة نفسها.

- بناءً على معادلة أمثال التفاعل الكيميائي المتوازنة، يجب أن تكون المعدلات المولية لثاني أكسيد الكربون والماء ستة أمثال معدل التفاعل، ولذا:

$$\dot{n}_{j,CO_2} = \dot{n}_{j,H_2O} = \sigma_s\, R = 6\left(1.04\frac{mol}{day}\right) = 6.24\frac{mol}{day}$$

إذن تُنتج المنظومة $6.24\ mol/day$ من كل من ثاني أكسيد الكربون والماء.

- نظراً إلى أن الغلوكوز هو المتفاعل الفائض، يحتوي تيار الخرج على غلوكوز غير متفاعل مقداره:

$$\dot{n}_{i,C_6H_{12}O_6} - \dot{n}_{j,C_6H_{12}O_6} + \sigma_{C_6H_{12}O_6} R = 0$$
$$\dot{n}_{j,C_6H_{12}O_6} = \dot{n}_{i,C_6H_{12}O_6} + \sigma_{C_6H_{12}O_6} R =$$

$$1.11\,\frac{\text{mol}}{\text{day}} + (-1)\left(1.04\,\frac{\text{mol}}{\text{day}}\right) = 0.07\,\frac{\text{mol}}{\text{day}}$$

- تُحسب معدَّلات كتل ثاني أكسيد الكربون والماء والغلوكوز في الخرج بضرب المعدَّلات المولية بالأوزان الجزيئية المقابلة لها. وأما في ما يخص ثاني أكسيد الكربون:

$$\dot{m}_{j,\text{CO}_2} = \dot{n}_{j,\text{CO}_2} M_{\text{CO}_2} = \left(6.24\frac{\text{mol}}{\text{day}}\right)\left(44\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right) = 275\frac{\text{g}}{\text{day}}$$

وعلى نحو مشابه، يساوي معدل كتلة الماء في الخرج $112\ \text{g/day}$، ويساوي معدل كتلة الغلوكوز $13\ \text{g/day}$، ولا يخرج من المنظومة أي أكسجين لأنه يُستهلك كلياً.

- لإيجاد معدَّلات الكربون والهيدروجين والأكسجين قبل وبعد الاحتراق، يجب حساب معدَّل كتلة كل منها. في ما يخص الكربون:

$$\sum_i \dot{m}_{i,p} - \sum_j \dot{m}_{j,p} = \dot{m}_{i,\text{C}} - \dot{m}_{j,\text{C}} = 0$$

$$\begin{aligned}
\dot{m}_{i,\text{C}} = \dot{m}_{j,\text{C}} &= \dot{m}_{i,\text{C}_6/\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \\
&= \dot{m}_{i,\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}\left(\frac{M_{\text{C}_6}}{M_{\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}}\right) \\
&= 200\,\frac{\text{g}}{\text{day}}\left(\frac{72\,\frac{\text{g}}{\text{mol}}}{180\,\frac{\text{g}}{\text{mol}}}\right) = 80\,\frac{\text{g}}{\text{day}}
\end{aligned}$$

حيث إن $\text{C}_6/\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ هي نسبة الكربون في الغلوكوز. لاحظ أنه من الممكن حساب كتلة العنصر في الخرج بدلاً من كتلته في الدخل، لأنهما متساويتان. ويمكن أيضاً كتابة معادلات موازنة كتلة العنصر للهيدروجين والأكسجين. يُعطي حساب معدَّل الكتلة العنصرية للهيدروجين $13.4\ \text{g/day}$ ويُعطي حسابها في حالة الأكسجين $307\ \text{g/day}$.

4. النتيجة

(أ) الأجوبة: الأجوبة مدرجة في الجدول 5.3.

(ب) التحقُّق: إحدى طرائق التيقُّن من النتائج هي أن ننظر إلى معدلات كتل الدخل والخرج الشاملة. فنظراً إلى أن الكتلة الكلية لا تتولَّد في المنظومة ولا تُستهلك، يجب أن يكون مجموع معدَّلات الكتلة في الخرج مساوياً لذاك الذي في الدخل:

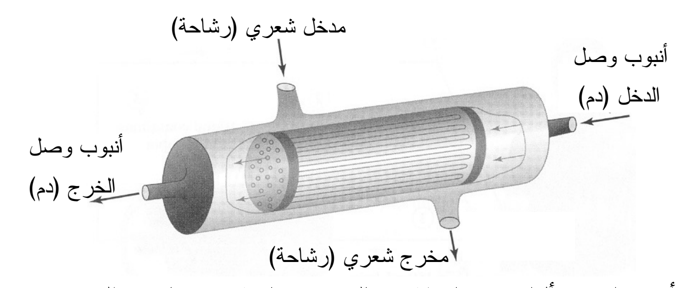
$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_j \dot{m}_j$$

$$\dot{m}_{i,C_6H_{12}O_6} + \dot{m}_{i,O_2} = \dot{m}_{j,C_6H_{12}O_6} + \dot{m}_{j,CO_2} + \dot{m}_{j,H_2O}$$

$$200\,\frac{g}{day} + 200\,\frac{g}{day} = 275\,\frac{g}{day} + 112\,\frac{g}{day} + 13\,\frac{g}{day} = 400\,\frac{g}{day}$$

الجدول 5.3: معدَّلات كتل المركَّبات والعناصر في الاستقلاب الخلوي.

المركَّب	الدخل (g/day)	الخرج (g/day)
$C_6H_{12}O_6$	200	13
O_2	200	0
CO_2	–	112
H_2O	–	275
العنصر	**الدخل (g/day)**	**الخرج (g/day)**
كربون	80	80
هيدروجين	13.4	13.4
أكسجين	307	307



الشكل 18.3–أ: غشاء من ألياف جوفاء لاستعماله في جهاز كبد صناعي. المصدر:
Nyberg SL, Shatford RA, Peshwa MV, et al., "Evaluation of a hepatocyte entrapment hollow fiber bioreactor: a potential bioartificial liver." *Biotechnol Bioeng* 1993, 41: 194-203.

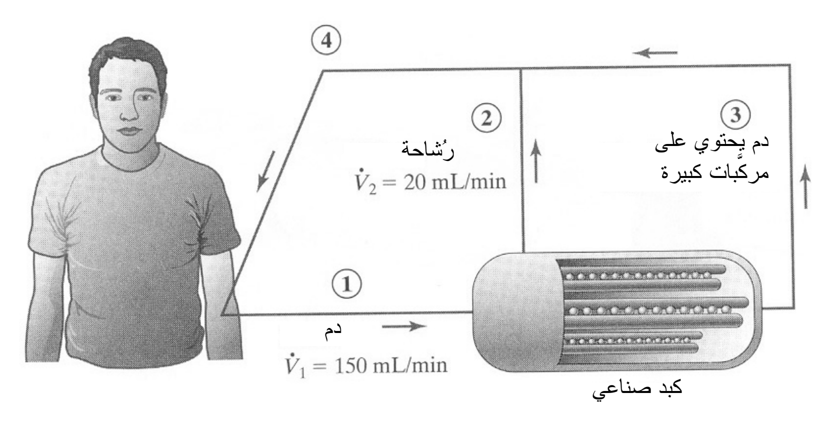
المثال 18.3 كبد صناعي

مسألة: يمكن لقصور الكبد أن يسبب مشكلات مختلفة تهدِّد الحياة، ومنها تراكم الأمونيا والبيليروبين (bilirubin) في البلازما، وانخفاض مستويات الألبومين (albumin) وعوامل التخثر في البلازما. ويُضاف إلى ذلك أن السموم تتراكم في الجسم، ويصبح الجهاز، الهرموني مُجهَداً. والعلاج الناجح الوحيد على المدى الطويل هو زرع بديل للكبد.

وأنت ترغب في تصميم جهاز ذي غشاء من الألياف الجوفاء (الشكل 18.3–أ) لاستعماله كبداً صناعياً يساعد المريض ريثما يُزرع في جسمه كبد حي. يدخل الدم الجهاز ويتفرع في آلاف

الأغشية الليفية الصغيرة. وثمة ما بين الألياف خلايا كبدية. وتحتجز الأغشية المركَّبات الكبيرة (التي هي أكبر من $100\,000\ g/mol$، أي جميع الخلايا والمضادات المناعية)، وتمرِّر جميع المركَّبات الصغيرة (التي هي أصغر من $100\,000\ g/mol$، أي كثير من البروتينات والسموم) إلى الحيز الذي يحتوي على الخلايا الكبدية. وتخرج المواد المحتجزة في الألياف من الجهاز بدون أي معالجة أخرى. وعندما تلامس الرشاحة الخلايا الكبدية، تحصل معالجة السموم قبل مغادرتها الجهاز وتُمزج مع تيار الخرج الذي يحتوي على دم غير معالج. ويُعاد الدم الذي مُزج ثانية إلى جسم المريض.

حدِّد تركيز البيليروبين والألبومين في الرشاحة الخارجة من الجهاز إلى جسم المريض. يدخل الدم الجهاز بمعدَّل $150\ mL/min$، وتخرج الرشاحة منه بمعدَّل $20\ mL/min$. ويبلغ حجم الجهاز $500\ mL$. ويساوي تركيز البيليروبين الداخل $10\mu g/mL$، ويساوي تحوُّله النسبي في الجهاز 83.4 في المئة. ويساوي تركيز مصل الألبومين الداخل $2\mu g/mL$، ويساوي معدل إنتاجه من قبل الخلايا الكبدية في الجهاز $5 g/day$.



الشكل 18.3-ب: مخطط توضيحي لجريان الدم بين المريض وجهاز الكبد الصناعي.

الحل:

1. تجميع

(أ) جد تركيز البيليروبين والألبومين في الرشاحة الخارجة من الجهاز إلى جسم المريض.

(ب) المخطط: يبين الشكل 18.3-ب مخططا لنموذج مبسط للكبد. يوجد في الجهاز مدخل واحد ومخرجان هما الرشاحة (التيار 2) وجميع المواد الأخرى (التيار 3). ويجتمع تيارا الخرج معاً في تيار واحد (التيار 4) يعود إلى جسم المريض.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- لا يُراكم الجهاز شيئاً من مكوِّنات الدم.
- لا تؤثر تغيرات تراكيز المكونات الأخرى في الدم في تركيب المكونات موضوع الاهتمام.
- تحتوي المادة الموجودة في المنظومة على خلايا وبلازما (رشاحة) وبيليروبين وألبومين فقط.
- لا توجد جسيمات صغيرة (مثل البيليروبين والألبومين) في التيار 3.
- لا توجد خلايا في التيار 2.
- المنظومة في حالة مستقرة.

(ب) بيانات إضافية:

- يساوي الوزن الجزيئي للبيليروبين $474\,\text{g/mol}$، ويساوي الوزن الجزيئي للألبومين $66000\,\text{g/mol}$.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- bili: بيليروبين
- alb: ألبومين
- استعمل mL, min, µg, mol.

(ث) الأساس: معدل تدفق التيار 1 في الدخل يساوي $150\ \text{mL/min}$. ونظراً إلى أن كثافة الدم تساوي تقريباً $1.0\ \text{g/mL}$، نستعمل أساساً للدخل يساوي $150\ \text{g/min}$.

(ج) التفاعلات: يتولَّد الألبومين، ويُستهلك البيليروبين في الجهاز. التفاعلات الكيميائية غير معطاة صراحة، أما التحوُّل النسبي ومعدل التفاعل فهما معطيان.

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى توفر المعدَّلات وعدم وجود فواصل زمنية، فإن الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الكتلة 3.3−5 هي الملائمة. وثمة حاجة إلى معادلات تخص البيليرومين والألبومين. هذان المكوِّنان غير منحفظين، لأن كلاً منهما يشارك في تفاعل كيميائي. إلا أن المنظومة في حالة مستقرة، ونظراً إلى حصول تفاعل كيميائي، تُستعمل معدَّلات التدفق المولية. إذاً، يمكننا استعمال المعادلة 8.3−13 الخاصة بالمنظومة التفاعلية:

$$\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s} + \sigma_s R = 0$$

ولإيجاد التحوُّل النسبي، نستعمل المعادلة:

$$f_s = \frac{\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s}}{\dot{n}_{i,s}}$$

(ب) الحساب:

- نظراً إلى افتراضنا أن البيليروبين غير موجود في التيار 3، علينا تضمين التيارين 1 و2 فقط في معادلة موازنة الكتلة للمنظومة التفاعلية ذات الحالة المستقرة:

$$\dot{n}_{1,\text{bili}} - \dot{n}_{2,\text{bili}} + \sigma_{\text{bili}} R = 0$$

- يمكننا إيجاد معدّل التدفق المولي في الدخل للبيليروبين لأننا نعلم تركيزه في الدخل ($10 \mu g/mL$). ولما كان معدل التدفق المولي يساوي حاصل جداء التركيز المولي ومعدل التدفق الحجمي، كان معدل التدفق المولي:

$$\dot{n}_{1,\text{bili}} = \frac{C_{1,\text{bili}}\dot{V}_1}{M_{\text{bili}}} = \left(10\,\frac{\mu g}{mL}\right)\left(150\,\frac{mL}{min}\right)\left(\frac{mol}{474\ g}\right)\left(\frac{g}{10^6\ \mu g}\right)$$

$$= 3.16 \times 10^{-6}\ \frac{mol}{min}$$

- نستطيع حساب معدّل تدفق البيليروبين المولي من الجهاز باستعمال التحوُّل النسبي للبيليروبين (83.4 في المئة):

$$f = 0.834 = \frac{\dot{n}_{1,\text{bili}} - \dot{n}_{2,\text{bili}}}{\dot{n}_{1,\text{bili}}} = \frac{3.16\times10^{-6}\ \frac{mol}{min} - \dot{n}_{2,\text{bili}}}{3.16\times10^{-6}\ \frac{mol}{min}}$$

$$\dot{n}_{2,\text{bili}} = 5.21\times10^{-7}\ \frac{mol}{min}$$

- بعدئذٍ يمكن حساب معدل تدفق كتلة البيليروبين وتركيزه في الرُشاحة (التيار 2):

$$\dot{m}_{2,\text{bili}} = \dot{n}_{2,\text{bili}} M_{\text{bili}} = \left(\frac{5.21\times10^{-7} mol}{min}\right)\left(\frac{474\ g}{mol}\right)\left(\frac{10^6\ \mu g}{g}\right) = 247\ \frac{\mu g}{min}$$

$$C_{2,\text{bili}} = \frac{\dot{m}_{2,\text{bili}}}{\dot{V}_2} = \left(\frac{247\ \frac{\mu g}{min}}{20\ \frac{mL}{min}}\right) = 12.4\ \frac{\mu g}{mL}$$

- يجتمع التياران 2 و3 معاً قبل عودة الدم إلى جسم المريض (التيار 4). لإيجاد معدل تدفق كتلة البيليروبين في التيار 4، نضم معدَّليْ تدفق كتلة البيليروبين في التيارين إلى

بعضهما. ونظراً إلى انعدام البيليروبين في التيار 3، يجب أن يكون معدل تدفق كتلة البيليروبين في التيار 4 مساوياً لذاك الذي في التيار 2 ($\dot{m}_{2,\text{bili}} = \dot{m}_{4,\text{bili}} = 247\,\mu\text{g/min}$) بناءً على انحفاظ الكتلة. ونظراً إلى أن السائل يحافظ على كثافة ثابتة، نعرف أن كلاً من معدَّلَيْ التدفق الحجمي، الخارج من المريض والداخل إليه يساوي $150\,\text{mL/min}$. ومنه يمكننا حساب تركيز البيليروبين العائد إلى جسم المريض:

$$C_{4,\text{bili}} = \frac{\dot{m}_{4,\text{bili}}}{\dot{V}_4} = \left(\frac{247\ \frac{\mu\text{g}}{\text{min}}}{150\ \frac{\text{mL}}{\text{min}}} \right) = 1.65\ \frac{\mu\text{g}}{\text{mL}}$$

- يمكننا حساب معدَّلَي تدفق كتلة الألبومين وتركيزيه في التيارين 2 و4 بالطريقة نفسها. إن الألبومين هو جزيء صغير أيضاً، لذا ينعدم في التيار 3. معادلة المنظومة التفاعلية المستقرة هي:

$$\dot{n}_{1,\text{alb}} - \dot{n}_{2,\text{alb}} + \sigma_{\text{alb}} R = 0$$

ويساوي تركيز الألبومين الداخل $2\,\mu\text{g/mL}$. باستعماله يُحسب معدل تدفق الألبومين المولي في الدخل بطريقة حساب ذاك الذي للبيليروبين نفسها، فتكون النتيجة $4.54 \times 10^{-9}\ \text{mol/min}$.

- يساوي معدل التفاعل $5\,\text{g/day}$، لذا يمكننا حساب معدل التدفق المولي للألبومين في التيار 2:

$$\sigma_{\text{alb}} R = \left(5\,\frac{\text{g}}{\text{day}}\right)\left(\frac{1\,\text{day}}{24\,\text{hr}}\right)\left(\frac{1\,\text{hr}}{60\,\text{min}}\right)\left(\frac{\text{mol}}{66\,000\,\text{g}}\right) = 5.26 \times 10^{-8}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\dot{n}_{2,\text{alb}} = \dot{n}_{1,\text{alb}} + \sigma_{\text{alb}} R = 4.54 \times 10^{-9}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}} + 5.26 \times 10^{-8}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$
$$= 5.71 \times 10^{-8}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

لاحظ أنه نظراً إلى عدم تحديد معادلة ذات أمثال تفاعل كيميائي متوازنة لتوليد الألبومين، فإن مَثَل التفاعل الكيميائي للألبومين ليس محدداً صراحة، ولذا يُفترض أنه مساوٍ للواحد.

- ويُحسب تركيز الألبومين في الرشاحة وفي تيار الدم العائد إلى جسم المريض بطريقة مشابهة: $C_{2,\text{alb}} = 189\ \mu\text{g/mL}$، و $C_{4,\text{alb}} = 25.1\ \mu\text{g/mL}$.

4. النتيجة

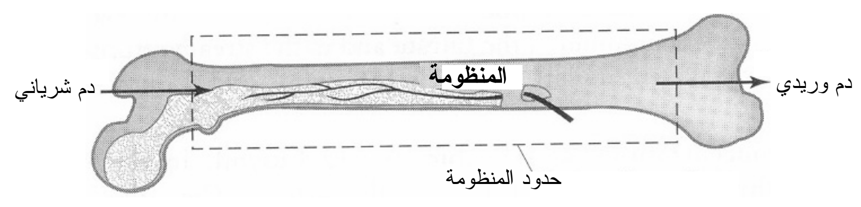
(أ) الأجوبة: يساوي تركيز البيليروبين في الرشاحة $12.4\ \mu g/mL$، ويساوي في تيار الدم العائد إلى جسم المريض $1.65\ \mu g/mL$. ويساوي تركيز الألبومين في الرشاحة $189\ \mu g/mL$، وفي الدم العائد إلى جسم المريض $25.1\ \mu g/mL$.

(ب) التحقُّق: يساوي تركيز البيليروبين في دخل الكبد الصناعي $10\ \mu g/mL$. وفي حين أن هذا التركيز في الرشاحة أعلى ويساوي $12.4\ \mu g/mL$، فإن التركيز في الدم العائد إلى الجسم أقل كثيراً ويساوي $1.65\ \mu g/mL$. وهذا الانخفاض الشامل في تركيز البيليروبين متوقَّع، لأنه يُستهلك في الجهاز. ويساوي تركيز الألبومين في دخل الكبد الصناعي $2\ \mu g/mL$، وفي الدم العائد إلى جسم المريض $25.1\ \mu g/mL$. وهذه الزيادة بمقدار عشر مرات معقولة، لأن الألبومين يتولَّد في الجهاز.

المثال 19.3 استهلاك الأكسجين في العظم

مسألة: إحدى الصعوبات الكامنة في تصميم عظم مهندَس نسيجياً هي ضرورة أن يكون النسيج الجديد قابلاً للتروية الدموية بحيث يمكن للعظم الجديد الحصول على الأكسجين الضروري لعملية التنفس. يلتصق الهيموغلوبين (hemoglobin) بكريات الدم الحمراء بالأكسجين لنقله إلى الخلايا. ويمكن لكل جزيء هيموغلوبين حمل أربعة جزيئات أكسجين. ويساوي تركيز الهيموغلوبين في الدم الكامل $0.158\ g/mL$. ويساوي الوزن الجزيئي للهيموغلوبين $64500\ g/mol$. وعليك القيام بتقدير خشن لاستهلاك الأكسجين في العظم قبل صنع قطعة لزرعها في جسم مريض.

افترض أن عظم الفخذ منظومة مستقرة يدخلها دم شرياني ويخرج منها دم وريدي. ما هو تركيز الأكسجين في الدم الخارج من عظم الفخذ؟ يُقدَّر معدل تدفق الدم في عظم الفخذ بـ $34\ mL/min$. افترض أن الهيموغلوبين مشبع 100 في المئة وأن خلايا العظم تأخذ الأكسجين من الهيموغلوبين فقط. يُقدَّر استهلاك الأكسجين في عظم الفخذ بـ $4.0\times10^{-2}\ mg/s$.



الشكل 19.3: منظومة فخذ العظم مع جريان دم في حالة مستقرة.

الحل: يُنمذج عظم الفخذ بمنظومة ذات دخل واحد وخرج واحد (الشكل 19.3). ولما كانت المنظومة في حالة مستقرة، فإن الأكسجين لا يتراكم فيها. نفترض أن الهيموغلوبين الوارد في الدم الشرياني مشبع تماماً بالأكسجين. ونفترض أن نسيج العظم لا يولِّد أي أكسجين. حينئذ يمكننا تبسيط معادلة الموازنة التفاضلية للمعدل المولي لتصبح:

$$\sum_i \dot{n}_{i,s} - \sum_j \dot{n}_{j,s} + \sum \dot{n}_{\text{gen},s} - \sum \dot{n}_{\text{cons},s} = \dot{n}^{\text{sys}}_{\text{acc},s}$$

$$\dot{n}_{i,\text{O}_2} - \dot{n}_{j,\text{O}_2} - \dot{n}_{\text{cons},\text{O}_2} = 0$$

لإيجاد معدل التدفق المولي للأكسجين في الجملة، نحتاج إلى معرفة عدد مولات الهيموغلوبين في واحدة الحجم من الدم:

$$C_{i,\text{Hb}} = \left(\frac{0.158\ \text{g Hb}}{\text{mL blood}}\right)\left(\frac{\text{mol Hb}}{64500\ \text{g blood}}\right) = 2.45\times10^{-6}\ \frac{\text{mol Hb}}{\text{mL blood}}$$

حيث إن Hb ترمز للهيموغلوبين وblood ترمز للدم. إذا التصقت أربعة جزيئات من الأكسجين بجزيء واحد من الهيموغلوبين، كان عدد مولات الأكسجين في وحدة الحجم من الدم أربعة أمثال عدد مولات الهيموغلوبين في وحدة الحجم من الدم. إذاً، يساوي معدل التدفق المولي للأكسجين في دم الدخل:

$$\dot{n}_{i,\text{O}_2} = 4\,C_{i,\text{Hb}}\,\dot{V}_{\text{blood}} = \left(\frac{4\ \text{mol O}_2}{1\ \text{mol Hb}}\right)\left(\frac{2.45\times10^{-6}\ \text{mol Hb}}{\text{mL blood}}\right)\left(34\,\frac{\text{mL}}{\text{min}}\right)$$
$$= 3.33\times10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

ولحساب معدل التدفق المولي للأكسجين المستهلك، نستعمل معدل تدفق كتلة الأكسجين:

$$\dot{n}_{\text{cons},\text{O}_2} = \frac{\dot{m}_{\text{cons},\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} = \left(\frac{4.0\times10^{-2}\ \frac{\text{mg}}{\text{s}}}{32\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}}\right)\left(\frac{60\ \text{s}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\ \text{g}}{1000\ \text{mg}}\right) = 7.5\times10^{-5}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

والآن يمكننا حساب معدل التدفق المولي للأكسجين الخارج من عظم الفخذ:

$$\dot{n}_{j,\text{O}_2} = \dot{n}_{i,\text{O}_2} - \dot{n}_{\text{cons},\text{O}_2} = 3.33\times10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}} - 7.56\times10^{-5}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}} = 2.58\times10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

ويُحسب تركيز الأكسجين في الخرج من معدل تدفقه المولي في الخرج ومعدل التدفق الحجمي للدم عبر عظم الفخذ:

$$C_{j,O_2}=\frac{\dot{n}_{j,O_2}}{\dot{V}_{\text{blood}}}=\left(\frac{2.58\times10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{min}}}{34\ \frac{\text{mL}}{\text{min}}}\right)\left(\frac{32\ \text{g}}{\text{mol}}\right)\left(\frac{1000\ \text{mg}}{\text{g}}\right)=0.242\frac{\text{mg}}{\text{mL}}$$

إذاً، يساوي تركيز الأكسجين الخارج من فخذ العظم $0.242\ \text{mg/mL}$. ومن معرفة أن تركيز الأكسجين في الدخل يساوي $0.314\ \text{mg/mL}$، نجد أن عظم الفخذ يستهلك نحو 23 في المئة من الأكسجين المتاح. يستهلك النسيج العظمي عادة نحو 25 في المئة من أكسجين الهيموغلوبين، لذا تُعتبر النتيجة معقولة.

9.3 النظم المتغيرة

تذكَّر أن المتغيرات التي تصف المنظومة المتغيرة (كدرجة الحرارة والضغط) يمكن أن تتغير مع الزمن. يُضاف إلى ذلك أن مقدار أو معدل الخاصية التوسُّعية في ظرفي المنظومة الابتدائي والانتهائي ليسا متساويين، جاعلَيْن حدَّ التراكم مختلفاً عن الصفر دائماً. **إن حدَّ التراكم يعبِّر عن تغيرات الخاصية التوسُّعية (ومن أمثلتها الكتلة والمولات) المتضمَّنة في الجملة.**

إن الصيغة التفاضلية لمعادلة الموازنة في الحالة المتغيرة هي:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}}-\dot{\Psi}_{\text{out}}+\dot{\Psi}_{\text{gen}}-\dot{\Psi}_{\text{cons}}=\dot{\Psi}_{\text{acc}}=\frac{d\Psi}{dt} \qquad (1-9.3)$$

وتصبح معادلة الموازنة التفاضلية للمنظومة المتغيرة اللاتفاعلية معادلة الانحفاظ التفاضلية في الحالة المتغيرة:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}}-\dot{\Psi}_{\text{out}}=\dot{\Psi}_{\text{acc}}=\frac{d\Psi}{dt} \qquad (2-9.3)$$

تأمَّل في منظومة خزان نصف ممتلئ بسائل، وأنت تبدأ بملئه بمزيد من السائل بمعدل ثابت $\dot{\Psi}_{\text{in}}$. افترض أيضاً أن الخزان يُصرِّف السائل بمعدل $\dot{\Psi}_{\text{out}}$. بافتراض عدم حدوث أي تفاعل، تكون المعادلة 9.3–2 ملائمة لاستعمالها في تحديد معدل تراكم السائل في الخزان. وعندما تكون $\dot{\Psi}_{\text{in}}$ أكبر من $\dot{\Psi}_{\text{out}}$، تكون $\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ أكبر من الصفر، ويتراكم السائل في الخزان. وعندما تكون $\dot{\Psi}_{\text{in}}$ أصغر من $\dot{\Psi}_{\text{out}}$، تكون $\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ أصغر من الصفر، ويفقد الخزان السائل.

يُستعمل كل من الصيغتين التفاضلية والتكاملية لمعادلتي الموازنة والانحفاظ في الحالة المتغيرة لحل نظم الحالة العابرة عادة. ثمة مزيد من المعلومات تساعد على القرار بشأن استعمال الصيغة

التكاملية أو التفاضلية في المقطعين 3.3 و4.2. وعموماً، تُستعمل الصيغة التكاملية حينما تكون ثمة مدة زمنية محددة (أي لها بداية t_o ونهاية t_f). إن الصيغة التكاملية لمعادلة الموازنة في الحالة المتغيرة هي:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{gen}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{cons}} dt$$

$$= \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\Psi}{dt} dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} \mathrm{d}\Psi \qquad (3-9.3)$$

وفي حالة النظم المتغيرة اللاتفاعلية تصبح معادلة الموازنة التكاملية معادلة الانحفاظ التكاملية في الحالة المتغيرة:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt = \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\Psi}{dt} dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} \mathrm{d}\Psi \qquad (4-9.3)$$

لاحظ أن حدَّ التراكم قد كُتب بأشكال مختلفة. يفضل الشكل $\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ أو $\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{acc}}\, dt$ حينما يكون لديك معدّل التراكم. وعندما لا يكون $\dot{\Psi}_{\text{acc}}$ تابعا للزمن، تصبح قيمة التكامل: $\dot{\Psi}_{\text{acc}}\left(t_f - t_0\right)$. ويُفضل الشكل $\frac{d\Psi}{dt}$ أو $\int_{t_0}^{t_f} \frac{d\Psi}{dt} dt$ حينما تكون الخاصية التوسُّعية Ψ للمنظومة تابعة للزمن. أخيراً، يفضل الشكل $\int_{\Psi_0}^{\Psi_f} d\Psi$ حينما يكون مقدار تراكم الخاصية التوسعية معرَّفاً. وحين مكاملة هذا الشكل يصبح $\Psi_f - \Psi_0$، ويكون مفيدا حينما يكون مقدار الخاصية التوسعية معروفاً في بدء وانتهاء العملية.

المثال 20.3 تزويد الجسم بالدواء

مسألة: يجري استقصاء طرائق مبتكرة لتزويد الجسم بالدواء باستعمال بوليمرات صناعية. وإحدى وسائل التزويد بالدواء تُزرع تحت الجلد، ويخرج الدواء منها تلقائياً إلى النسيج خلال المدة الزمنية المحددة. وأنت تقوم بتصميم بوليمر يتحرر منه الدواء على مدى ستة أشهر (الشكل 20.3–أ). حدِّد كتلة الدواء التي يحررها تصميمك الجديد خلال مدة ستة الأشهر.

الحل:

1. تجميع

(أ) جد: كتلة الدواء المتحرر خلال مدة ستة الأشهر.

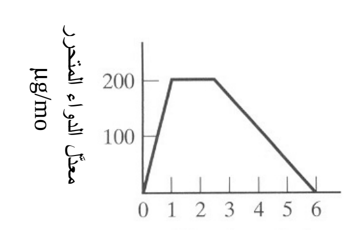
(ب) المخطط: يظهر الشكل 20.3–ب المنظومة المكوَّنة من البوليمر والدواء داخله. نظراً

إلى أننا مهتمون بمقدار الدواء المتحرر، نعرِّف المنظومة على أنها تتضمن الدواء، وأن الدواء ينتقل عبر حدود المنظومة إلى الجسم المحيط.

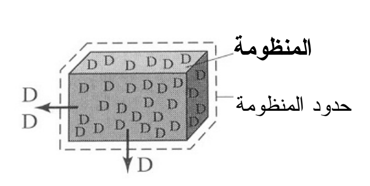
2. تحليل

(أ) فرضيات:

- الخط البياني لتحرير الدواء مبين في الشكل 20.3–أ.
- لا يعود دواء من النسيج المحيط إلى البوليمر.



الشكل 20.3 – أ: معدل تحرير الدواء خلال ستة الأشهر.



الشكل 20.3 – **ب**: بوليمر يحتوي على دواء (D) يتحرر مع الزمن.

- يمكن نمذجة تحرير الدواء بثلاث علاقات خطية مختلفة في ثلاث مدد زمنية مختلفة (0–1 شهر، 1–2.5 شهر، 2.5–6 أشهر).
- في نهاية مدة ستة الأشهر، لا يبقى أي دواء في البوليمر.

(ب) لا حاجة إلى معلومات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- m: ميل الخط.
- b: نقطة تقاطع الخط مع محور التراتيب.
- استعمل µg، mo (أي شهر).

(ث) الأساس: يُعتبر تدفق الدواء من البوليمر أساساً برغم كونه متغيراً مع الزمن.

3. حساب

(أ) المعادلات: نستعمل معادلة موازنة الكتلة التكاملية بسبب افتراض لحظات زمنية منفصلة:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{in}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{gen}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{cons}} dt = \int_{\Psi_0}^{\Psi_f} \mathrm{d}\Psi$$

(ب) الحساب:

- لا يتفاعل الدواء مع أي شيء داخل البوليمر، لذا يمكن حذف حدَّيْ التوليد والاستهلاك من المعادلة. ولما كان الدواء يتحرر من البوليمر فقط ولا يُعاد امتصاصه، فإن حدَّ الدخل يساوي الصفر أيضاً. حينئذ يمكن حساب حدّ التراكم في لحظتي الابتداء والانتهاء:

$$-\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt = \Psi_f - \Psi_0$$

- تُعالج كل نافذة زمنية على حدة. نضع معادلة خطية تصف مقدار الدواء الذي يجري تحريره بين لحظة البدء ونهاية الشهر الأول ($t_0 = 0$ و $t_f = 1\ \text{mo}$):

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m = \frac{200\dfrac{\mu\text{g}}{\text{mo}} - 0\dfrac{\mu\text{g}}{\text{mo}}}{1\ \text{mo} - 0\ \text{mo}} = 200\frac{\mu\text{g}}{\text{mo}^2}$$

$$y = mt + b = \left(200\frac{\mu\text{g}}{\text{mo}^2}\right)t + 0 = \left(200\frac{\mu\text{g}}{\text{mo}^2}\right)t$$

- يمكننا الآن حساب مقدار الدواء المتحرر بين لحظة البدء ونهاية الشهر الأول:

$$\int_0^{1\ \text{mo}} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt = \int_0^{1\ \text{mo}} \left(200\frac{\mu\text{g}}{\text{mo}^2} t\right) dt = 100\ \mu\text{g}$$

- يمكننا تكرار العملية وحساب مقدار الدواء المتحرر أثناء النافذتين الزمنيتين الأخريين. خلال النافذة الزمنية بين نهاية الشهر الأول ومنتصف الشهر الثالث، يتحرر $300\ \mu\text{g}$، وبين منتصف الشهر الثالث ونهاية الشهر السادس يتحرر $350\ \mu\text{g}$.
- أخيراً، نطبق معادلة موازنة الكتلة التكاملية لكل المنظومة على مدى ستة الأشهر بكاملها. مقدار الدواء الموجود في البوليمر في نهاية الشهر السادس (أي Ψ_f) يساوي صفراً:

$$-\int_{t_0}^{t_f} \dot{\Psi}_{\text{out}}\, dt = \Psi_f - \Psi_0$$

$$-\int_0^{1\ \text{mo}} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt - \int_{1\ \text{mo}}^{2.5\ \text{mo}} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt - \int_{2.5\ \text{mo}}^{6\ \text{mo}} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt = \Psi_f - \Psi_0$$

$$\Psi_0 = \Psi_f + \int_0^{1\ \text{mo}} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt + \int_{1\ \text{mo}}^{2.5\ \text{mo}} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt + \int_{2.5\ \text{mo}}^{6\ \text{mo}} \dot{\Psi}_{\text{out}} dt$$

$$\Psi_0 = 0 + 100\ \mu\text{g} + 300\ \mu\text{g} + 350\ \mu\text{g} = 750\ \mu\text{g}$$

4. النتيجة

(أ) الأجوبة: أثناء مدة ستة الأشهر، يحرر البوليمر المزروع الممتلئ بالدواء $750\ \mu g$ من الدواء.

(ب) التحقُّق: يمكننا تحقُّق أن هذا الجواب صحيح بحساب المساحة تحت المنحني في الشكل 20.3–أ التي تساوي فعلا $750\ \mu g$.

المثال 21.3 تراكم السموم في مزروعة عظمية مخبرية

مسألة: على المهندسين تصميم نسيج عظمي قابل للتفكك حيوياً بحيث لا تكون نواتج التفكك ضارة بالمريض. لذا يجب تقدير مستويات السمِّية المحتمل وجودها في النواتج المتفككة في المخبر وفي نماذج حيوانية قبل البدء باستعمالها في معالجة الإنسان. وتتكوَّن معظم البوليمرات التي جرت معاينتها للاستعمال داخل الجسم الحي من الكربون والهيدروجين والأكسجين، وأحياناً من النيتروجين. وفي حين أن هذه العناصر موجودة في الجسم، فإنها يمكن أن تكون سامة حين تشكيلها في بنى كيميائية معينة بتراكيز محددة. وعليك اختبار التراكيز السامة في مادة حيوية بوليمرية مسامية قابلة للتفكك.

الاختبار 1: كتلة البوليمر تساوي $1\,g$، وهو غير سام بصيغته التي يحقن بها (أي قبل التفكك). وتعلم من دراسات سابقة أن معدل التفكك ثابت، ويستغرق تفكك القطعة كلياً 8.0 أسابيع لتتحوَّل إلى مونومرات ذات تركيب متحكَّم فيه مع محلول ملحي موقٍ يتدفق عبر المادة بمعدل ثابت. إلا أنه من المعروف أن أحد نواتج التفكك سام للنسيج العظمي. وأنت تصمِّم تجربة لاستقصاء العلاقة بين تركيز المادة السامة في المحلول الملحي الخارج من القطعة ومعدل التدفق الحجمي للمحلول الملحي. وتدفع السائل الملحي عبر البوليمر المسامي بمعدل تدفق $\dot{V}$ لمحاكاة تدفق الدم في القطعة المزروعة في الجسم الحي. وتقيس تركيز الناتج السام بعد عبور تيار السائل للبوليمر. ويتناقص تركيز السم في الخرج مع زيادة معدل التدفق، وهذا يدل على علاقة تناسب عكسي بين $\dot{V}$ والتركيز. ويُعطي جداء $\dot{V}$ بتركيز السم معدل توليد ثابت للسم. هذه المعطيات مبينة في الجدول 6.3–أ ومرسومة في الشكل 21.3–أ.

الاختبار 2: ينتقد زملاؤك تصميم تجربتك ويقترحون اختبار معدلات تدفق حجمي تقل عن $40\ mL/min$. وتظهر الاختبارات الإضافية أن تركيز السم لا يتبع المنحني المتنبأ به المبين في الشكل 21.3–أ عند معدلات التدفق التي تقل عن $40\ mL/min$. ويُعطي تصميم التجربة الجديد النتائج المبينة في الجدول 6.3–ب، والبيانات الكاملة مرسومة في الشكل 21.3–ب. من

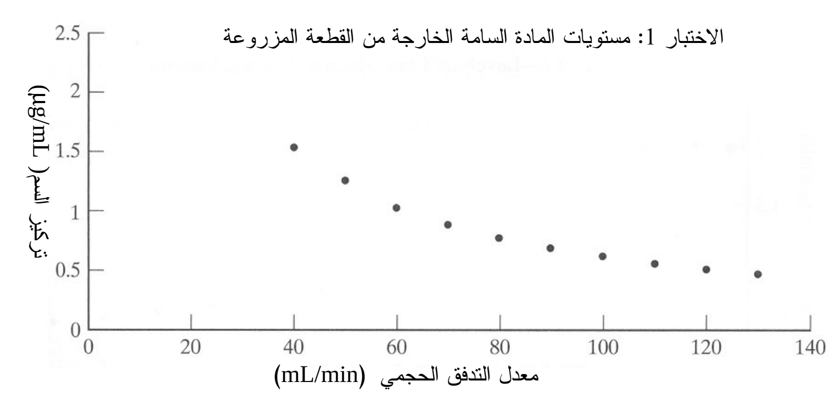
أجل $\dot{V}$ أصغر أو يساوي تقريباً 30 mL/min، يكون التركيز ثابتاً ومستقلاً عن معدل التدفق. ونظراً إلى أن البوليمر يستمر بالتفكك بالمعدل نفسه، فإنك ستتساءل إنْ كان المحلول الملحي غير قادر على تفكيك كامل الناتج السام.

استعمل بيانات الاختبارين للإجابة عما يأتي:

(أ) أَجرِ موازنة لكتلة الناتج المتفكك. ما هو معدل التدفق الأصغري الذي يضمن أن القطعة المزروعة مأمونة (أي لا تؤدي إلى تراكم السم)؟

الجدول 6.3–أ: بيانات الاختبار 1.

معدل التدفق الحجمي $\dot{V}$ (mL/min)	تركيز السم (μg/mL)	معدل التدفق الحجمي $\dot{V}$ (mL/min)	تركيز السم (μg/mL)
40	1.54	90	0.691
50	1.26	100	0.623
60	1.03	110	0.564
70	0.89	120	0.517
80	0.776	130	0.478



الشكل 21.3 – أ: الاختبار 1 – مستويات المادة السامة الخارجة من القطعة المزروعة (معدل التدفق الحجمي ≤ 40 mL/min).

(ب) تؤذي القطعة المزروعة النسيج أذى غير قابل للإصلاح حينما يتركز 0.10 g من البوليمر المتفكك في منطقة الزرع. ضع معادلة للمدة التي ينطلق ضمنها من السموم ما يكفي لإصابة النسيج بأذى مستديم.

الحل:

(أ) معادلة موازنة الكتلة التفاضلية لناتج التفكك السام هي:

$$\dot{m}_{\text{in, toxin}} - \dot{m}_{\text{out, toxin}} + \dot{m}_{\text{gen, toxin}} - \dot{m}_{\text{cons, toxin}} = \dot{m}^{\text{sys}}_{\text{acc, toxin}}$$

حيث إن toxin ترمز إلى السم وsys ترمز إلى المنظومة. نفترض عدم وجود أي مصدر آخر لمادة سامة تدخل المنظومة، ولا توجد عملية استقلاب تخرِّب أي سم، ولذا ينعدم حدَّا الدخل والاستهلاك. ونفترض أيضاً أن المادة السامة لا تتولَّد في المنظومة بأي طريقة غير تفكك البوليمر. باستعمال البيانات المدرجة في الجدول 6.3–أ، يتولَّد السم بمعدل $62\ \mu\text{g/min}$. ولدرء أذى النسيج، يجب ألا يتراكم أي سمٍّ، ولذا ينعدم حدُّ التراكم:

$$-\dot{m}_{\text{out,toxin}} + 62\frac{\mu\text{g}}{\text{min}} = 0$$

$$\dot{m}_{\text{out,toxin}} = 62\frac{\mu\text{g}}{\text{min}}$$

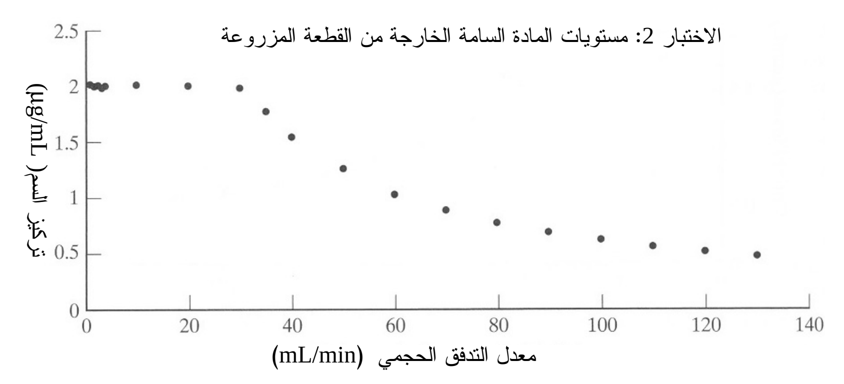
يمكن الآن حساب معدل التدفق الحجمي الأصغري للمحلول الملحي من معدل تدفق الكتلة:

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}_{\text{out, toxin}}}{C_{\text{out, toxin}}} = \frac{62\frac{\mu\text{g}}{\text{min}}}{2\frac{\mu\text{g}}{\text{mL}}} = 31\frac{\text{mL}}{\text{min}}$$

حيث إن $C_{\text{out,toxin}}$ يساوي $2\ \mu\text{g/mL}$، وهذا هو التركيز الأعظمي للسم القابل للانحلال في محلول ملحي موقٍ. وعند معدلات التدفق التي تقل عن $31\ \text{mL/min}$، تتراكم النواتج الجانبية السامة في المنظومة. ومن الشكل 21.3–ب (الجدول 6.3–ب)، يمكن أن نرى أن $31\ \text{mL/min}$ تقع حول "نقطة الانهيار".

الجدول 6.3–ب: بيانات الاختبار 2.

معدل التدفق الحجمي $\dot{V}$ (mL/min)	تركيز السم (μg/mL)	معدل التدفق الحجمي $\dot{V}$ (mL/min)	تركيز السم (μg/mL)
1	2.01	10	2.01
2	1.99	20	2.00
3	2.00	30	1.98
4	1.98	35	1.77
5	2.00		



الشكل 21.3 – **ب** الاختبار 2 – مستويات المادة السامة الخارجة من القطعة المزروعة (جميع معدلات التدفق الحجمي في الاختبار).

(ب) لاستخراج معادلة حساب المدة اللازمة لتراكم ما يكفي من السموم لإحداث أذية مستديمة، تُكتب معادلة موازنة الكتلة التفاضلية للمنظومة:

$$-\dot{m}_{\text{out,toxin}} + \dot{m}_{\text{gen,toxin}} = \frac{dm^{\text{sys}}_{\text{toxin}}}{dt}$$

حيث إن $dm^{\text{sys}}_{\text{toxin}}/dt$ هو المشتق الزمني لكتلة السم في المنظومة (أو تغيُّر كتلة السم في واحدة الزمن). عند معدلات تدفق تقل عن 31 mL/min، يساوي معدل تدفق كتلة السم في الخرج معدل التدفق الحجمي $\dot{V}$ مضروباً بالتركيز الأعظمي للمادة السامة القابلة للانحلال في المحلول الملحي (2 μg/mL). إذاً، في حالة معدل التوليد الثابت للسم، يمكن إعادة كتابة معادلة موازنة الكتلة التفاضلية كالآتي:

$$-\left(2\frac{\mu\text{g}}{\text{mL}}\right)\dot{V} + 62\frac{\mu\text{g}}{\text{min}} = \frac{dm^{\text{sys}}_{\text{toxin}}}{dt}$$

وهذا صحيح فقط عند معدلات تدفق تقل عن 31 mL/min. بمكاملة هذه المعادلة على مدة محددة لتراكم السم ينتُج:

$$\int_0^t \left(-\left(2\frac{\mu\text{g}}{\text{mL}}\right)\dot{V} + 62\frac{\mu\text{g}}{\text{min}}\right)dt = \int_{m_0}^{m_f} dm^{\text{sys}}_{\text{toxin}}$$

$$\left(-\left(2\frac{\mu\text{g}}{\text{mL}}\right)\dot{V} + 62\frac{\mu\text{g}}{\text{min}}\right) t = m^{\text{sys}}_{\text{toxin},f} - m^{\text{sys}}_{\text{toxin},0}$$

ونظراً إلى عدم وجود نواتج ثانوية سامة متراكمة في المنظومة عند $t = 0$ ، يكون $m^{\text{sys}}_{\text{toxin},0}$ صفراً. بإعادة ترتيب معادلة المدة اللازمة لحصول الأذية المستديمة ينتُج:

$$t = \frac{m_{\text{toxin},f}^{\text{sys}}}{-\left(2\,\frac{\mu g}{mL}\right)\dot{V} + 62\,\frac{\mu g}{\min}}$$

يحصل الأذى المستديم حين بلوغ كتلة السم في المنظومة القيمة 0.10 g. إذاً، إن معادلة المدة اللازمة لحصول الأذى المستديم بوصفها تابعاً لمعدل التدفق الحجمي، هي:

$$t = \frac{0.10\text{ g}}{-\left(2\,\frac{\mu g}{mL}\right)\dot{V} + 62\,\frac{\mu g}{\min}}$$

لاحظ أنه مع تزايد $\dot{V}$، تتناقص المدة اللازمة لتراكم السم حتى المستوى الضار.

المثال 22.3 تنمية جذور النباتات

مسألة: تُنتِج جذور النبات كيميائيات ثمينة تُجنى عادة للاستعمال خارج الجسم الحي. وقد وُضعت وجبة من جذور حشيشة ست الحسن (Atropa belladonna) في مفاعل يُغذَّى بالهواء عند درجة حرارة تساوي $25^{\circ}C$ (الشكل 22.3). لا تُخرَج الجذور من المفاعل أثناء التشغيل، ويُراقب نموها باستعمال موازنة الكتلة.

يعمل المفاعل الحيوي مدة 10 أيام، ويلقَّم بـــ 1425 g من وسط مغذ يحتوي على 3 في المئة وزناً من الغلوكوز ($C_6H_{12}O_6$)، وعلى 1.75 في المئة وزناً من الأمونيا (NH_3). ويمثل الماء بقية الوسط. ويُدفع في المفاعل هواء باستمرار درجة حرارته تساوي $25^{\circ}C$ تحت الضغط الجوي بمعدل $22\text{ cm}^3/\min$. ويُجمع الأكسجين (O_2) وثاني أكسيد الكربون (CO_2) والنيتروجين (N_2) باستمرار ضمن الغازات المطروحة من المفاعل. وبعد 10 أيام، يُفرَّغ المفاعل من الوسط المنضب الذي يحتوي على 0.699 g من الغلوكوز إضافة إلى الماء والأمونيا. وتساوي نسبة وزن النسيج النباتي المبلول إلى وزنه وهو جاف 14:1.

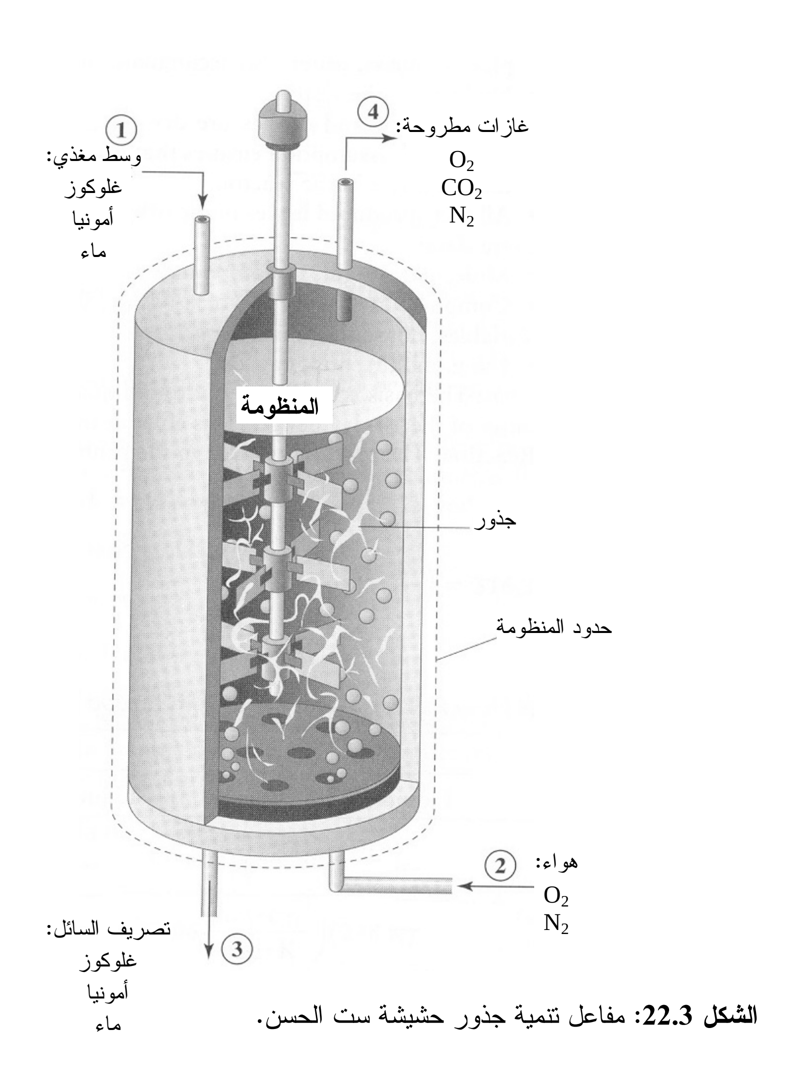
يتحوّل الغلوكوز في المفاعل إلى ثاني أكسيد الكربون وماء وكتلة نباتية وفقاً لـــ:

$$C_6H_{12}O_6 + 3.43\ O_2 + 1.53\ NH_3 \rightarrow 3.37\ CH_{1.27}O_{0.43}N_{0.45} + 2.63\ CO_2 + 6.16\ H_2O$$

أما الصيغة الكيميائية للكتلة النباتية فهي $CH_{1.27}O_{0.43}N_{0.45}$، وقد حُدِّدت من بيانات تجريبية.

بافتراض التشغيل وجبة واحدة فقط، جد المتفاعل المحدد، ومعدّل التفاعل، وكتل الخرج من

الغلوكوز والأكسجين والنيتروجين والأمونيا وثاني أكسيد الكربون والماء. ما هو مقدار الكتلة المتراكمة في جذور حشيشة ست الحسن في المنظومة بعد نهاية التشغيل مدة 10 أيام؟ (مقتبسة من: .Doran, *Bioprocessing Principles*, 1991).



الشكل 22.3: مفاعل تنمية جذور حشيشة ست الحسن.

الحل:

1. تجميع

(أ) جد:

- المتفاعل المحدِّد.

- معدّل التفاعل.
- كتل الغلوكوز والأكسجين والنيتروجين والأمونيا وثاني أكسيد الكربون والماء في الخرج.
- الكتلة (الجافة) للجذور في نهاية مدة الأيام العشرة.

(ب) المخطط: يُظهر الشكل 22.3 مخططاً للمفاعل. يحتوي تيار الغاز في الدخل على O_2 وN_2. ويحتوي تيار غاز الخرج 4 على CO_2 وN_2 وO_2. ويحتوي الوسط المغذي في الدخل 1 والسائل المصرَّف في الخرج 3 على الغلوكوز والأمونيا والماء.

(ت) الجدول: تشير الأرقام الموجودة بين الأقواس في سطر الترويسة في الجدول 7.3–أ إلى مداخل ومخارج المنظومة.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- لا تتراكم الغازات (CO_2 وN_2 وO_2) والمغذيات ($C_6H_{12}O_6$ وNH_3) في المفاعل.
- تتراكم كتلة النبات في المعالج. ونظراً إلى أن الماء يمثل مكوناً كبيراً من كتلة النبات الحيوية، يتراكم الماء أيضاً في المفاعل.
- لا يوجد تسرب من المنظومة.
- هواء الدخل والغازات المطروحة جافة (أي إنها لا تحتوي على بخار الماء، ورطوبتها تساوي صفراً). تضمن هذه الفرضية أن الماء الذي في الطور السائل لا يتحول إلى الطور الغازي في المفاعل.
- كل ثاني أكسيد الكربون الناتج ينطرح ضمن الغازات المطروحة (أي إنه لا ينحل في السائل).

(ب) بيانات إضافية:

- الأوزان الجزيئية للمركّبات.
- تركيب الهواء هو 79 في المئة حجما من النيتروجين و21 في المئة حجماً من الأكسجين.

(ت) المتحولات والرموز والوحدات:

- استعمل $g, mol, K, atm, day, cm^3$.

(ث) الأساس: الأساس هو 1425 g من مغذٍّ سائل يدخل المنظومة في بداية مدة العمل التي تدوم 10 أيام، أي إنه يُضاف إلى المنظومة 1425 g/run (run تشير إلى الوجبة).

(ج) التفاعل: التفاعل معطى في نص المسألة:

$$C_6H_{12}O_6 + 3.43\ O_2 + 1.53\ NH_3 \rightarrow$$
$$3.37\ CH_{1.27}O_{0.43}N_{0.45} + 2.63\ CO_2 + 6.16\ H_2O$$

ونظراً إلى أن الصيغة الكيميائية للكتلة النباتية تتألف من أجزاء غير صحيحة من العناصر، ستكون أمثال التفاعل غير صحيحة أيضاً. فكِّر مليّاً وأقنع نفسك بأن هذا التفاعل متوازن.

الجدول 7.3–أ: هيكل جدول معدلات تدفق كتل مكوِّنات مفاعل حشيشة ست الحسن.

	الدخل (g/run)		الخرج (g/run)		التراكم (g/run)
	سائل (1)	غاز (2)	سائل (3)	غاز (4)	ضمن الجملة
$C_6H_{12}O_6$		–	0.699	–	
CO_2	–	0	–		
O_2	–		–		
N_2	–		–		
NH_3		–		–	
H_2O		–		–	
$CH_{1.27}O_{0.43}N_{0.45}$	–	–	–	–	

3. حساب

(أ) المعادلة: المعطيات عن انتقال المادة هي معدَّلات، ولذا تكون الصيغة التفاضلية لمعادلة الموازنة هي الملائمة:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} + \dot{\Psi}_{\text{gen}} - \dot{\Psi}_{\text{cons}} = \dot{\Psi}_{\text{acc}} = \frac{d\Psi}{dt}$$

في ما يخص الغازات (CO_2 وN_2 وO_2) والمغذيات ($C_6H_{12}O_6$ وNH_3)، حدّ التراكم يساوي صفراً. إذاً، في حالة المنظومة التفاعلية ذات الحالة المستقرة يمكننا استعمال المعادلة 8.3–13 التي هي تبسيط للمعادلة السابقة:

$$\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s} + \sigma_s R = 0$$

وتتراكم كتلة النبات الحيوية والماء في المنظومة، لذا تصبح معادلة الموازنة:

$$\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s} + \sigma_s R = \dot{n}^{\text{sys}}_{\text{acc},s}$$

(ب) الحساب:

- باستعمال الأساس الخاص بالوسط المغذي (1425 g/run) والمعلومات المعطاة في نص المسألة، يمكننا حساب المعدلات الكتلية والمولية للغلوكوز والأمونيا والماء الداخلة إلى المفاعل الحيوي. في ما يخص الغلوكوز:

$$\dot{m}_{1,C_6H_{12}O_6} = 0.03\left(1425\frac{\text{g}}{\text{run}}\right) = 42.75\frac{\text{g}}{\text{run}}$$

$$\dot{n}_{1,C_6H_{12}O_6} = \frac{\dot{m}_{1,C_6H_{12}O_6}}{M_{C_6H_{12}O_6}} = \frac{42.75\frac{\text{g}}{\text{run}}}{180\frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0.2375\frac{\text{mol}}{\text{run}}$$

وتُجرى حسابات مشابهة للأمونيا والماء. في ما يخص الأمونيا، المعدَّل الكتلي يساوي 24.94 g/run، والمعدل المولي يساوي 1.47 mol/run. وفي ما يخص الماء، المعدَّل الكتلي يساوي 1357 g/run، والمعدَّل المولي يساوي 75.4 mol/run. تذكَّر أن هذه المواد تُدخل إلى المفاعل على شكل وجبة في بداية مدة عشرة الأيام.

- يُغذَّى المفاعل بالهواء باستمرار بمعدَّل 22 cm^3/min. بعد إيجاد حجم الهواء الداخل إلى المفاعل أثناء مدة التشغيل، يمكننا حساب معدل التدفق الحجمي للأكسجين والنيتروجين اللذين يتكوَّن منهما الهواء بالنسبتين الحجميتين 21 في المئة و79 في المئة:

هواء: $$\dot{V}_2 = \left(22\frac{\text{cm}^3}{\text{min}}\right)\left(\frac{60\text{ min}}{\text{hr}}\right)\left(\frac{24\text{ hr}}{\text{day}}\right)\left(\frac{10\text{ day}}{\text{run}}\right) = 316800\frac{\text{cm}^3}{\text{run}}$$

أكسجين: $$\dot{V}_{2,O_2} = 0.21\left(316800\frac{\text{cm}^3}{\text{run}}\right) = 66500\frac{\text{cm}^3}{\text{run}}$$

وبطريقة مشابهة يُحسب معدل التدفق الحجمي للنيتروجين: 250 000 cm^3/run.

- وباستعمال قانون الغاز المثالي، يمكننا تحويل معدلات التدفق الحجمية إلى معدلات تدفق مولية، ومن ثَمَّ إلى معدَّلات تدفق كتلية. في ما يخص الأكسجين:

أكسجين:

$$\dot{n}_{2,O_2} = \frac{P\dot{V}_{2,O_2}}{RT} = \frac{(1.0\text{ atm})\left(66500\frac{\text{cm}^3}{\text{run}}\right)}{82.06\frac{\text{atm}\cdot\text{cm}^3}{\text{mol}\cdot\text{K}}(298\text{ K})} = 2.72\frac{\text{mol}}{\text{run}}$$

$$\dot{m}_{2,O_2} = \dot{n}_{2,O_2} M_{O_2} = \left(2.72 \frac{\text{mol}}{\text{run}}\right)\left(32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}\right) = 87.04 \frac{\text{g}}{\text{run}}$$

وبإجراء الشيء نفسه للنيتروجين في الدخل ينتُج: معدل تدفق المولي يساوي 10.23 mol/run، ومعدل التدفق الكتلي يساوي 286.4 g/run.

- يمكننا الآن إيجاد المتفاعل المحدِّد باستعمال المعادلة 8.3−18. في ما يخص الغلوكوز:

$$\left\{\frac{\dot{n}_{i,s}}{-\sigma_s}\right\} = \left\{\frac{0.2375 \frac{\text{mol}}{\text{run}}}{-(-1)}\right\} = 0.2375 \frac{\text{mol}}{\text{run}}$$

وبطريقة مشابهة نحصل على 0.793 mol/run للأكسجين، وعلى 0.96 mol/run للأمونيا. ونظراً إلى أن القيمة الصغرى هي للغلوكوز، يكون الغلوكوز المتفاعل المحدِّد.

- ومن معدَّليْ الدخل والخرج للغلوكوز نحصل على R. لكن علينا أولاً تحويل معدل الخرج الكتلي من الغلوكوز إلى معدَّل مولي:

$$\dot{n}_{3,C_6H_{12}O_6} = \frac{\dot{m}_{3,C_6H_{12}O_6}}{M_{C_6H_{12}O_6}} = \left(0.699 \frac{\text{g}}{\text{run}}\right)\left(\frac{\text{mol}}{180\text{ g}}\right) = 0.00388 \frac{\text{mol}}{\text{run}}$$

يمكن الآن استعمال المعدلين الموليين للدخل والخرج لحساب التحوُّل النسبي (المعادلة 8.3−16) الذي يُستعمل بعدئذ لحساب R (المعادلة 8.3−15):

$$f_{C_6H_{12}O_6} = \frac{\dot{n}_{1,\,C_6H_{12}O_6} - \dot{n}_{3,\,C_6H_{12}O_6}}{\dot{n}_{1,\,C_6H_{12}O_6}} = \frac{0.2375 \frac{\text{mol}}{\text{run}} - 0.00388 \frac{\text{mol}}{\text{run}}}{0.2375 \frac{\text{mol}}{\text{run}}} = 0.98$$

لاحظ أنه رغم أن الغلوكوز هو المتفاعل المحدِّد، فإنه لا يُستهلك كلياً.

$$R = \frac{\dot{n}_{1,\,C_6H_{12}O_6}\, f_{C_6H_{12}O_6}}{-\sigma_{C_6H_{12}O_6}} = \frac{\left(0.2375 \frac{\text{mol}}{\text{run}}\right)(0.98)}{-(-1)} = 0.2336 \frac{\text{mol}}{\text{run}}$$

- بتوفُّر R ومعدَّل دخل الأمونيا المولي المحسوب سابقاً، يمكننا حساب معدَّليْ الخرج الكتلي والمولي للأمونيا باستعمال معادلة الموازنة في حالة المنظومة التفاعلية المستقرة:

$$\dot{n}_{1,NH_3} - \dot{n}_{3,NH_3} + \sigma_{NH_3} R = 0$$

$$\dot{n}_{3,\mathrm{NH_3}} = \dot{n}_{1,\mathrm{NH_3}} + \sigma_{\mathrm{NH_3}} R = 1.47\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}} + (-1.53)\left(0.2336\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}\right)$$

$$= 1.11\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}$$

$$\dot{m}_{3,\mathrm{NH_3}} = \dot{n}_{3,\mathrm{NH_3}} M_{\mathrm{NH_3}} = \left(1.11\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}\right)\left(17\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right) = 18.9\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}}$$

ويمكن إجراء حسابات مشابهة لإيجاد معدَّليْ التدفق الكتلي للأكسجين وثاني أكسيد الكربون في خرج المنظومة: 61.44 g/run للأكسجين، 27.0 g/run لثاني أكسيد الكربون. ويجب أن يكون معدل تدفق النيتروجين في الدخل مساوياً لمعدل تدفقه في الخرج، لأنه لا يتفاعل ضمن المنظومة، ولذا يكون معدل تدفقه الكتلي في الخرج مساوياً 286.4 g/run.

- ونظراً إلى كون المفاعل محكم الإغلاق أثناء مدة الأيام العشرة، فإن الكتلة النباتية الحيوية لا تستطيع دخول المنظومة أو الخروج منها. إلا أن تلك الكتلة تزداد أثناء نمو النبات. إذاً، تتراكم المادة الناتجة عن التفاعل في المنظومة. لحساب مقدار تراكم الكتلة الحيوية، نستعمل معادلة الموازنة العائدة للمنظومة التفاعلية المتغيرة:

$$\dot{n}_{i,\mathrm{biomass}} - \dot{n}_{j,\mathrm{biomass}} + \sigma_{\mathrm{biomass}} R = \dot{n}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,biomass}}$$

$$0 - 0 + 3.37\left(0.2336\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}\right) = \dot{n}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,biomass}} = 0.787\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}$$

حيث إن تشير biomass إلى الكتلة النباتية الحيوية. وتُحوَّل الكتلة الحيوية المتراكمة للنبات الجاف من الوحدة المولية إلى وحدات كتلية باستعمال الوزن الجزيئي للكتلة الحيوية ($CH_{1.27}O_{0.43}N_{0.45}$) الذي يساوي 26.45 g/mol:

$$\dot{m}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,biomass}} = \left(0.787\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}\right)\left(26.45\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right) = 20.8\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}}$$

وقد ورد في نص المسألة أن نسبة الوزن المبلول إلى الوزن الجاف للنسيج النباتي يساوي 1:14. لذا يكون المقدار المتراكم من الكتلة الحيوية والماء في المفاعل:

$$\dot{m}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,wet\ biomass}} = 14\left(20.8\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}}\right) = 291.2\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}}$$

$$\dot{m}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,H_2O}} = \dot{m}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,wet\ biomass}} - \dot{m}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,biomass}}$$

$$= 291.2\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}} - 20.8\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}} = 270.4\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}}$$

• يمكن الآن استعمال معادلة موازنة الكتلة التفاضلية للمنظومة التفاعلية المتغيرة لحساب معدل تدفق الماء في الخرج:

$$\dot{n}_{1,\mathrm{H_2O}} - \dot{n}_{3,\mathrm{H_2O}} + \sigma_{\mathrm{H_2O}} R = \dot{n}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,H_2O}}$$

$$\begin{aligned}\dot{n}_{3,\mathrm{H_2O}} &= \dot{n}_{1,\mathrm{H_2O}} + \sigma_{\mathrm{H_2O}} R - \dot{n}^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc,H_2O}} \\ &= 75.4\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}} + 6.16\left(0.2336\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}\right) \\ &\quad -\left(270.4\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}}\right)\left(\frac{\mathrm{mol}}{18\ \mathrm{g}}\right) \\ &= 61.82\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{m}_{3,\mathrm{H_2O}} &= \dot{n}_{3,\mathrm{H_2O}} M_{\mathrm{H_2O}} \\ &= \left(61.82\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{run}}\right)\left(18\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right) = 1113\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{run}}\end{aligned}$$

الجدول 7.3−ب: معدلات تدفق كتل مكوِّنات مفاعل حشيشة ست الحسن.

	الدخل (g/run)		**الخرج (g/run)**		**التراكم (g/run)**
	سائل (1)	غاز (2)	سائل (3)	غاز (4)	ضمن الجملة
$C_6H_{12}O_6$	42.8	−	0.699	−	0
CO_2	−	0	−	27.0	0
O_2	−	87.0	−	61.4	0
N_2	−	286	−	286	0
NH_3	24.9	−	18.9	−	0
H_2O	1360	−	1110	−	270
$CH_{1.27}O_{0.43}N_{0.45}$	−	−	−	−	20.8

4. النتيجة

(أ) الأجوبة: المتفاعل المحدِّد هو الغلوكوز. ومعدَّل التفاعل يساوي 0.234 mol/run. ومعدلات الخرج الكتلية للمركَّبات المختلفة مبينة في الجدول 7.3−ب، حيث أُعطيت جميع القيم العددية بثلاثة أرقام معنوية. وتساوي الكتلة الجافة لحشيشة ست الحسن النامية في المفاعل خلال عشرة أيام 20.8 g. وتساوي كتلتها المبلولة مجموع كتلة الماء

(270.4 g) وكتلتها الجافة (20.8 g)، أي 291 g، وهذا هو مقدار التراكم في المنظومة على مدى عشرة أيام.

(ب) التحقُّق: يمكننا إجراء موازنة شاملة للكتلة الكلية للتيقُّن من الحلول باستعمال معادلة الانحفاظ في الحالة المتغيرة 9.3-2. إذا استعملنا مقدار السائل الداخل إلى المفاعل والمساوي 1425 g/run، والقيمة المحسوبة 373 g/run من الغاز (الجدول 7.3-ب)، كان صافي الدخل 1798 g/run. وفي الخرج، يساوي معدل التدفق الكلي 1504 g/run. إذاً، ميزانية الكتلة الكلية هي:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \dot{m}_{\text{acc}}^{\text{sys}}$$

$$1798\frac{\text{g}}{\text{run}} - 1504\frac{\text{g}}{\text{run}} = 294\frac{\text{g}}{\text{run}} \approx 291\frac{\text{g}}{\text{run}}$$

وهذه قيمة قريبة من قيمة التراكم المحسوبة 291 g/run، ويمكن أن يُعزى الفرق إلى أخطاء التدوير.

الخلاصة

ناقشنا في هذا الفصل المفاهيم الأساسية للكتلة، ومنها تعاريف الكتلة والمولات، ومعدلات التدفق الكتلية والمولية والحجمية، والنسب الكتلية والمولية. ووصفنا أيضاً كيفية تطبيق معادلات الموازنة والانحفاظ على خواص توسعية مثل الكتلة الكلية وكتلة الجنس وكتلة العنصر والمولات الكلية ومولات الجنس ومولات العناصر.

وركَّزنا الاهتمام في كيفية تبسيط واختزال معادلتي الموازنة والانحفاظ لنظم مختلفة، ومنها النظم المفتوحة واللاتفاعلية والمستقرة. وطُبِّقت تلك المعادلات أيضاً على النظم متعددة التيارات في الدخل والخرج، أو متعددة المكوِّنات المتدفقة في التيار، أو كليهما. واستقصينا أيضاً كيفية عزل نظم بسيطة من نظم معقدة متعددة الوحدات ذات تيارات متعددة، وذلك من أجل إيجاد حلول للمكونات والمتغيرات المختلفة. واستعرضنا طريقة لموازنة أمثال التفاعلات الكيميائية الحيوية المعقدة وأوضحنا كيفية تطبيق معادلتي الموازنة والانحفاظ على النظم التفاعلية. وأخيراً، حلَّلنا كيفية استعمال المعادلات لإيجاد قيم المتغيرات في النظم المتغيرة.

يؤكِّد الجدول 8.3 أن الكتلة يمكن أن تتراكم في المنظومة بسبب نقل المادة الجَسِيمة عبر حدود المنظومة أو بسبب توليد أو استهلاك الكتلة في التفاعلات الكيميائية. انظر الجداول في خلاصات الفصول الأخرى من أجل المقارنة. وقد قدمنا انحفاظ الكتلة أولاً في هذا الكتاب لأنه

يُستعمل لحل مسائل أشد تعقيداً تخص انحفاظ الطاقة الكلية (الفصل 4) والزخم الخطي والزاوي (الفصل 6)، وموازنة الطاقة الكهربائية (الفصل 5) والطاقة الميكانيكية (الفصل 6).

الجدول 8.3: ملخص حركة وتوليد واستهلاك وتراكم الكتلة التي تعبِّر عنها معادلة الموازنة.

التراكم	**دخل − خرج**		**+ توليد − استهلاك**	
الخاصية التوسعية	نقل مادة جَسِيمة	تماس مباشر وغير مباشر	تفاعلات كيميائية	تحويل في ما بين أنواع الطاقة
الكتلة الكلية	×			
كتلة الجنس	×		×	
كتلة العنصر	×			
المولات الكلية	×		×	
مولات الجنس	×		×	
مولات العنصر	×			

المراجع

References

1. Lewis R. «A compelling need.» *Scientist* 1995, 9:12.
2. DePuy Orthopaedics I. «Joint Replacement.com: Restoringths Joy of Motion.» 2000. <http://www.jointreplacement.com/xq/ASP.default/mn.local/pg.header/joint_id.5/newFont.2/joint)nm.Hip/qx/default.htm>. (accessed July 15,2005).
3. Greenwald AS., Boden SD., Goldberg VM., et al. «Bone-graft substitutes: Facts, Fictions, and applications.» *J Bone Joint Surg Am* 2001, 83-A Suppl 2 Pt 2:98-103.

Cooney DO. *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes.* New York: Marcel Dekker, 1976

مسائل

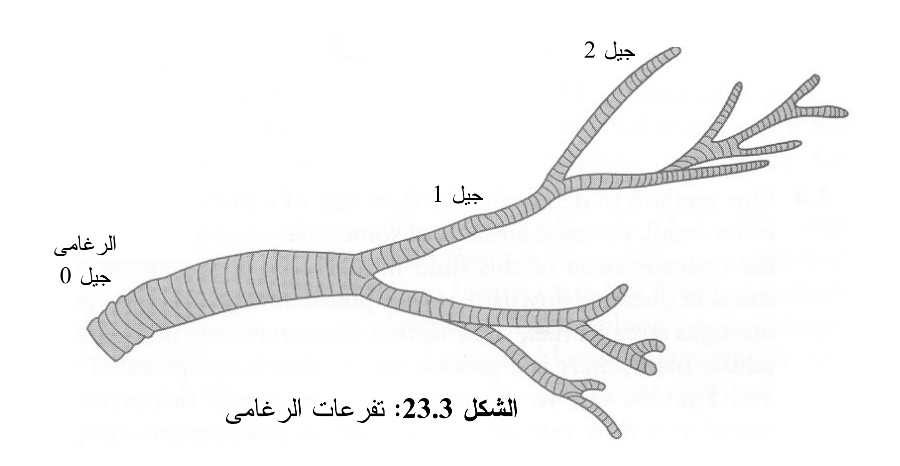
1.3 تتفرع الشريانات إلى أوعية شُعيْرية في الدورة الدموية. ويتدفق الدم بسرعة 20 cm/s عبر شريان قطره 0.2 cm. ويتفرع هذا الشريان إلى فرعين، قطر الأول يساوي 0.17 cm، ويتدفق الدم فيه بسرعة 18 cm/s، وقطر الثاني يساوي 0.15 cm. ويتفرع كل من هذين

الفرعين أيضاً. فيتفرع الشريان الذي قطره 0.17 cm إلى فرعين قطر كل منهما 0.15 cm، ويتفرع الآخر إلى فرعين قطر كل منهما 0.12 cm. احسب معدل تدفق كتلة الدم وسرعته في كل من الفروع الأربعة. قد تحتاج إلى وضع عدة نظم لكل منها حدود منظومة مختلفة كي تتمكن من حل هذه المسألة.

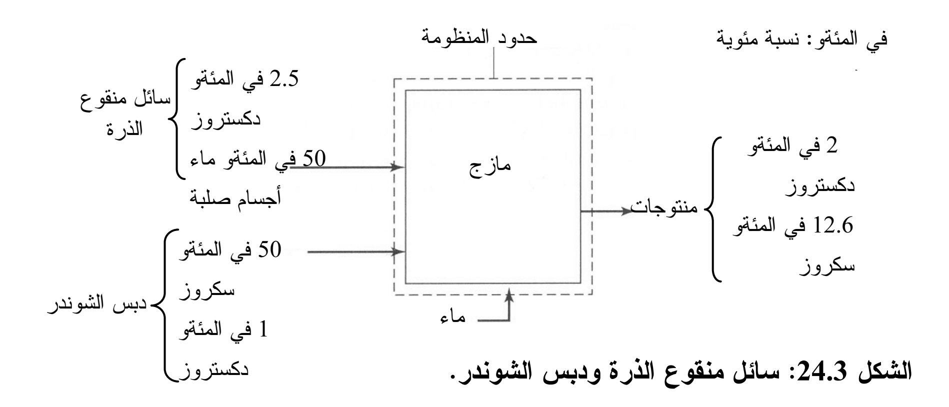
2.3 أنت مهتم بنمذجة تدفق الهواء في الرئتين. تُعتبر الرغامى الجيل 0، ويساوي قطرها $D_0 = 1.8$ cm. ويساوي معدل التدفق الحجمي فيها 200 mL/s. وتساوي كثافة الهواء $0.0012\ \text{g/cm}^3$ وتساوي لزوجته 0.00018 g/(cm.s). وتتفرع الرغامى إلى قصبتين، تسميان الجيل 1 (انظر الشكل 23.3)، وقطرا هاتين القصبتين متساويان ويساوي كل منهما 75 في المئة من قطر الرغامى. ويتفرع كل من فرعي الجيل 1 إلى فرعين يمثلان الجيل 2. وأقطار الفروع الأربعة في الجيل 2 متساوية، وكل منها يساوي 75 في المئة من قطر القصبة في الجيل 1. ويستمر هذا النمط من التفرع عند كل جيل جديد حيث يساوي دائماً قطر كل من الفرعين الجديدين 75 في المئة من قطر الأصل الذي يسبقهما.

(أ) اكتب معادلة السرعة الخطية للهواء v_n لكل جيل n بدلالة $\dot{m}_0$ (معدل تدفق الكتلة في الجيل 0)، وn (رقم الجيل)، وD_0 (قطر الرغامى) و ρ (كثافة الهواء). احسب سرعة الهواء الخطية في الجيلين 6 و12.

(ب) اكتب معادلة لعدد رينولدس Re_n، للجيل n، بدلالة $\dot{m}_0$ (معدل تدفق الكتلة في الجيل 0)، وn (رقم الجيل)، وD_0 (قطر الرغامى) و μ (لزوجة الهواء). احسب عدد رينولدس في الجيلين 6 و12.



الشكل 23.3: تفرعات الرغامى



الشكل 24.3: سائل منقوع الذرة ودبس الشوندر.

3.3 يحتوي سائلُ منقوع الذرة على 2.5 في المئة وزناً من الدكستروز و50 في المئة وزناً من الماء، والباقي مادة صلبة. ويحتوي دبس الشوندر على 50 في المئة وزناً من السكروز، و1.0 في المئة وزناً من الدكستروز، و18 في المئة وزناً من الماء، والباقي هو مادة صلبة. ويُمزج دبس الشوندر مع سائل منقوع الذرة والماء في خزان لإنتاج مزيج سكر مخفَّف. يحتوي تيار الخرج على 2.0 في المئة وزناً من الدكستروز، و12.6 في المئة وزناً من السكروز، وهو جاهز لإدخاله إلى وحدة تخمير (انظر الشكل 24.3). (مقتبسة من Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, 1999).

(أ) ما هو أساس هذه المسألة في حلك؟

(ب) ما هي النسب المئوية الوزنية (في المئةو) للدكستروز والسكروز والمادة الصلبة والماء في تيار الخرج؟

(ت) ما هي نسبة معدل تدفق كتلة تيار الماء إلى معدل تدفق تيار سائل منقوع الذرة؟

4.3 إحدى طرائق تحديد معدل تدفق تيار مضطرب هي حقن مقدار صغير محدَّد من سائل سهل الانتشار، ثم قياس تركيز ذلك السائل في عينة من التيار الممزوج مستخلصة بعد مسافة معينة من مجرى التيار. وفي المعامل الصيدلانية، غالباً ما يوجد كثير من تيارات الغازات الخاملة (تيارات تحمل غازات غير متفاعلة). وتوجد في أحد المعامل سيرورة فيها تيار يتكوَّن من نسبة مولية من النيتروجين (غاز خامل) تساوي 95 في المئة، ونسبة مولية من الأكسجين تساوي 5 في المئة. ولتحديد معدل تدفق هذا التيار، يُحقن الأكسجين بمعدل تدفق يساوي 16.3 mol/hr. ويُحلَّل تركيز الأكسجين في عينة من التيار فيتبين أن نسبته المولية

تساوي 10 في المئة. يمكنك افتراض عدم حصول أي تفاعل في المجرى وأن التدفقات تعمل في الحالة المستقرة.

(أ) كم معادلة موازنة تستطيع أن تكتب؟ وكم معادلة منها مستقلة خطياً؟

(ب) احسب معدل تدفق تيار السيرورة الذي يحتوي على نسبة مولية تساوي 95 في المئة من النيتروجين و5 في المئة من الأكسجين.

5.3 عليك تحضير دم لعملية نقل دم. ولديك الأكياس الثلاثة الآتية من الدم المعالج:

الكيس (أ) غني بكريات الدم الحمراء، ويحتوي على نسبة وزنية تساوي 2.5 في المئة من خلايا الدم البيضاء، وعلى 50.0 في المئة من سائل متساوي التوتر (isotonic)، وبقية محتويات الكيس هي خلايا دم حمراء.

الكيس (ب) غني ببروتينات مصلية (serum protein). ويحتوي على نسبة وزنية تساوي 50.0 في المئة من البروتينات المصلية، وعلى 1.0 في المئة من كريات الدم البيضاء، و18.0 في المئة من سائل متساوي التوتر، وبقية محتويات الكيس هي خلايا دم حمراء.

الكيس (ت) يحتوي على 100.0 في المئة من السائل متساوي التوتر.

يجب مزج محتويات الأكياس الثلاثة جميعا بالنسب الصحيحة لتحضير كيس نقل الدم. ويجب أن يكون تركيب كيس نقل الدم كالآتي: 2.0 في المئة وزناً كريات حمراء، و12.6 في المئة وزناً بروتينات مصلية.

(أ) اكتب معادلات انحفاظ كتل كريات الدم الحمراء وكريات الدم البيضاء والسائل متساوي التوتر في كيس نقل الدم.

(ب) احسب النسب المئوية الوزنية لكريات الدم الحمراء والسائل متساوي التوتر في كيس نقل الدم.

(ت) ما هي نسبة كتلة السائل متساوي التوتر الصرف (الكيس ت) إلى كتلة الكيس (أ)؟ ما هي نسبة كتلة الكيس (ب) إلى كتلة الكيس (أ)؟

6.3 في سيرورة صناعية لإنتاج الكحول، تُدخل البكتيريا مع السكر والماء إلى مفاعل حيوي. وتصنع البكتيريا كحولاً من السكر، ويحتوي التيار الخارج من المفاعل على البكتيريا والكحول والماء، إضافة إلى السكر المتبقي. ونحن نرغب في إزالة جميع الخلايا من تيار الخرج بحيث نتمكن من تنقية منتوجنا الكحولي، فيُدخَل تيار الخرج إلى جهاز فصل حيث تُفصل المكوِّنات الخلوية من بقية التيار. ويحتوي تيار الدخل إلى الفاصل على 30 في المئة وزناً من الكحول، وعلى 5 في المئة وزناً من السكر، و10 في المئة وزناً من الخلايا،

والبقية من الماء. ويخرج من الفاصل تياران: تيار غني بالخلايا وتيار نظيف منها. ويحتوي التيار الغني بالخلايا على 90 في المئة وزناً من الخلايا، و2.5 في المئة وزناً من السكر، و0.5 في المئة وزناً من الكحول و7 في المئة وزناً من الماء.

(أ) اكتب معادلات انحفاظ كتل الأجناس: الكحول والبكتيريا والسكر والماء. واكتب معادلة انحفاظ الكتلة الكلية.

(ب) كم معادلة من معادلات موازنة الكتلة مستقلة خطياً؟

(ت) حدِّد تركيب التيار الخالي من الخلايا.

7.3 يمكن لبديل الدم القائم على الهيموغلوبين (hemoglobin) التركيبي أن يكون عظيم الفائدة في حالات نفاد إمدادات الدم المتبرع به. في البدائل التي كانت تُستخدم سابقاً، كان جزيء الهيموغلوبين يُعدَّل جينياً من أجل تحسين تآلفه مع الأكسجين.

يُجفَّف الهيموغلوبين بكلوريد الصوديوم (1.0 في المئة وزناً) وفوسفات البوتاسيوم (1.0 في المئة وزناً). ويُضم الهيموغلوبين المجفَّف إلى مزيج ملح صلب يحتوي على بيكربونات الصوديوم (50.0 في المئة وزناً)، وكلوريد الصوديوم (20.0 في المئة وزناً)، وفوسفات البوتاسيوم. ويحتوي كل كيس دم على 2.0×10^{2} g من مزيج الهيموغلوبين المجفف المعدل ومزيج الملح المجفف. وحينما تكون ثمة حاجة إلى بديل للدم، يُضاف الماء إلى المزيج الجاف بمعدل 8.0×10^{2} g لكل كيس لإعادة تكوين المحلول (المحتوي على الماء والهيموغلوبين والأملاح) الذي يجب أن يحتوي على 19 في المئة وزناً في الأقل من الهيموغلوبين المعدل.

(أ) اكتب معادلة انحفاظ لكل من المركَّبات الكيميائية الأربعة (الهيموغلوبين المجفف وكلوريد الصوديوم وفوسفات البوتاسيوم وبيكربونات الصوديوم) الممزوجة معاً على شكل مسحوق جاف.

(ب) حدِّد النسبة المئوية الوزنية لكل من المركَّبات الأربعة المذكورة.

(ت) حدِّد النسبة المئوية الوزنية لكل من المكونات الخمسة بعد إعادة تكوين المحلول بالماء.

(ث) توجد أحياناً مشكلات إمداد بمزيج الملح الجاف. في حالة نفاد ما لديك من مزيج الملح، ما هو مقدار الماء الإضافي الذي تحتاج إليه للحفاظ على نسبة للهيموغلوبين المعدل تساوي 19 في المئة وزناً في المحلول المعاد تكوينه؟

8.3 يُنتَج دواء الستربتومايسين (streptomycin) بكميات كبيرة في الولايات المتحدة. وبعد التنقية، يحتوي الستربتومايسين على 50.0 في المئة وزناً من الماء. ولاستعمال الدواء في

الحقن الوريدي، يجب أن يكون ممدّداً، ويجب أن تُضاف إليه مادة حافظة. يحتوي تيار التمديد على 2 في المئة وزناً من كلوريد الصوديوم في الماء. ويحتوي تيار المادة الحافظة على 10 في المئة وزناً من المادة الحافظة و5 في المئة وزناً من كلوريد الصوديوم في الماء. وتُمزج التيارات الثلاثة معاً في خزان مزج، حيث يكون تيار الخرج جاهزا للتعبئة في أكياس الحقن الوريدي.

(أ) حدِّد نسبة التيار المحتوي على الدواء إلى تيار الخرج بافتراض أن نسبة الدواء في تيار الخرج تساوي 10 في المئة وزناً.

(ب) حدِّد نسبة التيار المحتوي على المادة الحافظة إلى تيار الخرج بافتراض أن نسبة المادة الحافظة في تيار الخرج تساوي 3 في المئة وزناً.

(ت) حدِّد نسبة تيار التمديد إلى تيار الخرج بافتراض أن نسبة الدواء تساوي 10 في المئة وزناً ونسبة المادة الحافظة تساوي 3 في المئة وزناً في تيار الخرج.

(ث) ما هو الأساس في هذه المسألة؟

(ج) احسب معدلات تدفق الكتلة في تيارات الدخل الثلاثة.

(ح) ما هي النسبة المئوية الوزنية لكلوريد الصوديوم في تيار الخرج؟

9.3 إحدى مهام الكليتين هي التخلص من السموم التي تتراكم نتيجة للاستقلاب. وحينما يصاب الناس بالقصور الكلوي، يجب استعمال آلة غسيل الكلى للتخلص من تلك السموم. يمر الدم في آلة غسيل الكلى عبر أنابيب (أو أغشية) رقيقة الجدران في اتجاه واحد، في حين أن سائل غسيل الكلى (dialysate) يتدفق على الجوانب الخارجية من الأنابيب في الاتجاه المعاكس. وتسمح مسامات صغيرة في الأنابيب للجزيئات الصغيرة بالمرور جيئة وذهاباً بين التيارين، لكنها تمنع الجزيئات الكبيرة (البروتينات والخلايا) من المرور عبرها. بافتراض أن تركيب الدم الداخل إلى الآلة، وتركيب سائل غسيل الكلى، الداخل والخارج، هما وفق المبين في الجدول 9.3، احسب تركيز كل جزيء صغير في الدم المنظف بوحدات الـ mM (ميلّيمول/ ليتر). افترض عدم حدوث تفاعلات في داخل الآلة، وأن الدم يتدفق بمعدل 200 mL/min، وأن سائل غسيل الكلى يتدفق بمعدل 400 mL/min.

10.3 أنت تجمع بلازما من مريض بواسطة آلة فصادة (pheresis). تأخذ الآلة دماً كاملاً من الجسم، وتفصل 80 في المئة وزناً من البلازما الموجودة فيه، وتُعيد بقية الدم إلى الجسم. يُنمذَج الدم على أساس أنه يحتوي على كريات حمراء وكريات بيضاء وبلازما. والنسب الكتلية لهذه المكونات في الدم الكامل هي: $w_e = 0.40$ كريات حمراء، و $w_l = 0.05$

كريات بيضاء، و $w_p = 0.55$ بلازما. افترض أن شخصاً قد تبرع بـــ 1895 g من البلازما. ما هي النسب الكتلية للكريات الحمراء والكريات البيضاء والبلازما في المادة التي تعود إلى الجسم؟

الجدول 9.3: تراكيز الأجناس في آلة غسيل الكلى.

الجنس	الوزن الجزيئي (g/mol)	تركيز الدم الداخل إلى الآلة (mM)	تركيز سائل غسيل الدم الداخل إلى الآلة (mM)	تركيز سائل غسيل الدم الخارج من الآلة (mM)
Na^+	23.0	142	133	133
K^+	39.1	7	1	2
HCO_3^-	61.2	14	35.7	29.2
HPO_4^{2-}	96.0	9	0	3
غلوكوز	180.2	100	125	125
بولة	60.1	200	0	87

11.3 أصبحت شركة صناعات دوائية جاهزة تقريباً لتسويق دواء حساسية للأشخاص الذين يتحسسون من غبار الطلع. والمنتوج هو مزيج من الأجسام المضادة IgG وIgM المحلولة في الماء، مع مقدارين ضئيلين من IgE وكاشف لمنع الأجسام المضادة من التفاعل مع غيرهما في المحلول (أي مثبت). ومهمتك هي تصميم سيرورة لتنقية الأجسام المضادة IgM بتركيز عالٍ. سوف يُمزج تيار خرج وحدة الفصل التي صممتها مع تيار ذي تركيز عالٍ من الـــ IgG وتيار يحتوي على المثبت لتكوين تيار المنتوج.

لقد جرى تنقيح سيرورة تنقية الأجسام المضادة IgG عالية التركيز. ترسل المادة إلى المازج بالتركيب الآتي: $w_{IgG} = 0.40,\ w_{IgM} = 0.025,\ w_{IgE} = 0.0030$، والباقي مـــاء. أمـــا تركيب التيار الذي يحتوي على المثبت فهو الآتي: $w_{stab} = 0.10$ ، والباقي ماء. والتركيـــب المطلوب لتيار المنتوج هو:

$w_{IgG} = 0.15, w_{IgM} = 0.20, w_{IgE} = 0.0040, w_{stab} = 0.01$ ، والباقي ماء. والقيد الوحيد المفروض على تصميمك الخاص بتكوين تيار يحتوي على تركيز عال من الأجسام المضادة IgM هو أن $w_{IgE} = 0.0050$.

(أ) اكتب معادلة انحفاظ الكتلة لكل من مكونات المنظومة الخمسة (IgG، IgM، IgE، المثبت، الماء).

(ب) احسب معدل تدفق كل من التيارات الأربعة.

(ت) احسب النسب الكتلية لكل من مكونات المنظومة (IgG، IgM، IgE، الماء) الموجودة

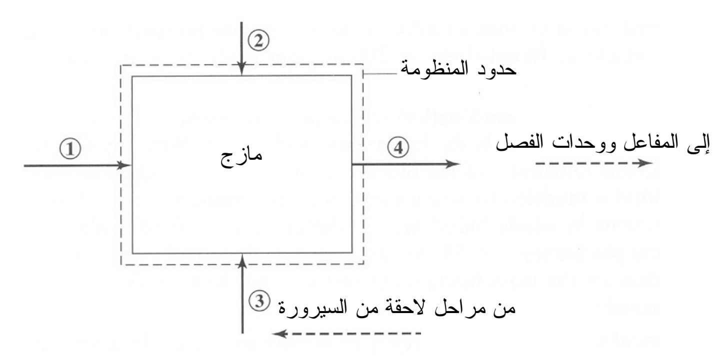
في التيار الخارج من وحدة الفصل التي صممتها لتيار يحتوي على تركيز عال من الأجسام المضادة IgM.

12.3 لتكوين البوليمر القابل للتفكك حيوياً، أي حمض اللبن المتعدد (poly -L-lactic acid PLA)، تُستعمل سيرورة مستمرة. يتفاعل المونومر، أي حمض اللبن، مع محفّز تفاعل بوجود الماء لتكوين الـــ PLA. وإحدى وحدات هذه السيرورة متعددة الوحدات هي مازج (الشكل 25.3). تمثل التيارات 1 و2 و3 المداخل، ويمثل التيار 4 الخرج. ويحتوي التيار 1 على الماء والمحفّز الذي تساوي نسبته الكتلية في التيار 0.40. ويحتوي التيار 2 على ماء وحمض اللبن. أما التيار 3 فهو تيار مدوَّر من مراحل لاحقة من السيرورة ويحتوي على الماء وحمض اللبن والمحفّز وبوليمر حمض اللبن المتعدد PLA. والنسب الكتلية في التيار 3 هي: 0.050 للـــ PLA، 0.020 للمحفِّز، 0.150 لحمض اللبن. وتُمزج محتويات التيارات الثلاثة جيداً وتخرج في التيار 4 الذي يحتوي على النسب الكتلية الآتية: 0.10 للمحفِّز و0.010 لبوليمر حمض اللبن المتعدد. أما معدل التدفق الكتلي لحمض اللبن في التيار 2 فيساوي 10 أمثال معدل التدفق الكتلي لحمض اللبن في التيار 3.

(أ) اكتب معادلة انحفاظ الكتلة لكل من مكونات المنظومة الأربعة (الماء وحمض اللبن والمحفز وبوليمر حمض اللبن المتعدد).

(ب) احسب معدل تدفق كل من التيارات الأربعة.

(ت) احسب النسب الكتلية لكل من المكونات (الماء وحمض اللبن والمحفز وبوليمر حمض اللبن المتعدد، وفقاً للحاجة) في التيارين 2 و4.



الشكل 25.3: مازج معزول من سيرورة متعددة الوحدات لصنع الـــ PLA.

13.3 تُستعمل أجهزة غشاء الألياف الجوفاء في عدد من التطبيقات في الهندسة الحيوية والهندسة

الكيميائية الحيوية. ويتكوَّن الجهاز عادة من آلاف الأنابيب الليفية الصغيرة مرزومة في تجهيزة أنبوبية (الشكل 26.3–أ). ويمكن عزل المكونات الموجودة ضمن الألياف عن المكونات الموجودة خارجها بناءً على قابليتها للانحلال وعلى مقاساتها. وتستطيع بعض المواد التغلغل عبر الغشاء بين الألياف إلى الحيز الحلقي. وقد نُمذجت في هذه المسألة تجهيزة غشاء الألياف الجوفاء بأنبوب داخلي يمثل ألياف الغشاء، وأنبوب خارجي يمثل الحيز الخارجي (الحلقي) (الشكل 26.3–ب).

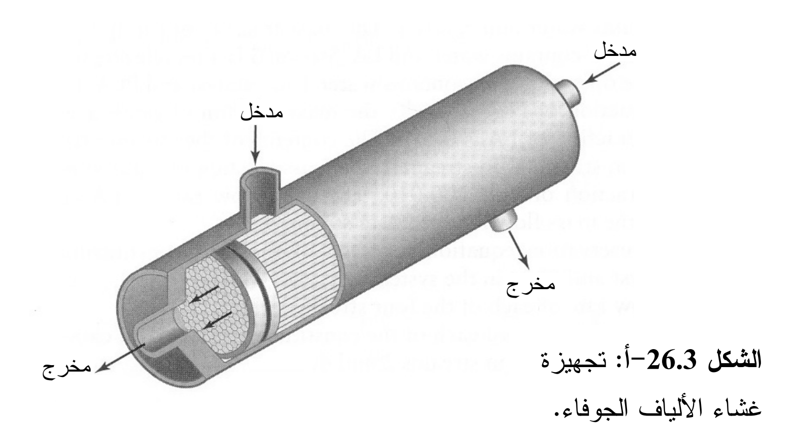
تُشغَّل تجهيزة غشاء الألياف الجوفاء لتركيز معلَّق بكتيري. يساوي معدل تدفق معلَّق الخلايا في الألياف 350 kg/min. ويتكون معلَّق خلايا الدخل من 1.0 في المئة وزناً من البكتيريا، ويمكن اعتبار بقيته ماء. ويدخل محلول مائي موقٍ الحيز الحلقي بمعدل تدفق يساوي 80.0 kg/min. ونظراً إلى أن معلَّق الخلايا في أنابيب الغشاء يخضع إلى ضغط، يُجبر الماء على الخروج من الأنابيب عبر الغشاء إلى الموقي. أما البكتيريا الموجودة في المعلَّق، فهي كبيرة إلى حد لا تستطيع عنده عبور الغشاء، ولذا تبقى في أنابيب الغشاء ضمن الجهاز. ويحتوي معلَّق الخلايا في الخرج على 6.0 في المئة وزناً من البكتيريا. افترض أن الخلايا لا تنمو، وأن الغشاء لا يسمح لأي من الجزيئات باستثناء الماء عبوره. (مسألة مقتبسة من Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, 1999).

(أ) احسب معدلَيْ التدفق الكتلي لتيار معلق الخلايا في الخرج والتيار الموقي في الخرج.

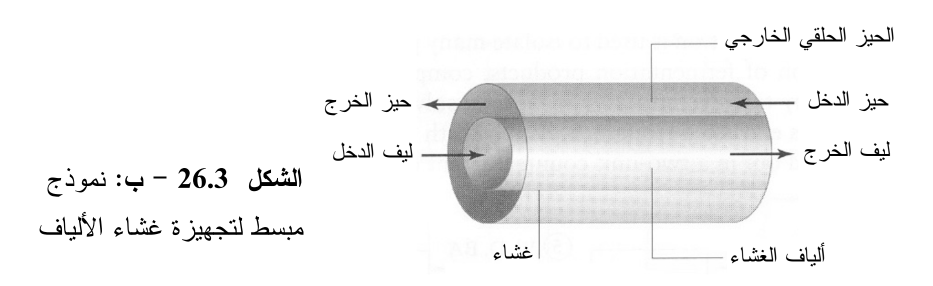
(ب) احسب معدل تدفق كتلة الماء عبر الغشاء.

(ت) احسب معدل تدفق كتلة الخلايا في تيار معلق الخلايا في الخرج.

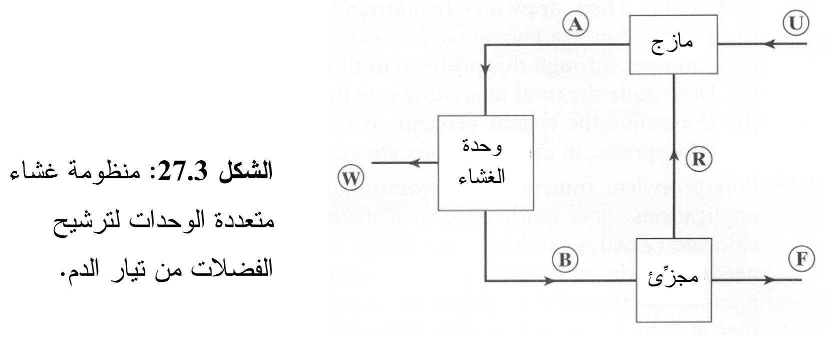
14.3 تُستعمل منظومة غشائية لترشيح الفضلات من تيار الدم (الشكل 27.3). يمكن اعتبار أن الدم مكون من " فضلات "



الشكل 26.3–أ: تجهيزة غشاء الألياف الجوفاء.



الشكل 26.3 – ب: نموذج مبسط لتجهيزة غشاء الألياف



الشكل 27.3: منظومة غشاء متعددة الوحدات لترشيح الفضلات من تيار الدم.

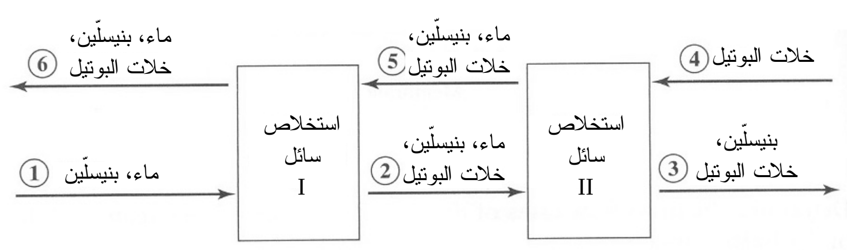
و"مكونات الدم الأخرى جميعاً". ويمكن للغشاء استخلاص 30.0 mg/min من الفضلات الصرف (التيار W) دون أي دم. ويحتوي تيار دم الدخل غير المرشَّح (التيار U) على 0.17 في المئة وزناً من الفضلات، ويساوي معدل تدفق كتلته 25

g/min. وبعد الخروج من الغشاء، يُجزَّأ الدم إلى تيارين: يُدوَّر أحدهما (التيار R) لينضم إلى تيار الدم غير المرشح قبل دخول الغشاء، ويخرج الآخر (التيار F) من المنظومة بوصفه دماً مرشَّحاً. ومن المعروف أن معدل تدفق كتلة الدم المدوَّر (التيار R) يساوي مثلَيْ معدل تدفق كتلة الدم المرشَّح (التيار F). احسب معدل تدفق كتلة الفضلات ونسبتها الوزنية في التيارات A، B، F، R.

لإجراء الحل والحصول على المعلومات المطلوبة، يجب تحديد عدة نظم تسلسلياً. أولاً، ارسم حدود منظومة حول كامل العملية بحيث تتقاطع مع التيارات W، F، U، واحسب معدلات تدفق هذه التيارات وتراكيبها، ثم ضع حدود المنظومة حول المازج، وجد المعلومات المطلوبة. أخيراً، ضع حدود المنظومة حول المجزِّئ، وجد المعلومات المطلوبة. (المسألة مقتبسة من Glover C, Lunsford KM, Fleming JA, *Conservation Principles and the Structure of Engineering*, 1994).

15.3 يُستعمل استخلاص السوائل للحصول على كثير من المنتوجات الصيدلانية. وفي استخلاص سوائل المنتوجات المخمَّرة، تُستخرج المكونات المنحلة في السائل بنقلها إلى مذيب ملائم. مثلاً، حين عزل البنيسلّين، يُستخلص من محلوله المائي باستعمال خلات البوتيل (butyl acetate). ويُجرى هذا الفصل بواسطة جهاز متعاكس التيار مكون من وحدتين وفق ما هو مبين في الشكل 28.3. يُستخلص $1.00\times10^{3}\ lb_m/hr$ من تيار بنيسلّين ممدّد بالماء (التيار 1) باستعمال خلات البوتيل في وحدتين. يحتوي تيار البنيسلّين في الدخل (التيار 1) على 0.50 في المئة وزناً من البنيسلّين، وبقية التيار هو الماء. ويساوي معدل تدفق كتلة خلات البوتيل (التيار 4) 30.0 في المئة من معدل تدفق كتلة البنيسلّين المائي في الدخل (التيار 1). ويحتوي أحد تياري الخرج (التيار 3) على 3.0 في المئة وزناً من البنيسلّين، وبقية التيار هي خلات البوتيل. ويحتوي تيار الخرج الثاني (التيار 6) على الماء والبنيسلّين وخلات البوتيل. والنسبة الكتلية للبنيسلّين في التيار 6 تساوي 1/4000 من النسبة الكتلية للماء في ذلك التيار. ويحصل فصل البنيسلّين في المرحلة الأولى بنسبة 98 في المئة. أي 98 في المئة من كتلة البنيسلّين التي تدخل الوحدة I تبقى في التيار 2. أما نسبتا البنيسلّين

والماء في التيار 2 فهما: 1.7 في المئة وزناً من البنيسلّين و2.0 في المئة وزناً من الماء.



الشكل 28.3: تصميم متعاكس التيار مكون من وحدتين لاستخلاص البنيسلّين.

لحل هذه المسألة، يجب أولاً رسم منظومة شاملة تضم وحدتي استخلاص السائل. جد المعلومات المطلوبة للتيارات 1 و3 و4 و6، ثم ارسم حدود منظومة حول الوحدة I وجد المعلومات المطلوبة. وأنت مدعو لاستعمال 4 أو 5 أرقام معنوية لكل عدد محسوب في هذه المسألة حتى الوصول إلى الجواب النهائي.

(أ) احسب معدل تدفق الكتلة الكلية في كل تيار.

(ب)حدِّد النسبة الوزنية لخلات البوتيل والبنيسلّين والماء وفقاً لوجودها في التيارات الستة.

16.3 البولي (فومارات البروبيلين) (poly propylene fumarate) هو بوليمر واعد لاستعماله في تطبيقات زرع العظام. ويجري تركيبه في مذيب كلوريد الميثيلين (methylene chloride) باستعمال محفِّز من كلوريد الزنك $ZnCl_2$. ونظراً إلى احتمال كون كلوريد الزنك ساماً للخلايا البشرية، يجب تنظيف محلول البوليمر منه. وبعد المعالجة، يُحل كل من راسب البوليمر والمحفِّز في كلوريد الميثيلين. ويُغسل تيار البوليمر في وحدتين متتاليتين بمذيب كلوريد الميثيلين وفق ما هو مبين في الشكل 29.3. يجب أن تعمل المنظومة على أساس تحقيق تخفيض بمقدار مرتبة كِبَر (10 مرات) في نسبة المحفز الوزنية في تيار البوليمر المستعاد بعد المعالجة في الوحدتين.

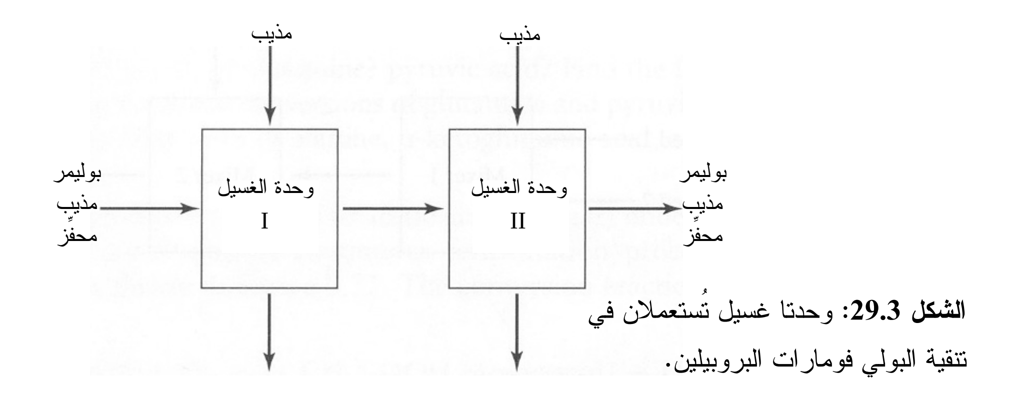
يحتوي محلول البوليمر غير المعالج على 40.0 في المئة وزناً من البوليمر، و10.0

في المئة وزناً من المحفِّز، و50.0 في المئة وزناً من المذيب. ويخرج 80.0 في المئة من المحفِّز الداخل إلى كل من الوحدتين ضمن محلول الفضلات (الذي يحتوي على المذيب والمحفِّز فقط). وفي كل وحدة، يساوي تركيز المحفِّز في محلول الفضلات تركيزه نفسه في مزيج البوليمر الذي يخرج من تلك الوحدة. وتُشغَّل الوحدتان بحيث يحتوي التيار بين وحدتي الغسيل على 65.0 في المئة وزناً من البوليمر، ويحتوي تيار المنتوج الخارج من وحدة الغسيل II على 80.0 في المئة وزناً من البوليمر. لذا يجب رسم منظومتك الأولى حول وحدة الغسيل I.

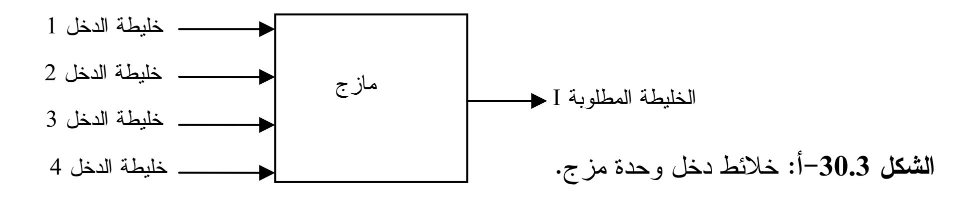
(أ) حدِّد معدلي تدفق كتلتي تياري مذيب الغسيل في الدخل.

(ب)حدِّد النسبة الوزنية للمحفِّز في المنتوج البوليمري النهائي في تيار الخرج.

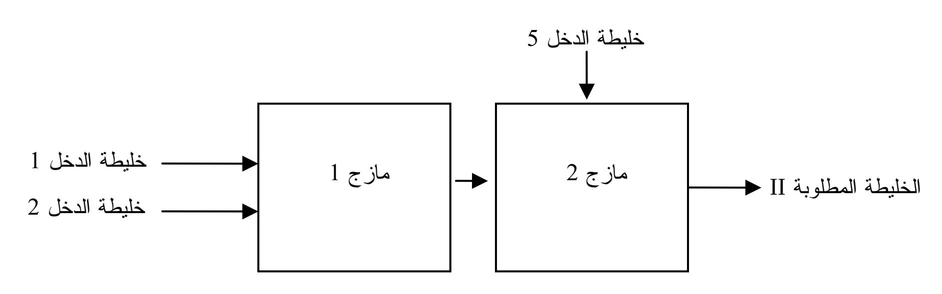
(ت)هل يحقق التصميم بشكله المعطى التخفيض بمقدار مرتبة كِبَر لنسبة المحفز الوزنية في تيار البوليمر؟



الشكل 29.3: وحدتا غسيل تُستعملان في تنقية البولي فومارات البروبيلين.



الشكل 30.3–أ: خلائط دخل وحدة مزج.



الشكل 30.3–**ب**: وحدتا مزج في منظومة معالجة خلائط.

17.3 يَمزج مصنِّع لأجهزة القياس الحيوية أربعة تيارات من الخلائط كي يُنتج على نحو مستمر خلائط مرغوب في صبها على شكل مشارط وأدوات جراحية أخرى. (مسألة مقتبسة من Reklaitis GV, *Introduction to Material and Energy Balances*, 1983.).

(أ) تُضم تيارات خلائط الدخل 1 و2 و3 و4 معاً في وحدة مزج واحدة (الشكل 30.3–أ). يساوي معدل تدفق كتلة الخليطة I المطلوبة $1.00\times10^4\ \mathrm{lb_m/hr}$. أما المركَّبات F وG وH وK فهي مركَّبات افتراضية، ونسبها الوزنية في خلائط الدخل وخليطة الخرج معطاة في الجدول 10.3. احسب معدلات تدفق الكتلة التي يجب إدخال الخلائط الأربع بها إلى المازج لإنتاج تيار خليطة الخرج المطلوبة.

(ب) وفي تطبيق آخر، جُمعت خليطتا الدخل 1 و2 معاً في خزان مزج يسمَّى المازج 1 (الشكل 30.3–ب)، والنسب الوزنية للمركَّبات F وG وH وK معطاة في الجدول 10.3. والنسبة الكتلية للمركَّب F في تيار خرج المازج 1 تساوي 0.50. ثم يُضم تيار خرج المازج 1 إلى خليطة الدخل 5 في خزان مزج ثانٍ يسمَّى المازج 2 الذي يُعطي في خرجه الخليطة المطلوبة II. تحتوي خليطة الدخل 5 على المركَّبات F وH وK فقط، والنسبة الوزنية للمركَّب H تساوي نصف تلك التي للمركَّب F. وتساوي النسبة الوزنية لـــ F في الخليطة II المطلوبة 0.40، وتساوي النسبة الوزنية لـــ G فيها تلك

التي لـــ H. ويساوي معدل تدفق كتلة الخليطة II في الخرج $1.00\times10^4\ lb_m/hr$.

الجدول 10.3: تراكيب خلائط الدخل والخرج.

	النسب الوزنية للمكونات			
	F	G	H	K
خليطة الدخل 1	0.60	0.20	0.20	0
خليطة الدخل 2	0.20	0.60	0	0.20
خليطة الدخل 3	0.20	0	0.60	0.20
خليطة الدخل 4	0	0.20	0.20	0.60
خليطة الخرج I	0.25	0.25	0.25	0.25

- اكتب معادلات انحفاظ الكتلة حول المازج 1 وحلها. احسب معدلات التدفق الكتلي لكل التيارات والنسب الكتلية لجميع المكونات في جميع التيارات الداخلة إلى المازج 1 والخارجة منه. اكتب الأجوبة النهائية بحيث يساوي معدل تدفق كتلة الخليطة II المطلوبة $1.00\times10^4\ lb_m/hr$.
- اكتب معادلات انحفاظ الكتلة حول المازج 2 وحلها. احسب معدلات التدفق الكتلي لكل التيارات والنسب الكتلية لجميع المكونات في جميع التيارات الداخلة إلى المازج 2 والخارجة منه. اكتب الأجوبة النهائية بحيث يساوي معدل تدفق كتلة الخليطة II المطلوبة $1.00\times10^4\ lb_m/hr$.

18.3 وازن المعادلات الآتية بحساب المجاهيل ذات الصلة. يمكن لاستعمال الماتلاب أن يُسهل حل عدة أجزاء من هذه المسألة.

(أ) $ZrCl_4 + aH_2O \rightarrow pZrO_2 + qHCl$

(ب) $C_6H_{12}O_6 + aNH_3 + bO_2 \rightarrow pC_5H_9NO_4 + qCO_2 + rH_2O,\quad RQ = 0.45$

(ت) $CH_2O + aO_2 + bNH_3 \rightarrow pCH_{1.8}N_{0.2}O_{0.75} + qH_2O + rCO_2,\quad RQ = 0.3$

(ث)

$$C_2H_5OH + aNa_2Cr_2O_7 + bH_2SO_4 \rightarrow pCH_3COOH + qCr_2(SO_4)_3 + rNa_2SO_4 + sH_2O$$

RQ هي نسبة التنفس (المعادلة 8.3−5).

(ج) في التنمية الهوائية (أي بوجود O_2) لخميرة فطر السكر (خميرة الخبز *S. cerevisiae*) من الإيثانول، تنتُج الكتلة الحيوية $CH_{1.704}N_{0.149}O_{0.408}$. ومعادلة التفاعل هي:

$$C_2H_5OH + a\ O_2 + b\ NH_3 \rightarrow p\ CH_{1.704}N_{0.149}O_{0.408} + q\ CO_2 + r\ H_2O, \qquad RQ = 0.66$$

(ح) في التنمية اللاهوائية (أي من دون أكسجين) لخميرة فطر السكر من الغلوكوز، تنتُج الكتلة الخلوية الحيوية $CH_{1.74}N_{0.2}O_{0.45}$. ومعادلة التفاعل هي:

$$C_6H_{12}O_6 + a\ NH_3 \rightarrow 0.59\ CH_{1.74}N_{0.2}O_{0.45} + p\ C_3H_8O_3 + q\ CO_2 + 1.3\ C_2H_5OH + r\ H_2O$$

19.3 تُنتِج شركة الفيتامين التي تعمل لديها الألانين (alanine). والألانين هو حمض أميني غير أساسي يركِّبه الجسم. وهو مهم بوصفه مصدرا للطاقة لنسيج العضلات والدماغ والجهاز العصبي المركزي. ويساعد الألانين أيضاً على استقلاب السكريات والأحماض العضوية. ويُنتَج الألانين بسيرورة مستمرة في مفاعل ذي تياري دخل منفصلين يحتوي كل منهما على الغلوتامين glutamin بمعدل 100 mol/min، وحمض الحصرم pyruvic acid بمعدل 50 mol/min. ونسبة معدل التدفق المولي لحمض الحصرم في الخرج إلى معدله في الدخل تساوي 0.6:

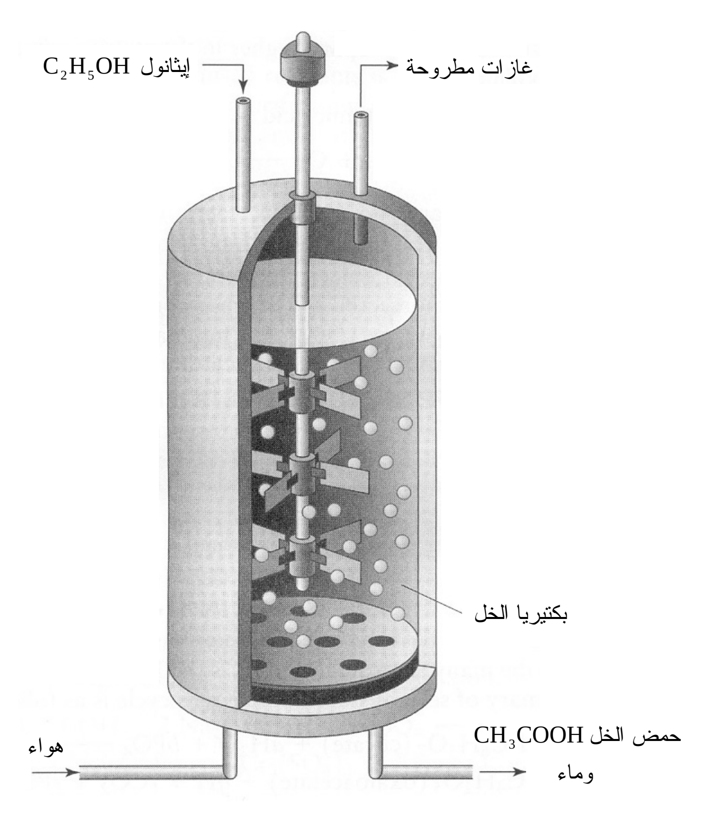
$$C_5H_{10}N_2O_3\ \text{(glutamine)} + C_3H_4O_3\ \text{(pyruvic acid)} \rightarrow C_5H_7NO_4\ (\alpha\text{-ketoglutamic acid}) + C_3H_7NO_2\ \text{(alanine)}$$

(أ) وازن المعادلة.

(ب) ما هو مقدار معدَّل التفاعل R للغلوتامين؟ وحمض الحصرم؟ جد المتفاعل المحدِّد؟ ما هو مقدار التحوُّلين النسبيين للغلوتامين وحمض الحصرم؟

(ت) احسب معدلات التدفق المولي في الخرج للألانين والحمض الألفا – كيتوغلوتامي (α - ketoglutamic acid) وأي متفاعلات زائدة.

20.3 تحوِّل بكتيريا الخل (acetobacter aceti) الإيثانول إلى حمض الخل في الهواء (الأكسجين). ويبيِّن الشكل 31.3 سيرورة تخمير مستمرة لإنتاج حمض الخل. تفاعل التحويل هو الآتي:



الشكل 31.3: بكتيريا الخل في مفاعل حيوي لإنتاج الخل.

$$C_2H_5OH\ (\text{ethanol}) + O_2 \rightarrow CH_3COOH\ (\text{acetic acid}) + H_2O$$

يدخل تيار الدخل الذي يحتوي على الإيثانول إلى المفاعل بمعدل 1.0 kg/hr. وتدخل فقاعات هواء إلى المفاعل أيضاً بمعدل 40.0 L/min. ويخرج من المفاعل تيار غازات مطروحة، إضافة إلى تيار المنتوج السائل الذي يحتوي على حمض الخل والماء.

(أ) تحقَّق أن التفاعل المعطى متوازن.

(ب) ما هو مقدار معدل التفاعل في هذه السيرورة؟ ما هو المتفاعل المحدِّد؟ ما هو مقدار التحوُّلين النسبيين للـــ C_2H_5OH و O_2؟

(ت) احسب معدلات تدفق العناصر C وH وO في تيار حمض الخل الناتج في الخرج. واحسب أيضاً معدلات التدفق الكتلية في الخرج لجميع مركِّبات تيار المنتَج السائل، ومعدلات التدفق الحجمية لجميع مركِّبات الغازات المطروحة.

21.3 في محاولة للتغلب على مشكلة نقص الطاقة في العالم، اكتشف المهندسون نوعاً جديداً من

الخلايا البكتيرية يُحوِّل ثاني أكسيد الكربون إلى بروبان (propane) بوجود الماء. وصمموا للتفاعل مفاعلاً بسيطاً على شكل خزان تُحرَّك محتوياته باستمرار. وبعد أشهر من العمل على استمثال التصميم، اكتشفوا أن معدَّل انقسام الخلايا ومعدَّل موتها يتساويان حين إبقاء المفاعل عند درجة الحرارة 25^o C. أكثر من هذا، يتحقق التحويل التام لثاني أكسيد الكربون إلى بروبان في حالة وجود زيادة من الماء بنسبة مولية تساوي 10 في المئة. وتندفع فقاعات ثاني أكسيد الكربون في المفاعل بمعدَّل 1680 L/hr. ولا يحصل فقد للخلايا في تيار السائل الناتج. وتساوي كثافة ثاني أكسيد الكربون $0.00197\ g/cm^3$.

(أ) اكتب معادلة التفاعل الكيميائي المتوازنة.

(ب) ارسم منظومة المفاعل متضمنة جميع المتفاعلات وتيارات الخرج.

(ت) ما هو مقدار تيار الماء اللازم في الدخل (mol/hr)؟

(ث) ما هو مقدار الإنتاج اليومي من البروبان (kg/day)؟

(ج) هل تركيز البروبان ضمن المفاعل أعلى منه في التيار الناتج؟ علِّل الإجابة.

22.3 يتحوَّل الغلوكوز إلى الحمض الغلوتامي الأميني وفقاً للتفاعل الآتي:

$$C_6H_{12}O_6 + NH_3 + O_2 \rightarrow C_5H_9NO_4 + CO_2 + H_2O$$

يحصل تكوين الحمض الغلوتامي بهذا التفاعل في كثير من خلايا جسمك. ويمكن أيضاً وضع خلايا الثدييات في المفاعلات الحيوية واستمثال الظروف الحيوية الكيميائية لتحويل الغلوكوز إلى حمض الغلوتامي.

افترض أن منظومة مفاعل حيوي بسيطة تحتوي على خلايا ثدييات، وأن معدل تدفق الغلوكوز $C_6H_{12}O_6$ في دخل المنظومة يساوي 1.00×10^2 mol/day. ويُدخل الـ NH_3 إلى المنظومة بمعدَّل يساوي 1.20×10^2 mol/day. ويُدخل الـ O_2 إليها على أساس حل 1.10×10^2 mol/day منه في سائل (لتسهيل وصول الخلايا إليه واستهلاكه). افترض أن التفاعل يستمر حتى اكتماله.

(أ) وازن التفاعل بافتراض أن نسبة التنفس $RQ = 0.54$. حدِّد المتفاعل المحدِّد ومعدل التفاعل R والتحوُّل النسبي لكل من الأكسجين والأمونيا والغلوكوز.

(ب) احسب معدلات التدفق الكتلية والمولية لجميع المكونات الخارجة من المفاعل، ومن ضمنها النواتج والمتفاعلات الفائضة.

(ت) أكِّد أن الكتلة الكلية، وليس المولات الكلية، منحفظة.

23.3 أثناء الاستقلاب الخلوي، يحترق الغلوكوز معطياً ثاني أكسيد الكربون والماء. وإحدى

الخطوات الكثيرة في تحليل الغلوكوز هي دورة كرِبس (Krebs cycle). وفي ما يأتي ملخص مبسط حيوياً وكيميائياً لعدة خطوات من دورة كرِبس:

$$1\,C_6H_5O_7\,(\text{citrate}) + a\,HO_2 + b\,PO_4 \rightarrow$$
$$p\,C_4H_2O_5\,(\text{oxaloacetate}) + q\,H + r\,CO_2 + s\,PO_3$$

لاحظ أن هذه المعادلة تعبِّر عن تبادل الأجناس الكيميائية فقط، لا عن تبادل الشحنات الخاصة بها. ومن المعروف من خلال التجارب الكيميائية أنه في مقابل كل جزيء سيترات (citrate) يُستهلك، يتكوَّن جزيء واحد من الأوكزالو أستات (oxaloacetate). وتتألف كتلة النسيج من كثير من الخلايا التي يُجري كل منها سيرورة تحليل الغلوكوز، ومن ضمنها دورة كرِبس. افترض معدل تدفق مولي مقداره 0.10 mol/day من الــ $C_6H_5O_7$ في النسيج.

(أ) وازن المعادلة السابقة، وحدِّد أمثال التفاعل a وb وp وq وr وs.

(ب) ما هو مقدار أصغر معدَّل لتدفق الماء لجعل التحوُّل النسبي للــ $C_6H_5O_7$ يساوي 1.0؟

(ت) افترض أن التحوُّل النسبي للماء يساوي 0.80، وأن التحوُّل النسبي للــ $C_6H_5O_7$ يساوي 1.0. ما هو المتفاعل المحدِّد. احسب معدَّل التفاعل R ومعدل التدفق المولي للماء في الدخل. واحسب معدلات التدفق المولية للنواتج والمتفاعلات الفائضة الخارجة من النسيج باستثناء PO_3 و PO_4.

24.3 غدت فصائل من جرثومة الإشيريشيا كولي (Escherichia coli) المهندَسة جينياً أدوات أساسية في إنتاج البِبتيدات (peptides) والبروتينات الموحدة. وكانت إحدى أوائل المواد التي رُكِّبت باستعمال الإشيريشيا كولي الإنسولين البشري (humulin) لمعالجة الأشخاص المصابين بداء السكري من النوع الأول. وفي ما يأتي وصف لطريقة تفاعل بسيطة لإنتاج الإنسولين البشري. تستهلك البكتيريا الغلوكوز في ظروف هوائية وتُنتِج إنسوليناً بشرياً وكتلة حيوية (biomass):

$$C_6H_{12}O_6\,(\text{glucose}) + O_2 + NH_3\,(\text{ammonia}) \rightarrow$$
$$C_{2.3}H_{2.8}O_{1.8}N\,(\text{humulin}) + CH_{1.9}O_{0.3}N_{0.3}\,(\text{biomass}) + CO_2 + H_2O$$

تتألف طريقة إنتاج الإنسولين البشري المعتادة من تنمية الإشيريشيا كولي في معالج حيوي كبير. يدخل إلى المفاعل تيار مستمر من المادة، ويخرج منه تيار مستمر من النواتج والمتفاعلات غير المستهلكة لتذهب إلى مزيد من المعالجة، ومنها تنقية الإنسولين البشري

لأغراض الاستطباب. وتدخل المادة المحتوية على الغلوكوز والأمونيا إلى المفاعل بمعدل 100 L/hr. ويساوي تركيزاً الغلوكوز والأمونيا في هذا التيار 150 mM و50 mM. وتندفع فقاعات أكسجين صافٍ في المفاعل بمعدَّل 100 mL/min. ويساوي معدَّل تدفق سائل الخرج، الذي يحتوي على الكتلة الحيوية والمنتَج والمتفاعلات الفائضة، 100 L/hr. افترض عدم وجود تراكم في المنظومة، وأن التفاعل يستمر حتى اكتماله.

(أ) اكتب الموازنات العنصرية لـــ C وH وO وN. واكتب معادلتي موازنة إضافيتين بافتراض المعلومات الآتية:

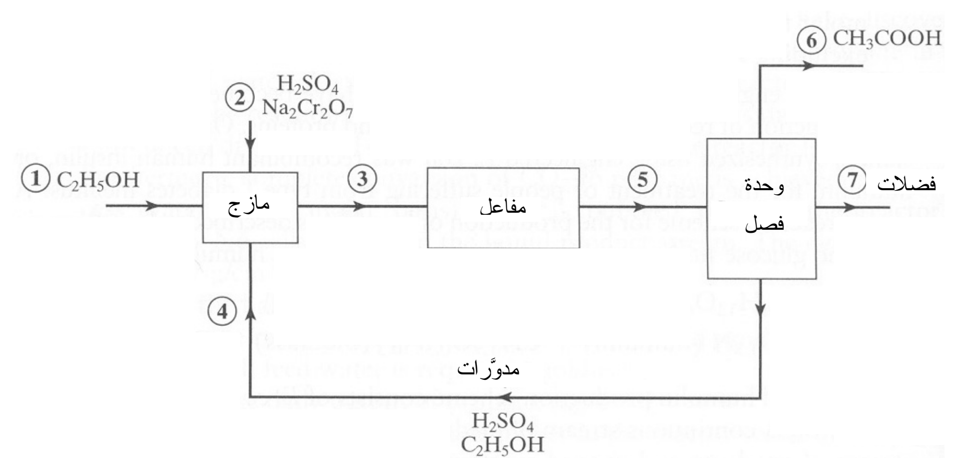
- RQ = 0.5.
- نسبة الإنسولين البشري إلى الكتلة الحيوية في الخرج تساوي 5:1.

(ب) احسب معدَّلات التدفق المولية في الدخل للغلوكوز والأكسجين والأمونيا مقدرة بـــ mol/hr. تساوي درجة الحرارة في المفاعل 310 K، ويساوي الضغط 1 atm.

(ت) ما هو المتفاعل المحدِّد؟ احسب معدل التفاعل R، والتحوُّل النسبي للغلوكوز.

(ث) احسب معدلات التدفق المولية لجميع مكونات خرج المفاعل.

(ج) يساوي خرج المفاعل المرغوب فيه 1 kg/day من الإنسولين البشري. هل يمكن تحقيق هذا المعدل بزيادة معدل تدفق الأكسجين؟ علِّل الإجابة.



الشكل 32.3: سيرورة لإنتاج حمض الخل.

25.3 يمكن إنتاج حمض الخل بالتفاعل الآتي:

$$3\,C_2H_5OH + 2\,Na_2Cr_2O_7 + 8\,H_2SO_4 \rightarrow$$
$$3\,CH_3COOH + 2\,Cr_2(SO_4)_3 + 2\,Na_2SO_4 + 11\,H_2O$$

ويُظهر الشكل 32.3 مخططا لهذه السيرورة. يدخل C_2H_5OH طازج ضمن أحد تياري الدخل، و $Na_2Cr_2O_7$ و H_2SO_4 طازجين ضمن تيار الدخل الآخر. ويلتقي تيار مدوَّر بهذين التيارين ليمتزج بهما قبل دخول المفاعل. وبعد الخروج من المفاعل، يدخل التيار إلى وحدة فصل تخرج منها ثلاثة تيارات: تيار يحتوي على CH_3COOH (حمض الخل) فقط، وتيار يحتوي على فوائض الـ H_2SO_4 والـ C_2H_5OH التي يجري تدويرها، وتيار يحتوي على جميع الفضلات والمتفاعلات الفائضة (ومنها C_2H_5OH و $Na_2Cr_2O_7$ و H_2SO_4 ومركّبات أخرى باستثناء CH_3COOH).

يساوي التحوُّل النسبي الكلي للـ C_2H_5OH في المنظومة 90.0 في المئة (*ملاحظة*: يربط هذا التحوُّل بين التيارين 1 و7). ويساوي معدل تدفق كتلة التيار المدوَّر المعدل الذي للـ C_2H_5OH الطازج في الدخل. ويزيد معدلا تدفق كتلتي الـ H_2SO_4 و $Na_2Cr_2O_7$ على مقادير أمثال التفاعل التي يتطلبها معدل تدفق الـ C_2H_5OH بـ 20.0 في المئة و10.0 في المئة. ويحتوي التيار المدوَّر على 94.0 في المئة وزناً من H_2SO_4، والبقية هي C_2H_5OH.

أولاً، ارسم حدوداً حول المنظومة كلها واحسب المجاهيل. ثم اعزل المازج بوصفه منظومة. وبعد حساب موازنات الكتلة حول المنظومة كلها وحول المازج، يمكن حسابها لوحدة الفصل والمفاعل (مقتبسة من: Reklaitis GV, *Introduction to Material and Energy Balances*, 1983).

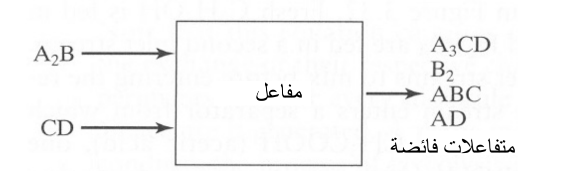
(أ) ضع أسماء جميع المركَّبات على التيارات التي تحتوي عليها.

(ب) احسب معدَّل التفاعل R للمنظومة كلها (**ملاحظة:** ضع معادلة موازنة كتلة للمنظومة كلها).

(ت) احسب معدلات التدفق المولية لكل مركَّب في كل تيار.

(ث) احسب النسبة المولية لكل مركَّب في تيار الفضلات في الخرج.

(ج) احسب معدَّل التفاعل R والتحوُّل النسبي للـ C_2H_5OH في المفاعل (**ملاحظة:** استعمل موازنة الكتلة حول المفاعل فقط). هل التحوُّل النسبي هذا أكبر أم أصغر من ذاك الذي للمنظومة كلها؟ هل يوفر هذا مبرراً لاستعمال تيارات مدوَّرة في المعالجة الكيميائية والكيميائية الحيوية؟



الشكل 33.3: مفاعل ذو تياري دخل يحتويان على A_2B و CD.

26.3 يمتزج تيار يحتوي على المركَّب A_2B ويتفاعل مع تيار يحتوي على المركَّب CD في مفاعل (الشكل 33.3). وتخرج جميع النواتج والمتفاعلات الفائضة ضمن تيار واحد. ويعمل المفاعل في حالة مستقرة. والتفاعل الرئيس لــ A_2B مع CD هو:

تفاعل 1: $$A_2B + CD \rightarrow A_3CD + B_2$$

إن المركَّب A_3CD هو ما تحاول إنتاجه. لكن من سوء الطالع، ثمة تفاعل ثانوي منافس وفق ما يلي:

تفاعل 2: $$A_2B + CD \rightarrow ABC + AD$$

يساوي معدل تدفق كتلة الــ CD في الدخل 90.0 في المئة من معدل تدفق كتلة A_2B في الدخل. وتساوي النسبة الكتلية لــ B_2 في تيار الخرج 0.2105، وتساوي النسبة الكتلية لــ AD في الخرج 0.0614. والأوزان الجزيئية للمركَّبات هي: 10 g/mol لــ A، و 20 g/mol لــ B، و30 g/mol لــ C، و15 g/mol لــ D.

(أ) ضع معادلة عامة لموازنة الكتلة يمكن استعمالها لوصف منظومة مفتوحة مستقرة تحتوي على تفاعلين متزامنين أو أكثر.

(ب) احسب معدَّلَيْ التفاعلين.

(ت) احسب معدَّلات التدفق الكتلية في الخرج للمركَّبات (النواتج والمتفاعلات الفائضة).

27.3 يمتزج تيار يحتوي على المركَّب A_2B ويتفاعل مع تيار يحتوي على CD في مفاعل. وتخرج جميع النواتج والمتفاعلات الفائضة ضمن تيار واحد. ويعمل المفاعل باستمرار في حالة مستقرة. والتفاعل الرئيس لــ A_2B مع CD هو:

تفاعل 1: $$A_2B + CD \rightarrow A_3CD + B_2$$

يساوي معدل تدفق كتلة الــ CD في الدخل 90.0 في المئة من معدل تدفق كتلة A_2B في الدخل. وتساوي النسبة الكتلية لــ B_2 في تيار الخرج 0.2105. افترض أن التفاعل 1 هو التفاعل الوحيد للجزأين (أ) و(ب)، وأن الأوزان الجزيئية للمركَّبات تساوي: 10 g/mol لــ A، و20 g/mol لــ B، و30 g/mol لــ C، و15 g/mol لــ D.

(أ) احسب معدل التفاعل R.

(ب) احسب معدلات التدفق المولية للمركَّبات في الخرج (نواتج ومتفاعلات فائضة).

إن المركَّب A_3CD هو ما تحاول إنتاجه. لكن من سوء الطالع أن ثمة تفاعلاً منافساً وفق ما يأتي:

تفاعل 2: $$A_2B + 2CD \quad 2AC + BD_2$$

وهذا التفاعل هو تفاعل متوازن. ويُعرَّف ثابت التوازن K وفق ما يأتي:

$$K = \frac{x_{AC}^2 x_{BD_2}}{x_{A_2B} x_{CD}^2}$$

حيث إن x_s هي النسبة المولية للجنس s في الحالة المستقرة. أنت تدرس هذا التفاعل المستقر في مفاعل وجبة، ولبدء الدراسة، تُضيف 100.0 mol من A_2B و80.0 mol من CD إلى المفاعل. وثابت التوازن K يساوي 0.50.

(ت) احسب عدد مولات A_2B وCD وAC وBD_2 في المفاعل في حالة الاستقرار. افترض أن التفاعل 2 هو التفاعل الوحيد في هذا الجزء. تذكَّر أن النسبة المولية للمركَّب يمكن أن تُكتب على شكل عدد مولات ذلك المركَّب مقسوماً على عدد المولات الكلية في المنظومة.

28.3 يحصل التفاعل الكيميائي الآتي في مفاعل حيوي:

تفاعل 1: $$3A + 2B_2 \rightarrow 2AB + AB_2$$

يساوي وزن A الجزيئي 10.0 g/mol، ويساوي وزن B الجزيئي 15 g/mol.

(أ) بناءً على عمل لصديقك، تفترض أن التحوُّل النسبي لـــ A يساوي 0.50. احسب معدل التدفق المولي لـــ A في الخرج.

(ب) احسب معدَّل التفاعل R_1 للتفاعل 1.

(ت) وأنت تعرف أيضاً أن A وB_2 يدخلان المفاعل بمقادير تتفق مع أمثال التفاعل. لذا تفترض أن التحوُّل النسبي لـــ B_2 يساوي أيضاً 0.50. بافتراض هذه المعلومات، احسب معدلي التدفق المولي لـــ B_2 في الدخل والخرج.

(ث) احسب معدلي التدفق المولي للناتجين AB وAB_2 في الخرج.

(ج) تستطيع باستعمال كاشف قياس النسب الكتلية للمركَّبات الآتية: $w_{AB} = 0.211$ ، $w_{AB_2} = 0.155$ ، $w_{A_2B} = 0.094$. بناءً على هذا تشتبه بحصول تفاعل ثانٍ يستهلك نواتج من التفاعل 1 وفق ما يأتي:

تفاعل 2: $$AB + AB_2 \rightarrow A_2B + B_2$$

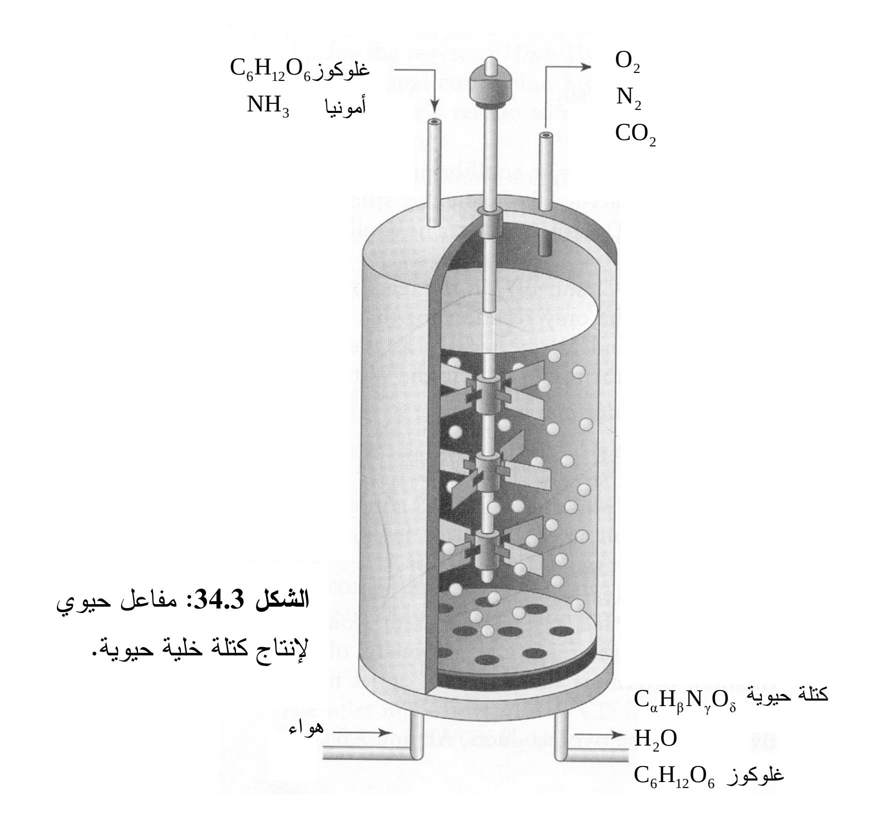
احسب النسب الكتلية لـــ A وB_2 (w_A و w_{B_2}) في تيار الخرج، بافتراض وجود التفاعلين (**ملاحظة:** ليس من الملائم الاستمرار بافتراض أن التحوُّلين النسبيين لـــ A وB_2 يساويان 0.50).

(ح) احسب معدلات التدفق المولية لـــ A وB_2 وAB وAB_2 وA_2B على أساس معلومات الكاشف. احسب معدل التفاعل R_2 للتفاعل 2.

(خ) احسب التحوُّل النسبي لـــ B_2 الذي يتضمن كلا التفاعلين. هل هذه القيمة أكبر أو أصغر من التحوُّل النسبي في التفاعل 1 وحده والذي يساوي 0.50؟ علِّل الإجابة.

29.3 تُنمَّى الكتلة الحيوية $C_\alpha H_\beta N_\gamma O_\delta$ في مفاعل حيوي. و α و β و γ و δ هي أعداد تعرِّف الصيغة الجزيئية. والوزن الجزيئي لـــ$C_\alpha H_\beta N_\gamma O_\delta$ يساوي 91.34 g/mol . ويساوي حجم المفاعل 100 L.

ثمة تيارا دخل إلى المفاعل الحيوي (الشكل 34.3). يحتوي التيار الأول على غلوكوز وأمونيا، ويحتوي الثاني على هواء. وثمة تيارا خرج، واحد يحتوي على $C_\alpha H_\beta N_\gamma O_\delta$ وفائض من $C_6H_{12}O_6$ و H_2O، ويحتوي الآخر على الغازات O_2 و N_2 و CO_2. ويساوي معدل تدفق الغاز في الخرج $1.13 \times 10^5\ cm^3/min$. افترض أن تيارات الغاز جافة (أي لا تحتوي على H_2O). وافترض أن كثافة كل من الهواء والأكسجين والنيتروجين وثاني أكسيد الكربون تساوي $0.0012\ g/cm^3$.



الشكل 34.3: مفاعل حيوي لإنتاج كتلة خلية حيوية.

يحصل ضمن المفاعل التفاعل الكيميائي الحيوي الآتي:

$$C_6H_{12}O_6 + a\,O_2 + b\,NH_3 \rightarrow p\,C_\alpha H_\beta N_\gamma O_\delta + q\,H_2O + r\,CO_2$$

افترض أن الأمونيا هي المتفاعل المحدِّد، وأنها تُستهلك كلياً في التفاعل، وأن المفاعل الحيوي في حالة مستقرة. معدلات التدفق الكتلية والمولية لبعض المركَّبات مدرجة في الجدول 11.3، أما البقية فيجب استنتاجها.

(أ) احسب معدل التدفق المولي للكتلة الحيوية ($C_\alpha H_\beta N_\gamma O_\delta$) في الخرج.

(ب) احسب أمثال التفاعل (a، b، p، q، r) التي تُوازِن التفاعل الحيوي الكيميائي تماماً.

(ت) جد قيم α و β و γ و δ.

الجدول 11.3: هيكل جدول تدفقات المادة في عملية إنتاج كتلة الخلية الحيوية.

	معدل الدخل (mol/min)	معدل الدخل (g/min)	معدل الخرج (mol/min)	معدل الخرج (g/min)	وزن المول (g/mol)
O_2	0.7875	25.2	0.221	7.072	32
N_2	3.386	94.81			28
CO_2	–	–	0.768	33.79	44
غلوكوز $C_6H_{12}O_6$	0.80	144	0.416	74.88	180
أمونيا NH_3	0.30	5.1			17
كتلة حيوية $C_\alpha H_\beta N_\gamma O_\delta$	–	–			91.34
H_2O	–	–	1.478	26.60	18

30.3 طُلب منك وأنت في موقعك الجديد لدى وكالة الطيران والفضاء الأميركية (NASA) تصميم نظام دعم للحياة في الفضاء. وعليك إيلاء اهتمام كبير إلى الإمداد بالهواء والماء والطعام، إضافة إلى التخلص من الفضلات التنفسية والجسدية. في البداية، تنظر في استهلاك رواد الفضاء للطعام (الشكل 35.3). يُنمذج الطعام بـــC_2H_2، لأن نسبة الكربون إلى الهيدروجين في الحمية المتوسطة تساوي 1 تقريباً. يُستقلب الطعام (أي يتأكسد) في أجسام رواد الفضاء لتكوين CO_2 و H_2O باستعمال O_2 الموجود في جو حجرة مركبة الفضاء (الذي يحتوي على 25 في المئة حجما من الأكسجين وعلى 75 في المئة حجما من النيتروجين) وفق التفاعل الآتي:

$$C_2H_2 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

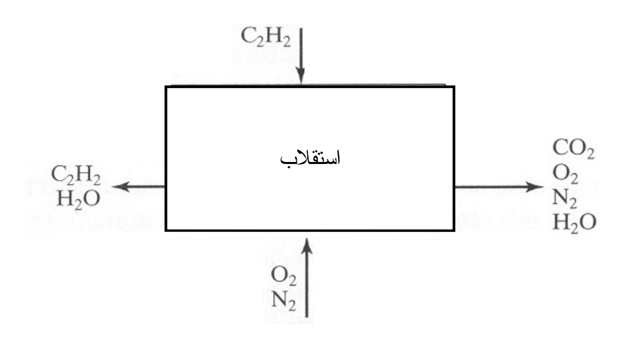
CO_2 و O_2 و N_2 ومقدار جزئي من H_2O تخرج معاً في تيار واحد. والنسبة المولية للماء الخارج في هذا التيار هي 0.050. أما بقية الماء والـــC_2H_2 غير المتفاعل (لم يستطع الرواد أكل ذلك الطعام المجفف بالتثليج...) فيخرجان في تيار خرج آخر.

يساوي التحوُّل النسبي للأكسجين 0.80. ويساوي معدل التدفق المولي للأكسجين في الدخل 100.0 mol/day. أما معدل التدفق المولي في الخرج للـــC_2H_2 فيساوي 0.10 من معدل التدفق المولي للأكسجين في الخرج. ومع أن الطعام يُستهلك بكميات منفصلة، افترض أنه يمكن اعتبار السيرورة في حالة مستقرة (مسألة مقتبسة من Reklaitis GV, *Introduction to Material and Energy Balances*, 1983.).

(أ) احسب معدل التفاعل *R*، واحسب التحوّل النسبي لـ C_2H_2.

(ب) احسب معدلات التدفق المولية في الخرج لـ CO_2 و O_2 و N_2 و H_2O في تيار الخرج الأول.

(ت) احسب معدلَيْ التدفق الموليين في الخرج لـ C_2H_2 و H_2O في تيار الخرج الثاني.



الشكل 35.3: أنشطة الاستقلاب لدى رواد الفضاء في حجرة مركبة فضائية.

31.3 يُعتبر تدوير الموارد ضرورياً لمهمات الفضاء المديدة. على سبيل المثال، يُقطَّر الماء من أي مصدر حتى بول رواد الفضاء. ويُستعمل بعض الماء الخارج من منظومة التقطير لإنتاج الأكسجين والهيدروجين بالتحليل الكهربائي. ويُعاد الأكسجين إلى حجرة مركبة الفضاء. وفي التصاميم الحالية، يُطرح الهيدروجين من مركبة الفضاء. والغاز الآخر الذي يُطرح من المركبة أيضاً هو غاز ثاني أكسيد الكربون. غير أن البحث جارٍ لتدوير كل من الهيدروجين وثاني أكسيد الكربون.

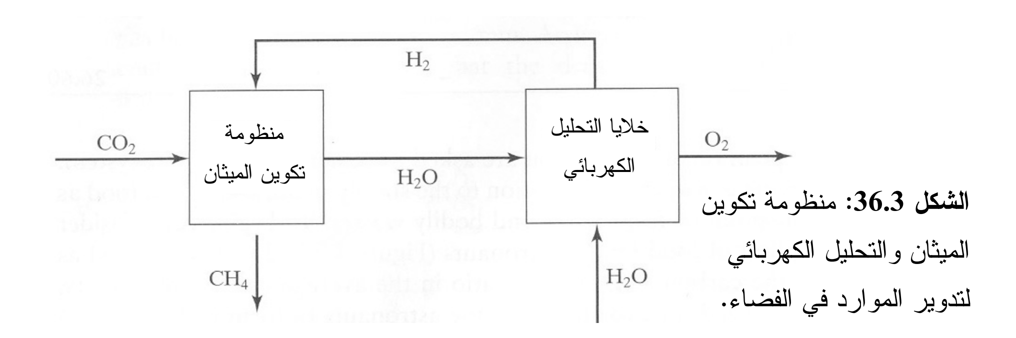
أحد التصاميم التي في قيد التطوير حالياً هو منظومة تكوين الميثان (الشكل 36.3). باستعمال محفِّز ملائم، يتفاعل ثاني أكسيد الكربون والهيدروجين لتكوين الماء وغاز الميثان CH_4. ويُمكن حينئذ إرسال الماء إلى وحدة التحليل الكهربائي لاستخلاص الأكسجين منه. وبدلاً من طرح الهيدروجين الناتج عن التحليل الكهربائي إلى خارج المركبة، يُرسل إلى منظومة تكوين الميثان بوصفه المصدر الحصري للهيدروجين.

والهدف هو إنتاج 10.0 mol/hr من الأكسجين في وحدة التحليل الكهربائي من ماء وارد مباشرة من منظومة تكوين الميثان. افترض أن 20.0 mol/hr من ثاني أكسيد الكربون تتدفق في منظومة تكوين الميثان، وأن كل الماء في وحدة التحليل الكهربائي يتحوّل إلى أكسجين وهيدروجين. وافترض في هذه المسألة أنه يمكن طرح أي متفاعل فائض من منظومة تكوين الميثان.

(أ) اكتب معادلات كيميائية متوازنة لتفاعل التحليل الكهربائي وتفاعل تكوين الميثان.

(ب) ما هو المتفاعل المحدِّد في منظومة تكوين الميثان؟ احسب معدل التفاعل ومعدل التدفق المولي لكل من المكونات في منظومة تكوين الميثان.

(ت) ما هو المتفاعل المحدِّد في وحدة التحليل الكهربائي؟ احسب معدل التفاعل ومعدل التدفق المولي لكل من المكونات في وحدة التحليل الكهربائي.



الشكل 36.3: منظومة تكوين الميثان والتحليل الكهربائي لتدوير الموارد في الفضاء.

32.3 تُشغَّل تجهيزة غشاء ألياف جوفاء كتلك التي وُصفت في المسألة 13.3 لتخمير الغلوكوز وتحويله إلى إيثانول باستعمال خلايا خميرة. وتُثبّت خلايا الخميرة على الجدران الخارجية للألياف الجوفاء (أي إن الخميرة توجد في الحيز الحلقي الخارجي). وعند تثبيت خلايا الخميرة، لا تستطيع التكاثر، غير أنها تستطيع تحويل الغلوكوز $C_6H_{12}O_6$ إلى إيثانول C_2H_6O وفق التفاعل:

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow C_2H_6O + CO_2$$

ويحتوي تيار الدخل المائي إلى خلايا الخميرة على 10.0 في المئة وزناً من الغلوكوز، ويمكن اعتبار بقية التيار ماء. ويدخل التيار المذكور الحيز الحلقي في المفاعل بمعدل 40.0 kg/min. ويدخل مذيب عضوي الأغشية الليفية بمعدل تدفق كتلي يساوي 40.0 kg/min.

صُنعت الأغشية من بوليمر نفور من المذيبات العضوية. لذا لا يستطيع المذيب التغلغل عبر الغشاء، ولا تتأثر خلايا الخميرة تقريباً بسُمِّيته. والغلوكوز والماء لا ينحلان في المذيب، بل يبقيان في الحيز الحلقي (أي إنهما لا يعبران الغشاء إلى المذيب). من ناحية أخرى، إن الإيثانول قابل للانحلال في المذيب، ويعبُر كثير منه الغشاء إلى المذيب ويخرج ذائباً في تيار المذيب في ألياف الغشاء. ويخرج الناتج الثانوي، وهو ثاني أكسيد الكربون، من الحيز

الحلقي عبر صمام خروج. ويحتوي التيار المائي الخارج من الحيز الحلقي على 0.20 في المئة ووزناً من الغلوكوز، و0.50 في المئة وزناً من الإيثانول. (مقتبسة من Doran PM, *Bioprocessing Engineering Principles*, 1999).

(أ) ما هو مقدار التحوُّل النسبي للغلوكوز؟

(ب) ما هو مقدار معدَّل التفاعل R في المنظومة؟

(ت) احسب معدل تدفق كتلة الإيثانول عبر الغشاء.

(ث) احسب معدل تدفق كتلة الغلوكوز في التيار المائي في الخرج وكتلة الإيثانول في التيار المائي وتيار المذيب.

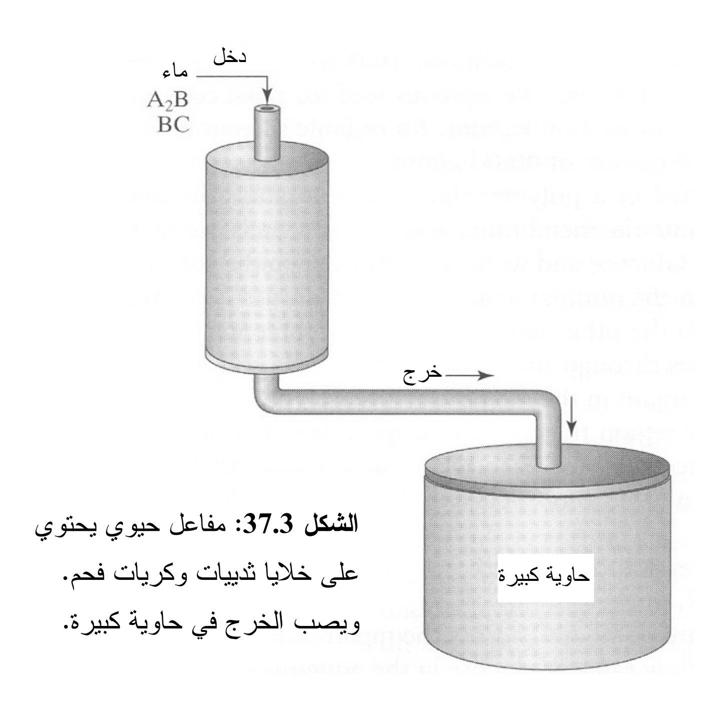
(ج) احسب معدلي التدفق الكتلي والحجمي لثاني أكسيد الكربون.

33.3 أنت تُنشئ مفاعلاً حيوياً يحتوي على خلايا ثدييات لإجراء التحويل الكيميائي الآتي:

$$A_2B + BC \rightarrow AB + C$$

ويحتوي المفاعل إضافة إلى الخلايا على كثير من كريات الفحم. وبناءً على بحث سابق، أنت تعلم أن خلايا الثدييات تتصف باستقرار مديد أفضل حين تعليقها بكريات الفحم مقارنة ببقائها في معلَّق (تُعرف الخلايا التي تتصف بذلك بالخلايا المعتمدة على التعليق).

يدخل الماء المحتوي على A_2B و BC إلى المفاعل بمعدَّل تدفق يساوي 0.10 L/min. ويساوي تركيز الــA_2B في تيار الدخل 70.0 g/L. ويساوي تركيز الــ BC في تيار الدخل 140 g/L. و A_2B وBC وAB وC جميعاً منحلة كلياً في الماء ولا تُسهم كثيراً في تحديد كثافة المحلول. والأوزان الجزيئية لــ A وB وC هي كالآتي: 2.0 g/mol لــ A، و3.0 g/mol لــ B، و4.0 g/mol لــ C. ويعمل المفاعل باستمرار. ويخرج تيار الخرج إلى حاوية كبيرة (الشكل 37.3). ونظراً إلى عدم وجود كشف فوري لتيار الخرج، تُؤخذ عينات من الحاوية لتحديد تراكيز المركَّبات المختلفة. افترض أن محتويات الحاوية جيدة المزج.



الشكل 37.3: مفاعل حيوي يحتوي على خلايا ثدييات وكريات فحم. ويصب الخرج في حاوية كبيرة.

(أ) يعمل المفاعل الحيوي مدة أربعة أيام. وأثناء تلك المدة، يذهب الخرج كله إلى الحاوية الكبيرة، ولا يُفرَّغ منه شيء. وتُؤخذ عينة من الحاوية بعد أربعة أيام فيتبين أن تركيز الـــ A_2B يساوي 3.5 g/L . بناءً على هذه المعلومات، احسب معدل تدفق A_2B في الخرج.

(ب) احسب معدَّل التفاعل *R* في الجملة. ما هو مقدار التحوُّل النسبي لكل من A_2B وBC ؟

(ت) تمكنتَ من استعارة جهاز لإجراء كشف فوري في نهاية تجربتك التي دامت أربعة أيام. تأخذ العينة من تيار الخرج، وليس من الحاوية، فتجد أن تركيز AB في الخرج يساوي 90.0 g/L. هل هذا القياس منسجم مع نتائجك في الجزأين (أ) و(ب)؟ علِّل الإجابة.

وتقرِّر إعادة التجربة برمتها. وتتخلص من جميع كريات الفحم وخلايا الثدييات، وتملأ المفاعل الحيوي بفحم جديد وخلايا جديدة. وقبل أن تبتدئ هذه التجربة الجديدة، تُفرِّغ الحاوية الكبيرة التي كان يصب فيها تيار الخرج. وأثناء هذا التشغيل، تقرِّر أخذ العينات من الحاوية كل 12 ساعة، وتسجل تراكيز A_2B في الجدول 12.3. لاحظ أنه لا يحصل تفريغ للحاوية أثناء التشغيل مدة أربعة الأيام، بل يُجمع سائل الخرج كله فيها ويُمزج جيدا.

(ث) بناءً على البيانات المدرجة في الجدول 12.3، اكتب معادلة (أو معادلات) تصف معدل تدفق كتلة A_2B في الخرج.

(ج) ما نوع الظاهرة الفيزيائية التي يمكن أن تؤدي إلى صيغة المعادلة المستخرجة في (ث)؟

(ح) هل صيغة المعادلة تلك منسجمة مع قياساتك لتركيز AB في الخرج الذي يساوي 90.0 g/L بعد أربعة أيام (الجزء ت)؟ علِّل الإجابة.

(خ) إذا كانت لديك حاوية لانهائية الحجم، وإذا استمر التفاعل في المنظومة إلى الأبد، ما هي القيمة التي سيستقر عندها تركيز الــA_2B في الحاوية الكبيرة؟ احسب الزمن الذي سيكون التركيز عنده 99 في المئة من القيمة المستقرة.

الجدول 12.3: تراكيز عينات A_2B المأخوذة من الحاوية.

الزمن (ساعة)	التركيز (g/L)
12	0.0
24 (يوم واحد)	0.0
36	0.0
48 (يومان)	0.0
60	1.40
72 (3 أيام)	2.33
84	3.00
96 (4 أيام)	3.50

34.3 السنورزين (snorzin) هو بروتين افتراضي يُنتجه الجسم بمعدَّل يعتمد على الوقت من اليوم. يحصل إنتاج البروتين (بواحدة الكتلة في واحدة الزمن) وفقاً للمعادلة الآتية:

$$P = k\left\{1+\sin\left[A\left(t+5\,\text{hr}\right)\right]\right\}$$

حيث إن $k = 10\ \text{g/hr}$، و $A = \pi/12\ \text{hr}$، وt هو الوقت من اليوم معبَّراً عنه بالساعات العسكرية (00:01 حتى 24:00).

(أ) متى يكون إنتاج السنورزين أعظمياً؟ ومتى يكون أصغرياً؟ احسب معدل الإنتاج في هاتين الحالتين؟

(ب) ما هو مقدار السنورزين الذي يتراكم في الجسم بين الساعة 7 صباحاً والساعة 11 مساءً؟

35.3 أصبح حقن جينة مرغوب فيها في الإشيريشيا كولي إجراءً معتاداً في علم الأحياء

الجزيئي. ونظراً للتكاثر السريع للإشيريشيا كولي، يمكن تركيب جينة أو بروتين معينين بسرعة أكبر مما يمكن بطرائق أخرى.

(أ) افترض أن مدة تضاعف الإشيريشيا كولي تساوي 20 min. اكتب معادلة لنمذجة تكاثرها بافتراض عدم وجود قيود على التغذية أو كثافة الخلايا.

(ب) تتمو الإشيريشيا كولي في مفاعل حيوي حجمه 10 L، وتدخل المواد المغذية المفاعل بمعدّل 1.0 L/min، ويخرج من المفاعل تيار يحتوي على فضلات وإشيريشيا كولي بمعدّل 1.0 L/min. بافتراض أن حجم المادة في المفاعل يبقى ثابتاً، اكتب معادلة تصف تركيز الإشيريشيا كولي في تيار الخرج بوصفه تابعا للزمن (**ملاحظة:** تركيز الإشيريشيا كولي في الخرج يساوي تركيزها ضمن المفاعل).

(ت) افترض أن المفاعل قد شُحن بـــ 1×10^2 cell/mL. ما هي المدة التي يمكن تشغيل المفاعل خلالها حتى يصبح تركيز الخلايا 1×10^8 cell/mL؟ افترض هنا أنه لا تخرج أي خلية من المعالج في تيار الخرج.

36.3 تغطي غشاء الخلية معقَّدات بروتينية تسمى مضخات الشوارد Na^+ و K^+. وتحرِّك كل مضخة ثلاث شوارد Na^+ من الحيز ضمن الخلية إلى البيئة الخارجية مقابل كل شاردتي K^+ تنقلها إلى داخل الخلية. وأثناء العمل العادي، تعمل المضخات باستمرار، وفي الظروف الطبيعية، ثمة تدرُّج في تركيز الشوارد Na^+ و K^+ بين داخل الخلية وخارجها، ويتضمن الجدول 13.3 تراكيز تلك الشوارد في تلك المناطق. ونظراً إلى أن ضخ الشوارد يحصل بالاتجاه المخالف لتدرُّج تركيزها، ثمة حاجة إلى طاقة ثلاثي فوسفات الأدِنوزين ATP.

الجدول 13.3: تراكيز الشوارد ضمن وخارج الخلية.

	التركيز خارج الخلية (mM)	**التركيز داخل الخلية (mM)**
Na^+	145	15
K^+	5.0	140

أُجريت تجربة باستعمال سم السهم (الوابين ouabain) الذي يسد مضخات الـــ Na^+ و K^+ في الخلايا. وفي أثناء ذلك، انهار التدرُّج، وأصبح تركيز الـــNa^+ داخل الخلية 80 mM، وأصبح تركيز الـــK^+ داخل الخلية 72.5 mM. وبعد التجربة، أزيل سم السهم من الخلايا بغسله بواسطة محلول ملحي موقا بالفوسفات (phosphate buffered saline)، فعملت

المضخات ثانية لاستعادة التدرُّج. يدوم طور الاستعادة مدة 4.0 hr، وتعمل الخلايا أثناءه على استرجاع التوازن الشاردي السابق. نمذِج مضخات الشوارد في غشاء الخلية أثناء طور الاستعادة.

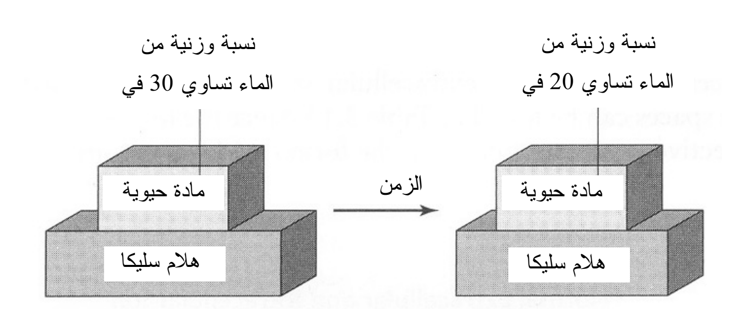
افترض أن حجم الخلية يساوي $65.4\ \mu m^3$، وأن ثمة 1.0×10^5 مضخة شوارد في كل خلية، وأن معدل الضخ ثابت (أي إنه لا يعتمد على تدرُّج الشوارد). وافترض أنه ليس ثمة تغلغل لشوارد الـNa^+ و K^+ عبر غشاء الخلية، وأنه ليس ثمة مضخات شوارد أو قنوات أخرى عاملة.

(أ) احسب معدل ضخ الـNa^+ في خلية واحدة (عدد الجزيئات التي تضخها مضخة واحدة في الثانية) اللازم لاستعادة تركيز الـNa^+ داخل الخلية خلال أربع ساعات دون الأخذ في الحسبان لمعدَّل ضخ الـK^+.

(ب) احسب معدل ضخ الـK^+ في خلية واحدة (عدد الجزيئات التي تضخها مضخة واحدة في الثانية) اللازم لاستعادة تركيز الـK^+ داخل الخلية خلال أربع ساعات دون الأخذ في الحسبان لمعدَّل ضخ الـNa^+.

(ت) هل ستستطيع الخلية استعادة التوازن المستقر لتراكيز الشوارد Na^+ و K^+ المدرجة في الجدول 13.3؟ علِّل الإجابة.

(ث) في تجربة مختلفة، تجد أن معدل ضخ الـNa^+ يساوي 1.6 جزيئا للمضخة في الثانية. ما هو مقدار تركيز الـK^+ ضمن الخلية (مقدرا بـ mM) الذي يمكن تحقيقه في 3 ساعات. افترض أن ظروف الانهيار داخل الخلية المذكورة آنفاً هي نقطة بداية طور الاستعادة.



الشكل 38.3: امتصاص هلام السليكا للماء من مادة حيوية مع الوقت.

37.3 تحتاج مادة حيوية مصنَّعة حديثاً إلى تجفيفها قبل تعقيمها ونقلها إلى مريض (الشكل

38.3). مباشرة بعد المعالجة، تكون نسبة الماء الوزنية في المادة 30.0 في المئة. ولبدء التعقيم، يجب ألا تزيد نسبة الماء الوزنية فيها على 20.0 في المئة. توضع المادة الحيوية على هلام سِليكا صلب يمتص الماء منها بالمعدل الآتي:

$$wa = be^{-at}$$

حيث إن wa هو معدل امتصاص الماء، و $a = 1\,1/\text{min}$ و $b = 0.13\ \text{lb}_\text{m}/\text{min}$ و t هو الزمن. وكتلة هلام السليكا، التي تساوي $3.2\ \text{lb}_\text{m}$، تستطيع امتصاص $1.0\ \text{lb}_\text{m}$ من الماء. افترض أساساً مقداره $1\ \text{lb}_\text{m}$ من المادة الحيوية. (المسألة مقتبسة من Glover C, Lunsford KM, Fleming JA, *Conservation Principles and the Structure of Engineering*, 1994.)

(أ) احسب كتلة هلام السليكا (مقدرة بالليبرة الكتلية lb_m) اللازمة لتجفيف كتلة (مقدرة بالليبرة الكتلية lb_m) من مادة حيوية مبلولة تحتوي على 30.0 في المئة وزناً من الماء حتى تصبح نسبة الماء الوزنية فيها 20 في المئة.

(ب) احسب المدة اللازمة لهلام السليكا لامتصاص الماء من المادة الحيوية وتخفيض نسبته الوزنية فيها من 30 في المئة حتى 20 في المئة بافتراض أن هلام السليكا يمتص الماء بالمعدَّل المعطى آنفاً.

38.3 تذوب قطعة بوليمر حين تماسها مع الماء. وأنت مكلَّف تطوير نموذج للتنبؤ بطول المدة التي تحتاج إليها قطعة البوليمر للذوبان حين وضعها في إناء يحتوي على الماء. افترض أنك ابتدأت بـــ $1.00 \times 10^2\ \text{g}$ من البوليمر. ونظراً إلى عدم وجود أمثال تفاعل كيميائي هنا، لا تحتاج إلى استعمال المعدلات المولية لحل المسألة، بل يمكنك استعمال المعدلات الكتلية.

(أ) تبدأ بنموذج تنبؤ بسيط، وتفترض أن البوليمر لا يتفكك (أي لا يخضع إلى تحولات كيميائية ليصبح بوليمراً آخر أو وحدات مونومرية صغيرة). وتفترض أن معدَّل ذوبانه في الماء متناسب مع ثابت k، وأن مساحة سطح البوليمر تساوي A. حينئذ يمكن نمذجة معدل الذوبان dr بما يأتي:

$$\text{dr} = kA$$

حيث: $k = 2\dfrac{\text{g}}{\text{hr} \cdot \text{cm}^2}$, $A = 10\ \text{cm}^2$

باستعمال نموذج التنبؤ هذا، ما هي المدة التي يستغرقها ذوبان قطعة بوليمر كتلتها تساوي $1.00 \times 10^2\ \text{g}$ كلياً؟

(ب) بعد الانتباه إلى أن افتراضك الأول كان بسيطاً جداً، تحاول نمذجة معدَّل الذوبان

باعتباره تابعاً للجذر التربيعي للزمن، أي:

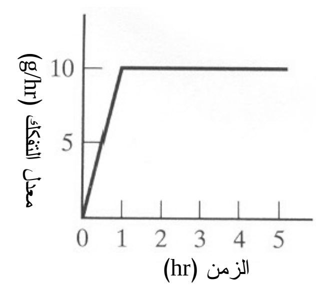
$$dr = kA_0t^{1/2}$$

حيث إن $A_0 = 10.0\ \text{cm}^2/\text{hr}^{1/2}$, $k = 2.0\dfrac{\text{g}}{\text{hr}\cdot\text{cm}^2}$

باستعمال نموذج التنبؤ هذا، ما المدة التي يستغرقها ذوبان قطعة بوليمر كتلتها تساوي 1.00×10^2 g كلياً في الماء؟

(ت) بعد التحدُّث إلى زميل، تُدرك أنه إضافة إلى الذوبان، يتفكك البوليمر إلى مونومر. وبناءً على توقُّعك بأنّ أخذ ذلك في الحسبان سيُحسِّن نموذجك كثيراً، تقرِّر إجراء مزيد من الاستقصاء. وتُجري سلسلة من التجارب لتحديد معدَّل تفكك البوليمر. وأثناء الساعة الأولى، تجد أن المعدَّل يزداد خطياً حتى القيمة 10.0 g/hr، ثم يستقر ويصبح ثابتا عند 10.0 g/hr، وفق ما هو مبين في الشكل 39.3.

باستعمال نموذج معدل الذوبان في الجزء (أ)، تَجْمع حدَّيْ الذوبان والتفكك في نموذج واحد. وفي هذه التجربة، تبدأ التجريب بقطعة بوليمر كتلتها تساوي 1.00×10^2 g، وتوقف التجربة عندما تصبح كتلة قطعة البوليمر 20.0 g. باستعمال هذا النموذج، ما هي المدة التي يستغرقها انخفاض مقدار كتلة البوليمر من 1.00×10^2 g إلى 20.0 g في الماء؟



الشكل 39.3: تفكك البوليمر إلى مونومرات في الماء.

39.3 يجري حالياً استقصاء المواد التركيبية القابلة للتفكك حيوياً لاستعمالها حوامل لتزويد الجسم بالدواء. وحمض متعدد (اللبن والغليكول المشترك) poly(lactic-co-glycolic) acid هو مادة من هذا النوع تُستقصى حالياً لهذا الغرض بعد أن أقرَّت وكالة الغذاء والدواء الأميركية FDA استعمالها في جسم الإنسان. يمكن صنع كرات ميكروية المقاس منها محمَّلة بالدواء، وبتغيير خصائص البوليمر الذي تتكوَّن منه الكرات، يمكن إجراء تغيير ممنهج لشكل المنحني البياني لإطلاق الدواء في الجسم.

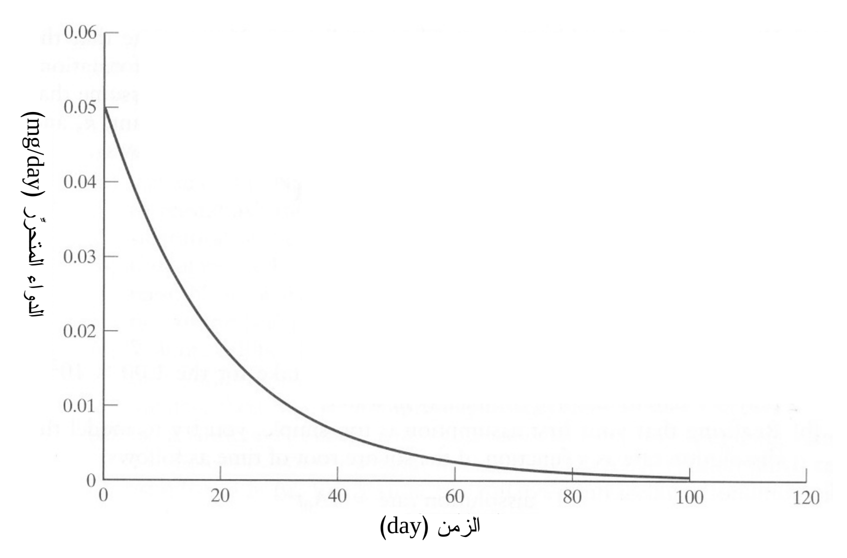
وأنت تُجري تجربة لتحديد مفاعيل قطر الكرة الميكروية في تحرير نموذج الدواء المسمى

FITC-BSA (fluorescently labeled bovine serum albumin). يبين الشكل 40.3 منحني التحرير. وبعد إنشاء منحنٍ متوافق مع بياناتك، تجد أنه يمكن نمذجة تحرير الدواء بما يأتي:

$$re = \left(\frac{1\,\text{mg}}{20\,\text{day}}\right)\exp\left(\frac{-t}{20\,\text{day}}\right)$$

حيث إن re هو معدل تحرير الدواء. في البداية، تساوي كتلة الدواء في الكرة الميكروية ميلّيغراماً واحداً. احسب مقدار الدواء الذي يجري تحريره بعد ثلاثين يوماً.

40.3 تُغطي صفيفة من المستقبلات المختلفة غشاء الخلية. ومعظم تلك المستقبلات هو بروتينات عابرة للغشاء، وهي تعمل على تسهيل التواصل بين الحاضنة الخارجية للخلايا والحيز الذي في داخلها. وتلتصق روابط قابلة للذوبان موجودة في الحاضنة الخارجية بمستقبلات معينة بتخصصية عالية. وحين حصول هذا الالتصاق، يمكن لإشارة داخل الخلية أن تُبث، ويمكن للمستقبلات أن تُوطَّن أو تُعالج في الخلية. توجد المستقبلات على سطح الخلية، وفي الجسيمات البالعة، وفي حالة عابرة في داخل الخلية. وتتحرك المستقبلات هنا وهناك ضمن الخلية وعلى سطحها، وهي في حركة دائمة.



الشكل 40.3: تحرير الدواء FITC-BSA مع الزمن.

وبعد التوطين، تتحرك المستقبلة نحو جسيم بالع. والجسيمات البالعة هي حجرات في الخلية تُرتَّب فيها المستقبلات والبروتينات والروابط والجزيئات الصغيرة الأخرى وتُجهَّز لمستقرها

المستقبلي في الخلية. وفي الجسيم البالع، تُستهدف نسبة (f_R) ما من المستقبلات لتفكيكها، ويُدورَّ الباقي منها ليذهب إلى سطح غشاء الخلية. ويُفترض أن معدل حركة المستقبلات في الخلية لا يعتمد على كثافة المستقبلات التي على الغشاء أو في الجسيمات البالعة.

وتتولّد مستقبلات جديدة في الخلية من خلال اصطناع البروتينات، وتُنقل من داخل الخلية إلى غشائها. يظهر الشكل 41.3 نموذجاً مبسطاً لحركة المستقبلات.

مصطلحات:

R_s: العدد الكلي للمستقبلات على سطح الخلية [#].

R_E: العدد الكلي للمستقبلات في الجُسَيْم البالع [#].

V_s: معدّل اصطناع المستقبلات [#/min].

k_{rec}: ثابت معدّل تدوير المستقبلات [1/min].

k_{deg}: ثابت معدّل تفكك المستقبلات[1/min].

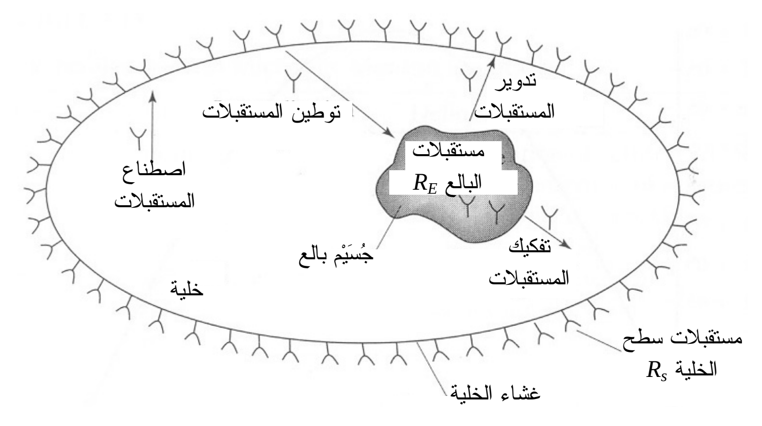
f_R: نسبة المستقبلات التي سوف تُفكَّك[-].

k_e: ثابت معدّل توطين (ابتلاع) المستقبلات [1/min].

t: الزمن [min].

(أ) ارسم منظومة مع حدودها مصممة لعد المستقبلات التي على السطح (R_s). هل المنظومة مفتوحة أم مغلقة؟ تفاعلية أم لاتفاعلية؟ مستقرة أم متغيرة؟ اكتب المعادلة التفاضلية الملائمة التي تصِف معدل تغير عدد المستقبلات على سطح الخلية (R_s). يجب أن تتضمن معادلة الموازنة هذه توطين واصطناع وتدوير المستقبلات. (*ملاحظة*: يمكن كتابة معدّل توطين المستقبلات التي في سطح الخلية بالشكل k_eR_s. أما وحدات المعدّل فهي [#/time].

(ب) ارسم منظومة مع حدودها مصممة لعد المستقبلات التي في حجرة البالع (R_E). هل المنظومة مفتوحة أم مغلقة؟ تفاعلية أم لاتفاعلية؟ مستقرة أم متغيرة؟ اكتب المعادلة التفاضلية الملائمة التي تصِف معدل تغير عدد المستقبلات التي في حجرة البالع (R_E).



الشكل 41.3: نموذج مبسط لحركة المستقبلات.

(ت) افترض عدم حصول تراكم للمستقبلات على الغشاء أو في الجُسيْم البالع. جد قيمة R_s للحالة المستقرة بدلالة k_{deg}، k_e، k_{rec}، V_s، f_R.

(ث) باستعمال التحليل البياني، بيِّن كيفية تغيُّر R_s مع تغيُّر قيم المتغيرات k_{deg}، k_e، f_R ضمن مجال معين، بافتراض القيم المدرجة في الجدول 14.3 للمتغيرات الأخرى. يجب أن تكون لديك ثلاثة مخططات بيانية: R_s مقابل k_{deg} (k_e، k_{rec}، V_s، f_R ثابتة)، وR_s مقابل k_e (k_{deg}، k_{rec}، V_s، f_R ثابتة)، وR_s مقابل f_R (k_e، k_{rec}، V_s، k_{deg} ثابتة). هل من مغزى لديك لهذه المنحنيات؟ علِّل الإجابة.

الجدول 14.3: قيم نمذجة حركة المستقبلات.

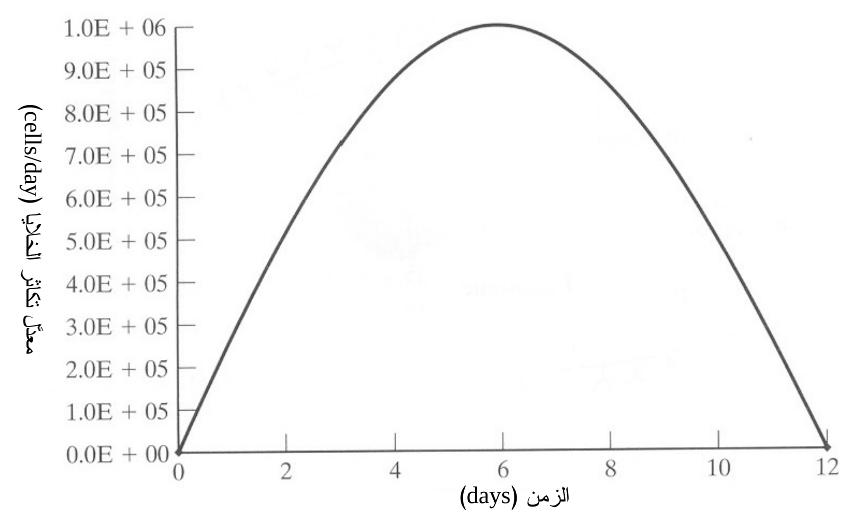
المتغير [الواحدة]	القيمة الثابتة	المجال
V_s [#/min]	130	
k_{deg} [1/min]	0.010	0.050-0.0020
k_e [1/min]	0.030	3.0-0.030
k_{rec} [1/min]	0.058	
f_R [-]	0.010	1.0-0.010

41.3 تُشغَّل تجهيزة غشاء ألياف جوفاء كتلك الموصوفة في المسألة 13.3 من أجل تخمير الغلوكوز لإنتاج الإيثانول باستعمال خلايا خميرة. وتُثبّت خلايا الخميرة على الجدران الخارجية للألياف الجوفاء (أي خلايا الخميرة الموجودة في الحيز الحلقي الخارجي). وتُملأ

الوحدة بـــ 1.0×10^5 خلية، فتتعلق الخلايا بالألياف. في البداية بعد ملء الوحدة، يزداد معدّل توالد الخلايا، وعندما تبدأ الخلايا بتغطية الألياف، يتباطأ معدل التوالد. ويبين الشكل 42.3 التغيُّر في ذلك المعدّل. يُنمذج معدّل التوالد $\dot{\Psi}_{gen}$ بما يأتي:

$$\dot{\Psi}_{gen} = 1.0\times10^6 \frac{\text{cells}}{\text{day}} \sin\left[\frac{t\pi}{12 \text{ days}}\right]$$

حيث إن t هو الزمن مقدراص بالأيام (days). وتموت الخلايا بمعدّل ثابت يساوي 1.0×10^4 cells/day. احسب عدد الخلايا في المفاعل بعد 12 يوماً.



الشكل 42.3: معدل تكاثر الخلايا.

42.3 من الشائع في بحوث المعالجة الجينية استعمال الجينات المراسلة (reporter genes) لتحديد مقدرة مجموعة خلايا على إنتاج بروتينات غريبة. وتحمل الجينات المراسلة عادة رموزاً إما لبروتينات مُفَلْورة أو مضيئة، أو لإنزيمات ستحوّل شراحة إلى منتَج ملوّن مفلور أو مضيء. وإحدى هذه الجينات تحمل رمز الإنزيم بيتا غالاكتوسيداز (β-galactosidase) الذي يحوّل الشراحة أورثو – نيتروفينيل – بيتا – د – غالاكتوبيرانوسيد ONPG (*o*-nitrophenyl-β-D-galactopyranoside) إلى المنتوج الأصفر أورثو – نيتروفيل *o*-nitrophenol. بقياس امتصاص الضوء من قبل سائل تفكُّك الخلية عند الطول الموجي 420 nm، يمكن تحديد مقدار هذا المنتوج.

يمكن نمذجة استهلاك الشراحة للـــ ONPG باستعمال معادلة ميخائيليس – مِنتون (Michaelis-Menton):

$$\frac{-d[S]}{dt}=\frac{[E]_0 k_2[S]}{K_m+[S]}$$

الجدول 15.3: المتغيرات المستعملة في معادلة ميخائيليس – منتون.

المتغيرات	الوحدات	التعاريف
$[S]$	mM	تركيز الشراحة ONPG
$[S]_0$	mM	التركيز الابتدائي للشراحة
$[E]_0$	μg/mL	تركيز الإنزيم الابتدائي (β-galactosidase)
k_2	$\mu mol/(\mu g\ enzyme\cdot min)$	ثابت معدل التفاعل
K_m	mM	ثابت التوازن
t	min	الزمن

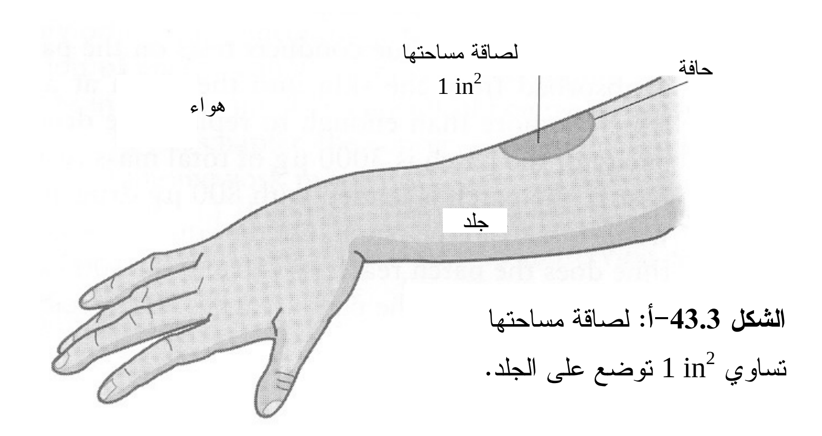
(أ) ضع معادلة لمدة التفاعل بدلالة $[E]_0$ و k_2 و $[S]_0$ و $[S]$ و K_m. وحدات وتعاريف هذه المتغيرات مدرجة في الجدول 15.3.

(ب) بافتراض أن $[S]_0=2\ mM$, $[E]_0=3.0\ \mu g/mL$,
وأن $k_2=0.006\ \mu mol/(\mu g\ enzyme\cdot min)$, $K_m=0.161\ mM$،
احسب المدة التي يستغرقها تركيز الشراحة لينخفض حتى نصف قيمته الابتدائية.

(ت) إذا خُفِّضت قيمة $[E]_0$ بمرتبة كِبَر واحدة ($[E]_0=0.3\ \mu g/mL$)، جد قيمة $[S]$ بعد 30 دقيقة (**ملاحظة:** لا تستطيع حساب $[S]$ صراحة بدلالة المتغيرات الأخرى).

43.3 أنت تعمل على تصميم لصاقة توضع على الجلد لتنقل دواء إلى الجسم. من اللصاقات الموجودة في السوق حالياً لصاقة نيكودرم (Nicoderm) (للمساعدة على التوقف عن التدخين)، ولصاقات هرمونات، منها الإستروجين estrogen والتستوستيرون (testosterone). تتصف لصاقة الجلد بأنها رقيقة ومسطحة، ومساحة سطحها تساوي 1 in^2 (الشكل 43.3–أ). وهي توضع على الساعد بحيث يكون أحد جانبيها على الجلد والآخر مكشوفاً للهواء. ومهمتك هي تصميم لصاقة تنقل إلى الجسم مسكِّن آلام بعد العمليات الجراحية أو الجروح الأليمة. ولتقليص خطر الإدمان، يتناقص مقدار الدواء المنقول إلى

الجسم مع الزمن. وتقوم أنت بعدد من الاختبارات وفق المذكور في ما يأتي من أجل المساعدة على تصميم وتوصيف اللصاقة. أهمِل في جميع الاختبارات فقدان الدواء من حواف اللصاقة.



الشكل 43.3–أ: لصاقة مساحتها تساوي $1\ \text{in}^2$ توضع على الجلد.

الاختبار (أ). وفقاً لما ذُكر آنفاً، يتناقص مقدار الدواء المعطى إلى الجسم مع الزمن. وقد بيَّنت بحوثك أن المعدَّل الذي يغادر به الدواء اللصاقة، y، يُعطى بالمعادلة الآتية:

$$y = -1\frac{\mu\text{g}}{\text{day}^2}t + 40\frac{\mu\text{g}}{\text{day}}$$

حيث إن t هو الزمن. بافتراض أن الدواء ينتقل من الرقعة إلى الجسم دون ضياع في الهواء، وأن اللصاقة محمَّلة بـــ $800\ \mu\text{g}$ من الدواء، متى ينفد الدواء من الرقعة؟

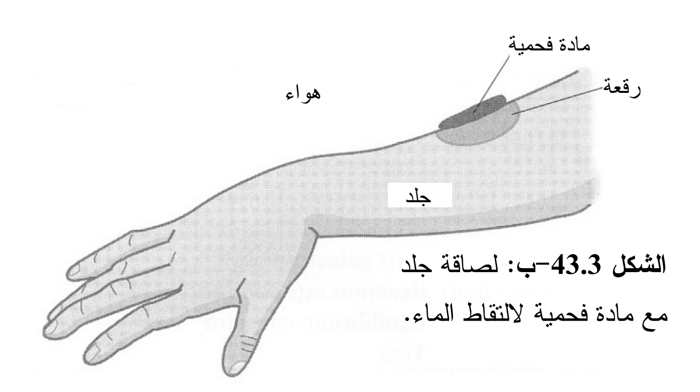
الاختبار (ب): في محاولة لجعل التغيُّرات في بنية وحجم اللصاقة أصغرية، تُصمم اللصاقة بحيث يدخل فيها الماء من الجلد ليحل محل الدواء الذي تفقده. افترض في هذا الاختبار أنه في مقابل كل $1\ \mu\text{g}$ من الدواء يخرج من اللصاقة، تمتص $1\ \mu\text{g}$ ماء من الجسم (أي تبادل كتلتين متساويتين من الدواء والماء). بافتراض أن اللصاقة محمَّلة في البداية بـــ $800\ \mu\text{g}$ من الدواء و $600\ \mu\text{g}$ من الماء، ما هو مقدار كل من كتلة الدواء والماء التي تبقى فيها بعد 20 يوماً؟

الاختبار (ت): بدأ زميلك بإجراء اختبارات لحركة الماء عبر اللصاقة، واكتشف أنها تمتص الماء فعلاً من الجلد، وأن الماء يتبخر فعلاً في الهواء. ويُعدُّ اختبارا مشابهاً لذاك الذي يمكن أن تجده في التطبيقات الطبية حيث يكون أحد جانبي اللصاقة ملتصقا بالجلد، ويكون الثاني معرَّضا للهواء. وتضع فوق اللصاقة مادة فحمية مبتكرة تلتقط الماء الذي يتبخر منها (الشكل

43.3–ب). (**ملاحظة:** لا تمتص هذه المادة الفحمية الماء من الهواء المحيط أو تُسرِّع خروجه من اللصاقة، وكل ما تفعله هو التقاط الماء المتبخر من اللصاقة). ويأخذ عينات من المادة الفحمية كل 5 أيام ويجد فيها 500 ميكروغرام من الماء. بافتراض معدل ثابت لخروج الماء من اللصاقة، ضع معادلة تصف معدَّل خروج الماء منها.

الاختبار (ث): بوصفك مهندساً طبياً حيوياً متمرساً، تستغرب افتراض زميلك أن معدَّل خروج الماء من اللصاقة ثابت، وتطلب إليه إعادة التجربة وأخذ عينات المادة الفحمية بعد 10 أيام. ويُعيد زميلك الاختبار، ويأخذ العينة بعد 10 أيام، ويجد فيها 950 ميكروغرام من الماء. (**ملاحظة:** لا يأخذ عينات أو يُزيل أي ماء كل 5 أيام في هذه الاختبار). بتوفر هذه المعلومة الثانية ، أنت تعلم أن معدَّل خروج الماء من اللصاقة ليس ثابتاً. ضع معادلة خطية تصف معدَّل خروج الماء من اللصاقة باستعمال المعلومتين الناتجتين في الاختبارين ت وث.

الاختبار (ج): يُجري زميلك اختبارات على اللصاقة ويجد أنها تمتص الماء من الجلد بمعدَّل ثابت يساوي 100 ميكروغرام يومياً، وهذا أكثر من كاف للحلول محل الدواء الذي يخرج من اللصاقة إلى الجلد. وتبلغ سعة اللصاقة 3000 ميكروغرام (كتلة الماء والدواء معاً). وكما في الاختبار ب، تُحمَّل الرقعة بـــ 800 ميكروغرام من الدواء وبـــ 600 ميكروغرام من الماء. لنمذجة خروج الماء من اللصاقة، استعمل المعادلة التي وضعتها في الاختبار ث. متى تصل محتويات اللصاقة إلى سعتها الكلية التي تساوي 3000 ميكروغرام؟ هل سيكون الدواء قد انتقل كلياً إلى الجسم قبل وصول محتويات اللصاقة إلى سعتها الكلية؟



الشكل 43.3–ب: لصاقة جلد مع مادة فحمية لالتقاط الماء.

4 – انحفاظ الطاقة

1.4 الأغراض والحوافز التعليمية

بعد الانتهاء من هذا الفصل، ستتمكَّن من:

- سرد وشرح جميع أنواع أو صيغ الطاقة.
- شرح صلة الحرارة والعمل بالطاقة.
- كتابة الصيغ الجبرية والتفاضلية والتكاملية لانحفاظ الطاقة.
- تطبيق القانون الأول للترموديناميك تطبيقاً صحيحاً.
- وصف مفهومي المحتوى الحراري (enthalpy) والسعة الحرارية (heat capacity).
- حساب تغيُّرات المحتوى الحراري الناجمة عن المزج وعن تغيرات درجة الحرارة والضغط والطور.
- تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة الكلية على النظم المفتوحة اللاتفاعلية.
- حساب حرارة التفاعل باستعمال بيانات حرارة التشكيل وحرارة الاحتراق.
- تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة الكلية على النظم المفتوحة التفاعلية.
- تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة الكلية على النظم المتغيرة.

1.1.4 الطاقة الحيوية

يستعمل المهندسون معادلات موازنة وانحفاظ الطاقة على نطاق واسع لتصميم نظم تستغل وتحفظ الطاقة من أجل تعقُّب أو مراقبة طاقة منظومة أو سيرورة معينة، تحتاج غالباً إلى تطبيق معادلات موازنة الطاقة. وتحتاج لفهم جسم الإنسان فهماً تاماً، إلى جانب فهم التجهيزات الطبية الحيوية وتطبيقات المعالجة الحيوية مثل الوقود الحيوي، وكثير من النظم الهندسية الحيوية الأخرى، إلى أن تكون بارعاً في التعامل مع معادلة انحفاظ الطاقة. إن استعمال معادلات موازنة وانحفاظ الطاقة كثير الشيوع في النظم التي تشتمل على تفاعلات كيميائية وعلى تغيُّرات في الضغط ودرجة الحرارة. وسنطبِّق في هذا الفصل انحفاظ الطاقة في طيف واسع من الأمثلة والمسائل المنزلية.

نسلط الضوء في هذا المقطع التمهيدي على الاحتياجات من الطاقة مع تركيز الاهتمام بوجه خاص في مصادر الطاقة البديلة والوقود الحيوي. إن استغلال الطاقة والحفاظ عليها مسألة على درجة كبيرة من الأهمية للجنس البشري، وثمة مقترحات لحلول كثيرة مختلفة. وفي جميع الحالات يُعتبر انحفاظ الطاقة جوهرياً لتطوير ووضع خطط لها.

وثمة دور فريد للمهندسين الحيويين في تطوير الطاقة الحيوية لأنهم يردمون الفجوة الموجودة بين عالمي الهندسة وعلم الأحياء. والقصد من العرض المفصل الوارد في ما يأتي هو إثارة نقاشنا لمعادلة انحفاظ الطاقة.



الشكل 1.4: أمواج الطاقة الحيوية الصفراء. المصدر: http://news.bbc.co.uk/2/hi/science/nature/2523241.stm..

من دون إمداد مستمر بالطاقة، ستنتهي الحياة التي نعرفها. حتى وأنت تقرأ هذه الفقرة، فإنك تتنفس، وأعصابك البصرية تطلق إشاراتها، ودمك يتدفق في عروقك. وكل من هذه العمليات، وكثير غيرها، في جسم الإنسان يحتاج إلى طاقة، وأنت تحصل عليها من الطعام الذي تأكله. إن العلاقة المعقدة بين الطاقة الشمسية والتركيب الضوئي النباتي والاستقلاب الهوائي هي التي تسمح لتلك العمليات الفيزيائية المعقدة بالحدوث.

إن الشمس هي مصدر طاقتنا الرئيس، فهي تشع نحو 4.2×10^{22} watt، لكن لا يصل إلى سطح الأرض من تلك الطاقة سوى مقدار ضئيل يساوي 10^{17} watt تقريباً. والطاقة الشمسية متاحة لكثير من النظم الحيوية على الأرض، فهي تغذي سيرورات التركيب الضوئي التي تقوم بها النباتات والطحالب البحرية والمتعضيات الميكروية. وفي كل سنة تُثبّت متعضيات التركيب الضوئي ما يقارب 10^{11} طن من الكربون الجوي بتفاعل التركيب الضوئي الذي يجمع ثاني أكسيد كربون الجو والماء وضوء الشمس لتكوين مركّبات عضوية وأكسجين [1]، ثم تُستعمل المركّبات

العضوية، التي يمثل الغلوكوز معظمها، في بنية المتعضي أو ذريته. وإجمالاً، يتحوّل 1.1×10^{14} watt من الطاقة الشمسية سنوياً إلى كتلة عضوية بالتركيب الضوئي.

لا تحصل معظم المخلوقات على الطاقة من ضوء الشمس مباشرة، بل تحصل عليها من هضم المتعضيات المركَّبة ضوئياً أو المتعضيات التي تأكل متعضيات مركَّبة ضوئياً. على سبيل المثال، يأكل البشر النباتات أو الحيوانات الأخرى التي تأكل نباتات، أو نباتات وحيوانات، من أجل الحصول على الطاقة المخزونة فيها من التركيب الضوئي. وفي جسم الإنسان، يولد استقلاب الكربوهيدرات والدهون والبروتينات التي في الطعام إلى طاقة تُخزن في مركَّب كيميائي يسمى ثلاثي فوسفات الأدنوزين (adenosine triphosphate ATP)، وهو جزيء يغذي معظم السيرورات الخلوية، ومن أمثلتها الناقلية العصبية والانقباض العضلي والنقل المستهلك للطاقة.

إذا افترضنا أن معدل الاستقلاب الأساسي لدى الفرد يساوي 70 كيلوحريرة في الساعة، وأن عدد سكان العالم يساوي 6.3 مليار شخص، كان مقدار ما يحتاج إليه جميع الناس من الطاقة على الأرض نحو 5.1×10^{11} watt. وهذا المقدار أقل من 0.5 في المئة من الطاقة التي توفرها النباتات بالتركيب الضوئي. أي إن الطاقة المخزونة في النباتات يمكن أن تلبي الاحتياجات الاستقلابية للجنس البشري. إلا أن سكان الأرض يستهلكون نحو 1.4×10^{13} watt في أنشطة يومية مثل الطهو والنقل والإضاءة والتدفئة. ولا يأتي معظم احتياجات البشر من الطاقة غير الاستقلابية من متعضيات التركيب الضوئي، بل طوّر الإنسان طرائق لاستغلال طاقة مصادر أخرى.

يمثل الوقود الأحفوري، الذي تكوَّن قبل ملايين السنين من البقايا المتحللة للنباتات والحيوانات الميتة، مصدر الطاقة غير المتجدد الرئيس للدول الصناعية. ونحن نستخرج تلك المواد من باطن الأرض لتلبية احتياجاتنا من الطاقة. ويوفر إنتاج وتكرير الوقود الأحفوري نحو 85 في المئة من مصادر الطاقة التي على الأرض، أو نحو 1.2×10^{13} watt.

في حين أن الوقود الأحفوري يمثل أكثر مصادر الطاقة شيوعاً في الدول الصناعية، فإن مصادر الطاقة البديلة، ومنها الرياح والشمس والأنهار والمحيطات وحرارة جوف الأرض، في طريقها لتصبح أكثر انتشاراً. ويمكن للعنفات الهوائية أن تستغل طاقة الرياح لتوليد الكهرباء أو لضخ المياه. وتَستعمل أجهزة الطاقة الشمسية طاقة الشمس التي تصل إلى الأرض لتزويد الأبنية بالتدفئة والإضاءة والماء الساخن والكهرباء، وحتى بالتبريد. وتستمد محطات الطاقة الكهرومائية الطاقة المتولدة من تدفق الماء وتحوّلِها إلى كهرباء، وهي تمثل حالياً نحو 10 في المئة من الطاقة

الكهربائية المستهلكة في الولايات المتحدة. ويمكن استخراج طاقة المحيطات من فروق ارتفاعات الأمواج العالية والمنخفضة وفروق درجات حرارة المياه السطحية والمياه العميقة. إن الطاقة ذات الصيغة المتجددة وفيرة، غير أن تصميم واستمثال طرائق جديدة لتحويلها إلى شكل يلبي متطلباتنا يمثلان تحدياً هندسياً كبيراً.

إن أحد مجالات مصادر الطاقة البديلة الجديدة المثيرة هو الطاقة الحيوية التي تستغل الكتلة الحيوية (أي المادة العضوية المشتقة من النباتات). وتأتي الكتلة الحيوية من الأشجار والأعشاب سريعة النمو، وكثير من موادها، أي النباتات والنواتج الثانوية الزراعية، والمكوّنات العضوية للفضلات الصناعية والمنزلية، تُستعمل الآن لإنتاج وقود حيوي وطاقة. ويؤمن الوقود الحيوي، ومن أمثلته الإيثانول والديزل الحيوي، احتياجات النقل، فالإيثانول هو كحول يُصنع بتخمير أي كتلة حيوية غنية بالكربوهيدرات مثل الذرة. والديزل الحيوي هو إستر (ester) يُصنع من زيت الخضار أو دهون الحيوانات أو الطحالب أو شحوم الطبخ المدوَّرة. ويمكن حرق الكتلة الحيوية لتكوين بخار لتوليد الكهرباء، أو يمكن تحويلها كيميائياً إلى وقود زيتي يمكن حرقه لتوليد الكهرباء. وتستعمل نظم تكوين الغازات الحرارة لتحويل الكتلة الحيوية إلى غاز مكوَّن من الهيدروجين وثاني أكسيد الكربون والميثان لاستعماله في توليد الكهرباء. ويُنتِج تحلُّل الكتلة الحيوية في المِكبَّات غاز الميثان الذي يمكن حرقه أيضاً لتكوين بخار يُستعمل في توليد الكهرباء.

ومع أن تقانات استغلال موارد الطاقة الحيوية مازالت قيد التطوير، إلا أن فوائد الطاقة الحيوية النهائية ستكون كثيرة. ولكن ثمة عواقب اقتصادية واجتماعية وبيئية للطاقة الحيوية يجب أن تُؤخذ في الحسبان إضافة إلى العقبات التقنية التي تقف في وجه تصميم نظم ذات كفاءة عالية. وفي ما يأتي بعض الجوانب المقترنة بنظم الطاقة الحيوية التي تواجه المهندسين الحيويين اليوم:

- **تقويم المصدر:** على المهندسين استعمال طرائق تحليلية لتقويم ومقارنة التوفر النسبي لمصادر الطاقة البديلة المختلفة، والسهولة الاقتصادية والسياسية التي يمكن استغلالها بها عملياً، وكفاءاتها، ومفاعيلها في البيئة. إن موازنات المادة والطاقة تساعد على التحديد الكمي لنضوب المصدر وانبعاثاته واستهلاك طاقته في جميع خطوات أي سيرورة.
- **التصميم:** يجب تصميم وبناء وتشغيل سيرورات وتجهيزات للطاقة الحيوية.
- **التطوير المستديم:** يمكن لتقانات الكتلة الحيوية والطاقة الحيوية أن تنقل اقتصاد الولايات المتحدة والعالم إلى قاعدة أكثر ديمومة بتخفيض الاعتماد على الوقود الأحفوري غير المتجدد. ويجب أن تعكس سياسات الحكومات والممارسات المهنية التزام التطوير المستديم التزاماً مديداً.

- **استعمال الأراضي:** يجب دعم استعمال الأراضي في الزراعة، والحفاظ على الأحراج وحماية إنتاج الكتلة الحيوية والثروة الحيوانية والنباتية والناس. يمثِّل إنتاج الكتلة الحيوية مصدر قلق من حيث المقدرة على السيطرة على حتِّ التربة والاحتفاظ بمصادر الغذاء وعزل الكربون من مصادره المختلفة وخزنه. ويمكن لتغيير استعمال الأراضي بهدف زيادة إنتاج الكتلة الحيوية أن يدمر المَواطن الأصلية لبعض الأجناس وأن يؤدي إلى تغيُّرات في التنوُّع الحيوي.
- **الحفاظ على الماء:** يمكن لتقانات الطاقة الحيوية أن تؤثر في استقرار الروافد المائية وجودة المياه الجوفية، وجودة ووفرة المياه السطحية، ومصادر المياه المحلية.
- **الأمان:** يجب أن تُهندَس جميع جوانب إنتاج الطاقة البديلة بحيث تضمن أعلى بناءً من الأمان. ويجب أن تخضع جميع خطوات كل سيرورة إلى التصميم والاختبار الصارمين. ويجب وضع المعايير والمقاييس للتجهيزات والسيرورات واتباعها حرفياً.

تقوم فرق متعددة الاختصاصات في شتى أنحاء العالم بمعالجة مشكلة تحديد أفضل السبل لتوليد واستغلال الطاقة الحيوية. ويستعمل المهندسون الحيويون موازنات الطاقة لتساعدهم على نمذجة وتقويم جدوى المقترحات المختلفة الخاصة بالطاقة البديلة. وسنعاين في الأمثلة 10.4 و11.4 و15.4 كيفية استعمال موازنات الطاقة لتقويم التركيب الضوئي والطاقة الكهرومائية. وتستعرض الأمثلة والمسائل المنزلية في هذا الفصل كثيراً من التطبيقات المثيرة الأخرى لمعادلة انحفاظ الطاقة.

يبدأ هذا الفصل بنظرة إجمالية إلى مفاهيم الطاقة الأساسية، ثم يناقِش كيفية تطبيق تعاريف المنظومة لحل نظم تحتوي على طاقة. ونناقش كيفية حساب تغيُّرات المحتوى الحراري بوصفها تابعاً لتغيُّرات درجة الحرارة والضغط والطور، وللتغيُّرات الناجمة عن التفاعلات، ثم نستعمل المعادلات الناظمة لحل النظم المفتوحة التفاعلية المتغيرة.

2.4 مفاهيم الطاقة الأساسية

تُعدُّ موازنة الطاقة مهمة في عدد من تطبيقات الهندسة الحيوية، ومنها نمذجة اكتساب الجسم للطاقة وفقده لها، وتحليل التفاعلات الحيوية الكيميائية، وتصميم وتشغيل المفاعلات الحيوية. لذا فإن انحفاظ الطاقة في منظومة يشبه كثيراً انحفاظ الكتلة والزخم. لذا سنناقش نقل الطاقة بصيغها المختلفة عبر حدود المنظومة وتراكمها ضمنها.

سنبدأ بمراجعة بعض التعاريف. تسمح **المنظومة المفتوحة** بتبادل خاصية توسُّعية مع محيطها بواسطة انتقال المادة الجَسِيمة. في **المنظومة المفتوحة**، يجري تبادل الطاقة من طريق حركة المادة. ومثال ذلك الفقد الصافي للطاقة من الجسم أثناء زفير الهواء من الرئتين. و**المنظومة المغلقة** تسمح بنقل الخاصية التوسُّعية بوسائل غير نقل المادة الجَسِيمة. إن الحرارة والعمل هما صيغتان للطاقة تعبران حدود المنظومة دون وجود أي مادة. وإن إزالة الحرارة بوضع كيس ماء بارد على جبهة شخص هي مثال لنقل الحرارة من منظومة مغلقة إلى خارجها. وأخيراً، **المنظومة المعزولة** هي منظومة محاطة بحدود لا تتيح انتقال أي خاصية توسعية بأي وسيلة. ويحاكي بعض أنواع مقاييس الحريرات النظم المعزولة. أما مفاهيم النظم المفتوحة والمغلقة والمعزولة فقد عُرِّفت بتفصيل أكثر في الفصل 2.

1.2.4 الطاقة المحتواة في الكتلة

تحتوي جميع الكتل على طاقة، وبُعد الطاقة هو $[L^2Mt^{-2}]$. وأما وحدات الطاقة الشائعة هي الجول (joule)، والحريرة (cal)، والوحدة الحرارية البريطانية (Btu)، والقدم × ليبرة ثقلية ($ft \cdot lb_f$) والكيلوواط ساعة (kW.hr). وبُعد معدّل الطاقة$[L^2Mt^{-3}]$. ووحدات معدّل الطاقة الشائعة هي الواط (watt)، والحريرة في ثانية (cal/s) والوحدة الحرارية البريطانية في الثانية (Btu/s). تذكَّر أن الطاقة مقدار سلّمي (وليس شعاعياً). والطاقة الكلية لمنظومة هي مجموع ثلاثة أنواع مختلفة من الطاقة: الكامنة والحركية والداخلية.

يمتلك الجسم **طاقة كامنة** (potential energy) تبعاً لموقعه في حقل كموني. والحقل الثقالي والحقل الكهرومغنطيسي هما أكثر الحقول الكمونية شيوعاً في تطبيقات الهندسة الحيوية. وكل من هذين الحقلين هو حقل محافظ. وإحدى سمات **الحقل المحافظ** (conservative field) هي أن الطاقة اللازمة لحركة جسم عبره مستقلة عن المسار الذي يتبعه الجسم فيه. بعبارات أخرى، إن الطاقة الكامنة ومعدّل الطاقة الكامنة هما تابعا حالة (state functions) (انظر المقطع 1.5.4). ويمكن النظر إلى الطاقة الكامنة أنها الطاقة المخزونة في الجسم بالنسبة إلى حالة مرجعية.

والطاقة الكامنة الثقالية (gravitational potential energy E_P) لجسم تبلغ كتلته m، يجب أن تُعرَّف بالنسبة إلى مستوٍ مرجعي. نادراً ما تكون ثمة حاجة إلى حساب الطاقة الكامنة المطلقة، وما هو أكثر شيوعاً هو تغيُّر الطاقة الكامنة الذي يُضمَّن في معادلة انحفاظ الطاقة. ولحساب التغيُّر في الطاقة الكامنة في كتلة بين موقعين أو ارتفاعين، تُستعمل المعادلة الآتية:

$$E_{P,2} - E_{P,1} = mg\,(h_2 - h_1) \qquad (1-2.4)$$

حيث إن g هو ثابت التسارع الثقالي، وh هو الارتفاع بالنسبة إلى مستوٍ مرجعي، و1 و2 يدلان على الموقعين المختلفين في الفضاء.

ويمكن للطاقة الكامنة الثقالية أيضاً أن تنتقل من وإلى منظومة بمعدَّل تدفق كتلي $\dot{m}$. حينئذ يمكن حساب التغيُّر في معدَّل الطاقة الكامنة الثقالية $\dot{E}_P$ عندما تعبر مادة حدود المنظومة بالمعادلة:

$$\dot{E}_{P,2} - \dot{E}_{P,1} = \dot{m}g\,(h_2 - h_1) \qquad (2-2.4)$$

ويعطى التغيير في **الطاقة الكامنة الكهرومغنطيسية** (electromagnetic potential energy E_E) بالصيغة:

$$E_{E,2} - E_{E,1} = q\,(v_2 - v_1) \qquad (3-2.4)$$

حيث إن q هي الشحنة الصافية، وv هي الطاقة الكهربائية الكامنة لوحدة الشحنة، و1 و2 يشيران إلى موقعين مختلفين في الفضاء. يُسمى الفرق بين الطاقة الكامنة لوحدة الشحنة عادة **الفولتية (فرق الكمون)** (voltage)، وبُعده هو طاقة على شحنة $[L^2Mt^{-3}I^{-1}]$. إذاً، يُحسب التغير في الطاقة الكامنة الكهرومغنطيسية بضرب الشحنة الصافية للجنس بالفولتية الكهربائية (فرق الكمون) التي تحرك الجسم المشحون. وبالتعريف، إذا تحقَّق تغيُّر موجب في الطاقة الكامنة حين تحريك شحنة اختبارية من الموقع 1 إلى الموقع 2، كان الكمون الكهربائي في الموقع 2 أعلى منه في الموقع 1، وكان الفرق $(v_2 - v_1)$ موجباً.

ويُعرَّف التغيُّر في **معدَّل الطاقة الكامنة الكهرومغنطيسية** (rate of electromagnetic potential energy $\dot{E}_E$) بالآتي:

$$\dot{E}_{E,2} - \dot{E}_{E,1} = i\,(v_2 - v_1) \qquad (4-2.4)$$

حيث إن i هو تدفق الشحنة أو التيار الكهربائي. إن تغيُّر الطاقة الكامنة وتغيُّر معدَّل الطاقة الكامنة في جسم يتحرك بين موقعين مختلفين في حقل كهربائي مستقلان عن مسار الجسم (انظر المقطع 1.5.4).

ويمتلك الجسم **طاقة حركية** (kinetic energy) نتيجة لحركته الانسحابية أو الدورانية. والحركة الانسحابية هي حركة مركز كتلة جسم جاسئ أو حركة سائل بالنسبة إلى إطار مرجعي (سطح الأرض عادة). والحركة الدورانية هي دوران الجسم بالنسبة إلى محورٍ أو إلى مركز

كتلته. وتُطبَّق الحركة الدورانية بوجه خاص حين التعامل مع أجسام جاسئة، ولن يكون ثمة مزيد من النقاش بخصوصها في هذا الفصل. ولمزيد من المعلومات، ثمة تفاصيل أكثر في كتب أخرى (Glover C, Lunsford KM, Fleming JA, *Conservation Principles and the Structure of Engineering*, 1996).

تُحسب الطاقة الحركية E_k لمنظومة ما وفق الآتي:

$$E_k = \frac{1}{2} m\, v^2 \qquad (5-2.4)$$

حيث إن m هي كتلة الجسم وv هي سرعته. ونظراً إلى أن الطاقة الحركية هي مقدار سلّمي، فلا حاجة إلى تحديد اتجاه السرعة. ويمكن للطاقة الحركية أن تدخل إلى المنظومة وتخرج منها بمعدّل تدفق $\dot{m}$. ويُحسب معدّل الطاقة الحركية $\dot{E}_k$ وفق الآتي:

$$\dot{E}_k = \frac{1}{2} \dot{m} v^2 \qquad (6-2.4)$$

المثال 1.4 تغيُّر معدل الطاقة الحركية في الدم

مسألة: ينتقل الدم من القلب إلى أنسجة الجسم وأعضائه عبر الأوعية الدموية التي تتفرع باستمرار لتصبح أقطارها أصغر فأصغر. ويحصل في الشعيرات الدموية، وهي أصغر الأوعية الدموية، تبادل المادة المغذية والمواد الأخرى بين الدم وسوائل الأنسجة. وينطلق الدم الغني بالأكسجين الخارج من القلب عبر الشريان الأبهر الذي يساوي قطره سنتيمترين، والذي يتدفق الدم فيه بسرعة تساوي 33 سنتيمتراً في الثانية. بالمقارنة، يبلغ قطر الشعيرة الدموية المتوسطة 8 ميكرونات، ويتدفق الدم فيها بسرعة تساوي 0.3 ملم في الثانية. ما هو مقدار الفرق في معدّل الطاقة الحركية للدم بين الشريان الأبهر والشعيرات الدموية؟ احسب معدَّلَيْ الطاقة الحركية للدم في هذين الوعائين بوحدتي الواط والوحدة الحرارية البريطانية Btu/s. تساوي كثافة الدم $1.056\,\text{g/cm}^3$.

الحل: يُعطى معدّل تدفق كتلة الدم في الشريان الأبهر بـــ:

$$\dot{m} = \rho v A = \rho v \frac{\pi}{4} D^2 = \left(1.056 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(33 \frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)\frac{\pi}{4}(2\,\text{cm})^2 = 109 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

ويُعطي حساب مشابه معدل تدفق كتلة الدم في الشعيرات الدموية، وهو يساوي $1.59\times10^{-8}\,\text{g/s}$. أي إن معدّل تدفق كتلة الدم في الشريان الأبهر يزيد 10 مرات أكثر

من معدل تدفقه في الشعيرات الدموية.

ويساوي معدّل طاقة الدم الحركية في الشريان الأبهر:

$$\dot{E}_k = \frac{1}{2}\dot{m}v^2 = \frac{1}{2}\left(109\frac{\text{g}}{\text{s}}\right)\left(33\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2\left(\frac{1\text{kg}}{1000\,\text{g}}\right)\left(\frac{1\text{m}}{100\,\text{cm}}\right)^2 = 5.94\times10^{-3}\text{W}$$

$$\dot{E}_k = \left(5.94\times10^{-3}\frac{\text{J}}{\text{s}}\right)\left(9.486\times10^{-4}\frac{\text{Btu}}{\text{J}}\right) = 5.63\times10^{-6}\frac{\text{Btu}}{\text{s}}$$

ويُعطي حساب مشابه معدل الطاقة الحركية للدم في الشعيرات الدموية الذي يساوي 7.16×10^{-19} W، أي ما يوازي 6.79×10^{-22} Btu/s. ويزيد معدّل الطاقة الحركية للدم في الشريان الأبهر عن المعدّل في شعيرة دموية واحدة أكثر من 16 مرة.

وتمتلك الكتلة **طاقة داخلية** U (internal energy) ناجمة عن التفاعلات الذرية والجزيئية. فالمفاعيل الكهرومغنطيسية المتبادلة للجزيئات وحركتها بالنسبة إلى مركز كتلة المنظومة، والحركة الدورانية والاهتزازية للجزيئات وغيرها تُسهم في طاقة المادة الداخلية. وكل الطاقة الموجودة في الكتلة، التي ليست حركية أو كامنة، هي طاقة داخلية.

لا يمكن قياس الطاقة الداخلية مباشرة أو معرفة مقدارها المطلق، بل تُحسب على غرار الطاقة الكامنة، بالنسبة إلى نقطة أو حالة مرجعية. والطاقة الداخلية لمنظومة هي تابع لدرجة حرارتها وضغطها وتركيبها الكيميائي وطورها (بخار، سائل، صلب، متبلور) وغيرها. وفي حين أن الطاقة الداخلية لا تُعرف بمقدارها المطلق، فإنه غالباً ما يمكن حساب تغيُّرها.

إن معدل الطاقة الداخلية هو المعدّل الذي تدخل به الطاقة الداخلية إلى المنظومة أو تخرج منها مع سائل أو مادة أخرى تعبر حدود المنظومة. ولا يمكن معرفة قيمة هذا المعدّل أيضاً، إلا أنه يمكن حساب تغيُّره غالباً.

وتُعرَّف الطاقة الكلية للمنظومة (total energy E_T) بأنها مجموع طاقاتها الكامنة والحركية والداخلية:

$$E_T = E_P + E_K + U \qquad (7-2.4)$$

يمكن لهذه الصيغ من الطاقة أن توجد في المنظومة أو أن تدخل إليها أو تخرج منها بواسطة انتقال المادة الجَسِيمة. ويمكن كتابة معادلة مشابهة للمعادلة السابقة تخص معدّل الطاقة الكلية $\dot{E}_T$:

$$\dot{E}_T = \dot{E}_P + \dot{E}_K + \dot{U} \qquad (8-2.4)$$

لن نهتم في هذا الفصل بإسهامات الطاقة الكامنة الكهرومغنطيسية في طاقة المنظومة الكلية، أما معادلات الموازنة والانحفاظ التي تتضمن الطاقة الكامنة الكهرومغنطيسية صراحة فهي موضحة في الفصل 5.

يمكننا تحويل الخواص التوسعية إلى متغيرات نوعية (specific) نميزها بالإشارة "^"، وذلك بتقسيمها على متغير توسعي آخر كالكتلة أو عدد المولات. وفي هذا الفصل، يشير المصطلح "**نوعي**" حصراً إلى مقدار المتغيِّر في وحدة الكتلة أو المول. وسنستعمل أنواعاً مختلفة من الطاقة النوعية (الحركية والكامنة والداخلية)، والمحتوى الحراري النوعي، والحجم النوعي، إضافة إلى معدَّلات هذه المتغيرات. إن المتغيِّرات النوعية هي متغيِّرات شدة، لأنها مستقلة عن مقاس المنظومة.

و**الطاقة النوعية** (specific energy) هي طاقة وحدة الكتلة أو وحدة المولات. ومعدَّل الطاقة النوعية هو معدَّل طاقة وحدة الكتلة أو وحدة المولات. مثلاً، افترض أن معدَّل الطاقة الحركية $\dot{E}_k$ لتيار ما يساوي 400 كيلوحريرة في الساعة، وأن معدَّل تدفق الكتلة $\dot{m}$ يساوي 100 كلغ في الساعة. باستعمال العلاقة:

$$\dot{E}_k = \hat{E}_K \dot{m} \qquad (9-2.4)$$

نجد أن طاقة التيار النوعية $\hat{E}_K$ تساوي 4 كيلوحريرة للكيلوغرام الواحد.

وتُكتب الطاقة الكلية E_T، ومعدَّل الطاقة الكلية $\dot{E}_T$ بدلالة المتغيِّرات النوعية (لوحدة الكتلة) كما يأتي:

$$E_T = m\hat{E}_T = m(\hat{E}_P + \hat{E}_K + \hat{U}) \qquad (10-2.4)$$

$$\dot{E}_T = \dot{m}\hat{E}_T = \dot{m}(\hat{E}_P + \hat{E}_K + \hat{U}) \qquad (11-2.4)$$

حيث إن m الكتلة، و $\hat{U}$، $\hat{E}_K$، $\hat{E}_P$ هي طاقات نوعية، و $\dot{m}$ معدَّل تدفق الكتلة. أما بُعد $\hat{U}$، $\hat{E}_K$، $\hat{E}_P$، $\hat{E}_T$ فهو $[L^2t^{-2}]$.

2.2.4 الطاقة العابرة

الحرارة والعمل (heat and work) هما طاقة عابرة لحدود المنظومة وتنتقل بين المنظومة ومحيطها، وهي تظهر فقط بعد إقامة المنظومة وتعيين حدودها فقط. **ولا يمكن فهم الحرارة**

والعمل إلا بوصفهما انتقالاً للطاقة بالتماس المباشر أو غير المباشر، لا انتقالاً للمادة الجَسِيمة. إن انتقال الحرارة هو نتيجة للقوة المحركة التي يولدها الفرق في درجة الحرارة. والعمل هو طاقة عابرة تنجم عن أي قوة محركة أخرى (الضغط مثلاً). ولا يمكن خزن الحرارة أو العمل في جسم، ولا يمكن لجسم أن يمتلك أيّاً منهما. وحين البحث عن إسهامات العمل والحرارة في طاقة الجسم، ابحث عن انتقال الطاقة عبر حدود المنظومة.

الحرارة Q هي طاقة تتدفق نتيجة لوجود فرق في درجة الحرارة. واتجاه تدفق الحرارة هو دائماً من المنطقة ذات درجة الحرارة العالية إلى المنطقة ذات درجة الحرارة المنخفضة. ويمكن للحرارة أن تنتقل عبر كل حدود المنظومة أو عبر جزء منها. وانتقال الحرارة جليٌّ في سيرورات بسيطة مثل تدفق الحرارة من رقعة تسخين إلى منطقة ألم في جسمك. وبُعد الحرارة هو $[L^2Mt^{-2}]$، وبُعد معدَّل الحرارة $\dot{Q}$ هو $[L^2Mt^{-3}]$.

تكون الحرارة ومعدلها محدَّديْن أحياناً، ويجب أحياناً أخرى تقدير انتقال الحرارة. وإحدى أبسط طرائق التقدير هذه تربط معدَّل الحرارة $\dot{Q}$ بمساحة السطح الفعال A الذي يحصل انتقال الحرارة عبره، وبتدرُّج درجة الحرارة خلاله:

$$\dot{Q} = h\,A(T_{surr} - T_{sys}) \qquad (12-2.4)$$

حيث إن h هي معامل النقل الحراري (في وحدة المساحة)، و T_{surr} درجة حرارة المحيط، و T_{sys} درجة حرارة المنظومة. وبناءً على تعريف وتعقيد المنظومة، يُستعمل الرمز U ممثلاً معامل النقل الحراري الشامل (في وحدة المساحة) بدلاً من الرمز h. عادة عندما تتألف المنظومة من طبقات عديدة من المادة تمر عبرها الحرارة، يُستعمل الرمز U. لكن نظراً إلى استعمال الرمز U في هذا الفصل للتعبير عن الطاقة الداخلية، سنستعمل h لتمثيل معامل النقل الحراري في جميع المسائل. أما بُعد معامل النقل الحراري فهو $[Mt^{-3}T^{-1}]$، ووحدته الشائعة هي $W/(m^2 \cdot K)$ و $Btu/(ft^2 \cdot hr \cdot F^o)$. وتعتمد قيمة h على الشكل الهندسي للمنظومة، وعلى أنواع المواد التي يحصل انتقال الحرارة عبرها، سواء أكانت تلك المواد متحركة أم ثابتة، وعلى عوامل أخرى. وتحدَّد قيم معاملات النقل الحراري بالتخمين أو القياس، وحسابها بعيد عن اهتمام هذا الكتاب. ثمة معالجة لهذه النقطة أكثر تفصيلاً في كتب أخرى (مثلاً، Bird RB, Stewart WE, and Lightfoot EN, *Transport Phenomena*, 2002; Johnson AT, *Biological Process Engineering*, 1999).

تُعرَّف الحرارة على أنها قيمة موجبة حين انتقالها من المحيط إلى المنظومة. بعبارات

أخرى، تكون قيمة الحرارة موجبة حين إضافتها إلى المنظومة، وتكون سالبة حين خروجها منها نتيجة لوجود فرق في درجة الحرارة. **(ملاحظة:** تُعرِّف الكتب المختلفة اتجاه انتقال الحرارة بأساليب مختلفة، والإشارة المتفق عليها للاتجاه اعتباطية. دقق تماماً بجميع التعاريف قبل مقارنة المعادلات**)**. وإذا لم تخرج الحرارة من المنظومة أو تدخل إليها من الخارج، اعتُبرت المنظومة أو السيرورة **كظومة للحرارة** (adiabatic). على سبيل المثال، إذا أحاط جدار حافظ للحرارة بمنظومة ما، فإنه لا يمكن للمنظومة أن تأخذ حرارة من المحيط أو تُخرجها إليه.

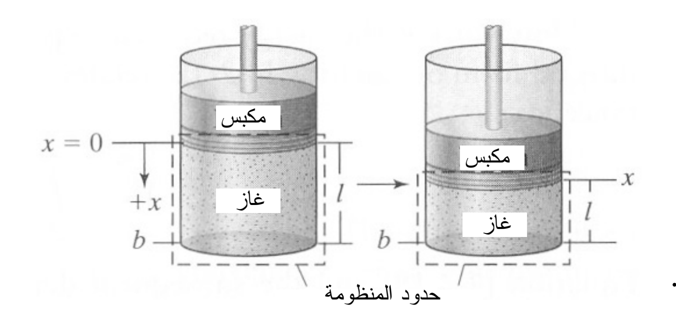
و**العمل** (Work W) هو طاقة تتدفق عبر حدود المنظومة نتيجة لقوة محركة أخرى غير درجة الحرارة. وبُعد العمل هو $[\mathrm{L^2Mt^{-2}}]$، وبُعد معدّل العمل $\dot{W}$ هو $[\mathrm{L^2Mt^{-3}}]$. ومن القوى المحرِّكة التي تولِّد عملاً الضغط والقوة الميكانيكية والحقل الكهرومغنطيسي. وفي جميع الحالات، تؤثر القوة في المنظومة أو في جزء منها لتحريكها مسافة ما. من أمثلة العمل الشائعة حركة مكبس في مواجهة قوة مقاومة، ودوران محور (في مازج مثلاً) ومرور تيار كهربائي عبر حدود المنظومة. ويُبذل العمل أيضاً حين تدفق مادة في منظومة أو خروجها منها. ويُصنَّف العمل عادة في نوعين: عمل الآلة (غير متدفق) shaft (nonflow) work وعمل متدفق (flow work).

يتضمن **معدَّل عمل الآلة أو العمل غير المتدفق** معدَّل العمل المبذول للمنظومة بواسطة جزء متحرك (قلب دوار أو مازج مثلاً). والتجهيزات مثل المحركات والمضخات والضواغط تبذل عملاً غير متدفق في المنظومة. ويتضمن العمل غير المتدفق أيضاً العمل المقترن بتمدد حجم المنظومة في مواجهة قوة أو ضغط خارجيين، والعمل المقترن بالتيار الكهربائي، وقوى التوتر السطحي. إن عمل الآلة ليس عملاً متدفقاً. وسنعتمد **العُرف القائل بأن معدل العمل غير المتدفق** $\dot{W}_{\text{nonflow}}$ **يكون موجباً حين بذل العمل للمنظومة من المحيط. (ملاحظة:** تُعرِّف الكتب المختلفة اتجاه العمل بطرائق مختلفة. دقق في جميع التعاريف قبل مقارنة المعادلات**)**.

يقترن أحد أنواع العمل غير المتدفق، الذي يظهر غالباً في دراسة الترموديناميك، بتقلُّص أو تمدُّد حجم المنظومة في مواجهة قوة خارجية. إذ إنه حينما يُطبِّق المحيط قوة F_x على المنظومة في الاتجاه x، يُكتب العمل التفاضلي dW المبذول على المنظومة بالصيغة:

$$dW = F_x dx \qquad (13-2.4)$$

حيث إن dx هي المسافة التفاضلية أو الانزياح. ونفترض في هذا الكتاب أن اتجاه القوة F_x هو اتجاه الانزياح dx (قد يكون هذا مختلفاً في كتب أخرى).



الشكل 2.4: تمدد الغاز في مواجهة مكبس عديم الاحتكاك.

المثال الشائع للعمل غير المتدفق هو تقلُّص حجم الغاز ضمن حاوية بتأثير مكبس عديم الاحتكاك (الشكل 2.4). يبذل المحيط عملاً على المنظومة ($dW > 0$) جاعلاً حجم المنظومة يصغر ($dV < 0$). ومن المعادلة 2.4−13، يمكننا استنتاج معادلة تصف هذه العلاقة. تذكَّر أن تعريف الضغط هو قوة مقسومة على مساحة. لذا، تساوي القوة F_x ضغطاً مضروباً بمساحة. بالتعويض في المعادلة 2.4−13 ينتُج:

$$dW = P\,A\,dx \qquad (14-2.4)$$

والتغيُّر في الحجم، أو تفاضل الحجم dV هو مساحة المقطع العرضاني A مضروبة بتفاضل المسافة dx. لإيجاد معادلة تصف dV، تخيَّل منظومة ذات نهاية ثابتة b، ومكبس في الموقع x. الموقع الابتدائي للمكبس هو عند $x = 0$. وتُعرَّف منظومة الإحداثيات بحيث تكون x موجبة لدى حركة المكبس باتجاه النهاية الثابتة b. والمسافة بين b وموضع المكبس x تساوي الطول l. ومع تراجع المكبس، تزداد المسافة x، ولذا:

$$l = b - x \qquad (15-2.4)$$

ويساوي حجم المنظومة مساحة المقطع العرضاني مضروبة بالطول l، أي:

$$V = Al = Ab - Ax \qquad (16-2.4)$$

وعندما يتحرك المكبس مسافة تساوي dx، يصبح التغيُّر في حجم المنظومة:

$$dV = d(Ab - Ax) = -Ax \qquad (17-2.4)$$

حيث إن $d(Ab) = 0$ لأن Ab ثابت. إذاً، تصبح المعادلة 2.4−13 في حالة العمل الناجم عن تراجع المكبس، أي عن السيرورة العكوسة المغلقة:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV \qquad (18-2.4)$$

حيث إن P هو ضغط المنظومة، و dV هو تغيُّر حجم المنظومة التفاضلي، و V_1 و V_2 هما الحجمان الابتدائي والانتهائي. وعندما يتمدد حجم المنظومة $(V_1 < V_2)$، يكون العمل سالباً، والمنظومة تبذل عملاً للمحيط. وعندما يتقلَّص حجم المنظومة $(V_1 > V_2)$، يكون العمل موجباً، ويبذل المحيط عملاً للمنظومة. إن العمل الذي يُحدِثه تمدد الغاز معطى بالمعادلة 2.4−18، وثمة معاينة له في المثال 3.4.

والعمل المتدفق (flow work) هو الطاقة اللازمة لدفع مادة إلى داخل أو خارج المنظومة. والتكامل في المعادلة 2.4−13 يربط العمل W بالقوة وتفاضل المسافة dx:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx \qquad (19-2.4)$$

ويمكن تعميم المعادلة 2.4−19 والاستخراجات الآتية على الأبعاد الثلاثة. من العلاقة بين العمل ومعدّل العمل $\dot{W}$ المعطاة بالصيغة:

$$W = \int_{t_0}^{t_f} \dot{W}\,dt \qquad (20-2.4)$$

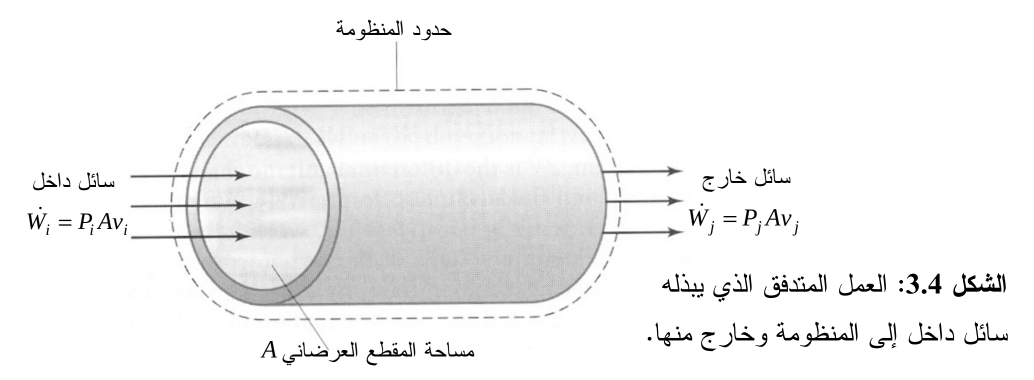
يمكن البرهان على أن:

$$\dot{W} = F_x \frac{dx}{dt} = F_x v \qquad (21-2.4)$$

حيث إن t_0 هي لحظة البداية و t_f هي لحظة النهاية، و v هي السرعة في الاتجاه x. ويُعرف معدّل العمل أيضاً **بالاستطاعة أو القدرة** (power P) وبُعدها $[\mathrm{L^2Mt^{-3}}]$. ووحدات الاستطاعة أو القدرة الشائعة هي الحصان البخاري (horsepower hp)، والقدم × ليبرة ثقلية في الثانية $\mathrm{ft \cdot lb_f/s}$، والواط (watt) المكافئ للجول في الثانية $\mathrm{J/s}$.

خُذْ منظومة يدخلها سائل متدفق بالسرعة v. نظراً إلى أن القوة هي ناتج الضغط بالمساحة، فإن معدّل العمل $\dot{W}$ المتدفق في المنظومة يساوي:

$$\dot{W} = F_x v = PAv \qquad (22-2.4)$$



الشكل 3.4: العمل المتدفق الذي يبذله سائل داخل إلى المنظومة وخارج منها.

حيث إن P هو الضغط عند مكان عبور السائل حدود المنظومة، و A هي مساحة المقطع العرضاني للمجرى الحامل للسائل (الشكل 3.4). لاحظ أنه نظراً إلى أن معدّل العمل هو مقدار سلّمي، فقد كُتبت المتغيرات الأخرى في المعادلة على أنها مقادير سلمية أيضاً. ونظراً إلى أن معدّل العمل يُحسب هنا عند حدود المنظومة فقط، فإن مساحة المقطع العرضاني لتدفق السائل من المنظومة أو إليها هي فقط التي تُؤخذ في الحسبان، لا مساحة المنظومة برمتها.

ومعدّل العمل المتدفق المبذول للمنظومة $\dot{W}_{\text{flow}}$ هو الفرق بين معدّل العمل الذي يبذله السائل المتدفق في مدخل أو مداخل المنظومة، ومعدّل العمل الذي يبذله السائل في مخرج أو مخارج المنظومة:

$$\dot{W}_{flow} = \sum_i \dot{W}_i - \sum_j \dot{W}_j \qquad (23-2.4)$$

حيث يمثّل i و j تيارات الدخل والخرج المختلفة.

3.2.4 المحتوى الحراري

المحتوى الحراري (enthalpy H) هو تابع ترموديناميكي معرَّف بالعلاقة:

$$H = U + PV \qquad (24-2.4)$$

حيث إن U هي الطاقة الداخلية، و P هو الضغط، و V هو الحجم. وأما بُعد المحتوى الحراري هو بُعد الطاقة $[L^2Mt^{-2}]$. المحتوى الحراري هو متغيِّر مناسب للاستعمال في معادلة انحفاظ الطاقة. والطاقة النوعية الداخلية، والضغط، والحجم النوعي، والمحتوى الحراري النوعي هي جميعاً توابع حالة (انظر المقطع 5.4). يُعرَّف المحتوى الحراري النوعي بالآتي:

$$\hat{H} = \hat{U} + P\hat{V} = \hat{U} + \frac{P}{\rho} \qquad (25-2.4)$$

حيث إن $\hat{U}$ هي الطاقة الداخلية النوعية و $\hat{V}$ هو الحجم النوعي، و ρ هي الكثافة.

وعلى غرار الطاقة الداخلية، لا يمكن معرفة قيمة المحتوى الحراري، بل تُحدَّد بالنسبة إلى نقطة أو حالة مرجعية. ويُجرى حساب تغيُّر المحتوى الحراري لمنظومة عادة من تغيرات درجة الحرارة والتركيب الكيميائي والطور والضغط. وقد خُصِّص المقطعان 5.4 و8.4 لهذا الغرض.

ومعدَّل المحتوى الحراري $\dot{H}$ هو المعدَّل الذي ينتقل به المحتوى الحراري مع سائل أو مادة أخرى:

$$\dot{H} = \dot{U} + P\dot{V} \qquad (26-2.4)$$

وعلى غرار المحتوى الحراري، لا يمكن معرفة قيمة معدَّل المحتوى الحراري، بل تُحسب تغيُّراته.

المثال 2.4 تغيُّر المحتوى الحراري النوعي في الهواء

مسألة: تدخل فقاعات الهواء في مفاعل حيوي عند درجة حرارة الغرفة (25 درجة مئوية) وتُسخَّن حتى 37 درجة مئوية. ويُترك الهواء يتمدد أثناء التسخين بحيث يبقى الضغط داخل المفاعل ثابتاً عند 1.0 ضغط جوي. بافتراض أن الطاقة الداخلية النوعية للهواء تزداد بنحو 250 جول للمول أثناء تدفئته، فما هو مقدار الفرق بين محتوى الهواء الحراري النوعي في هاتين الحالتين؟ يساوي الوزن الجزيئي للهواء نحو 28.9 غرام للمول. افترض أن الهواء يسلك سلوك الغاز المثالي.

الحل: يُستعمل قانون الغاز المثالي $(PV = nRT)$ لحساب الحجم النوعي للهواء عند $25\,^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$ $(298\,\mathrm{K})$ و $37^{\mathrm{o}}\,\mathrm{C}$ $(310\,\mathrm{K})$. عند درجة حرارة الغرفة:

$$\hat{V} = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P} = \frac{\left(0.08206\,\frac{\mathrm{L \cdot atm}}{\mathrm{mol \cdot K}}\right)(298\,\mathrm{K})}{1\mathrm{atm}} = 24.5\,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{mol}}$$

وعند $310\,\mathrm{K}$، $\hat{V} = 25.4\,\mathrm{L/mol}$.

لا يمكن حساب المحتوى الحراري المطلق عند أيٍّ من درجتي الحرارة. إلا أن الفرق بين المحتوى الحراري النوعي عند الدرجتين يمكن أن يُحسب بتكوين معادلة فرق بناءً على المعادلة 25−2.4:

$$\hat{H}_{310\text{K}} - \hat{H}_{298\text{K}} = \hat{U}_{310\text{K}} - \hat{U}_{298\text{K}} + P(\hat{V}_{310\text{K}} - \hat{V}_{298\text{K}})$$

$$= 250\frac{\text{J}}{\text{mol}} + (1\text{atm})\left(25.4\frac{\text{L}}{\text{mol}} - 24.5\frac{\text{L}}{\text{mol}}\right)\left(\frac{101.3\text{J}}{\text{L}\cdot\text{atm}}\right) = 341\frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

لاحظ أن تغيُّر المحتوى الحراري النوعي المحسوب هنا هو نسبة إلى المول.

3.4 مراجعة معادلات انحفاظ الطاقة

الطاقة الكلية للمنظومة منحفظة دائماً. ومعادلة انحفاظ الطاقة الكلية هي وصف رياضي لانتقال وتراكم الطاقة الكلية في المنظومة موضوع الاهتمام. وينص قانون انحفاظ الطاقة الكلية على أنه لا يمكن للطاقة الكلية أن تولد أو تفنى، بل يمكن تحويلها من صيغة إلى أخرى لها قيمة مكافئة لقيمتها (يُستثنى من ذلك التفاعلات النووية). ومع أن الطاقة الكلية تبقى ثابتة في الكون، إلا أن أنواعاً معينة من الطاقة، ومنها الطاقة الميكانيكية والكهربائية ليست منحفظة.

وتُعتبر الصيغة التفاضلية لمعادلة الانحفاظ ملائمة حين التعامل مع معدلات الطاقة والحرارة والعمل، أو أي تركيبة منها. تأمّل في المنظومة المبينة في الشكل 4.4. يقترن بمعدلات الكتلة الداخلة إلى المنظومة والخارجة منها معدلات طاقة $\dot{E}_{T,i}$ و $\dot{E}_{T,j}$ على شكل طاقات داخلية وحركية وكامنة. ويعتمد معدّل دخول العمل المتدفق في المنظومة $\dot{W}_{\text{flow}}$ على حركة الكتلة عبر حدود المنظومة. يُرمز للمعدّل الذي تُضاف به الحرارة إلى المنظومة بـــ $\dot{Q}$. ويُرمز لمعدّل العمل غير المتدفق الذي يبذله المحيط للمنظومة بـــ $\dot{W}_{\text{nonflow}}$.

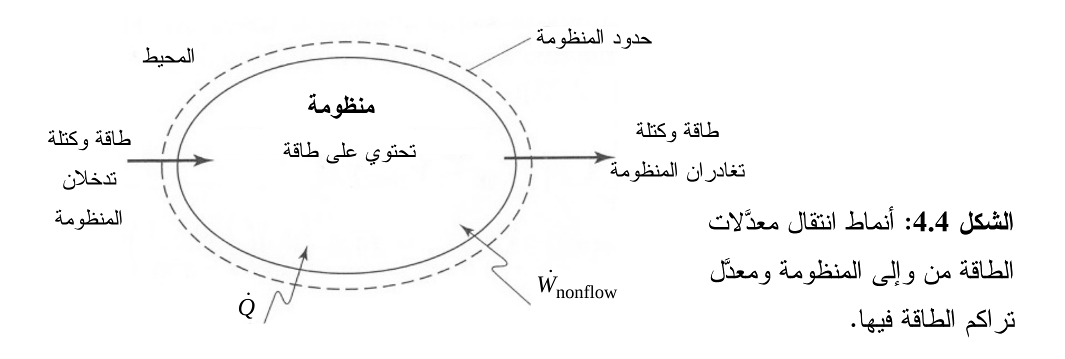
تُكتب المعادلة العامة للانحفاظ بحيث تأخذ في الحسبان انتقال الطاقة الكلية بين المنظومة ومحيطها بانتقال المادة الجَسِيمة، وانتقال الحرارة والعمل عبر حدود المنظومة. ليس ثمة حدود توليد أو استهلاك في المعادلة لأن الطاقة الكلية منحفظة. الصيغة التفاضلية لانحفاظ الطاقة الكلية هي:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} = \dot{\Psi}_{\text{acc}} = \frac{d\Psi}{dt} \qquad (1-3.4)$$

$$\sum_i \dot{E}_{T,i} - \sum_j \dot{E}_{T,j} + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W} = \frac{dE_T^{sys}}{dt} \qquad (2-3.4)$$

حيث إن $\sum_i \dot{E}_{T,i}$ هو معدّل دخول الطاقة الكلية إلى المنظومة بانتقال المادة الجَسِيمة،

و $\sum_j \dot{E}_{T,j}$ هو معدَّل خروج الطاقة الكلية من المنظومة بانتقال المادة الجَسِيمة، و $\sum \dot{Q}$ هو المعدَّل الصافي لحرارة المنظومة، و $\sum \dot{W}$ هو المعدَّل الصافي للعمل المتدفق وغير المتدفق المبذول للمنظومة، و dE_T^{sys}/dt هو معدَّل تراكم الطاقة الكلية في المنظومة. ويشير الدليلان i و j إلى أرقام تيارات الدخل والخرج. وقد عُبِّر عن حدّ التراكم بالمعدَّل الآني لتغيُّر الطاقة الكلية في المنظومة أو معدَّل تراكم الطاقة الكلية في المنظومة. حينما يكون حدُّ التراكم موجوداً، يجب تحديد معلومات إضافية من قبيل الظرف الابتدائي مثلاً. أما بُعد حدود المعادلة 3.4−2 فهو $[L^2Mt^{-3}]$.



الشكل 4.4: أنماط انتقال معدَّلات الطاقة من وإلى المنظومة ومعدَّل تراكم الطاقة فيها.

ونظراً إلى أن الكتلة الكلية، لا المولات الكلية، منحفظة في المنظومة، فسوف نطوِّر معادلة انحفاظ الطاقة الكلية باستعمال الكتلة ومعدَّلات الكتلة. تذكَّر المعادلة 2.4−8 التي تعرِّف معدَّل الطاقة الكلية بمجموع معدَّلات الطاقة الكامنة والحركية والداخلية:

$$\dot{E}_T = \dot{E}_P + \dot{E}_K + \dot{U} = \dot{m}\hat{E}_P + \dot{m}\hat{E}_K + \dot{m}\hat{U} \qquad (3-3.4)$$

ويمكن كتابة المعادلة 3.4−2 بالشكل الآتي:

$$(4-3.4)$$

$$\sum_i (\dot{E}_{P,i} + \dot{E}_{K,i} + \dot{U}_i) - \sum_j (\dot{E}_{P,j} + \dot{E}_{K,j} + \dot{U}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

أو:

$$(5-3.4)$$

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{U}_i) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{U}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

ويُعطى المعدّل الكلي للعمل على شكل مجموع لمعدَّليْ العمل المتدفق وغير المتدفق:

$$\sum \dot{W} = \sum \dot{W}_{\text{flow}} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} \qquad (6-3.4)$$

ويمكن كتابة العمل المتدفق لأي تيار متدفق على النحو الآتي:

$$\dot{W}_{\text{flow}} = PAv = \dot{m}\frac{P}{\rho} = \dot{m}P\hat{V} \qquad (7-3.4)$$

وبمعرفة أن معدّل العمل المتدفق $\dot{W}_{\text{flow}}$ هو الفرق بين معدّل العمل الذي يبذله سائل في مدخل المنظومة i ومعدّل العمل الذي يبذله السائل في خرج المنظومة j ، تُكتب المعادلة 3.4−6 بالشكل الآتي:

$$\sum \dot{W} = \sum_i \dot{m}_i \frac{P_i}{\rho_i} - \sum_j \dot{m}_j \frac{P_j}{\rho_j} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} \qquad (8-3.4)$$

لذا يمكن كتابة المعادلة 3.4−5 كالآتي:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{U}_i + \frac{P_i}{\rho_i}) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{U}_j + \frac{P_j}{\rho_j})$$

$$+ \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt} \qquad (9-3.4)$$

أخيراً، يمكن إعادة كتابة المعادلة باستعمال المحتوى الحراري النوعي:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j)$$

$$+ \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt} \qquad (10-3.4)$$

ونظراً إلى توفر جداول الطاقة الداخلية النوعية والمحتوى الحراري النوعي في ظروف كثيرة مختلفة، فإن المعادلتين 3.4−5 و3.4−10 تمثلان أكثر الصيغ التفاضلية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية استعمالاً.

وتُعتبر الصيغة التكاملية أكثر ملاءمة حين الحساب بين لحظتين زمنيتين منفصلتين. وغالباً ما تُستعمل الصيغة التكاملية للمعادلة عندما يكون معدل أو أكثر من معدَّلات الطاقة أو الحرارة أو العمل تابعاً للزمن. عند تطبيق معادلة الانحفاظ التكاملية، اكتب معادلتي الموازنة التفاضلية 3.4−5 و3.4−10 وكامِل بين لحظتي البداية والنهاية. معادلتا الانحفاظ التكامليتان هما:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{m}_i \,(\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{U}_i)\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{m}_j \,(\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{U}_j)\, dt$$

$$+ \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{Q}\, dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{W}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dE_T^{sys}}{dt}\, dt \qquad (11-3.4)$$

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{m}_i \,(\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i)\, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{m}_j \,(\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j)\, dt$$

$$+ \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{Q}\, dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{W}_{\text{nonflow}}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dE_T^{sys}}{dt}\, dt \qquad (12-3.4)$$

حيث إن t_0 هي اللحظة الابتدائية و t_f هي اللحظة الانتهائية. الفارق هنا هو أن المعادلة 11−3.4 مكتوبة بدلالة الطاقة الداخلية والمعادلة 12−3.4 مكتوبة بدلالة المحتوى الحراري. إن حل المسائل بالصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الطاقة يمكن أن يكون صعباً جداً، ولذا لم يُتَّبع في هذا الكتاب.

وتُستعمل الصيغة الجبرية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية في حالات المدد الزمنية المحدودة، وحينما تدخل إلى المنظومة أو تخرج منها مقادير منفصلة من المادة أو الطاقة. ويمكن استنتاج المعادلة الجبرية من المعادلة التكاملية في حالة مدة زمنية محدودة معينة. تُعرَّف الحرارة الكلية Q التي تدخل إلى المنظومة أو تخرج منها أثناء مدة معينة بالمعادلة:

$$Q = \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{Q}\; dt \qquad (13-3.4)$$

ويُعرَّف العمل الكلي المبذول للمنظومة أثناء مدة معينة بالمعادلة:

$$W = \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{W}\; dt \qquad (14-3.4)$$

بهذين التعريفين، تصبح الصيغة الجبرية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية كالآتي:

$$\sum_i (E_{P,i} + E_{K,i} + U_i) - \sum (E_{P,j} + E_{K,j} + U_j) + Q + W = E_{T,f}^{sys} - E_{T,0}^{sys} \qquad (15-3.4)$$

حيث إن $E_{T,0}^{sys}$ و $E_{T,f}^{sys}$ هما الطاقة الكلية في المنظومة في اللحظتين الابتدائية والانتهائية. وتُكتب الصيغ التفاضلية للطاقة بدلالة الطاقة النوعية:

$$\sum_i m_i(\hat{E}_{P,i}+\hat{E}_{K,i}+\hat{U}_i)-\sum m_j(\hat{E}_{P,j}+\hat{E}_{K,j}+\hat{U}_j)+Q+W=E_{T,f}^{sys}-E_{T,0}^{sys} \quad (16-3.4)$$

وبالتعويض عن المقدار الكلي للعمل وعن المحتوى الحراري، تنتُج صيغة أخرى شائعة لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية الجبرية:

$$\sum_i m_i(\hat{E}_{P,i}+\hat{E}_{K,i}+\hat{H}_i)-\sum_j m_j(\hat{E}_{P,j}+\hat{E}_{K,j}+\hat{H}_j)$$

$$+Q+W_{\text{nonflow}}=E_{T,f}^{sys}-E_{T,0}^{sys} \quad (17-3.4)$$

وقد تكون ثمة حاجة إلى وضع معادلات موازنة أو انحفاظ الكتلة إلى جانب معادلات انحفاظ الطاقة، تبعاً لتعقيد المنظومة. ونستعمل نحن معادلات كتلة وطاقة متلازمة حين دراسة النظم المتغيرة.

4.4 النظم المغلقة والمعزولة

في المنظومة المعزولة، لا تَعْبُر كتلةٌ حدود المنظومة، ولذا تنعدم إسهامات الطاقة المقترنة بانتقال المادة الجَسِيمة في المعادلتين 3.4−5 و3.4−16:

$$\sum \dot{Q}+\sum \dot{W}=\frac{dE_T^{sys}}{dt} \quad (1-4.4)$$

$$Q+W=E_{T,f}^{sys}-E_{T,0}^{sys} \quad (2-4.4)$$

في كلا المعادلتين، الطاقة الكلية E_T هي مجموع ثلاثة أنواع من الطاقة: الكامنة والحركية والداخلية. وبالتعريف، يتضمن حدّا العمل (W و $\dot{W}$) كلاً من العمل المتدفق وغير المتدفق. وفي المنظومة المغلقة، ونظراً إلى عدم دخول مادة إلى المنظومة أو خروجها منها، فليس ثمة عمل متدفق. لذا يتضمن (W و $\dot{W}$) العمل غير المتدفق فقط، ويمكن أن يُكتبا بالشكلين (W_{nonflow} و $\dot{W}_{\text{nonflow}}$).

يُستعمل الرمز Δ غالباً للدلالة على الفرق بين قيمتين. وفي هذا الكتاب، تُستعمل Δ غالباً للدلالة على الفرق بين مقدارَي تيارَيْ الخرج والدخل. وتُستعمل أيضاً للدلالة على الفرق بين ظروف المنظومة الانتهائية والابتدائية. حينئذ تصبح معادلة انحفاظ الطاقة الكلية في المنظومة المغلقة:

$$Q+W=(E_{P,f}^{sys}-E_{P,0}^{sys})+(E_{K,f}^{sys}-E_{K,0}^{sys})+(U_f^{sys}-U_0^{sys}) \quad (3-4.4)$$

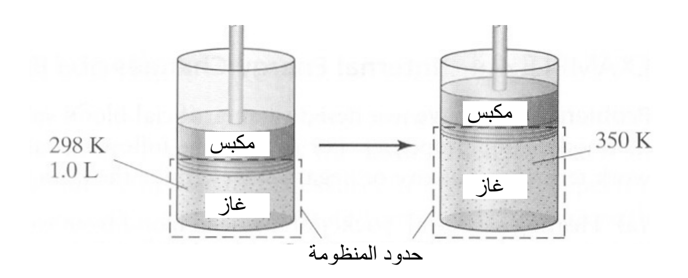
$$Q + W = \Delta E_P^{sys} + \Delta E_K^{sys} + \Delta U^{sys} \qquad (4-4.4)$$

تُعرف هذه المعادلة أيضاً **بقانون الترموديناميك الأول** للمنظومة المغلقة، وهو ينص على أن تغيُّر طاقة المنظومة يساوي الحرارة والعمل الداخلين إلى المنظومة أو الخارجين منها.

يُستعمل في كثير من مسائل الترموديناميك ذات الصلة بالجوانب الحيوية قانون الترموديناميك الأول، إلا أن المثال غير الحيوي الشائع هو الأسطوانة والمكبس العديم الاحتكاك.

المثال 3.4 تمدُّد الغاز

مسألة: تتكوَّن منظومة من أسطوانة فيها غاز ومكبس قابل للحركة، ويحصل فيها تفاعل في الطور الغازي يُولِّد 61.3 جولاً من الحرارة (الشكل 5.4). والعدد الكلي لمولات الغاز في المنظومة ثابت لا يتغير، وحجم الغاز الابتدائي في الأسطوانة يساوي ليتراً واحداً عند درجة حرارة تساوي 298 كلفن وضغط يساوي ضغطاً جوياً واحداً. إذا ارتفعت درجة الحرارة حتى 350 كلفن وبقي ضغط المكبس ثابتاً، ما هو مقدار حجم الغاز الناتج؟ وما هو مقدار العمل المبذول في المنظومة حينما يتمدد الغاز، وما هو مقدار التغيُّر في طاقة الغاز الداخلية؟ افترض أن الغاز يسلك سلوك الغاز المثالي.



الشكل 5.4: تمدد الغاز بسبب تفاعل طور غازي.

الحل: نظراً إلى افتراض أن الغاز يسلك سلوك الغاز المثالي، يمكننا استعمال المعادلة 5.1-14. ونظراً إلى أن عدد المولات ثابت، يمكننا إعادة ترتيب حدود قانون الغاز المثالي لحساب عدد المولات n، لكل من الحالتين الابتدائية والانتهائية وجعلهما متساويين:

$$n = \frac{PV_0}{RT_0} = \frac{PV_f}{RT_f}$$

ويمكننا أيضاً تحقيق مزيد من التبسيط في المعادلة بحذف P و R لأنهما ثابتان. حينئذٍ يمكن ترتيب المعادلة لحساب الحجم النهائي:

$$V_f = V_0 \frac{T_f}{T_0} = (1.0\,\text{L}) \frac{350\,\text{K}}{298\,\text{K}} = -1.17\,\text{L}$$

ويُحسب العمل المبذول للمنظومة باستعمال المعادلة 2.4−18:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P\, dV = -\int_{1.0\,\text{L}}^{1.17\,\text{L}} (1\ \text{atm})\, dV = -(1\ \text{atm})(1.17\ \text{L} - 1.0\ \text{L}) = -0.17\ \text{L} \cdot \text{atm}$$

$$W = -0.17\ \text{L} \cdot \text{atm} \left(\frac{101.3\ \text{J}}{\text{L} \cdot \text{atm}} \right) = -17.2\ \text{J}$$

ونظراً إلى أن حجم الغاز يزداد ($V_0 < V_f$)، وإلى أن قيمة العمل المحسوبة سالبة، تكون المنظومة (الغاز) قد بذلت العمل لمصلحة المحيط (المكبس).

تُعتبر الحاوية ذات المكبس منظومة مغلقة. لذا يكون قانون الترموديناميك الأول (المعادلة 4.4−3) ملائماً لتحديد التغيُّر في طاقة المنظومة الداخلية:

$$Q + W = (E_{P,f}^{sys} - E_{P,0}^{sys}) + (E_{K,f}^{sys} - E_{K,0}^{sys}) + (U_f^{sys} - U_0^{sys})$$

ولما كانت المنظومة ثابتة ولا تغيِّر موضعها في الفضاء، كانت التغيُّرات في طاقتيها الكامنة والحركية مهملة، ولذا:

$$(U_f^{sys} - U_0^{sys}) = Q + W = 61.3\ \text{J} - 17.2\ \text{J} = 44.1\ \text{J}$$

يساوي التغيُّر في طاقة المنظومة الداخلية 44.1 جولاً.

في معظم النظم الحيوية المغلقة، لا تتغير الطاقة الكامنة في ما بين الظرفين الابتدائي والانتهائي. أي إن المنظومة لا تتحرك إلى الأعلى أو الأسفل في الفضاء بالنسبة إلى وضعية مرجعية ثابتة. والتغيُّر في الطاقة الحركية نادر أيضاً في النظم المغلقة، لأنه نادراً ما تتغير سرعة المنظومة (أي إن المنظومة لا تتسارع). إلا أنه عندما تتفاعل منظومة حيوية، يمكن لطاقتها الداخلية أن تتغير. غير أنه أثناء التفاعلات الحيوية، يمكن لدرجة الحرارة والتركيب الكيميائي والطور وغيرها من المتغيرات أن تتبدّل، وهذا ما يجعل أخذ تغيُّر الطاقة الداخلية في الحسبان مهماً جداً في أغلب الأحيان. وحين التعامل مع النظم المغلقة، يجب النظر في أنواع الطاقة الثلاثة جميعاً: الكامنة والحركية والداخلية، قبل إهمال أي حدٍّ من المعادلة.

المثال 4.4 تغيرات الطاقة الداخلية في بديل للدم

مسألة: أنهيتَ تصميم بديل صناعي للدم وترغبُ في اختبار بعض خواصه الترموديناميكية.

في ما يخص كلاً من الحالات الآتية، حدِّد إشارات حدَّيْ الحرارة والعمل غير المعدومَيْن، وحدِّد تغيُّر الطاقة الداخلية حين:

(أ) تسخين عبوة سعتها 500 ميلّيليتر من الدم الصناعي من درجة حرارة الغرفة حتى $37^{\circ}\mathrm{C}$.

(ب) تبريد عبوة سعتها 500 ميلّيليتر من الدم الصناعي من درجة حرارة الغرفة حتى $-70^{\circ}\mathrm{C}$.

الحل: من الملائم هنا استعمال قانون الترموديناميك الأول في كلتا الحالتين لأن المنظومة مغلقة. ونظراً إلى أن العبوات ثابتة في المكان، فإن تغيُّرات الطاقة الكامنة والحركية مهملة. لذا يُختزل قانون الترموديناميك الأول إلى:

$$Q + W = \Delta U^{sys}$$

(أ) لم يُبذل أي عمل لمصلحة المنظومة من قبل أجزاء متحركة. لذا تُنقل الحرارة من المحيط إلى المنظومة لتدفئة الدم، أي إن Q موجب الإشارة:

$$Q = \Delta U^{sys}$$

(ب) لتبريد الدم، تُنقل الحرارة من المنظومة إلى المحيط، ولذا تكون Q سالبة الإشارة. وتتكون معظم بدائل الدم الصناعية من نسبة كبيرة من الماء عموماً، ولذا يمكننا نمذجة عبوات بديل الدم بعبوات ماء يغيِّر طوره من سائل إلى صلب حين تبريده إلى ما دون درجة التجمد. ويتمدد الماء حين تجميده، ولذا تبذل المنظومة عملاً لمصلحة المحيط. بناءً على ذلك يكون العمل سالباً:

$$Q + W = \Delta U^{sys} < 0$$

أخيراً، تكون المنظومة المغلقة محاطة بحدود لا تسمح بانتقال أي خاصية توسعية بأي وسيلة. وفي المنظومة المعزولة، لا تتدفق أي طاقة بأي آلية إلى المنظومة أو منها. في حالة المنظومة المعزولة، يساوي حدَّا الحرارة والعمل صفراً أيضاً، وتُختزل المعادلتان 4.4−1 و4.4−2 إلى:

$$0 = \frac{dE_T^{sys}}{dt} \qquad (5-4.4)$$

$$0 = E_{T,f}^{sys} - E_{T,0}^{sys} = \Delta E_T^{sys} \qquad (6-4.4)$$

أي إنه ليس ثمة من تراكم للطاقة في المنظومة المعزولة. ومقدار الطاقة الكلية في الظرف الانتهائي يساوي ذاك الذي في الظرف الابتدائي. بعبارات أخرى، الطاقة الكلية في المنظومة المعزولة ثابتة. لكن في الواقع، نادراً ما تصادفنا نظم معزولة في التطبيقات الطبية والحيوية.

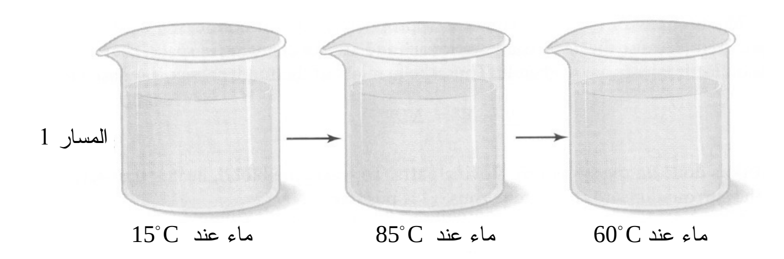
5.4 حساب المحتوى الحراري في النظم اللاتفاعلية

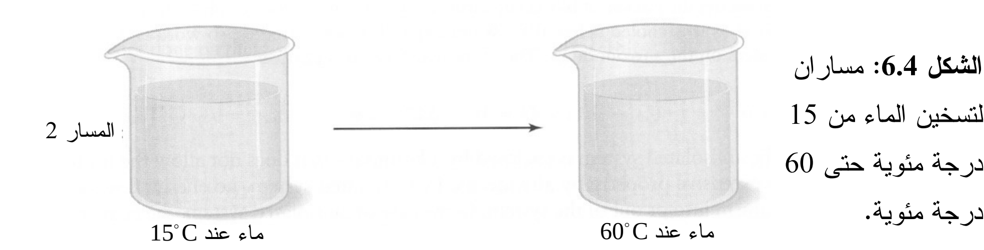
يمكن لتغيُّر المحتوى الحراري أن يحصل نتيجة لتغيُّر درجة الحرارة أو الضغط أو الطور، أو نتيجة للمزج أو التفاعل. وسننظر في هذا المقطع في أول أربعة أنواع من التغيُّر، أما التغيُّرات الناجمة عن التفاعل فسنناقشها في المقطع 8.4. في كتب أخرى (مثل Felder RM and Rousseau RW, *Elementary Principles of Chemical Processes*,2000)، تتركَّز النقاشات في الطاقة الداخلية التي تُستعمل غالباً في معادلات انحفاظ الطاقة في النظم المغلقة. إلا أن معادلة انحفاظ الطاقة التي تتضمن حدود المحتوى الحراري هي المفضلة لحل مسائل تتضمن نظماً مفتوحة توجد عموماً في التطبيقات الطبية الحيوية. لذا سيتركز الاهتمام في هذا المقطع كليا في المحتوى الحراري.

1.5.4 المحتوى الحراري بوصفه تابع حالة

تابع الحالة (state function) أو خاصية الحالة هي خاصية شدة تعتمد فقط على الحالة الحالية للمنظومة، لا على المسار المتبع للوصول إلى تلك الحالة. ومن أمثلة خاصية الحالة درجة الحرارة والضغط والتركيب والمحتوى الحراري النوعي والحجم النوعي. أما الحرارة والعمل فهما ليسا تابعَيْ حالة، بل **تابعَيْ مسار** (path functions) لأنهما يعتمدان على المسار أو الطريقة المستعملة لنقل الطاقة.

خذ درجة الحرارة بوصفها خاصية حالة (الشكل 6.4). إذا بدأت بمنظومة ماء درجة حرارته تساوي $15^{\circ}C$، وسخَّنته حتى $85^{\circ}C$، ثم برَّدته حتى $60^{\circ}C$ (المسار 1)، كانت درجة حرارة الماء الانتهائية كما لو كنت قد ابتدأت التسخين من الدرجة الابتدائية نفسها، وهي $15^{\circ}C$، وتابعت التسخين حتى $60^{\circ}C$ مباشرة (المسار 2). بعبارات أخرى، لا تعتمد درجة حرارة المنظومة على المسار المتبع لتسخين الماء من $15^{\circ}C$ حتى $60^{\circ}C$. فهي تساوي $60^{\circ}C$ في الظرف الانتهائي في كلتا الحالتين. من ناحية أخرى، يختلف مقدارا الحرارة اللازمان في الحالتين، فثمة حاجة إلى حرارة لتسخين الماء من $15^{\circ}C$ حتى $85^{\circ}C$ (المسار 1) أكثر من تلك اللازمة لتسخينه حتى $60^{\circ}C$ (المسار 2). ونظراً إلى عدم استرجاع الحرارة حين تبريد الماء من $85^{\circ}C$ حتى $60^{\circ}C$ (في المسار 1)، يكون مقدار الحرارة المصروف





الشكل 6.4: مساران لتسخين الماء من 15 درجة مئوية حتى 60 درجة مئوية.

في المسار 1 أكبر من المقدار المصروف في المسار 2. لذا تُعتبر الحرارة تابع مسار.

تمثل الطاقة الداخلية النوعية $\hat{U}$ والمحتوى الحراري النوعي $\hat{H}$ خاصيتَي حالة مهمتين. تعتمد هاتان الخاصيتان، على غرار جميع توابع الحالة، على حالة المنظومة، وتحديداً على درجة حرارتها وطورها (غاز أو سائل أو جسم صلب أو متبلور) وضغطها. وثمة عواقب مهمة لأن $\hat{U}$ و $\hat{H}$ تابعي حالة في تطبيقات معادلة انحفاظ الطاقة الكلية. ورغم عدم إمكان معرفة القيم المطلقة للطاقة الداخلية والمحتوى الحراري لمنظومة ما، فمن الممكن حساب فرقيهما بين حالتين.

وُضعت المعادلات في المقطع 3.4 على نحو يُمكِّن من حساب الفروق بين مقادير أو معدلات الطاقة في الدخل والخرج، وليس قيمها بالذات. على سبيل المثال، خذ المعادلة التفاضلية 3.4−10:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt} \qquad (1-5.4)$$

لاحظ أن تغيُّر المحتوى الحراري النوعي قد أُعطي بوصفه فرقاً بين المحتويين الحراريين النوعيين في الدخل والخرج. أما **تغيُّر معدَّل المحتوى الحراري** $\Delta\dot{H}$ فيُعرَّف بالصيغة:

$$\Delta\dot{H} = -\sum_i \dot{m}_i \hat{H}_i + \sum_j \dot{m}_j \hat{H}_j \qquad (2-5.4)$$

تساوي قيمة $\Delta\dot{H}$ المحتوى الحراري الكلي للخرج مطروحاً منه المحتوى الحراري الكلي للدخل. وفي ما يخص الحسابات التي تتضمن الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية، **يُعتبر تعريف $\Delta\dot{H}$ في المعادلة 5.4−2 على درجة من الأهمية لأنه يوفر طريقة لحساب تغيُّر المحتوى الحراري النوعي على أساس أنه الفرق بين قيم مداخل ومخارج المنظومة.** وأحياناً تُعطى المحتويات الحرارية النوعية على أساس المحتوى الحراري النوعي للمول. في هذه الحالة، يُعطى التغيُّر في معدَّل المحتوى الحراري النوعي عبر المنظومة بـــ:

$$\Delta\dot{H} = -\sum_i \dot{n}_i \hat{H}_i + \sum_j \dot{n}_j \hat{H}_j \qquad (3-5.4)$$

وفي حالة المنظومة الوحيدة الدخل والخرج التي لا يحصل فيها تراكم، تُختزل معادلة انحفاظ الكتلة (المعادلة 3.3−10) إلى:

$$\dot{m}_i - \dot{m}_j = 0 \qquad (4-5.4)$$

إذاً، يمكننا اختزال المعادلة 5.4−2 لمنظومة وحيدة الدخل والخرج لتصبح:

$$-\dot{m}_i \hat{H}_i + \dot{m}_j \hat{H}_j = \Delta\dot{H} \qquad (5-5.4)$$

$$\dot{m}_i (\hat{H}_j - \hat{H}_i) = \dot{m}_i \Delta\hat{H} = \Delta\dot{H} \qquad (6-5.4)$$

حيث عُبِّر عن المحتوى الحراري النوعي بدلالة للكتلة. ويمكن أيضاً كتابة تغيُّر معدَّل المحتوى الحراري بالشكل:

$$\dot{n}_i (\hat{H}_j - \hat{H}_i) = \dot{n}_i \Delta\hat{H} = \Delta\dot{H} \qquad (7-5.4)$$

حيث عُبِّر عن المحتوى الحراري النوعي بدلالة المول.

ويمكن تطبيق هذه المناقشة نفسها على المعادلة الجبرية 3.4−17. هنا يُعرَّف تغيُّر المحتوى الحراري للمنظومة ΔH بـــ:

$$\Delta H = -\sum_i m_i \hat{H}_i + \sum_j m_j \hat{H}_j \qquad (8-5.4)$$

حيث يُعطى المحتوى الحراري النوعي بدلالة الكتلة. في الحسابات التي تستعمل الصيغة الجبرية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية، **يُعتبر تعريف ΔH في المعادلة 5.4−8 على درجة من الأهمية لأنه**

يوفر طريقة لحساب تغيُّر المحتوى الحراري النوعي بوصفه فرقاً بين قيم مداخل ومخارج المنظومة. وعلى غرار المعادلة 5.4−3، يمكن وضع صيغة لتغيُّر المحتوى الحراري بدلالة المول والمحتوى الحراري النوعي، على أساس مولي.

ونظراً إلى أن $\hat{H}$ هو تابع حالة، يمكن تحقيق المسار الذي يحوِّل المنظومة من حالة إلى أخرى باستعمال أكثر المسارات ملاءمة. على سبيل المثال، انظر في تغيُّر المحتوى الحراري النوعي من الحالة A إلى الحالة B:

$$\text{حالة A} \xrightarrow{\Delta\hat{H}} \text{حالة B} \qquad (9\text{−}5.4)$$

تتطلب هذه العملية اختيار **حالة مرجعية**، أي اختياراً اعتباطياً لطور أو درجة حرارة أو ضغط يُعطي عادة قيمة محتوى حراري نوعي تساوي صفراً. **(ملاحظة:** القيمة الحقيقية للمحتوى الحراري النوعي لمنظومة في الحالة المرجعية لا تساوي صفراً، لكنها لا يمكن أن تُعرف**)**. لذاً، يُعطى المحتوى الحراري النوعي في حالة A بـــ $\hat{H}_{\text{A}} - \hat{H}_{\text{ref}}$، حيث $\hat{H}_{\text{ref}}$ قيمة مرجعية اعتباطية. والمحتوى الحراري النوعي في الحالة B يُعطى بـــ $\hat{H}_{\text{B}} - \hat{H}_{\text{ref}}$. ولما كان $\hat{H}_{\text{ref}}$ هو نفسه في الحالتين، فإن التغيُّر في المحتوى الحراري النوعي $\Delta\hat{H}$ يُعطى بـــ:

$$\Delta\hat{H} = \hat{H}_B - \hat{H}_A \qquad (10-5.4)$$

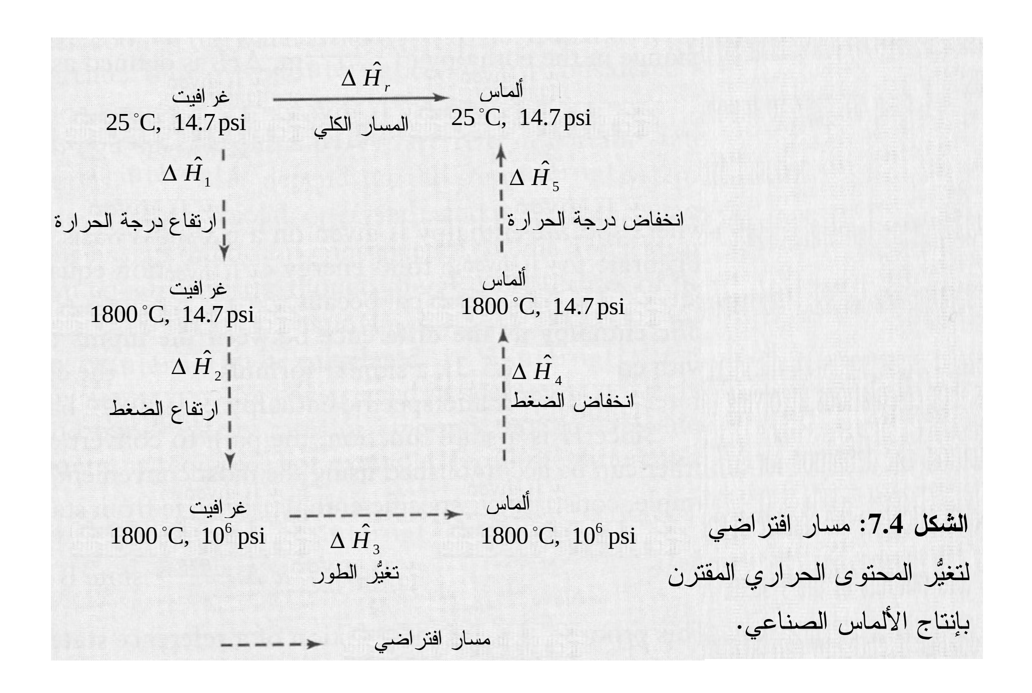
ونظراً إلى إسقاط $\hat{H}_{\text{ref}}$ من المعادلة، فلا أهمية هنا لقيمته.

ولما كان تغيُّر المحتوى الحراري النوعي لا يعتمد على المسار، أمكن إنشاء سلسلة من الخطوات الافتراضية للانتقال من حالة إلى أخرى على نحو يسهِّل إجراء الحسابات. ووفقاً لما ناقشناه في هذا المقطع والمقطع 8.4، يمكن إنشاء مسار يأخذ في الحسبان التغيُّرات بين ظروف الدخل والخرج. وتترافق كل خطوة في المسار في منظومة لاتفاعلية عادة بتغيُّر في واحد من الآتي: درجة الحرارة، أو الضغط، أو الطور. ويساوي تغيُّر المحتوى الحراري النوعي عبر المنظومة (أي من الحالة A إلى الحالة B) مجموع التغيرات في جميع خطوات المسار الافتراضي:

$$\Delta\hat{H} = \sum_k \Delta\hat{H}_k \qquad (11-5.4)$$

حيث إن k هو عدد خطوات المسار الافتراضي.

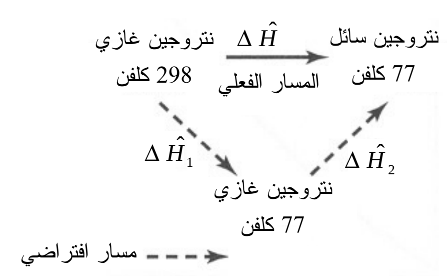
لإيضاح كيفية إنشاء مسار افتراضي لحساب تغيُّر المحتوى الحراري، خُذ تكوين الألماس من الغرافيت في سيرورة صناعية. يتكوَّن الألماس في الطبيعة تحت الضغط في باطن الأرض على مدى ملايين السنين. والألماس الذي يوجد بالقرب من سطح الأرض نادر وثمين. وللأغراض الصناعية، مثل أدوات القطع، تمكن الاستعاضة عن الألماس الطبيعي المتدني الجودة بألماس صناعي يجري تكوينه خلال مدة قصيرة تحت ضغط هائل جداً ودرجة حرارة عالية ($1800^{\circ}C,\ 1000\,000\ psi$). ولحساب تغيُّر المحتوى الحراري للتفاعل الصناعي، ثمة حاجة إلى بناء مسار افتراضي (الشكل 7.4). يمكن لأحد المسارات أن يتضمن الخطوات الخمس الآتية: (أ) في الخطوة 1، يمثل $\Delta\hat{H}_1$ تسخين الغرافيت حتى $1800^{\circ}C$. (ب) في الخطوة 2، $\Delta\hat{H}_2$ يمثل ازدياد الضغط. (ت) في الخطوة 3، $\Delta\hat{H}_3$ يظهر تغيُّر الطور من غرافيت إلى ألماس عند $1800^{\circ}C,\ 1000\,000\ psi$. (ث) في الخطوة 4، $\Delta\hat{H}_4$ يمثل نقصان الضغط. (ج) في الخطوة 5، يمثل $\Delta\hat{H}_5$ تبريد الألماس ليعود إلى درجة الحرارة التي كانت للغرافيت في البداية. لاحظ أن كل خطوة تتضمن تغيُّراً واحداً فقط في ما يأتي فقط: درجة الحرارة أو الضغط أو الطور.



الشكل 7.4: مسار افتراضي لتغيُّر المحتوى الحراري المقترن بإنتاج الألماس الصناعي.

المثال 5.4 تبريد النتروجين السائل

مسألة: يُستعمل النتروجين السائل في عدد من التطبيقات الطبية مثل إزالة الأورام جراحياً. افترض أنه جرى تبريد غاز النتروجين الموجود عند درجة حرارة الغرفة (298 كلفن) حتى درجة حرارة النتروجين السائل التي تقع تحت درجة غليانه مباشرة، أي حتى الدرجة 77 كلفن. إنّ تغيُّر المحتوى الحراري النوعي لتبريد النتروجين من 298 كلفن حتى 77 كلفن يساوي -1435cal/mol. وحرارة التبخر، أي تغيُّر المحتوى الحراري النوعي من الحالة السائلة إلى الحالة البخارية للنتروجين، تساوي 1336cal/mol (ثمة مزيد من المناقشة لحرارة التبخير في المقطع 4.5.4). ما هو مقدار التغيُّر الكلي للمحتوى الحراري النوعي في هذه السيرورة؟



الشكل 8.4: مسار افتراضي لتغيُّر المحتوى الحراري المقترن بتبريد غاز النتروجين ليصبح في الحالة السائلة.

الحل: تذكَّر أن المحتوى الحراري لا يعتمد على المسار، لذا يمكننا تجزئة السيرورة إلى خطوات. يمكننا إنشاء سيرورة افتراضية مكوَّنة من خطوتين لأنها تتضمن تغيُّرين: تغيُّر درجة الحرارة وتغيُّر الطور (الشكل 8.4). يمكن إنشاء الخطوة الأولى لتشتمل على تبريد النتروجين من 298 كلفن حتى 77 كلفن، والخطوة 2 لتشتمل على تميُّع النتروجين (انتقاله من الطور البخاري إلى الطور السائل). فيكون تغيُّر المحتوى الحراري النوعي الكلي $\Delta\hat{H}$ مساوياً مجموع التغيُّرين في الخطوتين:

$$\Delta\hat{H} = \sum_k \Delta\hat{H}_k = \Delta\hat{H}_1 + \Delta\hat{H}_2$$

يساوي تغيُّر المحتوى الحراري النوعي أثناء تبريد النتروجين في الخطوة الأولى:

$$\Delta\hat{H}_1 = -1435\,\text{cal/mol}$$

والتمييع هو معكوس التبخير، لذا يكون المحتوى الحراري في الخطوة 2:

$$\Delta\hat{H}_2 = -\Delta\hat{H}_\text{V} = -1336\frac{\text{cal}}{\text{mol}}$$

ويكون التغيُّر الكلي في المحتوى الحراري النوعي:

$$\Delta \hat{H} = \Delta \hat{H}_1 + \Delta \hat{H}_2 = -1435 \frac{\text{cal}}{\text{mol}} - 1336 \frac{\text{cal}}{\text{mol}} = -2770 \frac{\text{cal}}{\text{mol}}$$

لاحظ أن حدَّي المحتوى الحراري النوعي يتصفان بمرتبة الكِبَر نفسها تقريباً. ووفقاً لما سنراه لاحقاً، تنزع إسهامات التغيُّر الطوري إلى أن تكون أكبر من تلك التي تأتي من تغيُّرات درجة الحرارة إلا إذا كانت الأخيرة كبيرة (أكبر من 200 كلفن في هذا المثال). تعني الإشارة السالبة لتغيُّر المحتوى الحراري النوعي أنه تجب إزالة طاقة من المنظومة من أجل تبريد وتمييع النتروجين.

يساوي تغيُّر المحتوى الحراري الكلي في أي سيرورة مجموع تغيُّرات المحتوى الحراري في خطوات المسار الافتراضي. وينصب الاهتمام في بقية هذا الفصل على طرائق حساب تغيُّرات المحتوى الحراري في خطوات المسار المختلفة. وسنناقش على وجه التحديد، كيف أن المزج وتغيُّرات درجة الحرارة والضغط والطور تؤدي إلى تغيُّرات في المحتوى الحراري. وبعد حساب التغيُّر في المحتوى الحراري بين الدخل والخرج، يمكن تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة الكلية (المقطع 6.4).

2.5.4 تغيُّر درجة الحرارة

تُسمى الحرارة المنقولة لزيادة أو إنقاص درجة حرارة مادة **الحرارة المحسوس** (sensible heat). خُذ منظومة مستقرة مفتوحة ليس فيها تغيُّر في الطاقة الكامنة أو الحركية، أو عمل غير متدفق. إن المعدَّل الذي تُضاف به الحرارة المحسوسة إلى المنظومة أو تُخرج به منها يساوي الفرق في المعدَّل الذي يتغيَّر به المحتوى الحراري في المنظومة. يمكن وصف هذه المنظومة رياضياً بالمعادلتين التفاضلية والجبرية الآتيتين:

$$\sum_i \dot{m}_i \hat{H}_i - \sum_j \dot{m}_j \hat{H}_j + \sum \dot{Q} = 0 \qquad (12-5.4)$$

$$\sum_i H_i - \sum_j H_j + Q = 0 \qquad (13-5.4)$$

في هذه الحالة، تساوي الحرارة المحسوسة فرق المحتوى الحراري بين ظرفي الخرج والدخل الناجم عن ارتفاع أو انخفاض درجة الحرارة. وباستعمال تعريفي $\Delta \dot{H}$ و ΔH من المعادلتين 2−5.4 و9−5.4، تصبح الحرارة المحسوسة:

$$\sum \dot{Q} = \Delta \dot{H} \qquad (14-5.4)$$

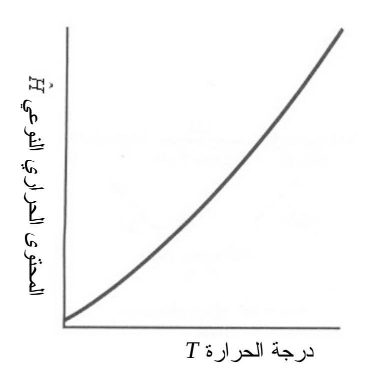
$$Q = \Delta H \qquad (15-5.4)$$

وإذا حصل تغيُّر في درجة حرارة مادة في منظومة، تظهر قيمة فرق المحتوى الحراري النوعي في $\Delta\dot{H}$ أو ΔH.

يعتمد المحتوى الحراري النوعي لمادة ما كثيراً على درجة الحرارة. ويظهر الشكل 9.4 مخططاً افتراضياً للمحتوى الحراري النوعي بوصفه تابعاً لدرجة الحرارة في منظومة تخضع إلى ضغط ثابت. رياضياً، يؤدي تغيُّر درجة الحرارة ΔT إلى تغيُّر في المحتوى الحراري النوعي $\Delta\hat{H}$. ومع اقتراب ΔT من الصفر، تقترب النسبة $\Delta\hat{H}/\Delta T$ من ميل المنحني الذي يمثل **السعة الحرارية** (heat capacity):

$$C_p(T) = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta\hat{H}}{\Delta T} \qquad (16-5.4)$$

حيث إن C_p هي السعة الحرارية تحت ضغط ثابت. لاحظ أن المحتوى الحراري النوعي يزداد ازدياداً لاخطياً، ولذا تُعطى C_p بوصفها تابعاً لدرجة الحرارة وتمثَّل بـــ $C_p(T)$. أما وحدات السعة الحرارية الشائعة فهي $cal/(mol.^oC)$، $J/(mol.^oC)$، $J/(g.^oC)$.



الشكل 9.4: علاقة توضيحية بين المحتوى الحراري النوعي ودرجة الحرارة. يمثل ميل المنحني السعة الحرارية تحت ضغط ثابت.

والصيغة التكاملية للمعادلة 16−5.4 هي:

$$\Delta\hat{H} = \int_{T_1}^{T_2} C_p(T)\, dT \qquad (17-5.4)$$

حيث إن T_1 هي درجة الحرارة الأولى و T_2 هي درجة الحرارة الثانية، عند ضغط ثابت. ووفقاً للمعادلة 15−5.4، يساوي تكامل السعة الحرارية على مجال من درجات الحرارة المحسوسة اللازمة لتسخين أو تبريد مادة.

وتتغيَّر السعة الحرارية لمعظم المواد مع تغيُّر درجة الحرارة. هذا يعني أنه حين حساب تغيُّر المحتوى الحراري الناجم عن تغيُّر درجة الحرارة، يجب تحديد قيمة C_p عند درجة الحرارة تلك. وغالباً ما تُدرج السعات الحرارية في جداول على شكل توابع كثيرة الحدود لدرجة الحرارة مثل:

$$C_p(T) = a + bT + cT^2 + dT^3 \qquad (18-5.4)$$

يحتوي الجدول 1.4 على قيم الأمثال a وb وc وd المستعملة لحساب C_p للماء وعدة غازات عند الضغط الجوي باستعمال المعادلة 5.4−18 بالواحدة $J/(mol.^oC)$، حيث يُعبَّر عن درجة الحرارة T بالدرجة المئوية. وتحتوي الملاحق E.1 وE.2 وE.3 على السعات الحرارية لمواد أخرى.

الجدول 1.4: قيم أمثال كثير الحدود الذي يعطي السعات الحرارية للماء وعدة غازات عند الضغط الجوي*♣.

الجنس	الحالة	a	$b\times10^2$	$c\times10^5$	$d\times10^9$	المجال الحراري
الهواء	غاز	28.94	0.4147	0.3191	−1.965	$0-1500\ ^\circ C$
ثاني أكسيد الكربون	غاز	36.11	4.233	−2.887	7.464	$0-1500\ ^\circ C$
هيدروجين	غاز	28.84	0.00765	0.3288	−0.8698	$0-1500\ ^\circ C$
نتروجين	غاز	29.00	0.2199	0.5723	−2.871	$0-1500\ ^\circ C$
أكسجين	غاز	29.10	1.158	−0.6076	1.311	$0-1500\ ^\circ C$
ماء	بخار	33.46	0.688	0.7604	−3.593	$0-1500\ ^\circ C$
ماء	سائل	75.4	−	−	−	$0-100\ ^\circ C$

* وحدة السعة الحرارية هي $J/(mol.^oC)$، ووحدة درجة الحرارة يجب أن تكون ^oC.

♣ مأخوذة من الملحق ج.1.

ليست السعات الحرارية الخاصة بالسوائل والأجسام الصلبة في معظم النظم الحيوية تابعة لدرجة الحرارة. لذا يمكن عادة تقريب السعات الحرارية للسوائل والأجسام الصلبة بالحد الأول فقط من المعادلة 5.4−18:

$$C_p = a \qquad (19-5.4)$$

ونظراً إلى أن C_p أصبحت ثابتة، تُكامَل المعادلة 5.4−17 كالآتي:

$$\Delta\hat{H} = C_p(T_2 - T_1) \qquad (20-5.4)$$

مثلاً، إن السعة الحرارية للماء ($75.4\,J/(mol\cdot^\circ C)$ أو $1cal/(g\cdot^\circ C)$) ليست تابعة لدرجة الحرارة في المجال $0-100^\circ C$. والحدُّ الأول a في المعادلة 5.4−18 هو المهيمن في الغازات وفي مجال درجات حرارة معظم النظم الحيوية، وفق ما هو مبين في المثال 6.4.

ونظراً إلى أن قيم C_p مُجَدوَلة على أساس كتلي ومولي، فإن وحدة $\Delta\hat{H}$ ستكون وحدة طاقة لوحدة الكتلة أو المول. ولحساب التغيُّر المطلق للمحتوى الحراري لمنظومة في هذه الخطوة، يمكن استعمال أيّاً من مقداري الكتلة أو المولات:

$$\Delta H = m\,\Delta\hat{H} \qquad (21-5.4)$$

$$\Delta H = n\,\Delta\hat{H} \qquad (22-5.4)$$

ويمكن حساب معدَّل التغيُّر في المحتوى الحراري للمنظومة في هذه الخطوة بطريقة مشابهة باستعمال معدَّلي التدفق الكتلي والمولي:

$$\Delta\dot{H} = \dot{m}\,\Delta\hat{H} \qquad (23-5.4)$$

$$\Delta\dot{H} = \dot{n}\,\Delta\hat{H} \qquad (24-5.4)$$

وفي ما يخص بعض السوائل والغازات، ومنها الماء السائل الموجود في حالة توازن مع البخار المشبع، جرى تحضير مخططات تعطي المحتوى الحراري النوعي بوصفه تابعاً لدرجة الحرارة والضغط. وثمة قيم للمحتوى الحراري النوعي للبخار المشبع في الملحقين ج.5 وج.6 وفي كتب أخرى (مثل Felder RM and Rousseau RW, *Elementary Principles of Chemical Processes*,2000; Perry RH and Green D, *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed., 1984).

المثال 6.4 تدفئة الهواء أثناء التنفس

مسألة: يُدفَّأ الهواء الذي تتنفسه فوراً من درجة حرارة المحيط حتى $37^\circ C$ قبل دخوله إلى رئتيك. احسب تغيُّر المحتوى الحراري النوعي عندما تكون درجة حرارة هواء المحيط $20^\circ C$. افترض أن الهواء جاف تماماً، أي لا يوجد أي ماء فيه، أو أن الرطوبة النسبية تساوي 0 في المئة.

هواء عند $25^\circ C$ ——$\Delta\hat{H}$ (المسار الكلي)——> هواء عند $37^\circ C$

الشكل 10.4: تدفئة الهواء الجاف في الرئتين.

الحل: يظهر الشكل 10.4 مسار رفع درجة حرارة الهواء من $20^\circ C$ حتى $37^\circ C$. وثوابت حساب C_p بوصفها تابعة لدرجة الحرارة معطاة في الجدول 1.4. ولحساب تغيُّر المحتوى

الحراري النوعي عند تدفئة الهواء، يمكننا استعمال المعادلة 5.4−17:

$$\Delta\hat{H} = \int_{T_1}^{T_2} C_p \, dT$$

$$= \int_{20^\circ\mathrm{C}}^{37^\circ\mathrm{C}} (28.94 + 0.4147\times10^{-2}T + 0.3191\times10^{-5}T^2 - 1.965\times10^{-9}T^3) \; dT \quad \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot^\circ\mathrm{C}}$$

$$= 491.98 \; \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}} + 2.01 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}} + 0.045 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}} - 0.00084 \; \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$$

$$= 494 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$$

الحد الأول في معادلة السعة الحرارية هو المهيمن، وهذا يعني أن اعتماد C_p على درجة الحرارة صغير جداً ضمن المجال الحراري المفترض. وتغيُّر المحتوى الحراري النوعي لرفع درجة حرارة الهواء من $20^\circ\mathrm{C}$ حتى $37^\circ\mathrm{C}$ يساوي 494 جول للمول.

أثناء النفَس الواحد، يكون عدد مولات الغاز ثابتاً في حين أن درجة حرارته تزداد. لذا، ووفقاً لقانون الغاز المثالي، يجب أن يزداد ضغط الغاز قليلاً بافتراض أن كثافة الهواء لا تتغيَّر. وفي الحساب السابق، افترضنا أن المحتوى الحراري النوعي ليس تابعاً للضغط، وقد تبيَّن أن هذه الفرضية جيدة وفق المناقشة الواردة في المقطع 3.5.4.

3.5.4 تغيُّر الضغط

ليست تغيُّرات المحتوى الحراري الناجمة عن تغيُّر الضغط في النظم الطبية والحيوية بأهمية التغيرات الأخرى نفسها التي رأيناها، إلا أن مناقشتها ضرورية لاستكمال الموضوع. تذكَّر المعادلة 2.4−25 وانظر في الفرق بين ظرفي الخرج والدخل:

$$\Delta\hat{H} = \Delta\hat{U} + \Delta(P\hat{V}) \qquad (25-5.4)$$

وقد لوحظ تجريبياً في حالة السوائل والأجسام الصلبة أن الطاقة الداخلية النوعية $\hat{U}$ والحجم النوعي $\hat{V}$ مستقلان تقريباً عن الضغط. لذا تُختزل المعادلة 5.4−25 إلى ما يأتي في حالة السوائل والأجسام الصلبة:

$$\Delta\hat{H} \approx \hat{V}\,\Delta P \qquad (26-5.4)$$

وفي النظم الحيوية، لا تكون تغيُّرات الضغط ذات أهمية، ولذا لا تؤثر في $\Delta\hat{H}$.

وفي ما يخص الغازات المثالية، لا يعتمد المحتوى الحراري النوعي على الضغط، ولذا تستطيع افتراض أن $\Delta\hat{H}$ يساوي صفراً حين التعامل مع تغيُّرات الضغط. لكن هذه الفرضية تصبح غير صحيحة حينما تكون درجة حرارة الغاز المثالي تحت $0^\circ C$ أو حينما يكون ضغطه أعلى كثيراً من الضغط الجوي، وهذه حالات نادرة الحدوث في الحسابات الطبية الحيوية. راجع كتباً أكثر تقدُّماً بخصوص الغازات غير المثالية (مثل Reid RC, Prausnitz JM, and Poling BE, *The Properties of Gases and Liquids*, 1987).

4.5.4 تغيُّر الطور

تترافق التغيُّرات الطورية بتغيُّرات كبيرة نسبياً في الطاقة الداخلية والمحتوى الحراري نتيجة لانكسار وتكوُّن الروابط غير التشاركية بين الجزيئات، ومنها روابط الهيدروجين. خُذ تحوُّل الماء بين أطواره البخاري والسائل والصلب. في الطور البخاري، تتحرك جزيئات الماء بحرِّية تامة ويتصف هذا الطور بمحتوى حراري نوعي كبير. وفي الطورين السائل والصلب، تكون جزيئات الماء متراصة بكثافة. وفي الطور الصلب، لا تمتلك الجزيئات إلا قليلاً من حرية الحركة والدوران. وفق ما هو مبيَّن في الجدول 2.4، فإن المحتوى الحراري النوعي للماء السائل أصغر من ذاك الذي لبخار الماء المشبع عند $100^\circ C$.

لا يمكن معرفة القيمة الفعلية للمحتوى الحراري، ولا يتحدَّد إلا بالنسبة إلى نقطة أو حالة مرجعية (انظر المقطع 1.5.4). وفي حالة الماء، يُعرَّف المحتوى الحراري النوعي بالنسبة إلى نقطته الثلاثية، أي درجة الحرارة والضغط اللذين تجتمع فيهما أطواره الثلاثة، السائل والبخاري والصلب، في حالة توازن ($0.01^\circ C$, 0.00611bar). ويُعرَّف المحتوى الحراري النوعي للماء عند النقطة الثلاثية اعتباطياً بأنه يساوي صفراً. تذكَّر أن قيم المحتوى الحراري النوعي يمكن أن تُستعمل فقط حين حساب الفرق بين حالتين.

ويُعرَف التغيُّر في المحتوى الحراري النوعي المقترن بانتقال المادة من طور إلى آخر عند ضغط ودرجة حرارة ثابتين **بالحرارة الكامنة** (latent) في التغيُّر الطوري. وعلى غرار الحرارة المحسوسة، استعملت عبارة **حرارة** للتعبير عن تغيُّر المحتوى الحراري. وباستخراج مشابه لاستخراج المعادلة 5.4−14 نجد أن الحرارة تساوي المحتوى الحراري المقترن بتغيُّر طوري عند ظروف محدَّدة. يبيِّن الجدول 3.4 ملخصاً للانتقال بين الطورين السائل والبخاري، والصلب والسائل، والسائل والبخاري.

الجدول 2.4: المحتوى الحراري النوعي للماء عند 100 درجة مئوية وضغط يساوي الضغط الجوي.

الطور	المحتوى الحراري النوعي (J/g)
سائل مشبع	419.1
بخار مشبع	2676

الجدول 3.4: سيرورات تغيُّر الطور.

اسم السيرورة	تغيُّر المحتوى الحراري النوعي*	الطور الابتدائي	الطور الانتهائي
التبخر أو الغليان	$\Delta\hat{H}_V$	سائل	بخار
التكاثف أو التميُّع	$-\Delta\hat{H}_V$	بخار	سائل
الانصهار	$\Delta\hat{H}_M$	صلب	سائل
التجمد	$-\Delta\hat{H}_M$	سائل	صلب
التصعد	$\Delta\hat{H}_S$	صلب	بخار
التوضع	$-\Delta\hat{H}_S$	بخار	صلب

* تغيُّرات المحتوى الحراري معرَّفة في النص.

وحرارة التبخير الكامنة $\Delta\hat{H}_V$ (latent heat of vaporization) هي فرق المحتوى الحراري النوعي بين صيغتي الجنس السائلة والبخارية عند درجة حرارة وضغط معينين. وهي تصف تغيُّر المحتوى الحراري النوعي لعملية التبخُّر. يتطلب التبخير دخلاً من الطاقة (غلي إبريق ماء مثلاً). ونظراً إلى أن التكاثف هو معكوس التبخُّر، وإلى أن المحتوى الحراري هو خاصية حالة، فإن الحرارة الكامنة للتكاثف هي القيمة السالبة لحرارة التبخُّر الكامنة ($-\Delta\hat{H}_V$). لذا يتطلب تكاثف الغاز إلى سائل إزالة طاقة.

وحرارة الانصهار الكامنة ($\Delta\hat{H}_M$ latent heat of melting) هي فرق المحتوى الحراري النوعي بين صيغتي الجنس الصلبة والسائلة عند درجة حرارة وضغط معينين. ويتطلب الانصهار دخلاً من الطاقة (ذوبان مكعب من الجليد مثلاً). ونظراً إلى أن التجمُّد هو معكوس الانصهار وإلى أن المحتوى الحراري هو خاصية حالة، فإن الحرارة الكامنة للتجمُّد تساوي القيمة السالبة لحرارة الانصهار الكامنة ($-\Delta\hat{H}_M$). إن تجميد سائل ليصبح صلباً يتطلَّب إزالة طاقة.

وحرارة التصعُّد الكامنة ($\Delta\hat{H}_S$ latent heat of sublimation) هي فرق المحتوى الحراري النوعي بين الصيغتين الصلبة والبخارية لجنس عند درجة حرارة وضغط معينين.

ويتطلب التصعُّد دخلاً من الطاقة (تصعُّد مكعب من ثاني أكسيد الكربون، وهو جليد جاف، ليصبح غاز ثاني أكسيد الكربون مثلاً). ونظراً إلى أن الترسُّب هو معكوس التصعُّد، فإن **الحرارة الكامنة للترسُّب** (latent heat of deposition) تساوي القيمة السالبة لحرارة الانصهار الكامنة ($-\Delta\hat{H}_S$). ولا يهتم هذا الكتاب بتغيُّرات المحتوى الحراري المقترنة بتغيرات الطور بين الحالة الصلبة والبخارية، وبين الأطوار الصلبة المختلفة.

المختصر المفيد هو أن الحرارة الكامنة هي تابع لكل من درجة الحرارة والضغط. ويمكن لها أن تتغير عملياً كثيراً مع تغير درجة الحرارة، لكن تبعيتها للضغط ضعيفة جداً. ومعظم جداول الحرارة الكامنة معطاة عند ضغط يساوي الضغط الجوي (وتسمى الحرارة الكامنة المعيارية). يحتوي الملحق ج.4 على قيم الحرارة الكامنة لبضعة مركَّبات مهمة في تطبيقات الهندسة الحيوية. تنبّه حين استعمال هذه الجداول إلى درجة الحرارة التي تبحث عندها عن الحرارة الكامنة.

المثال 7.4 تبخر الماء عند درجة الحرارة $37\,^{\circ}\mathrm{C}$

مسألة: احسب تغيُّر المحتوى الحراري للغرام الواحد من الماء حين تبخره عند $37\,^{\circ}\mathrm{C}$.

الحل: يمكن حل هذه المسألة بطريقتين. تتضمن الأولى استعمال حرارة تبخُّر الماء الكامنة عند $37\,^{\circ}\mathrm{C}$، وهي معطاة في الملحق ج.5 وتساوي $2414\,\mathrm{kJ/kg}$. **(ملاحظة:** ثمة حاجة إلى الاستقراء بين $36\,^{\circ}\mathrm{C}$ و $38\,^{\circ}\mathrm{C}$). ومنه تكون حرارة تبخُّر الماء الكامنة المطلوبة:

$$\hat{H}_V = 2414\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}}\left(\frac{1\,\mathrm{cal}}{4.184\,\mathrm{J}}\right) = 577\,\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{g}}$$

وتتطلب الطريقة الثانية استعمال مسار افتراضي. إذا كانت حرارة تبخُّر الماء معروفة عند $100\,^{\circ}\mathrm{C}$ فقط (عند درجة الغليان)، أمكنك حساب الحرارة عند $37\,^{\circ}\mathrm{C}$ باستعمال المسار الافتراضي الآتي (الشكل 11.4):

$$\Delta\hat{H} = \Delta\hat{H}_1 + \Delta\hat{H}_2 + \Delta\hat{H}_3$$

حيث إن ΔH_1 هو تغيُّر المحتوى الحراري النوعي المقترن برفع درجة حرارة الماء من $37\,^{\circ}\mathrm{C}$ حتى $100\,^{\circ}\mathrm{C}$، و ΔH_2 هو تغيُّر المحتوى الحراري النوعي المقترن بتبخر الماء عند $100\,^{\circ}\mathrm{C}$، و ΔH_3 هو تغيُّر المحتوى الحراري النوعي لتبريد الماء من $100\,^{\circ}\mathrm{C}$ حتى $37\,^{\circ}\mathrm{C}$.

في ما يخص الماء السائل، ليست السعة الحرارية C_p تابعة لدرجة الحرارة، وهي ثابتة:

$$\Delta\hat{H}_1 = C_p(T_2 - T_1) = \left(75.4\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot^\circ\text{C}}\right)\left(\frac{1\text{mol}}{18\text{g}}\right)\left(\frac{1\text{cal}}{4.184\text{J}}\right)(100^\circ\text{C} - 37^\circ\text{C}) = 63.1\frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

وحرارة تبخر الماء عند $100\,^\circ\text{C}$ معطاة في الملحق ج.5:

الشكل 11.4: مسار افتراضي لتغيُّر المحتوى الحراري المقترن بتبخُّر الماء عند $37\,^\circ\text{C}$.

$$\Delta\hat{H}_2 = \left(2257\frac{\text{J}}{\text{g}}\right)\left(\frac{1\text{cal}}{4.184\,\text{J}}\right) = 539\frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

والثوابت اللازمة لحساب C_p التابعة لدرجة حرارة بخار الماء معطاة في الجدول 1.4. وحين تبريد بخار الماء حتى $37\,^\circ\text{C}$، يكون تغيُّر المحتوى الحراري النوعي:

$$\Delta\hat{H}_3 = \int_{100^\circ\text{C}}^{37^\circ\text{C}} C_p(T)\,dT = \int_{100^\circ\text{C}}^{37^\circ\text{C}} (a + bT + cT^2 + dT^3)\,dT$$

$$= \int_{100^\circ\text{C}}^{37^\circ\text{C}} (33.46 + 0.688\times10^{-2}T + 0.7604\times10^{-5}T^2 - 3.593\times10^{-9}T^3)\,dT \quad \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$= -2140\frac{\text{J}}{\text{mol}}\left(\frac{1\ \text{mol}}{18\ \text{g}}\right)\left(\frac{1\ \text{cal}}{4.184\ \text{J}}\right) = -28.4\frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

ويساوي التغيُّر الكلي في المحتوى الحراري النوعي مجموع القيم الناتجة في خطوات المسار الافتراضي الثلاث:

$$\Delta\hat{H} = \Delta\hat{H}_1 + \Delta\hat{H}_2 + \Delta\hat{H}_3 = 63.1\frac{\text{cal}}{\text{g}} + 539\frac{\text{cal}}{\text{g}} - 28.4\frac{\text{cal}}{\text{g}} = 574\frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

وبناءً عليه تساوي الحرارة الكامنة لتبخُّر الماء عند $37\,^\circ\text{C}$، والمحسوبة باستعمال مسار افتراضي، $574\,\text{cal/g}$، وهي قريبة جداً من القيمة المحسوبة بالطريقة الأولى ($577\,\text{cal/g}$).

5.5.4 مفاعيل المزج

في المحاليل أو المزائج المثالية المكوَّنة من عدة مركَّبات، تُعطى الخواص الترموديناميكية للمزيج بالجمع البسيط لإسهامات المكوِّنات الإفرادية. أما حين مزج المحاليل الحقيقية، فتتكسَّر الروابط بين الجزيئات المتجاورة في المحاليل القديمة، وتتكوَّن روابط جديدة بين المكوِّنات الممزوجة. وفي هذه المحاليل، يحصل امتصاص أو تحرير للطاقة عادة، وهذا ما يؤدي إلى تغيُّر في محتوى المزيج الحراري. على سبيل المثال، تنطلق طاقة على شكل حرارة عند تمديد حمض الكبريت أو حمض كلور الماء بالماء. ولأخذ تغيُّر المحتوى الحراري في الحسبان حين إضافة محلول تمديد إلى سائل، قد تكون ثمة حاجة إلى إضافة خطوة أخرى إلى المسار الافتراضي.

وتُعرَّف **حرارة الانحلال** ($\Delta\hat{H}_{sol}$ heat of solution) بأنها تغيُّر المحتوى الحراري لسيرورة يُذاب فيها مول واحد من مادة قابلة للانحلال (غازية أو صلبة) في مقدار محدد من مذيب سائل عند درجة حرارة ثابتة T. وعندما يصبح مقدار المذيب كبيراً، تقترب $\Delta\hat{H}_{sol}$ من قيمة حدِّية تسمى حرارة الانحلال عند تمديد لانهائي. وتدل **حرارة المزج** (heat of mixing) على حالة مزج سائلين. إن حساب تغيُّر المحتوى الحراري حين مزج سائلين مشابه لذاك الذي للمحلول، وثمة قيم لحرارة المحلول والمزيج في كتب أخرى مختلفة (Perry RH and Green D, *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed., 1984.)

وفي معظم السيرورات الحيوية، لا تنجم تغيُّرات مهمة في المحتوى الحراري عن حرارة المزج وحرارة الانحلال. إذ إن معظم المحاليل داخل الجسم الحي وخارجه هي مزائج مائية ممددة. على سبيل المثال، يتألف أكثر من 70 في المئة من جسمك من الماء الذي تذوب فيه البروتينات والسكريات والدهون بتراكيز منخفضة. والمفاعل الحيوي هو مثال آخر أيضاً. ومعظم المغذِّيات ومحاليل الفضلات في المرق المائي تكون منخفضة التركيز. لذا لن يكون ثمة مزيد من النقاش لحرارة المزج وحرارة الانحلال في هذا الكتاب.

6.4 النظم المفتوحة المستقرة الخالية من الطاقتين الكامنة والحركية

خُذْ منظومة لاتفاعلية مفتوحة مع حركة للمادة عبر حدود المنظومة. إذا عبرت المادة الحدود، كان ثمة عمل متدفق، وأمكن استعمال صيغ معادلة انحفاظ الطاقة التي تتضمن المحتوى الحراري. وفي كثير من النظم الحيوية والحيوية الطبية، وعلى وجه الخصوص تلك التي تتضمن تفاعلات كيميائية، لا تحصل حركة عالية السرعة، أو تغيُّرات كبيرة في الارتفاع أو في الموضع

في حقل كهرومغنطيسي. لذا نتعامل مع فئة من المسائل التي نفترض أن تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية فيها مهملة. وفي الحالة المستقرة، تكون جميع خصائص المنظومة لامتغيرة مع الزمن، ولذا لا تتغير الطاقة الكلية فيها ولا تتراكم. خذ منظومة مستقرة لاتفاعلية لا يحصل فيها تغيُّر في الطاقتين الحركية والكامنة. حينئذٍ يمكن اختزال المعادلتين 3.4−10 و3.4−17 إلى:

$$\sum_i \dot{m}_i \hat{H}_i - \sum_j \dot{m}_j \hat{H}_j + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (1-6.4)$$

$$\sum_i m_i \hat{H}_i - \sum_j m_j \hat{H}_j + \sum Q + \sum W_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (2-6.4)$$

تعاريف المتغيِّرات معطاة في المقطع 3.4.

تذكَّر أن الرمز Δ يُستعمل لتمثيل الفروقات بين قيم الخرج (الدليل *j*) وقيم الدخل (الدليل *i*). من تعريف معدَّل تغيُّر المحتوى الحراري $\Delta\dot{H}$ (المعادلة 5.4−2)، وتغيُّر المحتوى الحراري ΔH (المعادلة 5.4−8)، تُختزل المعادلتان 6.4−1 و6.4−2 إلى:

$$-\Delta\dot{H} + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (3-6.4)$$

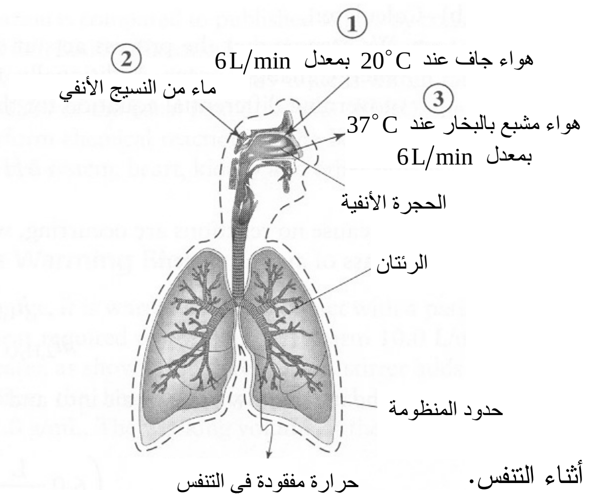
$$-\Delta H + Q + W_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (4-6.4)$$

يجعلنا هذا نستغني عن قيم المحتوى الحراري النوعي الفعلية الموجودة في المعادلتين 6.4−1 و6.4−2 وذلك باستعمال الفروق بين قيم تيارات الخرج والدخل.

ناقشنا في المقطع 5.4، كيفية حساب تغيُّر المحتوى الحراري النوعي للنظم اللاتفاعلية التي تتضمن مكونات تتغير مع درجة الحرارة والضغط والطور. **وعملياً، تفيد طرائق المقطع 5.4 في حساب تغيرات المحتوى الحراري النوعي التي يمكن استعمالها بعدئذ في صيغتي معادلة انحفاظ الطاقة الكلية 6.4−3 و6.4−4.**

المثال 8.4 ضياع الحرارة أثناء التنفس

مسألة: قدِّر الضياع الحراري أثناء التنفس. افترض أن الشخص العادي يتنفس نحو $6\,\text{L/min}$ من الهواء الجاف تماماً عند الدرجة 20°C، وأن هواء الزفير مشبع ببخار الماء وأن درجة حرارته تساوي 37°C.



الشكل 12.4: ترطيب وتدفئة الهواء أثناء التنفس.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب: معدَّل ضياع الحرارة أثناء التنفس.

(ب) المخطط: نُمذج جهاز التنفس بحدود المنظومة التي تمثل بطانة النسج في الرئتين (الشكل 12.4). يمثِّل التيار 1 الهواء الجاف الداخل بدرجة $20^\circ C$، ويمثل التيار 3 هواء الزفير المشبع (الذي يحمل أكبر قدر ممكن من الماء عند درجة حرارة وضغط معينين) بدرجة $37^\circ C$. ويمثل التيار 2 الماء المتبخر من النسيج الأنفي الذي يُدخِل الهواء إلى المنظومة.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- السيرورة تعمل في الحالة المستقرة.
- لا يوجد عمل غير متدفق.
- تغيرات الطاقتين الكامنة والحركية مهملة.
- لا توجد تفاعلات.
- يسلك الهواء سلوك الغاز المثالي بوجود وغياب بخار الماء. هذا ينطوي على أن المحتوى الحراري لا يتأثَّر بتغيُّرات الضغط.
- معدَّلا تدفق كتلة الهواء، باستثناء الماء، في الشهيق والزفير متساويان.

(ب) بيانات إضافية:

- الوزن الجزيئي للهواء يساوي $28.84\,\mathrm{g/mol}$.
- كثافة الهواء تساوي $0.0012\,\mathrm{g/cm^3}$.
- الرطوبة المولية لبخار الماء المشبع عند $37^\circ\mathrm{C}$ تساوي 6.7 في المئة. لذا يكون ثمة $0.041\mathrm{g}$ تقريباً من الماء في $1\mathrm{g}$ من الهواء الجاف حينما يكون مشبعاً.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- الوحدات: $^\circ\mathrm{C}$, cal, g, min, mol.

(ث) الأساس: يُحسب أساس تيار الدخل باستعمال معدَّل تدفق الدخل $6\,\mathrm{L/min}$:

$$\dot{m}_1 = \dot{V}\rho = \left(6\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{min}}\right)\left(0.0012\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}\right)\left(\frac{1000\,\mathrm{cm^3}}{1\mathrm{L}}\right) = 7.2\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{min}}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: استُعملت في المسألة معدَّلات تدفق المادة، لذا سنستعمل المعادلات التفاضلية لانحفاظ الكتلة والطاقة الكلية:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \frac{dm^{sys}}{dt}$$

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{k,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{k,j} + \hat{H}_j)$$
$$+\sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

(ب) الحساب:

- نفترض أن السيرورة تعمل في الحالة المستقرة، وأنه لا تحصل تغيُّرات في الطاقتين الكامنة والحركية، وأنه لا يوجد عمل غير متدفق، وهذا يمكِّننا من اختزال المعادلة التفاضلية لانحفاظ الطاقة الكلية إلى:

$$-\Delta\dot{H} + \sum \dot{Q} = 0$$

- ونظراً إلى عدم وجود تفاعل، يمكننا كتابة معادلات موازنة كتلة أو مولات الهواء والماء:

$$\dot{n}_{1,\text{air}} - \dot{n}_{3,\text{air}} = 0$$
$$\dot{m}_{2,\mathrm{H_2O}} - \dot{m}_{3,\mathrm{H_2O}} = 0$$

- يُحسب معدَّل التدفق المولي للهواء في دخل وخرج المنظومة وفق الآتي:

$$\dot{n}_{1,\text{air}} = \dot{n}_{3,\text{air}} = \frac{\dot{V}\rho}{M} = \frac{\left(6.0\,\frac{\text{L}}{\text{min}}\right)\left(\frac{0.012\,\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(\frac{1000\,\text{cm}^3}{\text{L}}\right)}{28.84\,\frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0.25\,\frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

- نظراً إلى أن الهواء المشبع ببخار الماء عند 37°C يحمل $0.041g$ من الماء لكل $1.0g$ من الهواء الجاف، يمكننا حساب معدَّل تدفق كتلة الماء في تيار الخرج مستعملين معدَّل تدفق الكتلة أساساً:

$$\dot{m}_{3,\text{H}_2\text{O}} = \left(0.041\frac{\text{g H}_2\text{O}}{\text{g air}}\right)\left(7.2\frac{\text{g H}_2\text{O}}{\text{min}}\right) = 0.295\frac{\text{g H}_2\text{O}}{\text{min}}$$

هواء جاف
20°C
$\Delta\hat{H}$
المسار الكلي
هواء مشبع
37°C
$\Delta\hat{H}_{\text{warm}}$
$\Delta\hat{H}_{\text{vap}}$
هواء جاف، ماء
37°C
مسار افتراضي

الشكل 13.4: مسار افتراضي لتغيُّر المحتوى الحراري المقترن بتسخين الهواء وتبخير الماء عند 37°C أثناء التنفس.

- يتألف مسار افتراضي لنمذجة تغيُّر المحتوى الحراري عبر المنظومة من خطوتين: (أ) تسخين الهواء الجاف من 20°C حتى 37°C، (ب) تبخير الماء عند 37°C (الشكل 13.4). يساوي معدَّل تغيُّر المحتوى الحراري:

$$\Delta\dot{H} = \Delta\dot{H}_{\text{warm}} + \Delta\dot{H}_{\text{Vap}}$$

تذكَّر من المثال 6.4 أن $\Delta\hat{H}_{\text{warm}} = 494\ \text{J/mol}$. ومنه:

$$\Delta\dot{H}_{\text{warm}} = \dot{n}_{3,\text{air}}\,\Delta\hat{H}_{\text{warm}} = \left(0.25\frac{\text{mol}}{\text{min}}\right)\left(494\frac{\text{J}}{\text{mol}}\right) = 124\frac{\text{J}}{\text{min}}$$

وقد حُسب تبخُّر الماء عند 37°C في المثال 7.4. والحرارة الكامنة للتبخُّر $\Delta\hat{H}_{\text{vap}}$ عند 37°C تساوي $577\,\text{cal/g}$. لذا:

$$\Delta\dot{H}_{\text{vap}} = \dot{m}_{3,\text{H}_2\text{O}}\,\Delta\hat{H}_{\text{vap}} = \left(0.295\frac{\text{g}}{\text{min}}\right)\left(577\frac{\text{cal}}{\text{g}}\right)\left(\frac{4.184\,\text{J}}{\text{cal}}\right) = 712\frac{\text{J}}{\text{min}}$$

- بعدئذٍ يمكننا استعمال المعادلة المختزلة لتحديد الطاقة التي تتطلبها عملية التسخين والتبخير:

$$\sum \dot{Q} = \Delta \dot{H} = \Delta \dot{H}_{\text{warm}} + \Delta \dot{H}_{\text{vap}} = 124 \frac{\text{J}}{\text{min}} + 712 \frac{\text{J}}{\text{min}} = 836 \frac{\text{J}}{\text{min}}$$

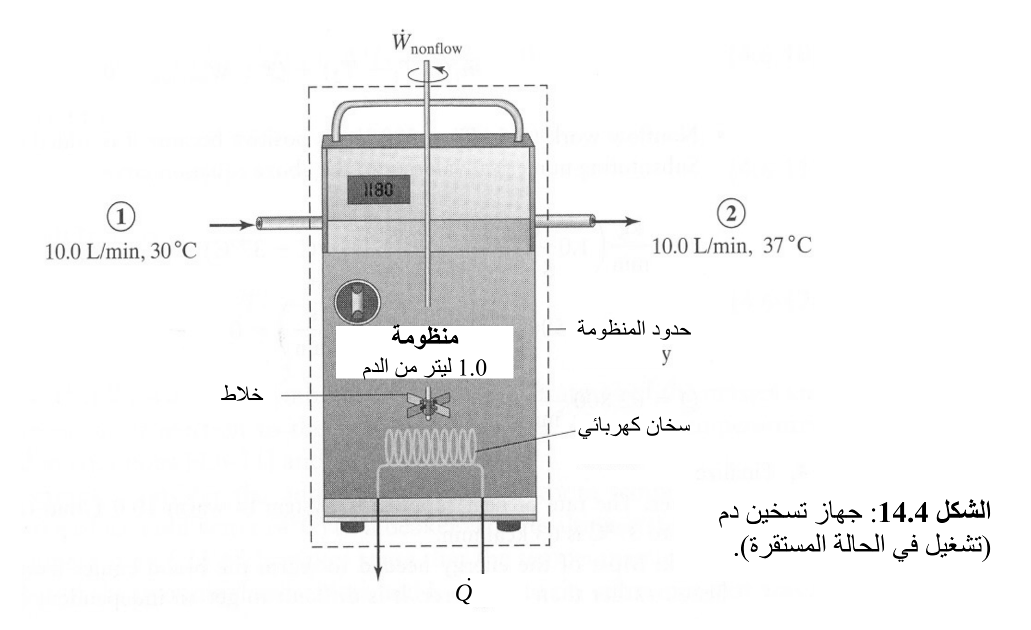
4. النتيجة

(أ) الجواب: يساوي معدّل ضياع الحرارة أثناء التنفس 836 J/min. ويساوي ضياع الحرارة المحسوسة 124 J/min. ويساوي ضياع الحرارة الناجم عن تبخُّر الماء 712 J/min . لاحظ أن ضياع الحرارة الناجم عن تبخُّر الماء يساوي نحو ستة أمثال ذاك المصروف على تدفئة الهواء.

(ب) التحقُّق: إن قيم الطاقة المفقودة أثناء التنفس قريبة من تلك المنشورة في كتاب من كتب علم الوظائف الحيوية (Guyton and Hall, 2000). والقيمة المحسوبة 836 J/min تكافئ تقريباً القيمة 200 cal/min أو 288 k cal/day ، وهذه قيمة تقع ضمن مجال القيم المنشورة وتمثل 16–18 في المئة من معدّل الاستقلاب الأساسي، أي الطاقة الصغرى اللازمة لحصول تفاعلات كيميائية في الجسم والحفاظ على الأنشطة الأساسية للجهاز العصبي المركزي والقلب والكليتين والأعضاء الأخرى.

المثال 9.4 الحرارة اللازمة لتدفئة الدم

مسألة: نظراً إلى تجميد الدم قبل خزنه، يُدفَّأ قبل إعطائه للمريض لدرء انخفاض درجة حرارته. احسب معدّل الحرارة اللازمة لتدفئة 10.0 L/min من الدم باستمرار من 30°C حتى 37°C باستعمال سخان كهربائي وفق ما هو مبين في الشكل 14.4. يضيف خلاَّط عملاً إلى المنظومة بمعدّل 0.50 kW . افترض أن السعة الحرارية للدم ثابتة وتساوي $1.0 \text{ cal/(g} \cdot {}^\circ\text{C)}$، وأن كثافته تساوي 1.0 g/mL، وأن حجم وعاء التسخين الفعال يساوي ليترا واحداً.



الشكل 14.4: جهاز تسخين دم (تشغيل في الحالة المستقرة).

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب معدَّل التسخين اللازم لتدفئة $10.0\,L/min$ من الدم من $30\,^\circ C$ حتى $37\,^\circ C$.

(ب) المخطط: يظهر الشكل 14.4 جهاز تدفئة الدم. يدخل الدم السخان ويخرج منه بمعدَّل $10.0\,L/min$. ويُضاف عمل وحرارة إلى المنظومة.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- محتويات الوعاء ممزوجة جيداً، لذا فإن مواصفات المحتويات تماثل تلك التي لتيار الخرج (أي إن درجة الحرارة في الوعاء وفي تيار الخرج 2 تساوي $37\,^\circ C$).
- لا تعتمد سعة الدم الحرارية C_p على درجة الحرارة.
- كثافة الدم ρ ثابتة.
- لا يوجد تبخُّر.
- الحرارة المفقودة في المحيط مهملة.
- المنظومة تعمل في الحالة المستقرة.
- تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية مهملة.
- لا توجد تفاعلات.

(ب) بيانات إضافية: لا حاجة إلى بيانات أخرى.

(ت) المتغيِّرات والرموز والوحدات:

- T_1: درجة حرارة تيار الدخل.
- T_2: درجة حرارة تيار الخرج وداخل الوعاء.
- الوحدات: $^\circ$C, cal, g, min.

(ث) الأساس: نظراً إلى افتراض أن كثافة الدم تساوي $1.0\,\text{g/mL}$، يمكننا استعمال معدّل تدفق الدخل $10.0\,\text{L/min}$ من الدم في التيار 1 للحصول على أساس يساوي $10.0\,\text{kg/min}$.

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى أن المعطيات هي معدلات تدفق مادة وعمل، فإن معادلتي انحفاظ الكتلة والطاقة الكلية التفاضليتين هما الملائمتان للاستعمال هنا:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \frac{dm^{sya}}{dt}$$

$$\sum_i \dot{m}_i(\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j(\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

(ب) الحساب:

- نظراً إلى افتراضنا أن السيرورة لاتفاعلية وأن المنظومة تعمل في حالة مستقرة، يكون معدَّلا تدفق كتلة الدم في الخرج والدخل مساويين للأساس:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 10.0\frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

- ونظراً إلى أن المنظومة تعمل في الحالة المستقرة، وإلى أن تغيرات الطاقتين الكامنة والحركية مهملة، تُستعمل هنا معادلة موازنة الطاقة في الحالة المستقرة (**ملاحظة:** صحيحٌ أن تياري الدخل والخرج يسهمان في الطاقة الحركية، إلا أن تغيُّر الطاقة الحركية يساوي صفراً لأن معدَّلَيْ الدخل والخرج متساويان). ولا يوجد سوى مصدر واحد لكل من الحرارة والعمل:

$$\dot{m}_1\hat{H}_1 - \dot{m}_2\hat{H}_2 + \dot{Q} + \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0$$

- في ما يخص تيارَي الدخل والخرج:

$$\dot{m}_1\hat{H}_1 = \dot{m}_1 C_p (T_1 - T_{\text{ref}})$$
$$\dot{m}_2\hat{H}_2 = \dot{m}_2 C_p (T_2 - T_{\text{ref}})$$

حيث إن T_{ref} هي درجة حرارة مرجعية ما. لاحظ أن $\hat{H}_{\text{ref}}$ قد أُسقط من المعادلة لأننا نفترض أنه يساوي صفراً. بتعويض هاتين المعادلتين في معادلة الطاقة المختزلة ينتج:

$$\dot{m}_1 C_p (T_1 - T_{\text{ref}}) - \dot{m}_2 C_p (T_2 - T_{\text{ref}}) + \dot{Q} + \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0$$

- ونظراً إلى أن $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$، يمكن تبسيط المعادلة السابقة لتصبح:

$$\dot{m}_1 C_p (T_1 - T_2) + \dot{Q} + \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0$$

- إن قيمة العمل غير المتدفق ($0.5\,\text{kW} = 500\,\text{J/s}$) موجبة لأنه يُضاف إلى المنظومة. بالتعويض في المعادلة السابقة ينتُج:

$$10.0\frac{\text{kg}}{\text{min}}\left(1.0\frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot{}^\circ\text{C}}\right)\left(1000\frac{\text{g}}{\text{kg}}\right)(30^\circ\text{C} - 37^\circ\text{C})$$
$$+\dot{Q} + 500\frac{\text{J}}{\text{s}}\left(\frac{0.239\,\text{cal}}{\text{J}}\right)\left(\frac{60\,\text{s}}{\text{min}}\right) = 0$$
$$\dot{Q} = 62800\frac{\text{cal}}{\text{min}}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: معدَّل الحرارة المقدَّمة إلى المنظومة لتدفئة $10.0\,\text{L/min}$ من الدم من $30\,^\circ\text{C}$ حتى $37\,^\circ\text{C}$ يساوي $63\,\text{kcal/min}$.

(ب) التحقُّق: يأتي معظم الطاقة اللازمة لتدفئة الدم من السخان الكهربائي، لا من الخلاط. ومن الصعب إجراء تدقيق مستقل في الجواب الناتج.

تضمَّن المثالان السابقان معادلات تفاضلية احتوت على حدود حرارة أو عمل أو كليهما. وتنطبق حالة خاصة من الصيغة الجبرية لمعادلة انحفاظ الطاقة على المنظومة المفتوحة اللاتفاعلية التي تعمل في حالة مستقرة ولا توجد فيها إسهامات من الحرارة والعمل. ونظراً إلى عدم تبادل حرارة، تُعتبر المنظومة كظومة.

افترض أنه لديك كتلة m_1 درجة حرارتها T_1. وتُضاف إليها كتلة m_2 من مادة مماثلة درجة حرارتها T_2. والسعتان الحراريتان للكتلتين متساويتان تساويان C_p. ولحساب درجة حرارة

الكتلتين معاً (m_1+m_2)، تخيَّل أن الكتلتين وُضعتا في المنظومة معاً وأن الكتلة الناتجة عن ضمهما معا خرجت من المنظومة.

تُختزل المعادلة الجبرية:

$$\sum_i (E_{P,i}+E_{K,i}+H_i)-\sum_j (E_{P,j}+E_{K,j}+H_j)+Q+W_{\text{nonflow}}=E_{T,\text{f}}^{\text{sys}}-E_{T,0}^{\text{sys}} \quad (5-6.4)$$

في حالة المنظومة التي تعمل في الحالة المستقرة من دون حرارة أو عمل أو تغيرات في الطاقتين الكامنة والحركية إلى:

$$\sum_i H_i-\sum_j H_j=\Delta H=0 \quad (6-6.4)$$

ويُكتب تغيُّر المحتوى الحراري للكتلة m_1 كالآتي:

$$\Delta H_1=m_1 C_p (T_1-T_{\text{ref}}) \quad (7-6.4)$$

حيث إن T_{ref} درجة حرارة مرجعية ما. وفي ما يخص الكتلة m_2:

$$\Delta H_2=m_2 C_p (T_2-T_{\text{ref}}) \quad (8-6.4)$$

ويكون تغيُّر المحتوى الحراري للكتلة الناتجة (m_1+m_2):

$$\Delta H_3=(m_1+m_2) C_p (T_3-T_{\text{ref}}) \quad (9-6.4)$$

حيث إن ΔH_3 و T_3 هما تغيُّر المحتوى الحراري ودرجة حرارة الكتلة المضمومة. بافتراض أن السعة الحرارية للكتلة المضمومة تساوي تلك التي للكتلتين الأصليتين، يكون التغيُّر الكلي في المحتوى الحراري:

$$\Delta H=\Delta H_1+\Delta H_2-\Delta H_3=0 \quad (10-6.4)$$

وتُختزل هذه المعادلة إلى:

$$m_1 T_1+m_2 T_2=(m_1+m_2) T_3 \quad (11-6.4)$$

ومنها تكون درجة الحرارة T_3:

$$T_3=\frac{m_1 T_1+m_2 T_2}{m_1+m_2} \quad (12-6.4)$$

ليس مستغرباً أن تكون T_3 تركيباً خطياً من درجتي حرارة الكتلتين الداخلتين إلى المنظومة متناسباً مع كتلتيهما. يجب استعمال درجات الحرارة المطلقة في المعادلتين 6.4−11 و6.4−12.

على سبيل المثال، تأمل في وضع 100g من ماء عند درجة حرارة الغرفة (25°C)

مع $10\,g$ من ماء شديد البرودة ($4\,^\circ C$) في إناء. تكون كتلة المنظومة الناتجة $110\,g$ من الماء الذي تساوي درجة حرارته $23\,^\circ C$. ليس مستغرباً أن تكون درجة حرارة المزيج بين درجتي حرارة المادتين الأصليتين، وأن تكون أقرب إلى درجة حرارة المادة ذات أكبر إسهام في كتلة المنظومة.

7.4 النظم المفتوحة المستقرة ذات التغيرات في الطاقتين الكامنة والحركية

في بعض الحالات الهندسية، تكون تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية كبيرة، ويحصل هذا مثلاً عندما تكون المادة ذات سرعة عالية أو عندما تكون تغيرات ارتفاع أو موقع المادة في حقل محافظ كبيرة. في الحالة المستقرة، لا تتراكم طاقة كلية في المنظومة. انظر في الحالة المستقرة عندما تكون ثمة تغيُّرات في الطاقتين الكامنة والحركية. حينئذٍ، يمكن اختزال الصيغتين التفاضلية $(3.4-10)$ والجبرية $(3.4-17)$ لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية لتصبحا:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (1-7.4)$$

$$\sum_i m_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j m_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j) + Q + W_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (2-7.4)$$

حيث إن:

$$\hat{E}_P = g\,h \qquad (3-7.4)$$

$$\hat{E}_K = \frac{1}{2} v^2 \qquad (4-7.4)$$

و g هو ثابت التسارع الثقالي، و h هو الارتفاع بالنسبة إلى مستوٍ مرجعي، و v هي السرعة. وحينما لا تحصل تغيُّرات في المحتوى الحراري بسبب تغيُّرات في درجة الحرارة أو الضغط أو الطور عبر المنظومة، ولا تحصل تفاعلات كيميائية، تُختزل المعادلتان 7.4−1 و7.4−2 إلى:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i}) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j}) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (5-7.4)$$

$$\sum_i m_i(\hat{E}_{P,i}+\hat{E}_{K,i})-\sum_j m_j(\hat{E}_{P,j}+\hat{E}_{K,j})+Q+W_{\text{nonflow}}=0 \qquad (6-7.4)$$

افترضنا في هاتين المعادلتين أيضاً عدم وجود عمل متدفق.

إذا كان العمل المتدفق كبيراً، أو كانت تغيُّرات الضغط أو الكثافة بين الدخل والخرج كبيرة، يمكن استخراج المعادلتين الآتيتين بدءاً من المعادلتين 1−7.4 و2−7.4. نفترض هنا عدم حصول تغيُّرات في الطاقة الداخلية:

$$\sum_i \dot{m}_i(\hat{E}_{P,i}+\hat{E}_{K,i}+\frac{P_i}{\rho_i})-\sum_j \dot{m}_j(\hat{E}_{P,j}+\hat{E}_{K,j}+\frac{P_j}{\rho_j})+\sum\dot{Q}+\sum\dot{W}_{\text{nonflow}}=0 \qquad (7-7.4)$$

$$\sum_i (E_{P,i}+E_{K,i}+\frac{P_i}{\rho_i})-\sum_j (E_{P,j}+E_{K,j}+\frac{P_j}{\rho_j})+Q+W_{\text{nonflow}}=0 \qquad (8-7.4)$$

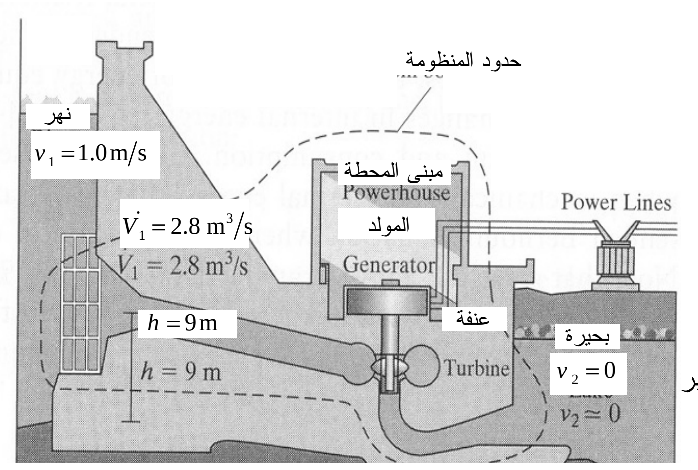
المثال 10.4 الطاقة الكهرومائية

مسألة: تحوّل المحطات الكهرومائية طاقة الماء المتحرك إلى كهرباء. ومن مزايا هذه المحطات مقارنة بالمحطات الشائعة التي تُغذّى بالفحم الحجري هو أن الانبعاثات التي تنحل في الأمطار الحمضية (ثاني أكسيد الكبريت وأكاسيد النتروجين) تكون أقل كثيراً. يمكن للمحطات الكهرومائية أن تبنى على سدود أو في مجاري أنهار سريعة التدفق أو على الشلالات لتوليد الكهرباء. غير أن أحد مثالب هذه المحطات هو أنها يمكن أن تؤذي الأحياء المائية في النهر الذي تبنى عليه المحطة.

افترض أن نهراً يتدفق عبر محطة طاقة كهرومائية بسرعة $1.0\,\text{m/s}$. وبعد الخروج من المحطة، ينفتح على بحيرة كبيرة وتنخفض سرعته حتى $0\,\text{m/s}$ تقريباً، فإذا تدفق الماء عبر المحطة بمعدّل $2.8\ \text{m}^3/\text{s}$، وكان ذا رأس يساوي $9\ \text{m}$، فما هو مقدار الطاقة التي يمكن توليدها نظرياً؟ (يُستعمل المصطلح **رأس** لوصف المسافة الشاقولية للسائل أو ارتفاعه فوق مستوٍ مرجعي).

في هذه الحالة، لا يُولَّد إلا $190\ \text{kW}$ من الاستطاعة أو القدرة الكهربائية. ويُقدَّر مردود المحطة بنسبة الطاقة الفعلية التي تُحوِّلها إلى مقدار الطاقة الأمثلي أو الأعظمي الذي يمكن توليده. ما هو مردود هذه المحطة الكهرومائية؟ فكِّر مليًّا ببضعة من الأسباب التي لا تسمح لمردود

المحطة بأن يساوي 100 في المئة.



الشكل 15.4: تدفق الماء عبر محطة طاقة كهرومائية.

الحل: يدخل الماء منظومة محطة الطاقة بسرعة $1.0\ \text{m/s}$ بمعدَّل تدفق حجمي يساوي $2.8\ \text{m}^3/\text{s}$. ويخرج الماء من المنظومة ليدخل البحيرة. ويبين الشكل 15.4 مخطط المنظومة. ونفترض أن المنظومة في حالة مستقرة وأنها عديمة الاحتكاك، وأن طاقتها الداخلية لا تتغيَّر، وأنه لا يحصل نقل حراري عبر حدود المنظومة. وهدفنا هو حساب الطاقة (العمل) التي يمكن توليدها نظرياً بتغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية للماء، إضافة إلى مردود المحطة.

معدَّل تدفق الكتلة في الدخل يساوي:

$$\dot{m}_1 = 2.8\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\left(100\frac{\text{cm}}{\text{m}}\right)^3\left(1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(\frac{1\text{kg}}{1000\text{g}}\right) = 2800\frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

وبناءً على الافتراضات الواردة في نص المسألة، تُختزل المعادلة 7.4−5 إلى:

$$\dot{m}_1(\hat{E}_{P,1} + \hat{E}_{K,1}) - \dot{m}_2(\hat{E}_{P,2} + \hat{E}_{K,2}) + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0$$

ويساوي التغيُّر في الطاقة الثقالية الكامنة:

$$\hat{E}_{P,1} - \hat{E}_{P,2} = g(h_1 - h_2) = \left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(9.0\,\text{m} - 0) = 88.3\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

لاحظ أننا قد افترضنا أن الارتفاع المرجعي يساوي الصفر. ويساوي التغيُّر في الطاقة الحركية:

$$\hat{E}_{K,1}-\hat{E}_{K,2}=\frac{1}{2}(v_1^2-v_2^2)=\frac{1}{2}\left(\left(1.0\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2-0\right)=0.5\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

لاحظ أن تغيُّر الطاقة الكامنة أكبر كثيراً من تغيُّر الطاقة الحركية.

ونظراً إلى أن المنظومة في حالة مستقرة، فإن $\dot{m}_1=\dot{m}_2$، ولذا يساوي العمل غير المتدفق:

$$\begin{aligned}\dot{W}_{\text{nonflow}} &= -\dot{m}_1\left((\hat{E}_{P,1}-\hat{E}_{P,2})+(\hat{E}_{K,1}-\hat{E}_{K,2})\right)\\ &= -2800\ \frac{\text{kg}}{\text{s}}\left(88.3\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}+0.5\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right)=-248\,\text{kW}\end{aligned}$$

ونظراً إلى أن قيمة العمل غير المتدفق سالبة، تكون المنظومة قد بذلت عملاً لمصلحة المحيط. وهذا أمر طبيعي لأن المحطة الكهرومائية مصممة لتوليد طاقة. إذا كان ما تُنتجه المحطة 190 kW من الطاقة، كان مردودها:

$$\eta=\frac{190\ \text{kW}}{248\ \text{kW}}(100)=76\%$$

يكمن أحد أسباب انخفاض مردود المحطة في الفقد الناجم عن الاحتكاك أو التسخين. يُضاف إلى ذلك أن بعض الطاقة يمكن أن يُستهلك في التجهيزات الكهربائية، وهذا ما يؤدي إلى تخفيض إضافي لمقدار الطاقة المعطى إلى المحيط. غير أنه بالمقارنة، تتصف محطات الطاقة التي تعتمد على طاقة البخار، ومنها تلك التي تستعمل الفحم الحجري وقوداً، بمردود أقل، إذ إنها تفقد مقداراً كبيراً من الطاقة حين تسخين الماء وتحويله إلى بخار.

الخلاصة هي أن مردود المحطة يساوي 76 في المئة، وأنها تُنتِج 190 kW من الكهرباء من الـ 248 kW المتاحة. ويأتي معظم الطاقة من فرق الطاقة الكامنة التي تمثل القوة المحركة الرئيسة في معظم محطات الطاقة الكهرومائية.

لنقارن الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الطاقة 4–7.4 بمعادلة برنولي (Bernoulli) الموسَّعة الواردة في الفصل 6 (المعادلة b9–11.6)، والتي تُستعمل لوصف منظومة يتدفق فيها سائل ويحصل فيها عمل غير متدفق (عمل محور أو مضخة) ومفاقيد احتكاك:

$$\dot{m}(\hat{E}_{P,i}-\hat{E}_{P,j})+\dot{m}(\hat{E}_{K,i}-\hat{E}_{K,j})+\dot{m}\left(\frac{P_i}{\rho_i}-\frac{P_j}{\rho_j}\right)+\sum\dot{W}_{\text{shaft}}-\sum\dot{f}=0 \quad (9-7.4)$$

حيث إن $\sum \dot{f}$ هي معدل مفاقيد الاحتكاك. يصف كل من هذه المعادلة والمعادلة 7.4−7 تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية. وكليهما تصفان عملاً متدفقا وعمل آلة (غير متدفق).

صحيحٌ أن هاتين المعادلتين متشابهتان كثيراً، إلا أنه يجب توخي الحذر في انتقاء المعادلة الملائمة منهما للمسألة التي في قيد الحل. فمعادلة برنولي الموسَّعة مقتصرة على المنظومة المستقرة الحالة التي لها دخل سائل واحد وخرج سائل واحد، ومنحني سرعة متجانس، ويتدفق فيها سائل غير قابل للانضغاط. يُضاف إلى ذلك أنها لا تهتم إلا بالتحويل في ما بين الطاقتين الميكانيكية والحرارية فقط. ومع أن الاحتكاك يغيِّر طاقة المنظومة الحرارية، فإن حدَّي الاحتكاك والحرارة ليسا متكافئين فيها وليسا قابلين للمبادلة. وفي حين أن معادلة برنولي لا تأخذ في الحسبان سوى المفاقيد الاحتكاكية، فإن معادلة انحفاظ الطاقة، في المنظومة المستقرة التي لا تحصل فيها تغيرات في الطاقة الداخلية (المعادلة 7.4−7)، تعالج جميع أنواع توليد الحرارة واستهلاكها. استعمل معادلة انحفاظ الطاقة حين حصول تغيُّرات في الطاقتين الميكانيكية والحرارية في المنظومة، واستعمل معادلة برنولي الموسَّعة حينما تكون ثمة تغيرات في الطاقة الميكانيكية فقط. لاحظ أنه بسبب احتواء المثال السابق على حدود طاقة ميكانيكية فقط، كان من الممكن استعمال معادلة برنولي لحل تلك المسألة للحصول على الجواب نفسه.

8.4 حساب المحتوى الحراري في النظم التفاعلية

تؤدي إعادة ترتيب الروابط بين ذرات المتفاعلات ونواتج التفاعل أثناء التفاعلات الكيميائية إلى تغيُّرات في طاقة المنظومة الداخلية. ففي التفاعلات، ثمة حاجة إلى الطاقة لكسر الروابط الموجودة في المتفاعلات، وتتحرَّر طاقة أثناء تكوين روابط جديدة تتولَّد منها المنتوجات. ويُعرَف الفرق بين حالتي الطاقة الانتهائية والابتدائية للمنتوجات والمتفاعلات بحرارة التفاعل. وسنقدِّم نظرة إجمالية مختصرة إلى حرارة التفاعل، ثم نناقش طرائق حسابها. **وتمكننا الأدوات التي طُوِّرت في هذا المقطع من حساب تغيُّر المحتوى الحراري النوعي في المنظومة التفاعلية، ويمكن بعدئذ استعمال قيم ذلك التغيُّر في معادلة انحفاظ الطاقة الكلية.**

1.8.4 حرارة التفاعل

حرارة التفاعل (heat of reaction)، أو المحتوى الحراري للتفاعل $\Delta\hat{H}_r$، هو تغيُّر المحتوى الحراري في سيرورة مستقلة يحصل فيها التفاعل عند درجة حرارة وضغط ثابتين محدَّدين، وتتفاعل فيها المتفاعلات وفقاً لأمثال التفاعل حتى تُستهلك جميعاً في تكوين النواتج

الجديدة. **وحرارة التفاعل المعيارية** $\Delta\hat{H}_r^{\circ}$ (standard heat of reaction)، التي مُيِّزت برمز الدرجة، هي حرارة التفاعل عندما يكون كل من المتفاعلات والنواتج عند درجة حرارة وضغط مرجعيين معينين، هما $25^{\circ}\mathrm{C}$ و $1\ \mathrm{atm}$ عادة. وتُعطى حرارة التفاعل $\Delta\hat{H}_r$ وحرارة التفاعل المعيارية $\Delta\hat{H}_r^{\circ}$ عادة على أساس مولي.

تخضع المتفاعلات إلى تفاعل كيميائي عند درجة حرارة وضغط محددين لتكوين بعض النواتج. ويساوي تغيُّر محتوى المنظومة الحراري $\Delta\hat{H}_r$ الفرق بين المحتوى الحراري للنواتج والمتفاعلات:

$$\Delta H_r = \sum_p (n_p \hat{H}_p) - \sum_r (n_r \hat{H}_r) \qquad (1-8.4)$$

حيث إن n هو عدد المولات المشاركة في التفاعل أو الناتجة عنه (ليس بالضرورة عدد المولات الموجودة في المنظومة)، و $\hat{H}$ هو المحتوى الحراري النوعي للجنس. ويشير الدليل p إلى ناتج، والدليل r إلى متفاعل. ونظراً إلى أن التفاعلات الكيميائية تُكتب على أساس مولي، فإن المعادلة 1−8.4 والمعادلات الآتية تحتوي على متغيرات المحتوى الحراري النوعي على أساس المول، وللمول.

ويمكن تصنيف التفاعلات الكيميائية على أنها ماصة للحرارة أو ناشرة للحرارة. تتطلب السيرورة **الماصة للحرارة** (endothermic) طاقة لكسر روابط المتفاعلات أكبر من تلك المتحررة حين تكوُّن روابط النواتج. وأثناء التفاعل **الناشر للحرارة** (exothermic)، تتحرر طاقة أثناء تكوُّن روابط النواتج أكبر من تلك اللازمة لكسر روابط المتفاعلات. أي إن السيرورة الناشرة للحرارة تولِّد طاقة، وفي التفاعل الناشر للحرارة تكون حرارة التفاعل سالبة القيمة. من ناحية أخرى، يستهلك التفاعل الماص للحرارة طاقة، وتكون حرارة التفاعل موجبة القيمة.

وحين حساب حرارة التفاعل المعيارية، يجب أن تكون أطوار المتفاعلات والنواتج معلومة. وسنرمز للسائل بـــ l، وللصلب بـــ s، وللغاز بـــ g، وللبلورة بـــ c. انظر في التفاعل المتوازن ذي الطور السائل:

$$a\,\mathrm{A}(l) + b\,\mathrm{B}(l) \rightarrow p\,\mathrm{P}(l) + q\,\mathrm{Q}(l) \qquad (2\text{-}8.4)$$

حيث إن A و B متفاعلان، و P و Q ناتجان، و a, b, p, q هي أمثال التفاعل. مثَلُ تفاعل المركَّب هو عدد يسبق رمز المركَّب في معادلة التفاعل المتوازن (راجع الفصل 3 للاطلاع على مناقشة أكثر عمقاً للتفاعلات وأمثال التفاعل). افترض أن a مولاً من A و b مولاً من B تتفاعل

في منظومة تفاعلاً تاماً لتكوين p مولاً من P و q مولاً من Q. تُكتب معادلة حرارة التفاعل في الطور السائل الخاصة بالتفاعل المتوازن 8.4−2 كالآتي:

$$\Delta H_r(l)=\sum_p(n_p\hat{H}_p)-\sum_r(n_r\hat{H}_r)=p\hat{H}_{\mathrm{P}}+q\hat{H}_{\mathrm{Q}}-a\hat{H}_{\mathrm{A}}-b\hat{H}_{\mathrm{B}} \quad (3-8.4)$$

وتساوي حرارة تفاعل المول من A المقدار $\Delta H_r(l)$ مقسوماً على مثَل التفاعل a. وبطريقة مشابهة يمكن حساب حرارة تفاعل المول من أي متفاعل أو ناتج.

وتعتمد القيمة العددية لحرارة التفاعل على حالة تكتل المتفاعلات والنواتج. في المعادلة 8.4−2، جميع المتفاعلات والنواتج موجودة في الطور السائل. لكن إذا كان المتفاعل Q في الطور الغازي:

$$a\,\mathrm{A}(l)+b\,\mathrm{B}(l)\rightarrow p\,\mathrm{P}(l)+q\,\mathrm{Q}(g) \quad (4-8.4)$$

كان تغيرا المحتوى الحراري في المعادلتين 8.4−4 و8.4−2 غير متساويين.

المحتوى الحراري هو خاصية توسعية، ويعتمد على مقاس المنظومة. لذا، تحدد معادلة أمثال التفاعل حرارة التفاعل. تُعطى حرارة التفاعل الوارد في المعادلة 8.4−2 بـــ $\Delta H_r(l)$. وتساوي حرارة تفاعل التفاعل الآتي:

$$4a\mathrm{A}(l)+4b\mathrm{B}(l)\rightarrow 4p\mathrm{P}(l)+4q\mathrm{Q}(l) \quad (5-8.4)$$

أربعة أمثال التفاعل الوارد في المعادلة 8.4−2، أي $4\Delta H_r(l)$. وهذا غير مستغرب، لأن عدد المولات المشاركة في التفاعل ازداد بمقدار أربع مرات.

من المستحيل وضع جدول كامل لحرارة التفاعل المعيارية لأن عدد التفاعلات لانهائي. **لكن باستعمال قانون هِسّ (Hess) والقيم الأخرى لحرارة التكوين والاحتراق، يمكن حساب حرارة التفاعل لكثير من النظم التفاعلية عند درجة حرارة وضغط معياريين.** وفقاً لقانون هِسّ، إذا أمكن كتابة التفاعل الأصلي باستعمال تركيب جبري لتفاعلات أخرى، فإن المحتوى الحراري المعياري للتفاعل يساوي التركيب الجبري للمحتويات الحرارية للتفاعلات الأخرى. ويُعتبر قانون هِسّ طريقة صحيحة لأن المحتوى الحراري النوعي هو تابع حالة. ولحساب تغير المحتوى الحراري النوعي عبر منظومة تفاعلية عند درجة حرارة أو ضغط ما أو عند كليهما، قد يكون من الضروري حساب تغيُّرات أخرى للمحتوى الحراري أيضاً. يُعالج المقطع 2.8.4 النظم التفاعلية عند درجة حرارة وضغط معياريين، ويعالج المقطع 3.8.4 نظماً تفاعلية عند درجة حرارة غير معيارية.

2.8.4 حرارة التكوين والاحتراق

يمكن حساب حرارة التفاعل المعيارية باستعمال حرارة التكوين أو حرارة الاحتراق. إن **حرارة التكوين المعيارية** ($\Delta \hat{H}_f^\circ$ standard heat of formation) لمركَّب ما هي تغيُّر المحتوى الحراري النوعي المقترن بتكوين مول واحد من المركَّب عند درجة حرارة وضغط مرجعيين ($25^\circ C$ و $1\ atm$ عادة) من العناصر المكوِّنة له. ويُعطى $\Delta \hat{H}_f^\circ$ للمول. حين كتابة تفاعل تكوين لمركَّب، استعمل العناصر وفقاً لما تكون عليه في الطبيعة (أي N_2 بدلاً من N). المكوِّنات العنصرية الشائعة في التفاعلات الكيميائية الحيوية هي $O_2(g)$ و $N_2(g)$ و $C(s)$ و $H_2(g)$. وتساوي حرارة التكوين المعيارية لهذه العناصر وغيرها في الطبيعة صفراً.

أحد الأمثلة هو تكوُّن البولة $CO(NH_2)_2$ وفقاً للمعادلة الآتية:

$$C(s) + 2H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) + N_2(g) \rightarrow CO(NH_2)_2(s) \qquad (6-8.4)$$

باستعمال الطريقة المتبعة في المعادلة 8.4−1، تساوي حرارة التكوين المعيارية الفرق بين المحتوى الحراري النوعي للناتج $CO(NH_2)_2$ والمحتويات الحرارية النوعية للمتفاعلات (C, H_2, O_2, N_2). غير أن حرارة التكوين المعيارية لتلك العناصر تساوي صفراً. و $\Delta \hat{H}_f^\circ$ لــ $CO(NH_2)_2$، ومن ثمَّ لتفاعل التكوين، معطى في الملحق ج.7، وهو يساوي $-533\ kJ/mol$. وبسبب كون قيمة $\Delta \hat{H}_f^\circ$ سالبة، يكون التفاعل ناشراً للحرارة. لاحظ أن التفاعل مكتوب على أساس تكوُّن مول واحد من البولة برغم أن هذا يفرض أن يكون أحد أمثال التفاعل قيمة كسرية.

وتُحسب حرارة التفاعل المعيارية من حرارة التكوين المعيارية لمركَّبات التفاعل موضوع الاهتمام:

$$\Delta \hat{H}_r^\circ = \sum_p (\sigma_p \Delta \hat{H}_{f,p}^\circ) - \sum_r (\sigma_r \Delta \hat{H}_{f,r}^\circ) \qquad (7-8.4)$$

حيث إن σ هو مثَل التفاعل، و p تمثل النواتج، و r تمثل المتفاعلات، و $\Delta \hat{H}_f^\circ$ هي حرارة التكوين المعيارية. حين اتباع هذه الطريقة، من الضروري تحديد حرارة التكوين المعيارية لكل متفاعل وناتج.

تذكَّر معادلة التفاعل الافتراضية:

$$a\,\mathrm{A}(l)+b\,\mathrm{B}(l)\rightarrow p\,\mathrm{P}(l)+q\,\mathrm{Q}(l) \qquad (8-8.4)$$

حيث إن A و B هما المتفاعلان، و P و Q هما الناتجان، و a,b,p,q هي أمثال التفاعل. تُحسب هنا حرارة التفاعل من حرارات التكوين المعيارية للمركَّبات الأربعة المختلفة:

$$\begin{aligned}\Delta\hat{H}_r^\circ &= \sum_p(\sigma_p\Delta\hat{H}_{f,p}^\circ)-\sum_r(\sigma_r\Delta\hat{H}_{f,r}^\circ)\\ &= p\Delta\hat{H}_{f,\mathrm{p}}^\circ+q\Delta\hat{H}_{f,\mathrm{Q}}^\circ-a\Delta\hat{H}_{f,\mathrm{A}}^\circ-b\Delta\hat{H}_{f,\mathrm{b}}^\circ \qquad (9-8.4)\end{aligned}$$

ثمة لوائح بحرارات التكوين المعيارية في الملحقين ج.7 وج.8. وقد جرت جدولة حرارات التكوين المعيارية لكثير من المركَّبات في كتب الهندسة الكيميائية (Felder RM and Rousseau RW, *Elementary Principles of Chemical Processes*,2000; Perry RH and Green D, *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed., 1984.). ويمكن قياس حرارة تكوين بعض المركَّبات باستعمال مقاييس الحريرات.

المثال 11.4 تفاعل التركيب الضوئي

مسألة: تُعزى وفرة موارد الطاقة الحيوية المتجدِّدة إلى النمو السريع للنباتات الخضراء. والتركيب الضوئي مهم لاستمرارية الحياة على الأرض. تحوِّل متعضيات التركيب الضوئي ثاني أكسيد الكربون والماء إلى غلوكوز وأكسجين. احسب حرارة التفاعل المعيارية للتركيب الضوئي:

$$6\ \mathrm{CO_2}(g)+6\ \mathrm{H_2O}(l)\rightarrow \mathrm{C_6H_{12}O_6}(s)+6\ \mathrm{O_2}(g)$$

الحل: تُحسب حرارة التفاعل المعيارية باستعمال حرارات التكوين المعيارية للمتفاعلات والنواتج:

$$\begin{aligned}\Delta\hat{H}_r^\circ &= \sum_p(\sigma_p\Delta\hat{H}_{f,p}^\circ)-\sum_r(\sigma_r\Delta\hat{H}_{f,r}^\circ)\\ &= 1\hat{H}_{f,\mathrm{C_6H_{12}O_6}}^\circ+6\hat{H}_{f,\mathrm{O_2}}^\circ-6\hat{H}_{f,\mathrm{CO_2}}^\circ-6\hat{H}_{f,\mathrm{H_2O}}^\circ\end{aligned}$$

يحتوي الجدول 4.4 والملحقان ج.7 وج.8 على حرارات التكوين للأجناس المختلفة.

$$\Delta\hat{H}_r^\circ = 1\left(-1274\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}\right)+6(0)-6\left(-394\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}\right)-6\left(-286\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}\right)=2810\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}$$

لذا تكون عملية التركيب الضوئي ماصة للحرارة، وهذا ليس مستغرباً لأنه ثمة حاجة إلى طاقة الضوء لتغذية العملية.

الجدول 4.4: حرارة تكوين أجناس التركيب الضوئي.

الجنس	$\Delta\hat{H}_f^\circ$ (kJ/mol)
ثاني أكسيد الكربون $CO_2(g)$	−394
الماء $H_2O(l)$	-286
الغلوكوز $C_6H_{12}O_6(s)$	-1274
الأكسجين $O_2(g)$	0

إن **حرارة الاحتراق المعيارية** ($\Delta\hat{H}_c^\circ$ standard heat of combustion) هي تغيُّر المحتوى الحراري النوعي المقترن باحتراق مول واحد من مادة بالأكسجين حينما يكون كل من المتفاعلات والنواتج عند درجة حرارة وضغط مرجعيين ($25^\circ C$ و $1\ atm$ عادة). يُفترض في القيم المُجدْولة لحرارة الاحتراق المعيارية أن كل الكربون في المتفاعل يتحوَّل إلى $CO_2(g)$، وكل الهيدروجين يتحوَّل إلى $H_2O(l)$، وكل النتروجين يتحوَّل إلى $N_2(g)$، وكل الكبريت يتحوَّل إلى $SO_2(g)$. وتحتوي المركَّبات المشاركة في عملية الاحتراق غالباً على الكربون. والمركَّبات التي تتكوَّن من عناصر غير الكربون والنتروجين والهيدروجين والأكسجين والكبريت ليست لها قيم لحرارة الاحتراق. وحرارات الاحتراق المعيارية لـ $O_2(g)$ ونواتج الاحتراق الأخرى $CO_2(g)$ و $H_2O(l)$ و $N_2(g)$ و $SO_2(g)$ تساوي صفراً.

أحد الأمثلة هو احتراق الكافئين $C_8H_{10}O_2N_4$:

$$C_8H_{10}O_2N_4(s)+\frac{19}{2}O_2(g)\rightarrow 8\ CO_2(g)+5\ H_2O(l)+2\ N_2(g) \qquad (10-8.4)$$

باتباع طريقة المعادلة 8.4−1، تساوي حرارة الاحتراق المعيارية الفرق بين المحتوى الحراري النوعي للنواتج (ثاني أكسيد الكربون والماء والنتروجين) والمتفاعل (الكافئين). لكن حرارات الاحتراق المعيارية لغاز ثاني أكسيد الكربون والماء السائل وغاز النتروجين تساوي صفراً. و $\Delta\hat{H}_c^\circ$ لمول $C_8H_{10}O_2N_4$ واحد، ومن ثمَّ لتفاعل الاحتراق، معطى في الملحق ج.9، وهي تساوي $-4247\,kJ/mol$. ونظراً إلى أن قيمة $\Delta\hat{H}_c^\circ$ سالبة، يكون تفاعل الاحتراق ناشراً للحرارة. لاحظ أن التفاعل مكتوب على نحو يخضع فيه مول واحد من الكافئين إلى تفاعل الاحتراق برغم أن هذا يستوجب أن تكون قيمة مثَّل تفاعل الأكسجين كسرية.

ويمكن استعمال قيم حرارة الاحتراق المعيارية لحساب حرارة التفاعل المعيارية $\Delta\hat{H}_r^\circ$ في التفاعلات التي تتضمن متفاعلات ونواتج قابلة للاحتراق. وهذه العملية هي تطبيق آخر لقانون هِسّ:

$$\Delta\hat{H}_r^\circ = \sum_r (\sigma_r \Delta\hat{H}_{c,r}^\circ) - \sum_p (\sigma_p \Delta\hat{H}_{c,p}^\circ) \qquad (11-8.4)$$

حين حساب حرارة التفاعل من حرارة الاحتراق، نطرح قيم المحتوى الحراري الخاصة بالنواتج من تلك التي للمتفاعلات. وهذا يختلف عن حساب حرارة التفاعل من حرارات التحويل، حيث نطرح قيم المحتوى الحراري الخاصة بالمتفاعلات من تلك الخاصة بالنواتج.

يحتوي الملحقان ج.7 وج.9 على قيم حرارة الاحتراق المعيارية. وثمة جداول لقيم حرارة الاحتراق المعيارية لكثير من المركَّبات في كتب الهندسة الكيميائية (Lide DR, *CRC Handbook of chemistry and Physics*,2002; Felder RM and Rousseau RW, *Elementary Principles of Chemical Processes*,2000; Perry RH and Green D, *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed., 1984; Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, 1995.).

المثال 12.4 صنع الغليسين حيوياً

مسألة: الأحماض الأمينية هي لبنات بناء البروتينات. وقد تطورت مسارات التركيب الحيوي في جسم الإنسان لتوليد بعض، وليس كل، الأحماض الأمينية. يتحفَّز تحويل الحمض الأميني سيرين (serine) إلى الحمض الأميني غليسين (glycine) بالإنزيم الناقل سيرين الهدروكسي ميثيل (serene hydroxymethyl-transferase). يتحوَّل السيرين $C_3H_7O_3N$ إلى غليسين $C_2H_5O_2N$ وفورمالديهيد CH_2O وفق الآتي:

$$C_3H_7O_3N(c) \rightarrow C_2H_5O_2N(c) + CH_2O(g)$$

ويوجد السيرين والغليسين بالصيغة البلورية في هذا التفاعل. احسب حرارة التفاعل المعيارية لهذا التفاعل المحفَّز.

الحل: تُحسب حرارة التفاعل باستعمال حرارة الاحتراق المعيارية:

$$\Delta\hat{H}_r^\circ = \sum_r (\sigma_r \Delta\hat{H}_{c,r}^\circ) - \sum_p (\sigma_p \Delta\hat{H}_{c,p}^\circ)$$

$$\Delta\hat{H}_r^\circ = \Delta\hat{H}_{c,C_3H_7O_3N}^\circ - \Delta\hat{H}_{c,C_2H_5O_2N}^\circ - \Delta\hat{H}_{c,CH_2O}^\circ$$

الجدول 5.4: الحرارات المعيارية للاحتراق الموجود في التركيب الحيوي للغليسين.

الجنس	$\Delta\hat{H}_c^0$ (kJ/mol)
السيرين $C_3H_7O_3N(c)$	-1448
غليسين $C_2H_5O_2N(c)$	-973
فورمالديهايد $CH_2O(g)$	-571

وباستعمال القيم المعطاة في الجدول 5.4، تُحسب حرارة التفاعل المعيارية:

$$\Delta\hat{H}_r^\circ = -1448\frac{\text{kJ}}{\text{mol}} - \left(-973\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right) - \left(-571\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right) = 96\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

تساوي حرارة التفاعل المعيارية 96 kJ/mol. ونظراً إلى أن قيمتها موجبة، يكون التفاعل ماصاً للحرارة. تسهِّل الإنزيمات كلاً من التفاعلات الماصة للحرارة والناشرة لها. وتترافق التفاعلات الماصة للحرارة أحياناً بتحويل ثلاثي فوسفات الأدِنوزين (adenosine triphosphate ATP) ليصبح ثاني فوسفات الأدِنوزين (adenosine diphosphate ADP) أو إلى مصدر طاقة حيوية كيميائية آخر. تتصف معظم التفاعلات المحفَّزة بالإنزيمات أيضاً بقيم صغيرة نسبياً لـــ $\Delta\hat{H}_r^\circ$ (انظر المقطع3.8.4). ■

وعندما تكون المتفاعلات متوفرة بمقادير متناسبة مع أمثال التفاعل، ويكون التفاعل عند درجة حرارة وضغط معياريين (25°C و 1 atm عادة)، ويحصل التفاعل حتى النهاية، تعطى حرارة التفاعل ΔH_r عبر المنظومة بالصيغة:

$$\Delta H_r = \Delta H_r^\circ = \frac{n_s}{|\sigma_s|}\Delta\hat{H}_r^\circ \qquad (12-8.4)$$

حيث إن n_s هو عدد مولات الجنس s الذي يوضع في المنظومة في البداية، و σ_s مثَّل التفاعل للجنس s، و $\Delta\hat{H}_r^\circ$ هي حرارة التفاعل المعيارية. وفي ما يخص منظومة ذات معدلات تدفق في دخلها وخرجها، يكون **معدل حرارة التفاعل** $\Delta\dot{H}_r$:

$$\Delta\dot{H}_r = \Delta\dot{H}_r^\circ = \frac{\dot{n}_s}{|\sigma_s|}\Delta\hat{H}_r^\circ \qquad (13-8.4)$$

حيث إن $\dot{n}_s$ هو معدَّل التدفق المولي للجنس في المنظومة. إن القيمتين المحسوبتين لـــ ΔH_r و $\Delta\dot{H}_r$ مستقلتان عن الجنس المختار للحساب. تذكَّر أن معدَّل التفاعل R هو ثابت لجميع

الأجناس والمركَّبات في المنظومة التفاعلية (انظر المقطع 8.3). وتتصف القيم المحسوبة لـــ ΔH_r و $\Delta \dot{H}_r$ بهذه الصفة نفسها. لقد وُضعت المعادلتان 8.4−12 و8.4−13 لمنظومة يحصل فيها تفاعل واحد، إلا أنه يمكن تعميمهما على نظم ذات عدة تفاعلات تحصل في الوقت نفسه.

راجع المثال 12.4 وانظر في حالة تحويل 10 مولات من السيرين كلياً إلى غليسين وفورمالديهيد عند 25°C و $1\ \text{atm}$. تُحسب حرارة التفاعل ΔH_r من:

$$\Delta H_r = \frac{n_s}{|\sigma_s|}\Delta \hat{H}_r^\circ = \frac{10\ \text{mol}}{|-1|}\left(96\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right) = 960\ \text{kJ} \qquad (14-8.4)$$

في ما يخص النظم التي لا تكون درجة حرارتها أو ضغطها أو كلاهما معياريين، أو لا تحتوي على مقادير من المتفاعلات متناسبة مع أمثال التفاعل، أو لا يصل التفاعل فيها إلى النهاية، فهي موضوع المقطع 3.8.4.

3.8.4 حساب حرارة التفاعل في الظروف غير المعيارية

لا تحصل التفاعلات الحيوية عادة ضمن الظروف معيارية (أي عند 25°C و $1\ \text{atm}$)، بل تحصل في الأغلب عند درجة الحرارة 37°C أو بالقرب منها (درجة حرارة الإنسان). وعموماً، تحتوي جداول حرارات التكوين والاحتراق على تغيُّرات المحتوى الحراري عند 25°C و $1\ \text{atm}$. لذا، يجب من أجل حساب حرارة التفاعل ΔH_r في سيرورة تعمل عند درجة حرارة وضغط غير معياريين إجراء حسابات إضافية.

تذكَّر أن تغيُّر المحتوى الحراري النوعي لمنظومة يساوي مجموع التغيُّرات في جميع خطوات المسار الافتراضي:

$$\Delta \hat{H} = \sum_k \Delta \hat{H}_k \qquad (15-8.4)$$

حيث إن k هو رقم الخطوة في المسار الافتراضي. يجب أن تكون كل خطوة على طول المسار تفاعلاً كيميائياً عند ظروف معيارية، أو تغيُّراً في الضغط أو درجة الحرارة أو الطور. وفي ما يخص النظم التي تحصل فيها تفاعلات كيميائية عند درجات حرارة غير معيارية، يجب تدفئة أو تبريد عدة أجناس كيميائية. ونظراً إلى أن المحتوى الحراري هو تابع حالة، تكون تغيرات المحتوى الحراري الكلي عبر المسارين الافتراضي والفعلي متماثلة.

$a\,\mathrm{A} + b\,\mathrm{B}$ $\Delta H_r\,(T)$ $p\,\mathrm{P} + q\,\mathrm{Q}$

$T\ \circ\mathrm{C}$ المسار الفعلي $T\ \circ\mathrm{C}$

سخِّن A و B
أو
برِّد A و B

ΔH_1 ΔH_3

برِّد P و Q وفائضي A و B
أو
سخِّن P و Q وفائضي A و B

$a\,\mathrm{A} + b\,\mathrm{B}$ $\Delta H_2 = \Delta H_r^0$ $p\,\mathrm{P} + q\,\mathrm{Q}$

$T\ \circ\mathrm{C}$ تفاعل عند ظروف معيارية $T\ \circ\mathrm{C}$

مسار افتراضي

الشكل 16.4: مسار افتراضي للتفاعل عند درجة حرارة غير معيارية.

انظر مرة أخرى في التفاعل التالي بين المركَّبين A و B لتكوين الناتجين P و Q:

$$a\,\mathrm{A}(l) + b\,\mathrm{B}(l) \rightarrow p\,\mathrm{P}(l) + q\,\mathrm{Q}(l) \qquad (16-8.4)$$

افترض الآن أن هذا التفاعل يحصل عند درجة حرارة ما T غير معيارية. يمكن حساب حرارة التفاعل $\Delta H_r\,(T)$ عند الدرجة T باستعمال المسار الافتراضي للتفاعل وفق ما هو مبين في الشكل 16.4. الخطوة الأولى في المسار الافتراضي هي أن تسخِّن أو تبرِّد المتفاعلات من الدرجة $T^\circ\mathrm{C}$ إلى $25^\circ\mathrm{C}$. والخطوة الثانية هي حصول التفاعل عند $25^\circ\mathrm{C}$، وحينئذ يمكن حساب حرارة التفاعل المعيارية ΔH_r° من بيانات حرارة التكوين المعيارية أو حرارة الاحتراق المعيارية. وفي الخطوة الثالثة، تبرَّد المنتوجات أو تسخَّن من $25^\circ\mathrm{C}$ حتى $T^\circ\mathrm{C}$. ويُحسب تغيُّر المحتوى الحراري لمقدار معين من المادة عند درجة الحرارة T غير المعيارية من أجزاء المسار الافتراضي:

$$\Delta H_r\,(T) = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 \qquad (17-8.4)$$

حيث إن ΔH_1 و ΔH_3 هما تغيُّران في حرارة محسوسة، و ΔH_2 يساوي ΔH_r°، أي حرارة التفاعل عند $25^\circ\mathrm{C}$. وتُحسب قيمتا ΔH_1 و ΔH_3 باستعمال السعتين الحراريتين والطرائق التي ناقشناها في المقطع 2.5.4. ويمكن كتابة معادلات كالمعادلات السابقة لمعدل تغيُّر المحتوى الحراري $\Delta \dot{H}_r\,(T)$.

يجب إنشاء مسار افتراضي لكل تفاعل يحصل عند درجة حرارة أو ضغط غير معياريين. ويكون تغيُّر المحتوى الحراري في الخطوة الأولى، أي ΔH_1، عادة هو انتقال ظرف غير معياري واحد من قيمته المفترضة إلى قيمته المعيارية (تغيُّر الضغط مثلاً من 3 atm

إلى $1\ \text{atm}$). وحين حساب ΔH_1 وتغيُّرات المحتوى الحراري الأخرى قبل التفاعل، يُطبَّق الحساب على المتفاعلات فقط. وبعد التفاعل يُطبَّق الحساب على النواتج وعلى فوائض المتفاعلات حين إعادة المتفاعلات من الظروف المعيارية إلى الظروف غير المعيارية. ولأخذ تغيُّرات درجة الحرارة في الحسبان، يجب استعمال السعات الحرارية:

$$\Delta H = \sum_s \left(m_s \int_{T_1}^{T_2} C_{P,s}(T)\, dT \right) \qquad (18-8.4)$$

أو:

$$\Delta H = \sum_s \left(n_s \int_{T_1}^{T_2} C_{P,s}(T)\, dT \right) \qquad (19-8.4)$$

حيث إن m_s هي كتلة الجنس s و n_s هو عدد مولات الجنس s، و $C_p(T)$ هي السعة الحرارية التي يمكن أن تكون تابعة لدرجة الحرارة، و T_1 هي درجة الحرارة التي تبدأ السيرورة عندها، و T_2 هي درجة الحرارة التي تنتهي عندها السيرورة. وتُحسب تغيُّرات الحرارة المحسوسة لكل جنس يخضع إلى تغيُّر في درجة الحرارة، وتُجمع تلك التغيرات.

وتبعاً لمقدار اختلاف درجة حرارة التفاعل عن درجة الحرارة المعيارية، يمكن لقيم تغيُّرات الحرارة المحسوسة أن تكون كبيرة أو مهملة مقارنة بمقدار حرارة التفاعل. وفي تطبيقات الهندسة الحيوية، تكون تغيُّرات الحرارة المحسوسة (أي ΔH_1 و ΔH_3 في المناقشة السابقة) عادة من مرتبة الكِبَر نفسها، وتكون واحدة منهما موجبة والأخرى سالبة. وحينما يحصل التفاعل عند الدرجة 37°C أو بالقرب منها، تكون تغيُّرات الحرارة المحسوسة صغيرة عادة مقارنة بحرارة التفاعل. غير أنه يُستثنى من ذلك التفاعلات التي تتضمن إنزيمات كيميائية حيوية، حيث تكون تغيُّرات الحرارة المحسوسة غالباً من مرتبة كِبَر حرارة التفاعل نفسها. وفي حالة التفاعل الوحيد الإنزيم، تكون حرارة التفاعل عادة صغيرة بسبب عدم حدوث سوى تغييرات صغيرة في التراكيب الجزيئية (انظر المثال 12.4).

تكون حرارة التفاعل عند الضغوط المنخفضة والمعتدلة مستقلة عن الضغط تقريباً. تحصل التفاعلات في معظم تطبيقات الهندسة الحيوية عند الضغط الجوي أو بالقرب منه ($1\ \text{atm}$). لذا لا تُنشأ في هذا الكتاب مسارات افتراضية لتغيُّرات الضغط.

المثال 13.4 تنفس جسم الإنسان

مسألة: احسب حرارة تفاعل الغلوكوز ($C_6H_{12}O_6$) أثناء التنفس (أي الاحتراق) في جسم

الإنسان. تصف المعادلة الآتية متفاعلات ونواتج التنفس:

$$C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l)$$

افترض أن مولاً واحداً من الغليكوز وستة مولات من الأكسجين متوفرة للتفاعل، وأن التفاعل يستمر حتى يكتمل. قيم السعة الحرارية ذات الصلة موجودة في الجدول 6.4.

الجدول 6.4: السعات الحرارية للمركَّبات المشاركة في التنفس.

المركَّب	$C_p[J/(mol \cdot {}^\circ C)]$
غلوكوز $C_6H_{12}O_6(s)$	225.9
أكسجين $O_2(g)$	29.3
ثاني أكسيد الكربون $CO_2(g)$	36.47
ماء $H_2O(l)$	75.4

الحل: ليست درجة حرارة جسم الإنسان التي تساوي $37^\circ C$ معيارية، لذا ننشئ مساراً افتراضياً. ويتضمن المسار الخطوات الآتية: (1) تبريد المتفاعلات من $37^\circ C$ حتى $25^\circ C$، و(2) حصول التفاعل تكوين النواتج، و(3) تدفئة النواتج من $25^\circ C$ حتى $37^\circ C$. ويظهر الشكل 17.4 المسار الموصوف.

$C_6H_{12}O_6, 6O_2$ — $37 \circ C$

$\Delta H_r\ (T)$

المسار الفعلي

$6CO_2,\ 6H_2O$ — $37 \circ C$

ΔH_1

برِّد $C_6H_{12}O_6, O_2$

ΔH_3

دفِّئ $CO_2,\ H_2O$

$C_6H_{12}O_6, 6O_2$ — $25 \circ C$

$\Delta H_2 = \Delta H_r^0$

تفاعل عند ظروف معيارية

$6CO_2,\ 6H_2O$ — $25 \circ C$

مسار افتراضي

الشكل 17.4: مسار تفاعل افتراضي للاحتراق الكامل للغلوكوز في جسم الإنسان.

نستعمل لحساب تغيُّرات الحرارة المحسوسة المعادلة 8.4−19:

$$\Delta H = \sum_s \left(n_s \int_{T_1}^{T_2} C_{P,s}(T)\, dT \right) = \sum_s n_s C_{P,s} (T_2 - T_1)$$

ويُبرَّد الغلوكوز والأكسجين في الخطوة 1 من المسار الافتراضي:

$$\Delta H_1 = 1\,\text{mol}\left(225.9\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot^\circ\text{C}}\right)(25^\circ\text{C}-37^\circ\text{C})$$
$$+6\,\text{mol}\left(29.3\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot^\circ\text{C}}\right)(25^\circ\text{C}-37^\circ\text{C}) = -4820\,\text{J}$$

ويُدفَّأ الناتجان، أي ثاني أكسيد الكربون والماء، في الخطوة 3 من المسار الافتراضي:

$$\Delta H_3 = 6\,\text{mol}\left(36.47\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot^\circ\text{C}}\right)(37^\circ\text{C}-25^\circ\text{C})$$
$$+6\,\text{mol}\left(75.4\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot^\circ\text{C}}\right)(37^\circ\text{C}-25^\circ\text{C}) = 8050\,\text{J}$$

ويحترق الغلوكوز والأكسجين كلياً في التفاعل، ولذا لا حاجة لتضمينهما في حساب تغيُّر الحرارة المحسوسة في الخطوة 3.

حرارة احتراق الغلوكوز المعيارية معطاة في الملحق ج.9:

$$\Delta H_r^\circ = \frac{n_s}{|\sigma_s|}\Delta\hat{H}_r^\circ = \frac{n_{C_6H_{12}O_6}}{|\sigma_{C_6H_{12}O_6}|}\Delta\hat{H}^\circ_{c,C_6H_{12}O_6} = \frac{1\,\text{mol}}{|-1|}\left(-2805\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right) = -2805\ \text{kJ}$$

ويمكن بضم خطوات المسار الثلاثة معاً حساب حرارة التفاعل في المنظومة:

$$\Delta H_r\,(37^\circ\text{C}) = \Delta H_1 + \Delta H_r^\circ + \Delta H_3 = -4.82\,\text{kJ} - 2805\,\text{kJ} - 8.05\,\text{kJ} = -2800\,\text{kJ}$$

إذاً تساوي حرارة تفاعل مول واحد من الغلوكوز مع الأكسجين عند 37°C المقدار $-2800\,\text{kJ}$. لاحظ أن كلاً من ΔH_1 و ΔH_3 أصغر كثيراً من ΔH_r°، ولذا ΔH_r تساوي تقريباً ΔH_r°. لاحظ أيضاً أن تغيُّرَي الحرارة المحسوسة التي ظهرت في ΔH_1 و ΔH_3 متشابهة بقيمتها المطلقة ومتعاكسة بإشارتها.

في المثال السابق، كانت المتفاعلات متناسبة مع أمثال التفاعل، واستمر التفاعل حتى اكتمل. غير أنه إذا لم يتحقق هذان الشرطان، فإن حساب $\Delta H_r\,(T)$ سيتغيَّر. تذكَّر المعادلة 8.4−12 التي استعملت لحساب حرارة التفاعل التي كان التحوُّل النسبي فيها لكل المتفاعلات يساوي 1. ولمعالجة الحالات التي يكون فيها التحوُّل النسبي أقل من الواحد، تُعطى حرارة التفاعل بالصيغة:

$$\Delta H_r^\circ = \frac{f_s n_s}{|\sigma_s|} \Delta \hat{H}_r^\circ \qquad (20-8.4)$$

حيث إن f_s هو التحوُّل النسبي للجنس s (أي نسبة الجنس التي تُستهلك في التفاعل)، و σ_s هو مثَل تفاعل الجنس s، و n_s هو عدد مولات الجنس s التي توضع بداية في المنظومة ، و $\Delta\hat{H}_r^\circ$ هي حرارة التفاعل المعيارية. وعلى غرار ما تقدم، حين التعامل مع معدَّلات التدفق، يُعطى تغيُّر معدل المحتوى الحراري بالعلاقة:

$$\Delta \dot{H}_r^\circ = \frac{f_s \dot{n}_s}{|\sigma_s|} \Delta \hat{H}_r^\circ \qquad (21-8.4)$$

حيث إن $\dot{n}_s$ هو معدَّل التدفق المولي للجنس s في المنظومة. وتكون المعادلتان 8.4−20 و8.4−21 صالحتين عندما يكون الجنس s متفاعلاً فقط. تذكَّر أن التحوُّل النسبي للمتفاعل يساوي:

$$f_s = \frac{n_{i,s} - n_{j,s}}{n_{i,s}} \qquad (22-8.4)$$

أو:

$$f_s = \frac{\dot{n}_{i,s} - \dot{n}_{j,s}}{\dot{n}_{i,s}} \qquad (23-8.4)$$

حيث إن i و j يرمزان للدخل والخرج.

انظر في التفاعل التالي الذي يحصل في الطور السائل عند درجة حرارة وضغط معياريين:

$$1\ \mathrm{A}(l) + 3\ \mathrm{B}(l) \rightarrow 1\ \mathrm{P}(l) + 2\ \mathrm{Q}(l) \qquad (24-8.4)$$

حيث إن A وB هما المتفاعلان، وP وQ هما الناتجان. افترض أن 100 مول من A تتفاعل كلياً مع 300 مول من B لتكوين 100 مول من P و200 مول من Q. وافترض أن حرارة التفاعل المعيارية $\Delta\hat{H}_r^\circ$ تساوي 100 kJ/mol. ونظراً إلى أن A وB متوفران بكميات متناسبة مع أمثال التفاعل، وأن التفاعل يستمر حتى يكتمل، فإن تحوُّلي A وB النسبيين يساويان الواحد (يمكن استعمال المعادلة 8.4−12 في حساب ΔH_r° أيضاً لأن التحولين النسبيين يساويان الواحد). الآن يُحسب التغيُّر الكلي في المحتوى الحراري ΔH_r° في التفاعل الافتراضي المعطى بالمعادلة 8.4−24 للجنسين A وB:

$$\mathrm{A}: \quad \Delta H_r^\circ = \frac{f_s n_s}{|\sigma_s|} \Delta \hat{H}_r^\circ = \frac{1.0\,(100\,\mathrm{mol})}{|-1|} 100 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}} = 10\,000\ \mathrm{kJ} \qquad (25-8.4)$$

$$B: \quad \Delta H_r^\circ = \frac{f_s n_s}{|\sigma_s|}\Delta \hat{H}_r^\circ = \frac{1.0\,(300\,\text{mol})}{|-3|}100\,\frac{\text{kJ}}{\text{mol}} = 10\,000\ \text{kJ} \qquad (26-8.4)$$

نظراً إلى أن ΔH_r° مستقلة عن الجنس المنتقى للحساب، كانت القيمتان المحسوبتان لها متساويتين.

افترض الآن أن 100 مول من A قد تفاعلت مع 150 مول من B لتكوين 50 مولاً من P و100 مول من Q عند درجة حرارة وضغط معياريين وفقاً للتفاعل الافتراضي المعطى بالمعادلة 8.4−24. إنّ كميّة المتفاعل B هي التي تحدّ التفاعل، وهناك 50 مولاً فائضة من A. ومن المعروف أن حرارة التفاعل المعيارية $\Delta \hat{H}_r^\circ$ تساوي 100 kJ/mol. في هذه الحالة، مقدارا A وB ليسا متناسبين مع أمثال التفاعل، لذا يكون التحوُّل النسبي لكل منهما كالآتي:

$$A: \quad f_A = \frac{n_{i,A} - n_{j,A}}{n_{i,A}} = \frac{100\ \text{mol} - 50\ \text{mol}}{100\ \text{mol}} = 0.5 \qquad (27-8.4)$$

$$B: \quad f_B = \frac{n_{i,B} - n_{j,B}}{n_{i,B}} = \frac{150\ \text{mol} - 0\ \text{mol}}{150\ \text{mol}} = 1.0 \qquad (28-8.4)$$

إن التغيُّر الكلي في المحتوى الحراري $\Delta \hat{H}_r^\circ$ الناجم عن التفاعل هو نفسه، سواء أقمنا الحساب على الجنس A أم الجنس B:

$$A: \quad \Delta H_r^\circ = \frac{f_s n_s}{|\sigma_s|}\Delta \hat{H}_r^\circ = \frac{0.5\,(100\,\text{mol})}{|-1|}100\,\frac{\text{kJ}}{\text{mol}} = 5000\ \text{kJ} \qquad (29-8.4)$$

$$B: \quad \Delta H_r^\circ = \frac{f_s n_s}{|\sigma_s|}\Delta \hat{H}_r^\circ = \frac{1.0\,(150\,\text{mol})}{|-3|}100\,\frac{\text{kJ}}{\text{mol}} = 5000\ \text{kJ} \qquad (30-8.4)$$

لاحظ أن التغيُّر الكلي في المحتوى الحراري الناجم عن التفاعل في هذه الحالة يساوي نصف قيمة التغيُّر في الحالة السابقة. وهذا طبيعي لأن مقدار الناتج في الحالة الثانية يساوي نصف مقدار الناتج في الحالة الأولى.

عندما لا تكون المتفاعلات موجودة بنسب كنسب أمثال التفاعل، أو لا يستمر التفاعل حتى الاكتمال، يجب حساب تغيُّرات الحرارة المحسوسة. حينئذ يجب الانتباه إلى استعمال المقادير الصحيحة من الكتلة والمولات ومعدَّل الكتلة ومعدَّل المولات، للمتفاعلات والنواتج، في المعادلتين 8.4−18 و8.4−19.

المثال 14.4 تنفس غير كامل في جسم الإنسان

مسألة: استعمل المثال 13.4 مرة أخرى لحساب حرارة التفاعل عند $37^\circ C$ أثناء التنفس:

$$C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l)$$

افترض أن مولاً واحداً من الغلوكوز و9 مولات من الأكسجين متوفرة للتفاعل، وأن 0.2 مول من الغلوكوز تبقى بعد توقف التفاعل. قيم السعات الحرارية ذات الصلة معطاة في الجدول 6.4.

الحل: نظراً إلى عدم اكتمال التفاعل، نحسب أولاً التحوُّل النسبي للغلوكوز:

$$f_{C_6H_{12}O_6} = \frac{n_{i,C_6H_{12}O_6} - n_{j,C_6H_{12}O_6}}{n_{i,C_6H_{12}O_6}} = \frac{1\text{ mol} - 0.2\text{ mol}}{1\text{ mol}} = 0.8$$

ولحساب عدد المولات التي تُستهلك من كل جنس أثناء التفاعل، يجب حساب معدَّل التفاعل R. باستعمال الغلوكوز جنسا للحساب نجد:

$$R = \frac{n_{i,s} f_s}{-\sigma_s} = \frac{(1\text{mol})(0.8)}{-(-1)} = 0.8\text{mol}$$

فيكون مقدار الأكسجين المتبقي بعد التفاعل:

$$n_{j,O_2} = n_{i,O_2} + \sigma_{O_2} R = 9\text{ mol} + (-6)\ 0.8\text{ mol} = 4.2\text{ mol}$$

ويتكوَّن في حصيلة التفاعل 4.8 مول من كل من ثاني أكسيد الكربون والماء تخرج من المنظومة.

$C_6H_{12}O_6, 9O_2$ at $37^\circ C$ —ΔH_r (المسار الفعلي)→ $CO_2, H_2O, C_6H_{12}O_6, O_2$ at $37^\circ C$

ΔH_1: برِّد $C_6H_{12}O_6, O_2$

ΔH_3: دفِّئ $CO_2, H_2O, C_6H_{12}O_6, O_2$

$C_6H_{12}O_6, 9O_2$ at $25^\circ C$ —$\Delta H_2 = \Delta H_r^\circ$ (تفاعل عند ظروف معيارية)→ $CO_2, H_2O, C_6H_{12}O_6, O_2$ at $25^\circ C$

مسار افتراضي

الشكل 18.4: مسار تفاعل افتراضي للاحتراق غير الكامل للغلوكوز في جسم الإنسان.

سنستعمل المسار الافتراضي الموجود في المثال 13.4 (الشكل 18.4). غير أن الناتجين وفائض المتفاعلات يجب أن تُدفَّأ من $25^\circ C$ حتى $37^\circ C$ في الخطوة 3 من المسار. ونستعمل

لحساب تغيُّرات الحرارة المحسوسة المعادلة 8.4−19 بعد تبسيطها:

$$\Delta H = \sum_s \left(n_s \int_{T_1}^{T_2} C_{P,s}(T)\, dT \right) = \sum_s \left(n_s C_{P,s} (T_2 - T_1) \right) = (T_2 - T_1) \sum_s n_s C_{P,s}$$

لأن تغيُّر درجة الحرارة لجميع المركَّبات هو نفسه في كل خطوة، يتضمن تغيُّر المحتوى الحراري في الخطوة 1 من المسار تبريد الغلوكوز والأكسجين:

$$\Delta H_1 = (25^\circ\mathrm{C} - 37^\circ\mathrm{C})\left[1\ \mathrm{mol} \left(225.9 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \right) + 9\ \mathrm{mol} \left(29.3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \right) \right] = -5.88\ \mathrm{kJ}$$

ويتضمن تغيُّر المحتوى الحراري في الخطوة 3 من المسار تسخين الناتجين (ثاني أكسيد الكربون والماء) والمتبقي من المتفاعلين (الغلوكوز والأكسجين):

$$\Delta H_3 = (37^\circ\mathrm{C} - 25^\circ\mathrm{C}) \left[4.8\ \mathrm{mol} \left(36.47 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \right) + 4.8\ \mathrm{mol} \left(75.4 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \right) \right.$$

$$\left. + 0.2\ \mathrm{mol} \left(225.9 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \right) + 4.2\ \mathrm{mol} \left(29.3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \right) \right] = 8.46\ \mathrm{kJ}$$

ولحساب ΔH_2، نجد حرارة احتراق الغلوكوز المعيارية في الملحق ج.9:

$$\Delta H_r^\circ = \frac{f_s n_s}{|\sigma_s|} \Delta \hat{H}_r^\circ = \frac{f_{C_6H_{12}O_6} n_{C_6H_{12}O_6}}{|\sigma_{C_6H_{12}O_6}|} \Delta \hat{H}_{c,C_6H_{12}O_6}^\circ = \frac{0.8(1\mathrm{mol})}{|-1|} (-2805\,\mathrm{kJ}) = -2244\,\mathrm{kJ}$$

وبضم الخطوات الثلاث معاً:

$$\Delta H_r (37^\circ\mathrm{C}) = \Delta H_1 + \Delta H_r^\circ + \Delta H_3 = -5.88\,\mathrm{kJ} - 2244\,\mathrm{kJ} + 8.46\,\mathrm{kJ} = -2240\,\mathrm{kJ}$$

إذاً، حرارة تفاعل الاحتراق الجزئي للغلوكوز بالأكسجين عند $37^\circ\mathrm{C}$ تساوي $-2240\,\mathrm{kJ}$. تذكَّر أن ΔH_r للاحتراق الكامل للغلوكوز تساوي $-2800\,\mathrm{kJ}$. وفقاً لما هو متوقع، فإن حرارة تفاعل الاحتراق الجزئي (أي عندما $f_{C_6H_{12}O_6} = 0.8$) أقل منها في حالة الاحتراق الكامل (أي عندما $f_{C_6H_{12}O_6} = 1.0$). لاحظ أيضاً أن ΔH_1 و ΔH_3 أصغر كثيراً من ΔH_r°. ونتيجة لذلك ΔH_r تساوي ΔH_r° تقريباً.

■

9.4 النظم المفتوحة مع تفاعلات

تعلمنا في المقطع 8.4 كيفية حساب حرارة التفاعل ΔH_r لمنظومة تحتوي على مكوّنات متفاعلة. وبسبب المقدرة على حساب التغيُّر الكلي في المحتوى الحراري عبر منظومة متفاعلة، يمكن تطبيق معادلة انحفاظ الطاقة الكلية على النظم المتفاعلة. وفي ما يخص المنظومة المستقرة التي لا تحصل فيها تغيُّرات في الطاقتين الكامنة والحركية، تُختزل المعادلة الجبرية 3.4−17 والمعادلة التفاضلية 3.4−10 إلى:

$$\sum_i m_i \hat{H}_i - \sum_j m_j \hat{H}_j + Q + W_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (1-9.4)$$

$$\sum_i \dot{m}_i \hat{H}_i - \sum_j \dot{m}_j \hat{H}_j + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (2-9.4)$$

وفي ما يخص النظم التي تحصل فيها تفاعلات، يُعرَّف تغيُّر المحتوى الحراري أو معدَّل تغيُّر المحتوى الحراري بالعلاقات:

$$-\Delta H_r = \sum_i m_i \hat{H}_i - \sum_j m_j \hat{H}_j \qquad (3-9.4)$$

$$-\Delta \dot{H}_r = \sum_i \dot{m}_i \hat{H}_i - \sum_j \dot{m}_j \hat{H}_j \qquad (4-9.4)$$

ومرة أخرى نتجنب الحاجة إلى معرفة القيمة الفعلية للمحتوى الحراري النوعي المعطى بالمعادلتين 9.4−1 و9.4−2، وذلك باستعمال الفروق بين مقادير تيارات الدخل والخرج. لذا تمكن كتابة المعادلتين 9.4−1 و9.4−2 بالشكل الآتي:

$$-\Delta H_r + Q + W_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (5-9.4)$$

$$-\Delta \dot{H}_r + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (6-9.4)$$

ويمكن للمقدارين ΔH_r و $\Delta \dot{H}_r$ أن يتضمنا عدة حدود، منها حرارة التفاعل المعيارية والحرارة المحسوسة.

تعلمنا في المقطع 8.4 كيفية حساب ΔH_r و $\Delta \dot{H}_r$ للنظم التفاعلية. وعملياً تمكِّننا الطرائق التي رأيناها في المقطع 8.4 من حساب تغيرات المحتوى الحراري النوعي في النظم التفاعلية، تلك التغيرات التي يمكن بعدئذ استعمالها في المعادلتين 9.4−5 و9.4−6.

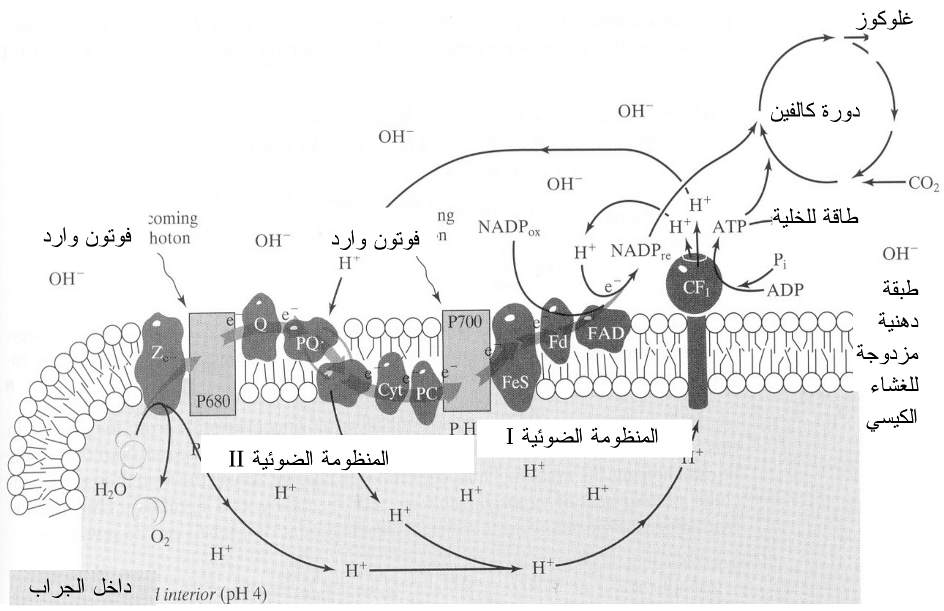
المثال 15.4 التركيب الضوئي في النباتات الخضراء

مسألة: التركيب الضوئي هو تفاعل أعقد كثيراً من ذاك الموصوف في المثال 11.4 الذي

يأخذ فيه النبات ثاني أكسيد الكربون والماء من البيئة المحيطة ويحوِّلهما إلى غلوكوز وأكسجين:

$$6\ CO_2(g) + 6\ H_2O(l) \rightarrow C_6H_{12}O_6(s) + 6\ O_2(g)$$

يتألف التركيب الضوئي من تفاعلين منفصلين: مضيء ومظلم. وتُستعمل في التفاعل المضيء فوتونات الضوء لتهييج إلكترونات الكلوروفيل الموجود في الغشاء الجرابي في أكياس الكلوروفيل(thylakoid membrane of chloroplast). وهذا يولِّد وسيطَي طاقة: ثلاثي فوسفات الأدِنوزين (adenosine triphosphate ATP) وفوسفات نيكوتيناميد الأدنين ثنائي النوى (nicotinamide adenine dinucleotide phosphate NADPH). وتُضاف



الشكل 19.4: التركيب الضوئي بالتفاعلين المضيء والمظلم. المصدر:

Keeton WT and Gould JL, *Biological Science*, 4th ed., New York: WW Norton, 1986

مجموعة فوسفات إلى ثاني فوسفات الأدنوزين (adenosine diphosphate ADP) لتكوين الـــ ATP، ويُرجع أيون الـــ +NADP لتكوين الـــ NADPH. وفي التفاعل المظلم، الذي يحصل في النسيج الحاضن لأكياس الكلوروفيل، تتحرَّر طاقة بإزالة مجموعة فوسفات من الـــ ATP (أي تحويل الـــ ATP إلى ADP) وبأكسدة الـــ NADPH (أي إعادة الـــ NADPH إلى +NADP). ثم يُعاد الـــ ADP والـــ +NADP من التفاعل المظلم إلى الغشاء الجرابي (الشكل 19.4).

تستعمل الطاقة المتحرِّرة في التفاعلات المظلمة لتعليق الكربون في تركيب الغلوكوز. وإجمالاً، يتطلب تركيب جزيء الغلوكوز 18 ATP و 12 NADPH. إذا تحرَّرت طاقة مقدارها 30.5 kJ/mol حين إزالة مجموعات الفوسفات من الـــ ATP، ما هو مقدار العمل المقترن بأكسدة مول واحد من الـــ NADPH إلى +NADP؟

افترض أن درجة حرارة النبات لا تتغيَّر أثناء تفاعل التركيب الضوئي (أي إن طاقة الفوتونات تُستعمل لتهييج الإلكترونات فقط، ولذا تكون الطاقة الحرارية الناجمة عن إنتاج جزيء غلوكوز واحد مهملة). افترض أن التفاعل يحصل عند ظروف معيارية (25°C و $1\ \text{atm}$).

الحل: إذا اعتبرنا النبات منظومة، أمكننا افتراض أن المنظومة في حالة مستقرة. وبسبب عدم تحرُّك المنظومة، فإن الطاقتين الكامنة والحركية لا تتغيران. ويمكن استعمال الصيغة الجبرية من معادلة انحفاظ الطاقة الكلية لحسابات المنظومة:

$$\sum_i m_i \hat{H}_i - \sum_j m_j \hat{H}_j + Q + W_{\text{nonflow}} = 0$$

ويحصل تفاعل في المنظومة أثناء التركيب الضوئي، ولذا يمكننا التعويض عن الحدَّين الأولَين في المعادلة 9.4−3 لنحصل على المعادلة 9.4−5:

$$-\Delta H_r + Q + W_{\text{nonflow}} = 0$$

ونظراً إلى افتراضنا أن النبات لا يتبادل حرارة مع المحيط، تُختزل هذه المعادلة لتصبح:

$$-\Delta H_r + W_{\text{nonflow}} = 0$$

تذكَّر من المثال 11.4 أن حرارة التفاعل المعيارية لإنتاج الغلوكوز أثناء التركيب الضوئي كانت 2810 kJ/mol باستعمال حرارات التكوين المعيارية للمتفاعلين (ثاني أكسيد الكربون والماء) والناتجين (الغلوكوز والأكسجين). نجد باستعمال عدد أفوكادرو أن ΔH_r° الخاصة بجزيء واحد من الغلوكوز عند الظرفين المعياريين تساوي $4.66 \times 10^{-21}\ \text{kJ}$.

يُعتبر تحرُّر الطاقة في المنظومة الناجم عن إزالة مجموعة فوسفات من الـــ ATP وأكسدة الـــ NADPH، عملاً غير متدفق، إذ إن العمل طاقة تتدفق نتيجة لقوة محركة غير درجة الحرارة (يمكن في طريقة أخرى تضمين التفاعلات الثلاثة جميعاً: تكوين الغلوكوز وإزالة الفوسفات من الـــ ATP، وأكسدة الـــ NADPH في الحد ΔH_r). ونظراً إلى أن العمل هو نوع من الطاقة، يمكننا حساب العمل المنجز بتحويل 18 ATP إلى 18 ADP لإنتاج جزيء غلوكوز واحد باستعمال الطاقة المتحررة في تحويل مول واحد من ATP (أي 30.5 kJ):

$$W_{\text{ATP}} = \left(30.5\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right)\left(\frac{1\,\text{mol}}{6.02\times10^{23}\ \text{Molecules}}\right)(18\,\text{molecules}) = 9.12\times10^{-22}\ \text{kJ}$$

ويُحسب العمل الذي يُعطى للمنظومة بتحويل 12 جزيء NADPH إلى 12 جزيء +NADP بفصل حد العمل غير المتدفق إلى حدٍّ خاص بالــ ATP وآخر خاص بالــ NADPH:

$$-\Delta H_r + W_{\text{nonflow}} = -\Delta H_r + W_{\text{ATP}} + W_{\text{NADPH}} = 0$$

$$W_{\text{NADPH}} = \Delta H_r - W_{\text{ATP}} = 4.66\times10^{-21}\text{kJ} - 9.12\times10^{-22}\text{kJ}$$

$$= 3.75\times10^{-21}\text{kJ}$$

$$W_{\text{NADPH}} = 3.75\times10^{-21}\text{kJ}\left(\frac{6.02\times10^{23}\text{molecules}}{\text{mol}}\right)\left(\frac{1}{12\,\text{molecules}}\right) = 188\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

يُعتبر كلٌّ من تحويل الــ ATP إلى الــ ADP، وتحويل الــ NADPH إلى الــ +NADP تفاعلاً محرِّراً للطاقة. والطاقة المتوفرة للمنظومة من هذين التفاعلين تمكِّن من التفاعل الماص للحرارة الذي يُنتِج الغلوكوز.

يمكن أن يتبخر في المفاعلات الحيوية مقدار ملحوظ من الماء من المنظومة. في هذه الحالة، يكون المحتوى الحراري لبخار الماء الخارج من المنظومة أكبر من ذاك الذي للسائل الداخل إلى المنظومة. لذا يمكن لتغيُّر المحتوى الحراري عبر المنظومة أن يتضمن أيضاً حدّاً لحرارة التبخير الكامنة. وفي حالة الإسهام الكبير للتبخير في تغيُّر المحتوى الحراري، يمكن إعادة كتابة المعادلة 6−9.4 كالآتي:

$$-\Delta\dot{H}_r - \Delta\dot{H}_v + \sum\dot{Q} + \sum\dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (7-9.4)$$

حيث إن $\Delta\dot{H}_v$ هو معدّل حرارة التبخير ويُحسب باستعمال إما المعادلة:

$$\Delta\dot{H}_v = \dot{m}\,\Delta\hat{H}_v \qquad (8-9.4)$$

أو المعادلة:

$$\Delta\dot{H}_v = \dot{n}\,\Delta\hat{H}_v \qquad (8-9.4)$$

حيث إن $\Delta\hat{H}_v$ هي حرارة التبخير النوعية على أساس الكتلة أو المولات.

المثال 16.4 تكوين حمض الليمون

مسألة: أحد الأحماض الطبيعية التي تتكوَّن في الفواكه الحامضة هو حمض الليمون (citric acid) ($C_6H_8O_7$)، وهو مركَّب مهم في التنفس الهوائي. ويُضاف إلى الطعام بوصفه حافظاً

يمنع تغيُّر لونه. وفي الصناعة يُنتَج حمض الليمون بسيرورة مستمرة باستعمال تنمية العفن الأسود (*Aspergillus niger*) في مفاعل وجبات يعمل عند $30^\circ C$:

$$C_6H_{12}O_6(s) + a\ NH_3(g) + b\ O_2(g) \rightarrow c\ CH_{1.79}N_{0.2}O_{0.5}(s)$$
$$+ d\ CO_2(g) + e\ H_2O(l) + f\ C_6H_8O_7(s)$$

تساوي نسبة التنفس في هذا التفاعل $RQ = 0.45$. وتساوي إنتاجية حمض الليمون حين استهلاك مول من الغلوكوز 0.7. وتُعطى كتلة الخلية بـــ $CH_{1.79}N_{0.2}O_{0.5}$. وحرارات الاحتراق الخاصة بالمركَّبات المشاركة في التفاعل الكيميائي معطاة في الجدول 7.4.

في الدخل، يساوي معدَّل تدفق الغلوكوز 20 كلغ في الساعة، ويساوي معدَّل تدفق الأمونيا 0.4 كلغ في الساعة، ويساوي معدَّل تدفق الأكسجين 7.5 كلغ في الساعة. ويساوي التحويل النسبي للغلوكوز 0.91. ويُضيف الخلط الميكانيكي إلى المرقة قدرة أو استطاعة إلى المنظومة مقدارها 15 كيلوواط. ويتبخر عُشْر الماء الذي ينجم عن التفاعل. قدِّر متطلبات التبريد (مقتبسة من Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, 1995.).

الجدول 7.4: حرارات احتراق المركَّبات المشاركة في إنتاج حمض الليمون.

المركَّب	$\Delta \hat{H}_c^o$ (kJ/mol)
غلوكوز $C_6H_{12}O_6(s)$	−2805
أمونيا $NH_3(g)$	−382.6
كتلة الخلية $CH_{1.79}N_{0.2}O_{0.5}(s)$	−552
حمض الليمون $C_6H_8O_7(s)$	−1962

الحل:

1. تجميع

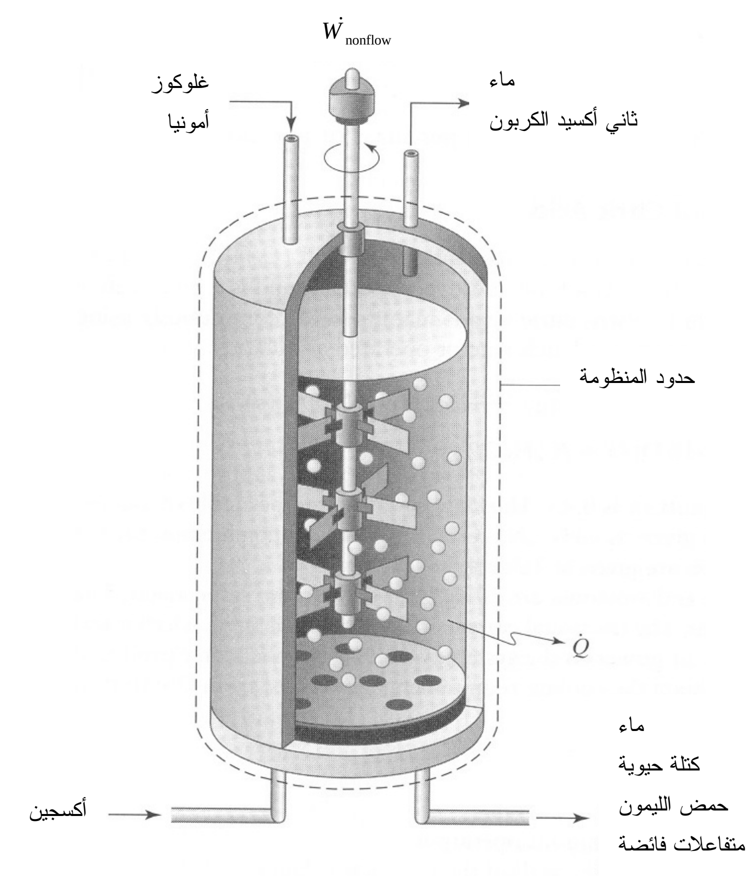
(أ) أوجد متطلبات التبريد من أجل التشغيل المستمر.

(ب) المخطط: حدود المنظومة هي جدار المفاعل الحيوي (الشكل 20.4).

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- محتويات الإناء جيدة المزج.
- الحرارة المحسوسة مهملة.
- درجة حرارة المفاعل الحيوي ثابتة عند $30^{\circ}C$.
- الأكسجين الداخل إلى المفاعل جاف تماماً.
- المنظومة في حالة مستقرة.



الشكل 20.4: منظومة مفاعل حيوي لإنتاج حمض الليمون.

- ليست ثمة تغيُّرات في الطاقتين الكامنة والحركية.

(ب) بيانات إضافية:

- حرارة تبخر الماء $\Delta\hat{H}_v$ عند $30^{\circ}C$ تساوي $2430.7\ kJ/kg$ (الملحق ج.5).

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- الوحدات : kg, kJ, hr, mol.

(ث) الأساس: يمكن استعمال معدّل تدفق الغلوكوز (20 كلغ في الساعة) أساساً.

$$\dot{n}_{\text{in},C_6H_{12}O_6}=\frac{\dot{m}_{\text{in},C_6H_{12}O_6}}{M_{C_6H_{12}O_6}}=\frac{20\,\dfrac{\text{kg}}{\text{hr}}}{180\,\dfrac{\text{g}}{\text{mol}}\left(\dfrac{1\,\text{kg}}{1000\,\text{g}}\right)}=111\,\frac{\text{mol}}{\text{hr}}$$

(ج) التفاعل: معطى في نص المسألة:

$$\begin{aligned}C_6H_{12}O_6(s)+a\,NH_3(g)+b\,O_2(g)&\rightarrow c\,CH_{1.79}N_{0.2}O_{0.5}(s)\\&+d\,CO_2(g)+e\,H_2O(l)+f\;C_6H_8O_7(s)\end{aligned}$$

تجب موازنة العناصر من أجل موازنة التفاعل:

الكربون: $-6+c+d+6f=0$

النتروجين: $-a+0.2c=0$

الهيدروجين: $-12-3a+1.79c+2e+8f=0$

الأكسجين: $-6-2b+0.50c+2d+e+7f=0$

نسبة التنفس RQ: $0.45=\dfrac{d}{b}$

الإنتاجية: $0.70=f$

ونظراً إلى أن f معلومة عملياً، يكون لدينا خمس معادلات وخمسة مجاهيل. باستعمال الماتلاب أو أي برنامج آخر، يمكن تحديد قيم المتغيرات:

$$a=0.196\qquad b=1.82\qquad c=0.979\qquad d=0.821\qquad e=2.62$$

وتكون المعادلة المتوازنة:

$$\begin{aligned}C_6H_{12}O_6(s)+0.196\,NH_3(g)+1.82\,O_2(g)&\rightarrow 0.979\,CH_{1.79}N_{0.2}O_{0.5}(s)\\&+0.821\,CO_2(g)+2.62\,H_2O(l)+0.7\,C_6H_8O_7(s)\end{aligned}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى أن معدّلات تدفق المواد هي المعطاة، نستعمل الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الطاقة:

$$\sum_i \dot{m}_i(\hat{E}_{P,i}+\hat{E}_{K,i}+\hat{H}_i)-\sum_j \dot{m}_j(\hat{E}_{P,j}+\hat{E}_{K,j}+\hat{H}_j)+\sum\dot{Q}+\sum\dot{W}_{\text{nonflow}}=\frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

(ب) الحساب:

- المنظومة في حالة مستقرة، ولذا نستطيع حذف حدّ التراكم. ولا توجد تغيُّرات في الطاقتين الكامنة والحركية، ولذا تُحذف حدودهما. لكن ثمة تبخُّر. حينئذ، تُختزل معادلة انحفاظ الطاقة التفاضلية إلى المعادلة 9.4−7:

$$-\Delta\dot{H}_r - \Delta\dot{H}_v + \sum\dot{Q} + \sum\dot{W}_{\text{nonflow}} = 0$$

- ما علينا حسابه الآن هو معدَّل إزالة الحرارة من المنظومة، لذا نرتب المعادلة من أجل حساب الحرارة:

$$\dot{Q} = \Delta\dot{H}_r + \Delta\dot{H}_v - \sum\dot{W}_{\text{nonflow}}$$

- ولحساب $\Delta\dot{H}_r$، نستعمل أولاً المعادلة 8.4−11 لحساب حرارة التفاعل المعيارية باستعمال حرارات احتراق المركَّبات المدرجة في الجدول 7.4:

$$\begin{aligned}\Delta\hat{H}_r^{\circ} &= \sum_r(\sigma_r\Delta\hat{H}_{c,r}^{\circ}) - \sum_p(\sigma_p\Delta\hat{H}_{c,p}^{\circ})\\ &= (1)\,\Delta\hat{H}_{c,C_6H_{12}O_6}^{\circ} + (0.196)\,\Delta\hat{H}_{c,NH_3}^{\circ} - (0.979)\,\Delta\hat{H}_{c,CH_{1.79}O_{0.50}N_{0.20}}^{\circ}\\ &\quad - (0.7)\,\Delta\hat{H}_{c,C_6H_8O_7}^{\circ}\\ &= (1)\left(-2805\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right) + (0.196)\left(-382.6\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right)\\ &\quad -(0.979)\left(-552\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right) - (0.7)\left(-1962\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right)\\ &= -966\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\end{aligned}$$

تذكَّر أن حرارة الاحتراق المعيارية لــ O_2 ولناتجي الاحتراق H_2O و CO_2 تساوي صفراً. وإسهامات الحرارة المحسوسة مهملة مقارنة بحرارة التفاعل. لذا نهمل تلك الإسهامات ونحسب تغيُّر معدَّل المحتوى الحراري $\Delta\dot{H}_r$ عند 30°C بالتعويض بالغلوكوز بوصفه المركَّب موضوع الحساب:

$$\Delta\dot{H}_r(30^{\circ}\text{C}) \cong \Delta\dot{H}_r^{\circ} = \frac{f_s\dot{n}_s}{|\sigma_s|}\Delta\hat{H}_r^{\circ} = \frac{f_{C_6H_{12}O_6}\dot{n}_{C_6H_{12}O_6}}{|\sigma_{C_6H_{12}O_6}|}\Delta\hat{H}_r^{\circ}$$

$$= \frac{0.91\left(111\frac{\text{mol}}{\text{hr}}\right)}{|-1|}\left(-966\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right) = -97\,600\frac{\text{kJ}}{\text{hr}}$$

- ونحتاج لحساب معدَّل حرارة التبخير $\Delta\dot{H}_r$، إلى حساب معدَّل تكوُّن الماء في

التفاعل، ثم نحسب مقدار الجزء المتبخر منه. تدخل الأمونيا مع الأكسجين إلى المفاعل وفيهما فائض، لذا نحسب معدّل التفاعل باستعمال الغلوكوز:

$$R = \frac{\dot{n}_{\text{in},C_6H_{12}O_6} f_{C_6H_{12}O_6}}{-\sigma_{C_6H_{12}O_6}} = \frac{111 \frac{\text{mol}}{\text{hr}} (0.91)}{-(-1)} = 101 \frac{\text{mol}}{\text{hr}}$$

وباستعمال معدل التفاعل نستطيع الآن حساب معدل الإنتاج المولي للماء:

$$\dot{n}_{\text{out},H_2O} = \dot{n}_{\text{in},H_2O} + \sigma_{H_2O} R = 0 + (2.62)101 \frac{\text{mol}}{\text{hr}} = 265 \frac{\text{mol}}{\text{hr}}$$

ويتبخَّر عُشْر الماء الناتج:

$$\Delta\dot{H}_v = \frac{1}{10} \dot{n}_{\text{out},H_2O} \Delta\hat{H}_v = \frac{1}{10}\left(265 \frac{\text{mol}}{\text{hr}}\right)\left(2430.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)\left(18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}\right)\left(\frac{\text{kg}}{1000\,\text{g}}\right)$$

$$= 1160 \frac{\text{kJ}}{\text{hr}}$$

- إن قدرة أو استطاعة الدخل من الخلط الميكانيكي هي 15 كيلوواط:

$$\dot{W}_{\text{nonflow}} = 15 \text{ kW} = 15 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}\left(\frac{3600 \text{ s}}{\text{hr}}\right) = 54\,000 \frac{\text{kJ}}{\text{hr}}$$

- ويساوي معدّل الحرارة $\dot{Q}$:

$$\dot{Q} = \Delta\dot{H}_r + \Delta\hat{\dot{H}}_v - \dot{W}_{\text{nonflow}}$$

$$= -97\,600 \frac{\text{kJ}}{\text{hr}} + 1160 \frac{\text{kJ}}{\text{hr}} - 54\,000 \frac{\text{kJ}}{\text{hr}} = -150\,000 \frac{\text{kJ}}{\text{hr}}$$

قيمة $\dot{Q}$ سالبة، وهذا يشير إلى أن الحرارة تخرج من المنظومة. لاحظ أن فقدان الطاقة الناجم عن تبخُّر الماء صغير مقارنة بحرارة التفاعل.

4. النتيجة

(أ) الجواب: يجب إزالة الحرارة من المفاعل بمعدّل 150 000 kJ/hr للحفاظ على استمرار التفاعل عند 30°C.

(ب) التحقُّق: إن $\Delta\dot{H}_r$ المحسوبة للتفاعل الكيميائي (أي لإنتاج حمض الليمون) سالبة، أي إن التفاعل ناشر للحرارة، وثمة طاقة تُضاف إلى المنظومة من خلال الخلط الميكانيكي للمرق، لذا من الطبيعي أن تكون ثمة ضرورة لإزالة الحرارة من

المنظومة. والجواب معقول لأنه من مرتبة كِبَر الطاقة الداخلة بالخلط الميكانيكي وحرارة التفاعل نفسهما.

10.4 النظم المتغيرة

تذكَّر معادلتي انحفاظ الطاقة الكلية التفاضلية والجبرية:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt} \quad (1-10.4)$$

$$\sum_i m_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j m_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j) + Q + W_{\text{nonflow}} = E_{T,f}^{sys} - E_{T,0}^{sys} \quad (2-10.4)$$

يمثِّل الجانب الأيمن من المعادلتين تغيُّر الطاقة الكلية في المنظومة. إن الطاقة المتراكمة، في النظم المتغيِّرة، ولا معدَّلها معدومين.

سنفترض في هذا الكتاب عدة افتراضات تبسيطية للنظم المتغيِّرة بحيث يمكن حل المسائل. إن التبسيطات الواردة في ما يأتي مخصصة للصيغة التفاضلية من معادلة انحفاظ الطاقة الكلية، إلا أنه يمكن وضع افتراضات مشابهة لها في حالة الصيغة الجبرية. نفترض **أولاً** أن ثمة تيار دخل واحداً في المنظومة وتيار خرج واحداً لهما معدَّل التدفق الكتلي نفسه. لذا، يحل الرمز $\dot{m}$ محل الرمزين $\dot{m}_i$ و $\dot{m}_j$. **ثانياً**، يُفترض أن تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية عبر المنظومة مهملة. **ثالثاً** نفترض أن المنظومة جيدة المزج، وينجم عن هذه الفرضية أن متغيرات المنظومة مثل تركيبها ودرجة حرارتها مساوية لتلك التي في تيار الخرج. وعلى سبيل المثال، درجة حرارة المنظومة تساوي T_j. وفي النظم المتغيرة، يمكن للمتغيِّر موضوع الاهتمام، ومثاله درجة حرارة المنظومة، أن يتغيَّر مع الزمن.

وتتضمن الافتراضات الأخرى عدم حصول تغيُّرات طورية وتفاعلات كيميائية في المنظومة. والطاقة الداخلية النوعية والمحتوى الحراري النوعي يجب ألا يكونا تابعين للضغط. **أخيراً**، يُفترض أن السعات الحرارية لمحتويات المنظومة ثابتة. تذكَّر أن تكامل السعة الحرارية (C_p) عند ضغط ثابت ضمن مجال من درجات الحرارة يساوي المحتوى الحراري النوعي $\Delta\hat{H}$ اللازم

لتدفئة مادة باردة (المعادلة 5.4−17). ويساوي تكامل السعة الحرارية عند حجم ثابت (C_v) ضمن مجال حراري الطاقة الداخلية النوعية $\Delta\hat{U}$:

$$\Delta\hat{U} = \int_{T_1}^{T_2} C_v(T)\, dT \qquad (3-10.4)$$

حيث إن T_1 هي درجة الحرارة الأولى و T_2 هي درجة الحرارة الثانية عند حجم ثابت. وحينما تكون $C_v(T)$ ثابتة، أي C_v، تصبح الطاقة الداخلية النوعية $\hat{U}$:

$$\hat{U} = C_v(T - T_{\text{ref}}) \qquad (4-10.4)$$

حيث إن T هي درجة حرارة المادة موضوع الاهتمام، و T_{ref} هي درجة الحرارة المرجعية. لاحظ أن الطاقة الداخلية النوعية $\hat{U}$ هي فعلاً الطاقة الداخلية النوعية عند درجة الحرارة T بالنسبة إلى الطاقة الداخلية النوعية عند درجة الحرارة المرجعية التي نفترض أنها تساوي 0. باستعمال هذه الافتراضات، تُختزل المعادلة 10.4−1 إلى:

$$\dot{m}\,\hat{H}_i - \dot{m}\,\hat{H}_j + \sum\dot{Q} + \sum\dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt} \qquad (5-10.4)$$

ويتحدَّد الفرق بين المحتوى الحراري لتيار الخرج والمحتوى الحراري لتيار الدخل باستعمال الحرارة المحسوسة فقط بسبب عدم وجود تفاعلات أو تغيُّرات طورية:

$$\dot{m}\hat{H}_i = \dot{m}C_p(T_i - T_{\text{ref}}) \qquad (6-10.4)$$

$$\dot{m}\hat{H}_j = \dot{m}C_p(T_j - T_{\text{ref}}) = \dot{m}C_p(T - T_{\text{ref}}) \qquad (7-10.4)$$

حيث إن T هي درجة حرارة كل من المنظومة وتيار الخرج. لذا يكون:

$$\dot{m}\hat{H}_i - \dot{m}\hat{H}_j = \dot{m}C_p(T_i - T) \qquad (8-10.4)$$

بالتعويض عن الطاقة الداخلية بحاصل ضرب الطاقة الداخلية النوعية (المعادلة 10.4−4) بالكتلة الموجودة في المنظومة m^{sys}، ينتُج المشتق الزمني للطاقة الكلية في المنظومة:

$$\frac{dE_T^{sys}}{dt} = \frac{dU^{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}(m^{sys}C_v(T - T_{\text{ref}})) = m^{sys}C_v\,\frac{dT}{dt} \qquad (9-10.4)$$

وذلك عندما تكون m^{sys} و C_v ثابتتين مع الزمن (مشتق T_{ref} يساوي الصفر لأنها ثابتة).

بالتعويض عن فرق المحتوى الحراري ومعدل تغيُّر الطاقة الكلية عبر المنظومة (من المعادلات 10.4−5 و10.4−8 و10.4−9) ينتُج:

$$\dot{m}C_p(T_i - T) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = m^{sys} C_v \frac{dT}{dt} \qquad (10-10.4)$$

لاحظ أن درجة الحرارة T في المعادلة 10.4−10 تابعة للزمن. إذاً، تتغير درجة الحرارة T في المنظومة المتغيرة ضمن المدة الزمنية موضوع الاهتمام. وبمعرفة الظرف الابتدائي، يمكن مكاملة هذه المعادلة.

والمعادلة الجبرية للمنظومة المتغيرة هي:

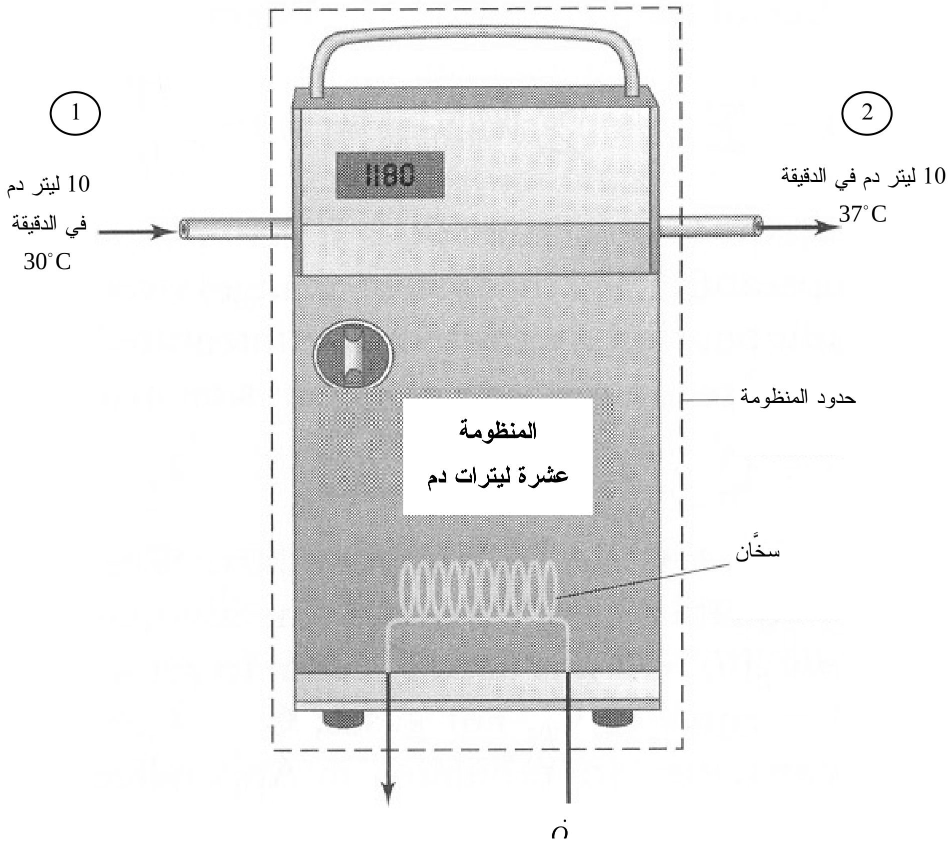
$$mC_p(T_i - T) + Q + W_{\text{nonflow}} = m^{sys} C_v (T_f - T_0) \qquad (11-10.4)$$

حيث إن m هي الكتلة المنقولة عبر حدود المنظومة. حين حل منظومة تلائمها المعادلة الجبرية، يكون مقدار الطاقة التي تعبر حدود المنظومة، $mC_p(T_i - T)$، عادة معدوماً.

وفي حالة السوائل والأجسام الصلبة، تكون $C_p = C_v$. وفي حالة الغازات، $C_v = C_p - R$، حيث إن R هو ثابت الغاز المثالي. السعات الحرارية مدرجة في الملاحق ج.1−ج.3 وج.7−ج.8.

المثال 17.4 إقلاع جهاز تسخين الدم

مسألة: انظر في عملية تسخين الدم في المثال 9.4 لكن من دون خلاط يُضيف عملاً إلى المنظومة (الشكل 21.4). افترض أن الوعاء يحتوي في البداية على ليتر واحد من الدم عند 30°C، وأن السخان يبدأ في اللحظة $t = 0$ بتدفئة الدم بمعدَّل $70\,\text{kcal/min}$. وفي لحظة تشغيل السخَّان، يبدأ تيار من الدم تبلغ درجة حرارته 30°C بالتدفق باستمرار عبر المنظومة ويخرج منها بمعدَّل $10.0\,\text{L/min}$. احسب المدة اللازمة لدرجة حرارة الدم، في الوعاء وفي تيار الخرج، لتصل إلى 37°C.



الشكل 21.4: جهاز تسخين الدم (إقلاع من حالة غير مستقرة).

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب المدة اللازمة لوصول درجة حرارة الدم إلى $37^{\circ}C$.

(ب) المخطط: يبين الشكل 21.4 جهاز تسخين الدم. يدخل الدم إلى الجهاز ويخرج منه بمعدَّل عشرة ليترات في الدقيقة، وتُضاف حرارة إلى المنظومة.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- محتويات الوعاء جيدة المزج.
- $C_p = C_v$، وهما ثابتتان وقيمة كل منهما تساوي $1.0\,\text{cal}/(\text{g}\cdot{}^{\circ}\text{C})$.

- لا يوجد عمل غير متدفق.
- كثافة الدم ثابتة وتساوي $1.0\,\text{g/cm}^3$.
- لا يوجد تبخُّر أو تغيُّر طور أو تفاعل.
- ضياع الحرارة في المحيط مهمل.
- لا يوجد تغيُّر في الطاقتين الكامنة والحركية.

(ب) لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- T_1: ثابت يمثل درجة حرارة تيار الدخل.
- T_2: متغيِّر يمثل درجة حرارة تيار الخرج وداخل الجهاز.
- الوحدات: $^{\circ}\text{C}$, kg, cal, min, L.

(ث) الأساس: افترضنا أن كثافة الدم تساوي $1.0\,\text{g/cm}^3$، لذا يمكننا استعمال معدل تدفق الدم في الدخل يساوي $10.0\,\text{L/min}$ للحصول على الأساس $10.0\,\text{kg/min}$.

3. حساب

(أ) المعادلة: المعطيات هي معدَّلا تدفق مادة وحرارة، لذا نستعمل معادلات انحفاظ تفاضلية للكتلة والطاقة:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \frac{dm^{sys}}{dt}$$

$$\sum_i \dot{m}_i\,(\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j\,(\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

(ب) الحساب:

- افترضنا عدم وجود تفاعلات في السيرورة، والمنظومة من ناحية الكتلة الكلية موجودة في حالة مستقرة. ومعدَّلا تدفق كتلة الدم في الدخل والخرج متساويان ويساويان الأساس:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} = 10.0\,\frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

كتلة المنظومة في حالة مستقرة، والحجم داخل الوعاء يبقى ثابتاً، لذا تبقى كتلة الدم داخل الجهاز ثابتة عند $1.0\,\text{kg}$.

- نطبِّق معادلة موازنة الطاقة في الحالة غير المستقرة 10.4−10 لأن الطاقتين الكامنة والحركية لا تتغيران، وليس ثمة تفاعل في المنظومة، لأن محتوياتها ممزوجة جيداً. وبعد الاختزال الإضافي الناجم عن انعدام العمل غير المتدفق يُعطى تغيُّر درجة الحرارة مع الزمن بـــ:

$$\dot{m}C_p(T_1 - T) + \sum \dot{Q} = mC_v \frac{dT}{dt}$$

$$10.0\frac{\text{kg}}{\text{min}}\left(\frac{1000\,\text{g}}{1\text{kg}}\right)1.0\frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot{}^{\text{o}}\text{C}}(30^{\text{o}}\text{C} - \text{T}) + 70\,000\frac{\text{cal}}{\text{min}}$$

$$= 1.0\ \text{kg}\left(\frac{1000\,\text{g}}{1\text{kg}}\right)\left(1.0\frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot{}^{\text{o}}\text{C}}\right)\frac{dT}{dt}$$

$$370\frac{\text{kcal}}{\text{min}} - 10\ \text{T}\frac{\text{kcal}}{\text{min}\cdot{}^{\text{o}}\text{C}} = \left(1\ \frac{\text{kcal}}{{}^{\text{o}}\text{C}}\right)\frac{dT}{dt}$$

- لحساب المدة اللازمة للوصول إلى 37°C، نستعمل الظرف الابتدائي المعطى (درجة الحرارة تساوي 30°C في اللحظة $t = 0$) ونكامل المعادلة السابقة للحصول على T بوصفها تابعة للزمن:

$$\int_{30^{\circ}\text{C}}^{37^{\circ}\text{C}} \frac{dT\ \ \dfrac{\text{kcal}}{{}^{\text{o}}\text{C}}}{370\dfrac{\text{kcal}}{\text{min}} - 10\,T\ \dfrac{\text{kcal}}{\text{min}\cdot{}^{\text{o}}\text{C}}} = \int_0^t dt$$

$$\frac{-1\dfrac{\text{kcal}}{{}^{\text{o}}\text{C}}}{10\dfrac{\text{kcal}}{\text{min}\cdot{}^{\text{o}}\text{C}}}\ \ln\left(370\frac{\text{kcal}}{\text{min}} - 10\,T\ \frac{\text{kcal}}{\text{min}\cdot{}^{\text{o}}\text{C}}\right)\Bigg|_{30^{\circ}\text{C}}^{37^{\circ}\text{C}} = t$$

لا يمكن حساب التكامل لأنه لا يمكن تحديد $\ln(0)$. لذا لا يمكن لدرجة الحرارة ضمن الجهاز أن تصل إلى 37°C ضمن مدة محدودة. غير أنه يمكن أن تقترب اقتراباً فقط من 37°C (الجدول 8.4). عملياً يمكن اعتبار أن درجة حرارة الدم تصبح قريبة جداً من 37°C خلال أقل من دقيقة واحدة.

الجدول 8.4: درجة الحرارة أثناء إقلاع جهاز تسخين الدم

المدة (min)	درجة الحرارة ($^\circ C$)
0.195	36.0
0.264	36.5
0.425	36.9
0.494	36.95
0.724	36.995
0.955	36.9995
1.645	36.9999995
2.267	36.999999999
2.497	36.9999999999

4. النتيجة

(أ) الجواب: يحتاج الدم إلى مدة لانهائية كي تصل درجة حرارته إلى $37^\circ C$. غير أنه عملياً تصبح درجة حرارة الدم قريبة جداً من $37^\circ C$ خلال دقيقة واحدة.

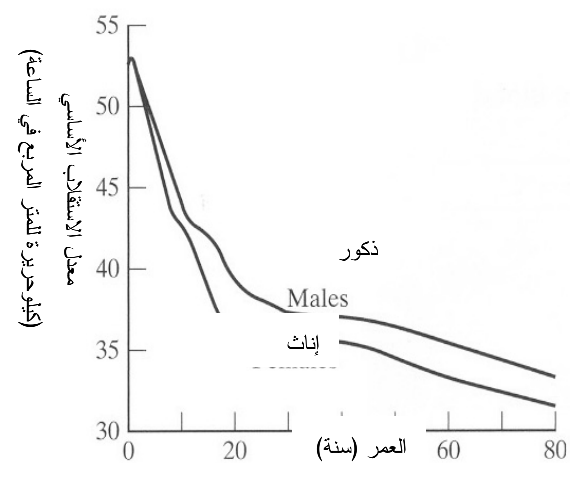
(ب) التحقُّق: من الصعب جداً إجراء تدقيق مستقل لهذا الجواب. ونجد باستعمال المعادلة الجبرية أن المدة اللازمة لتسخين ليتر واحد من الدم من $30^\circ C$ حتى $37^\circ C$ تقل كثيراً عن دقيقة واحدة. ونظراً إلى أن منظومتنا تتزوَّد باستمرار بدم بارد تبلغ درجة حرارته $30^\circ C$، فإنه سوف يحتاج إلى مدة أطول ليسخن حتى $37^\circ C$.

إن الاستقلاب في جسم الإنسان هو مثال آخر لتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة في المنظومة المتغيرة . والاستقلاب هو مجموع كافة التفاعلات الكيميائية في جميع خلايا الجسم يوفَّر بواسطتها الطاقة للسيرورات الحيوية. ويُعبَّر عادة عن معدَّل الاستقلاب بدلالة معدَّل الحرارة المتحرِّرة أثناء التفاعلات الكيميائية. **ومعدَّل الاستقلاب الأساسي** basal metabolic rate BMR) هو المعدَّل الذي تُستعمل به الطاقة في الجسم أثناء اليقظة مع الراحة التامة.

يظهر الشكل 22.4 تبعية معدَّل الاستقلاب الأساسي للعمر والجنس (الذكورة والأنوثة) مقدَّراً بالكيلوحريرة للمتر المربع من سطح الجسم (هذا يمثل استنظاماً للحجم). وتساوي مساحة جسم شخص عادي (طوله 170 سم وكتلته 150 ليبرة كتلية وعمره 30 عاماً) نحو 1.8 م^2 (انظر الملحق ث.2). وهذا يعني أن معدل الاستقلاب الأساسي لديه يساوي 67 كيلوحريرة في الساعة أو نحو 1600 كيلوحريرة في اليوم.

غير أنه نادراً ما يقضي الناس يوماً كاملاً في حالة راحة. ويتطلب القيام بأي نوع من

الأنشطة، غير الأنشطة الخلوية والتنفس والدورة الدموية، طاقة. ويعتمد معدّل الاستقلاب الأساسي على طبيعة الأنشطة التي تحصل، ويبين الجدول 9.4 بعض قيم الطاقة التي تُصرف في بعض الأنشطة.



الشكل 22.4: معدل الاستقلاب الأساسي في الأعمار المختلفة للجنسين. المصدر: Guyton AC and Hall JE, *Textbook of Medical Physiology*, Philadelphia: Saunders,2000.

الجدول 9.4: مصروف الطاقة أثناء الأنشطة المتنوعة لشخص كتلته 70 كلغ[*].

النشاط	مصروف الطاقة (كيلوحريرة في الساعة)
نوم	65
يقظة مع اضطجاع	77
جلوس مع راحة	100
وقوف مع استرخاء	105
ارتداء أو نزع الملابس	118
طباعة سريعة على لوحة مفاتيح	140
مشي بطيء (4.16 كلم في الساعة)	200
سباحة	500
جري (8.48 كلم في الساعة)	570
مشي سريع جداً (8.48 كلم في الساعة)	650
صعود درج	1100

• الجدول مقتبس من: Guyton AC and Hall JE, *Textbook of Medical Physiology*, Philadelphia: Saunders,2000

الجدول 10.4: استقلاب فئات الغذاء المختلفة*.

المركَّب	حرارة التفاعل $\Delta\hat{H}_r$ (kcal/g)
كربوهيدرات	4.1
دهون	9.3
بروتينات	4.5

* الجدول مقتبس من: Guyton AC and Hall JE, *Textbook of Medical Physiology*, Philadelphia: Saunders,2000

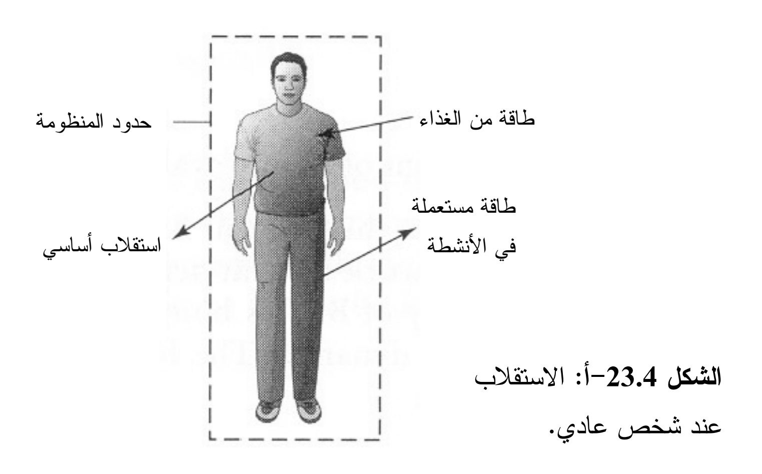
المثال 18.4 الاستقلاب في جسم شخص شاب

مسألة: برايان شاب عمره 19 سنة وطوله 170 سم ووزنه 150 ليبرة ثقلية ومعدّل الاستقلاب عنده يساوي $1730\,\text{kcal/day}$. افترض أن غذاءه اليومي يتضمن 35 غراماً من البروتين، و71 غراماً من الدهون، و320 غراماً من الكربوهيدرات (الشكل 23.4–أ). ويتضمن الجدول 10.4 حرارات تفاعل الكربوهيدرات والدهون والبروتينات.

الحالة 1: بناءً على هذا الغذاء، ما هو مقدار الطاقة التي يستطيع برايان صرفها يومياً من دون استنزاف احتياطيات جسمه؟

الحالة 2: افترض أن برايان خامل جداً ويحتاج إلى 20 في المئة من الطاقة زيادة على معدّل الاستقلاب الأساسي فقط ليبقى حياً. وافترض أن الطاقة المتاحة الفائضة تُخزن دهوناً في جسمه، وأن تحويل الطاقة إلى دهون يحصل بكفاءة تساوي 100 في المئة. ما هو مقدار الكتلة التي يكتسبها برايان في اليوم؟

الحالة 3: افترض أن **برايان** رائد فضاء يرتدي بذلة فضاء جيدة العزل أثناء المشي في الفضاء. والبذلة مصممة لإزالة حرارة الجسم للحفاظ على درجة حرارة ثابتة. افترض أن البذلة تعطلت فجأة وأصبحت غير قادرة على التخلص من الحرارة. ما هو مقدار زيادة درجة حرارة جسم برايان خلال ساعتين بسبب الحرارة المتولدة من الاستقلاب الأساسي فقط؟ افترض أن سعة الجسم الحرارية تساوي $0.86\,\text{kcal}/(\text{kg}\cdot{}^{\circ}\text{C})$.



الشكل 23.4–أ: الاستقلاب عند شخص عادي.

الحل:

الحالة 1: الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية هي:

$$\sum_i \dot{E}_{T,i} - \sum_j \dot{E}_{T,j} + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

إن ما نسعى إليه هو حل هذه المنظومة بحيث لا يحصل استهلاك من احتياطي الجسم، لذا نفترض أنها في حالة مستقرة. وتتضمن الطاقة المصروفة في الاستقلاب الأساسي فقدانات بسبب نقل مادة جَسِيمة (فقدانات الطاقة أثناء التنفس مثلاً) وفقدانات بسبب نقل لاتماسي (الحرارة الضائعة أثناء الاستقلاب مثلاً). في هذه المسألة، نجمع كل هذه الفقدانات بـــ $\dot{E}_{T,BMR}$، فتُختزل المعادلة السابقة إلى:

$$\sum_i \dot{E}_{T,i} - \sum_j \dot{E}_{T,j} = 0$$

$$\dot{E}_{T,\,\text{food}} - \dot{E}_{T,\,\text{BMR}} - \dot{E}_{T,\,\text{other}} = 0$$

حيث إن $\dot{E}_{T,\text{food}}$ هو معدّل دخول الطاقة إلى المنظومة ضمن الغذاء، و $\dot{E}_{T,\text{BMR}}$ هو معدّل الطاقة المصروفة في الاستقلاب، و $\dot{E}_{T,\text{other}}$ هو معدّل الطاقة التي تصرفها المنظومة في الأنشطة الحياتية. يُحسب معدّل الطاقة الداخلة إلى المنظومة بناءً على محتوى الطاقة في أنواع الغذاء الثلاثة (الكربوهيدرات والبروتين والدهون):

$$\dot{E}_{T,\,\text{food}} = \dot{m}_{\text{carb}}\,\hat{H}_{r,\,\text{carb}} + \dot{m}_{\text{fat}}\hat{H}_{r,\,\text{fat}} + \dot{m}_{\text{prot}}\,\hat{H}_{r,\,\text{prot}}$$

$$= 320\frac{\text{g}}{\text{day}}\left(4.1\frac{\text{kcal}}{\text{g}}\right)+71\frac{\text{g}}{\text{day}}\left(9.3\frac{\text{kcal}}{\text{g}}\right)$$

$$+53\frac{\text{g}}{\text{day}}\left(4.5\frac{\text{kcal}}{\text{g}}\right)= 2210\frac{\text{kcal}}{\text{day}}$$

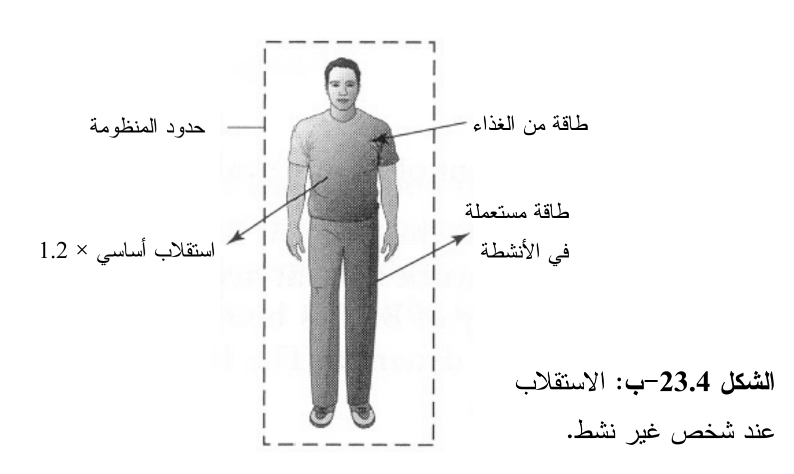
تساوي الطاقة الكلية المتوفرة في الطعام $2210\,\text{kcal/day}$. ولحساب مقدار الطاقة الذي يمكن لبرايان أن يصرفه دون استنزاف مخزون جسمه، نعيد ترتيب معادلة انحفاظ الطاقة التفاضلية ونعوِّض عن المقادير المعلومة بقيمها:

$$\dot{E}_{T\text{ , other}} = \dot{E}_{T\text{ , food}} - \dot{E}_{T\text{ , BMR}} = 2210\frac{\text{kcal}}{\text{day}} - 1730\frac{\text{kcal}}{\text{day}} = 480\frac{\text{kcal}}{\text{day}}$$

أي إن مقدار الطاقة المتوفِّرة للأنشطة الحياتية يساوي $480\,\text{kcal/day}$.

الحالة 2: في هذه المنظومة، يتناول برايان طعاماً ويصرف طاقة تزيد بـــ 20 في المئة على معدَّل الاستقلاب الأساسي. لا يوجد في المنظومة عمل غير متدفق أو مصدر آخر للحرارة (الشكل 23.4–ب). وتتغير كتلة برايان الكلية، ومعها طاقة جسمه. لذا من المفيد افتراض أن المنظومة متغيرة واستعمال معادلة انحفاظ الطاقة التفاضلية الآتية:

$$\dot{E}_{T\text{ ,in}} - \dot{E}_{T\text{ ,out}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$



الشكل 23.4–ب: الاستقلاب عند شخص غير نشط.

ويساوي معدَّل تراكم الطاقة في الجسم الفرق بين معدَّل الطاقة الداخلة إلى المنظومة ضمن الغذاء ومعدَّل خروجها منها من خلال الاستقلاب الأساسي وأوجه صرف الطاقة الأخرى. لقد حسبنا في

الحالة 1 أن المنظومة تأخذ 2210 كيلوحريرة يومياً من طريق الغذاء. ونظراً إلى استهلاك برايان طاقة إضافية تساوي 20 في المئة من تلك التي يصرفها في الاستقلاب الأساسي، يمكننا حساب معدل خروج الطاقة من المنظومة:

$$\dot{E}_{T,\text{out}} = 1.2\dot{E}_{T,\text{BMR}} = 1.2\left(1730\frac{\text{kcal}}{\text{day}}\right) = 2080\frac{\text{kcal}}{\text{day}}$$

إذاً، يساوي معدّل تراكم الطاقة في المنظومة:

$$\frac{dE_T^{sys}}{dt} = \dot{E}_{T,\text{in}} - \dot{E}_{T,\text{out}} = 2210\frac{\text{kcal}}{\text{day}} - 2080\frac{\text{kcal}}{\text{day}} = 130\frac{\text{kcal}}{\text{day}}$$

يساوي معدّل تراكم الطاقة في المنظومة $130\,\text{kcal/day}$، ويُفترض أن مقدار الطاقة هذا يُخزن على شكل دهون. بافتراض أن نسبة تحويل الطاقة إلى دهون تساوي 100 في المئة، يكون معدّل زيادة كتلة برايان:

$$\frac{130\frac{\text{kcal}}{\text{day}}}{9.3\frac{\text{kcal}}{\text{g}}} = 14\frac{\text{g}}{\text{day}}$$

عند هذا المعدّل، تزداد كتلته بمقدار 0.9 ليبرة كتلية في الشهر.



الشكل 23.4–ت: الاستقلاب لدى رائد فضاء يرتدي بذلة فضاء معزولة.

الحالة 3: نفترض أن برايان لا يتناول أي طعام أثناء مشيه في الفضاء (الشكل 23.4–ت). وبعد تعطُّل بذلته الفضائية، لا يمكن للطاقة التي يصرفها جسمه في الاستقلاب الأساسي أن تخرج إلى البيئة المحيطة، إذ إن حاجز البذلة المعزولة سوف يجعل الحرارة المتحررة بالاستقلاب الأساسي تسخِّن الجسم. في هذه الحالة غير المستقرة، تصبح معادلة انحفاظ الطاقة الكلية كالآتي:

$$\dot{E}_{T,\,\mathrm{BMR}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

تذكَّر من المعادلة 4.10−9 أن التغيُّر في طاقة المنظومة مرتبط بتغيُّر درجة حرارتها:

$$\frac{dE_T^{sys}}{dt} = mC_v \frac{dT}{dt}$$

في حالة المواد الصلبة، $C_p = C_v$. ومعدَّل الاستقلاب الأساسي هو معدَّل تراكم الطاقة في المنظومة:

$$\frac{dE_T^{sys}}{dt} = \dot{E}_{T,\,\mathrm{BMR}} = mC_p \frac{dT}{dt}$$

$$1730\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{day}}\left(\frac{1\ \mathrm{day}}{24\ \mathrm{hr}}\right) = 150\,\mathrm{lb_m}\left(\frac{1\ \mathrm{kg}}{2.2\ \mathrm{lb_m}}\right)\left(0.86\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg}\cdot{}^{\mathrm{o}}\mathrm{C}}\right)\frac{dT}{dt}$$

$$72.1\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{hr}} = 58.6\frac{\mathrm{kcal}}{{}^{\mathrm{o}}\mathrm{C}}\ \frac{dT}{dt}$$

$$\int_0^{2\mathrm{hr}} 72.1\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{hr}}dt = \int_{37^\circ\mathrm{C}}^{T} 58.6\frac{\mathrm{kcal}}{{}^{\mathrm{o}}\mathrm{C}}dT$$

$$72.1\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{hr}}(2\ \mathrm{hr}-0) = (58.6\,T - 2170\ {}^{\mathrm{o}}\mathrm{C})\frac{\mathrm{kcal}}{{}^{\mathrm{o}}\mathrm{C}}$$

$$T = 39.5^{\mathrm{o}}\mathrm{C} = 103^{\mathrm{o}}\mathrm{F}$$

تصبح درجة حرارة جسم رائد الفضاء بعد ساعتين من تعطُّل البذلة الفضائية $39.5^\circ\mathrm{C}$. ■

الخلاصة

تعلمنا في هذا الفصل مفاهيم الطاقة الأساسية التي تضمنت تعريفات الطاقات الكامنة والحركية والداخلية، إضافة إلى المحتوى الحراري. وناقشنا الطاقة في الحالة العابرة ومن ضمنها الحرارة والعمل غير المتدفق والعمل المتدفق أيضاً. وبيَّنا كيفية تطبيق معادلة الانحفاظ على خاصية الطاقة الكلية التوسُّعية، وكيفية صياغة هذه المعادلة باستعمال الطاقة الداخلية أو المحتوى الحراري.

واستقصينا النظم المفتوحة ذات الحالة المستقرة، مع تغيُّرات ملحوظة في الطاقتين الكامنة والحركية، ومن دون تلك التغيُّرات. وناقشنا كيفية حساب تغيُّرات المحتوى الحراري بوصفها

تابعة لتغيُّرات درجة الحرارة والضغط والطور والتفاعلات. ثم قمنا بحل مسائل تخص نظماً تخضع إلى تغيُّرات في المحتوى الحراري. وأخيراً، قمنا بتحليل كيفية استعمال المعادلات لحساب المتغيرات في النظم المتغيرة.

ويُؤكِّد الجدول 11.4 أن الطاقة الكلية يمكن أن تتراكم في المنظومة بسبب انتقال المادة الجَسِيمة عبر حدود المنظومة أو بسبب التماس المباشر أو غير المباشر. انظر الجداول التي تلخص الفصول الأخرى من أجل المقارنة. لقد قدَّمنا الطاقة الكلية في هذا الكتاب بوصفها أساساً قبل النظر في الطاقة الكهربائية (الفصل 5) وفي الطاقة الميكانيكية (الفصل 6).

ونظراً إلى أن اهتمام هذا الكتاب منصب على معادلات الموازنة والانحفاظ حصراً، لم نتطرق إلى كثير من مواضيع الترموديناميك. ثمة معالجة للمفاهيم المهمة الأخرى من حيث الإنتروبي والطاقة المتاحة free energy وقانون الترموديناميك الثاني في كتب أخرى (Kyle BG, *Chemical and Process Thermodynamics*, 3d ed., Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1999; Çengel YA and Boles MA, *Thermodynamics: An Engineering Approach*, 3d ed., Boston: McGraw-Hill, 1998).

الجدول 11.4: ملخص الحركة والتوليد والاستهلاك والتراكم في معادلة موازنة الطاقة الكلية.

تراكم	**دخل**	**− خرج**	**+ توليد**	**− استهلاك**
الخاصية التوسعية	انتقال مادة جَسِيمة	تماس مباشر وغير مباشر	تفاعلات كيميائية	تحويل في ما بين أنواع الطاقة
الطاقة الكلية	×	×		

المراجع

References

1. Zubay G. *Biochemistry*, 2d ed. New York: Macmillan Publishing Co, 1988.
2. Centers for Disease Control and Prevention. «Heat Illnesses and Death.» July 23, 2003. <www.cdc.gov/communication/tips/heat.htm>. (accessed January 6, 2005).
3. Bromley LA, Desaussure VA, Clipp JC, and Wright JS. «Heat capacities of sea water solutions at salinities of 1 to 12% and temperatures of 2° to 80°C.» J *Chem Eng Data* 1967, 12:202-6.

مسائل

1.4 ثمة طرائق عديدة لتقدير درجة حرارة المواد. ويقول بعضهم أنه من الممكن تقدير درجة حرارة الهواء بدرجات الفهرنهايت بِعدِّ عدد سقسقات صرّار الليل (الجُدجد) في 15 ثانية، ثم جمع العدد 37 إلى ناتج العد.

افترض سلَّماً جديداً لدرجات الحرارة يقوم على معدَّل سقسقة الصرّار. وافترض أن درجة الحرارة في هذا السلم تساوي عدد مرات سقسقة الصرّار في الدقيقة، وأنها تُعطى بالدرجة $^\circ\mathrm{X}$.

(أ) استخرج علاقة تربط درجة الحرارة المقدَّرة بالفهرنهايت $T_{^\circ\mathrm{F}}$ بالدرجات الصرّارية $T_{^\circ\mathrm{X}}$.

(ب) بافتراض أن السعة الحرارية للدم عند درجة حرارة الجسم تساوي $1.87\,\mathrm{J/(g\cdot{}^o\,F)}$. ما هو مقدار السعة الحرارية للدم عند درجة حرارة الجسم مقدرة بـــ $\mathrm{J/(g\cdot{}^o\,X)}$ ؟

(ت) تُعطى السعة الحرارية للدم، بوصفها أساساً، بالعلاقة:

$$C_p\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g\cdot{}^o\,F}}\right]=1.85+0.000234\;T\left[{}^\circ\mathrm{F}\right]$$

استخرج معادلة لسعة الدم الحرارية تستعمل درجة حرارة مقدرة بـــ $^\circ\mathrm{X}$ وتُعطي السعة الحرارية بـــ $\mathrm{J/(g\cdot{}^o\,X)}$. بعبارات أخرى، حدِّد القيم العددية للثابتين a وb في المعادلة الآتية:

$$C_p\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g\cdot{}^o\,X}}\right]=a+bT\left[{}^\circ\mathrm{X}\right]$$

(ث) كي تتيقَّن من صحة جوابك في الجزء (ت)، احسب سعة الدم الحرارية عند $98.6^\circ\mathrm{F}$ باستعمال كلا المعادلتين وقارن النتيجتين. هل من مغزى في نتيجتي حساباتك؟

2.4 أُخضعت عينة من الأكسجين إلى ضغط مطلق يساوي $2.4\,\mathrm{atm}$. إذا كانت الطاقة الداخلية النوعية للعينة عند $310\,\mathrm{K}$ تساوي $5700\,\mathrm{J/mol}$ بالنسبة إلى حالة مرجعية معروفة، ما هو مقدار المحتوى الحراري النوعي للأكسجين منسوباً إلى تلك الحالة المرجعية نفسها؟

3.4 أُضيف وزن إلى مكبس بحيث تقلَّص حجم الغاز في الحاوية من 2.5 ليتراً إلى 1.0 ليتراً عند درجة حرارة ثابتة. ما هو مقدار الحرارة التي تحتاج إلى إضافتها إلى المنظومة إذا

رغبت في إعادة الحجم إلى 2.5 ليتراً عند الضغط الجديد؟ افترض أن الغاز مثالي وأن الضغط الابتدائي يساوي $1.0\,\text{atm}$.

4.4 قمتَ بهندسة إنزيم كي يفكِّك البروتين A إلى متعدّد الببتيد B. تكون فعالية الإنزيم مُثلى عند 37°C، ولذا يجب تصميم السيرورة للحفاظ على درجة الحرارة تلك طوال الوقت. يُستعمل في السيرورة مفاعل وجبة حيوي، أي إن المفاعل يُلقَّم بالكمية الابتدائية من الإنزيمات والبروتينات ويُترك ليعمل حتى استهلاك المواد الأولية كلياً. وتساوي النسبة المولية للبروتين A إلى متعدّد الببتيد B الناتج 1:10، والتفاعل الذي يحصل غير عكوس، وهو من المرتبة الأولى ويتبع العلاقة:

$$-\frac{dC_{\text{A}}}{dt} = kC_{\text{A}}$$

حيث إن k هو ثابت معدَّل التفاعل $(k = 0.01\,\text{s}^{-1})$، و C_{A} هو تركيز البروتين A، وt هو الزمن.

(أ) احسب المدة اللازمة لاستهلاك 99 في المئة من المادة الأولية.

(ب) احسب عدد مولات متعدد البِبتيد B المنتَجة أثناء المدة المحسوبة في (أ).

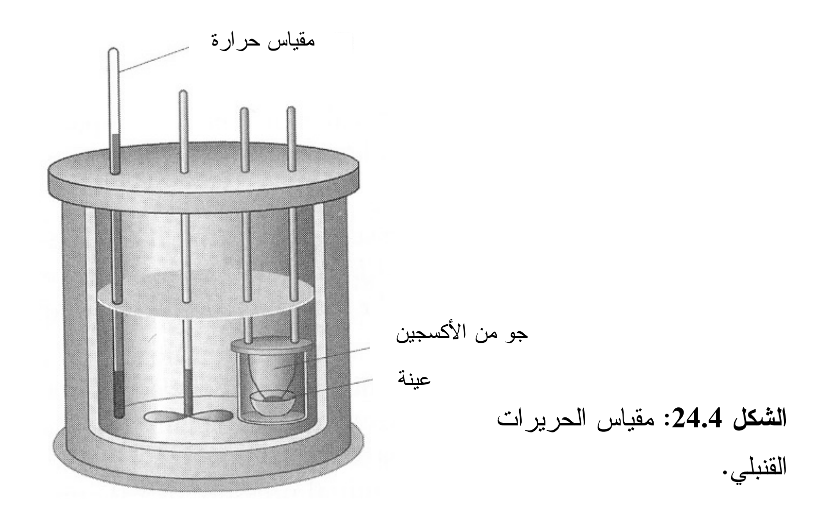
ونظراً إلى أن التفاعل ناشر للحرارة، تتحرَّر طاقة مقدارها $10\,\text{kJ}$ مقابل كل مول يُنتَج من B. وتُزال الحرارة بواسطة مبادل حراري يُبدِّد الحرارة الزائدة بواسطة تيار ماء بارد، وتمكن نمذجته بالمعادلة:

$$\dot{Q} = hA\,(T_{\text{bioreactor}} - T_{\text{water}})$$

حيث إن h هو معامل النقل الحراري، و A هي مساحة سطح المبادل الحراري، و $T_{\text{bioreactor}}$ هي درجة حرارة المفاعل الحيوي، و T_{water} هي درجة حرارة تيار الماء البارد. معامل النقل الحراري h تابع لمعدَّل تدفق الماء البارد $\dot{V}_{\text{water}}$، والبيانات الآتية متوفرة أيضاً: حجم المفاعل الحيوي يساوي 10 ليترات، و $C_{\text{A},0}$ تساوي $150\,\text{mM}$، و $T_{\text{water}} = 4^\circ\text{C}$ في بداية السيرورة، و $A = 5\,\text{m}^2$، و $h = \dot{V}_{\text{water}} \times 100\,\text{kJ}/(\text{m}^5 \cdot \text{K})$.

(ت) احسب الحرارة الكلية التي تُزال من المنظومة مقدرة بالـ kJ أثناء المدة المحسوبة في (أ).

(ث) حدِّد معدَّل تدفق الماء $\dot{V}_{\text{water}}$ بوصفه تابعا للزمن مقدرا بـ L/min.



الشكل 24.4: مقياس الحريرات القنبلي.

5.4 مقياس الحريرات القنبلي (bomb calorimeter) هو جهاز يُستعمل عادة لقياس الطاقة الداخلية للمادة، خاصة في تفاعلات الاحتراق (الشكل 24.4). وهذا المقياس جيد العزل، وهو مصمم للحفاظ على حجم ثابت. وكي يعمل عملاً سليماً، يجب أن يكون ثابت المقياس C معلوماً، ويرتبط هذا الثابت بتغيُّرات الطاقة الداخلية بالعلاقة: $\Delta U = C\,\Delta T$. وفي حالة حمض الصمغ (benzoic acid) $(C_7H_6O_2)$، تساوي حرارة الاحتراق $\Delta H_c = -3226.7\,\text{kJ/mol}$. تُحرق عينة من حمض الصمغ في مقياس الحريرات الغازي عند الدرجة 25°C، فتزداد درجة الحرارة بمقدار 3.72°C. ما هو مقدار ثابت مقياس الحريرات؟

6.4 في مقياس الحريرات المباشر، يوضع الشخص ضمن حجرة كبيرة معزولة مائياً، وتُبقى درجة حرارة الحجرة ثابتة. وأثناء وجود الشخص في الحجرة، يُطلب إليه القيام ببعض الأنشطة الطبيعية مثل الأكل والنوم وتنفيذ بعض التمارين الرياضية، وتُقاس الحرارة المتحرِّرة من جسمه بمعدَّل اكتساب حوض ماء في الحجرة للحرارة. هل مقياس الحريرات المباشر وسيلة عملية لقياس معدَّل الاستقلاب؟ علِّل الإجابة.

يوضع شخص في حجرة مقياس الحريرات مدة 24 ساعة. وأثناء هذه المدة، يسخن حوض من الماء حجمه يساوي 660 غالوناً بمقدار 3.2°F. ما هو مقدار معدَّل الاستقلاب لدى الشخص أثناء هذه المدة؟ أعطِ الجواب مقدرا بـــ kcal/day. افترض عدم وجود فقد حراري من الماء في المحيط.

7.4 يُعتبر التبريد الفائق مفيداً في مجالات مختلفة منها الطب. افترض أنك قد قمت بهندسة طريقة ناجحة لتجميد شديد لأعضاء الجسم البشري وإعادة تدفئتها مستعملاً النتروجين السائل دون إحداث أي أذى للخلايا والأنسجة بسبب تجميدها. ما هو مقدار الحرارة التي تجب إزالتها من كبد (كتلته 1.5 kg) كي يتجمَّد عند 180 K؟ في ما يخص السوائل والمواد الصلبة، تساوي السعة الحرارية عند ضغط ثابت C_p تقريباً السعة الحرارية عند حجم ثابت C_v.

8.4 تساوي السعة الحرارية عند ضغط ثابت C_p ميل منحني تغيُّر المحتوى الحراري النوعي مع تغيُّر درجة الحرارة وفق المعادلة 5.4−16:

$$C_p(T) = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta \hat{H}}{\Delta T}$$

وتصبح النهاية عندما $\Delta T \to 0$:

$$C_p(T) = \left(\frac{\partial \hat{H}}{\partial T} \right)_p$$

حيث إن تشير ∂ إلى المشتق الجزئي. وتُستعمل المشتقات الجزئية حينما يكون التابع ($\hat{H}$ في هذه الحالة) معتمداً على أكثر من متغيِّر واحد (T أو P في هذه الحالة).

وثمة علاقة مشابهة بين السعة الحرارية عند حجم ثابت C_v والمشتق الجزئي للطاقة الداخلية النوعية $\hat{U}$ بالنسبة إلى درجة الحرارة، هي:

$$C_v(T) = \left(\frac{\partial \hat{U}}{\partial T} \right)_v$$

من هذين التعريفين للسعة الحرارية، ومن تعريف المحتوى الحراري المعطى في هذا الفصل، استخرج العلاقة بين C_p و C_v لغاز مثالي بدلالة ثابت الغاز المثالي R والمتغيِّرات الضرورية الأخرى.

9.4 في هذا الكتاب، أُعطيَت تغيُّرات المحتوى الحراري النوعي منفصلة عن تغيُّرات درجة الحرارة والضغط.

(أ) اكتب معادلة تصف تغيُّرات المحتوى الحراري النوعي لغاز مثالي يخضع إلى تغيُّرات في درجة الحرارة والضغط.

(ب) اكتب معادلة تصف تغيُّرات المحتوى الحراري النوعي لسائل أو مادة صلبة يخضع إلى تغيُّرات في درجة الحرارة والضغط.

10.4 أنت تعمل لدى طبيب جراح يطلب إليك تصميم مبادل حراري لتسخين $5.0\ \text{L/min}$ من الدم باستمرار من 4°C حتى 37°C بنقل الحرارة إليه من ماء دافئ.

(أ) بافتراض أن السعة الحرارية النوعية للدم ثابتة وتساوي $1.0\,\text{cal}/(\text{g}\cdot^\text{o}\text{C})$، وأن كثافته ثابتة وتساوي $1.0\,\text{g/mL}$، قدِّر معدَّل نقل الحرارة اللازمة بـــ cal/min.

(ب) اقترح طبيب أنه يمكن تدفئة الدم بتغطيس وشيعة أنبوبية تحمل الدم في حوض مائي كبير. باستعمال الفرضيات الآتية، قدِّر حجم حوض الماء اللازم:

- تساوي درجة الحرارة الابتدائية لحوض الماء 50°C، ولا تُقدَّم حرارة إضافية إلى حوض الماء، أي يُترك الماء ليبرد أثناء العملية الجراحية.
- تستغرق العملية الجراحية 3 ساعات.
- يجب ألا تنخفض درجة حرارة الماء النهائية إلى ما دون 40°C من أجل الحفاظ على تدرُّج حراري ملائم لنقل الحرارة.
- يحصل انتقال الحرارة بين الدم والماء فقط. لا يوجد تبادل للحرارة مع المحيط.

(ت) هل تعتبر التصميم في (ب) عملياً؟ قدِّم توصيات لتحسينه.

11.4 أنت تريد تحديد حجم مبخِّر يعمل باستمرار لغرفة طفل مريض. يستقبل الجهاز ماءً سائلاً تساوي درجة حرارته 20°C عند ضغط يساوي 1atm، ويولِّد بخاراً بمعدَّل $0.7\,\text{g/min}$. ما هو المعدَّل الذي يجب أن تقدَّم به الطاقة إلى الجهاز إذا كان مردوده يساوي 100 في المئة. تساوي حرارة التبخير المعيارية للماء $2256.9\,\text{kJ/kg}$، وتساوي سعته الحرارية النوعية $1\text{cal}/(\text{g}\cdot^\circ\text{C})$.

12.4 في يوم شتوي بارد، تساوي درجة حرارة الهواء 5°C، وتساوي رطوبته النسبية نحو 20 في المئة (المحتوى من الرطوبة يساوي 0.001 غراماً من الماء في الغرام الواحد من الهواء الجاف)، ويستنشق شخص ينتظر عند موقف الباص هواءً بمعدَّل 7 غرامات من الهواء الجاف في الدقيقة ويطرح في الزفير هواءً مشبعاً بالماء عند درجة حرارة الجسم (37°C) وضغط جوي واحد. وتساوي السعة الحرارية للهواء الجاف $1.05\,\text{J}/(\text{g}\cdot^\circ\text{C})$. قدِّر معدل ضياع الحرارة في عملية التنفس مقدرا بـــ kcal/hr.

13.4 يُولِّد شخص جالس $77\,\text{kcal/hr}$ من حرارة الاستقلاب. ويولِّد الشخص نفسه أثناء مشيه بسرعة 5.3 ميلاً في الساعة $650\,\text{kcal/hr}$. ما هو مقدار تعرُّق هذا الشخص اللازم كي يزيل تبخُّر العرق فرق الطاقة المتولِّدة بين حالتي الجلوس والمشي؟ افترض أن درجة حرارة الجلد تساوي $33\,^{\circ}\text{C}$ وأن درجة حرارة الهواء تساوي $30\,^{\circ}\text{C}$.

14.4 يتناول رونالدو في المتوسط ثلاث وجبات في اليوم، ويتألف كل منها من 25 غراماً من البروتين، و35 غراماً من الدهون، و80 غراماً من الكربوهيدرات.

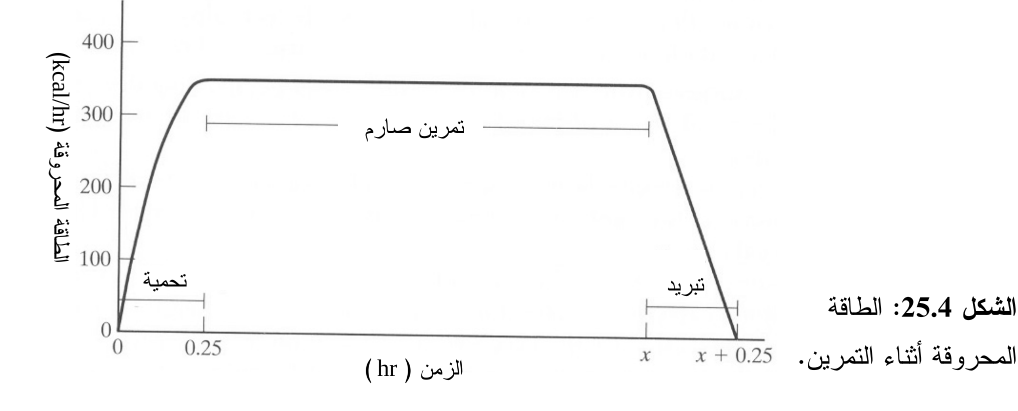
(أ) ما هو مقدار الطاقة التي يتناولها رونالدو يومياً من خلال الوجبات الثلاثة؟

(ب) يُجري رونالدو تمارين رياضية لحرق جميع الطاقة التي يكتسبها من الوجبات الثلاثة، ويُعبِّر المنحني في الشكل 25.4 عن معدَّل إزالة الحريرات من جسم رونالدو أثناء قيامه بالتمارين. كم ساعة يجب أن يستمر جزء التمرين الصارم، من حصة التمرين الذي يقوم به رونالدو، من أجل حرق جميع الحريرات اليومية؟ يمكن وصف انتقال الحرارة من الجسم أثناء طوري التحمية والتبريد بـــ:

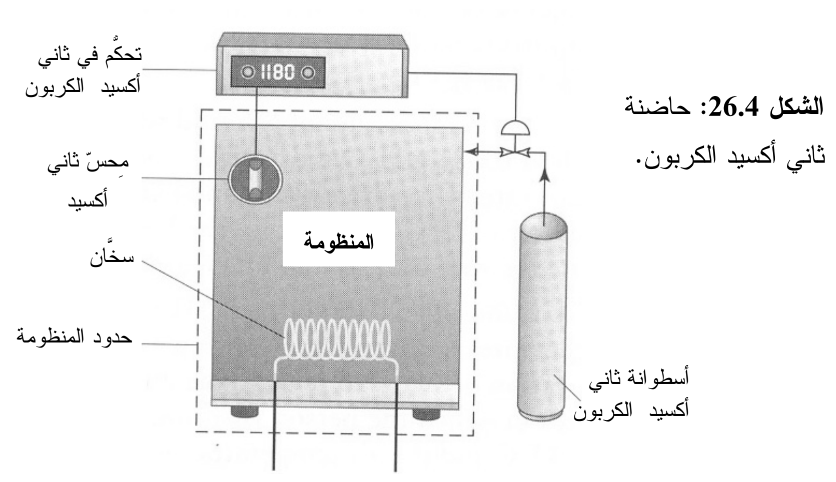
$$\frac{dE_w}{dt} = -5600(t-0.25)^2 + 350 \qquad 0 \le t < 0.25\ \text{hr}$$

$$\frac{dE_c}{dt} = -1400(t-x) + 350 \qquad x < t \le x + 0.25\ \text{hr}$$

حيث إن t هو الزمن مقدرا بالساعات.



الشكل 25.4: الطاقة المحروقة أثناء التمرين.



الشكل 26.4: حاضنة ثاني أكسيد الكربون.

15.4 تُنمَّى خلايا الثدييات عادة في حاضنة من ثاني أكسيد الكربون CO_2 (الشكل 26.4) تكون فيها درجة الحرارة T_D وتركيز ثاني أكسيد الكربون $C_{CO_2,D}$ ثابتين عند بناء معين. ويجري التحكُّم في درجة الحرارة بواسطة سخَّان كهربائي ضمن الحاضنة، ويُضبط تركيز ثاني أكسيد الكربون بواسطة صمام غاز. افترض أنه يجري التحكُّم في تدفق ثاني أكسيد الكربون بواسطة صمام فتح وإغلاق، أي إن الصمام يُفتح تاركاً غاز ثاني أكسيد الكربون يدخل الحاضنة عندما ينخفض تركيزه إلى ما دون حدٍّ معين $C_{CO_2,L}$، ويُغلق ليمنع الغاز من دخول الحاضنة عندما يصبح تركيزه أعلى من عتبة معينة $C_{CO_2,U}$. ورغم أن جدران الحاضنة معزولة جيداً نسبياً، فإن الحرارة تتسرب إلى المحيط بمعدَّل يقدَّر بـــ $\dot{Q}_L$ (kcal/hr).

(أ) بافتراض أن الحاضنة هي المنظومة، هل هذه المنظومة مفتوحة أم مغلقة أم معزولة حينما يكون الصمام مغلقاً؟ علِّل الإجابة.

(ب) هل هذه المنظومة مفتوحة أم مغلقة أم معزولة حينما يكون الصمام مفتوحاً؟ علِّل الإجابة.

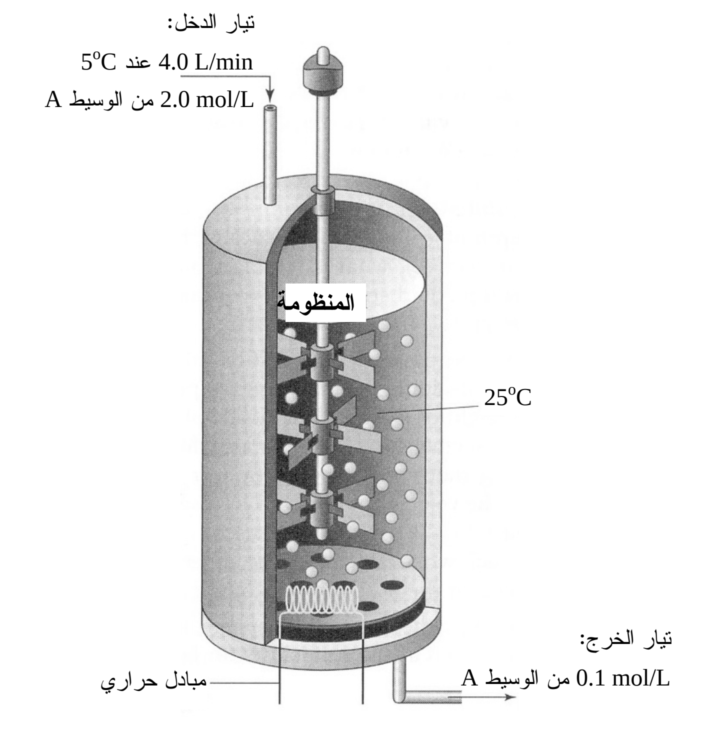
(ت) صِف الكيفية التي تقدِّر بها متطلبات المنظومة اليومية من الحرارة. المنظومة ليست محكمة الإغلاق تماماً، ولذا يتسرب ثاني أكسيد الكربون من الحاضنة حتى عندما يكون الباب مغلقاً. في هذه الحالة، يكون معدَّل التدفُّق الوسطي للغاز في الحاضنة $\dot{m}_{CO_2}$ (g/hr). افترض أن باب الحاضنة يبقى مغلقاً طوال هذه المدة. **(ملاحظة:**

معظم فقدانات الحرارة وثاني أكسيد الكربون تحصل حينما يكون باب الحاضنة ليس محكم الإغلاق).

(ث) افترض أن الباب يُفتح ويُغلق عشر مرات. صِف الكيفية التي تقدِّر بها متطلبات المنظومة اليومية من الحرارة.

16.4 قررت شركة صناعات صيدلانية اختبار جدوى صنع دواء جديد باستعمال الهندسة الحيوية الكيميائية. وفي هذه الطريقة، سوف يُنتَج وسيط نفيس A من مواد أوّلية باستعمال فصيلة بكتيرية مهندسة جينياً. وبعد الخضوع إلى سلسلة من الخطوات الكيميائية يتحول هذا الوسيط إلى المنتوج النهائي.

احسب المتطلبات الحرارية (الشكل 27.4) لتحويل الوسيط A إلى وسيط آخر B أشد استقراراً باستعمال مفاعل يستوعب حجماً مقداره ليتران.



الشكل 27.4: مفاعل لصنع دواء جديد باستعمال فصيلة بكتيرية مهندسة جينياً.

وفَّرت مجموعة الدعم الفني للمشروع المعلومات الآتية:

- الوسيط A غير مستقر نسبياً ويجب إبقاؤه عند $5^\circ C$ قبل إدخاله إلى المفاعل.
- معدَّل تدفق تيار الدخل يساوي 4.0 L/min.
- يعمل المفاعل عند $25^\circ C$ و 1 atm.

- السعة الحرارية النوعية لتياري المتفاعل والناتج ثابتة وتساوي $1 cal/(g\cdot^{o}C)$.
- كثافة تياري المتفاعل والناتج ثابتة وتساوي $2.0\ g/cm^3$.
- يعطي المول الواحد من الوسيط A مولين من الوسيط B مع تكوُّن نواتج ثانوية مهملة المقدار:

1 مول من الوسيط A ← 2 مول من الوسيط B

- لا يصل تفاعل الوسيط A إلى نهايته ضمن الظروف المفترضة. حينما يدخل المفاعل 2.0 mol/L من الوسيط A، يبقى 0.10 mol/L دون تفاعل.
- حرارة التكوين المعيارية للوسيط A تساوي 2050 kJ/mol−.
- حرارة التكوين المعيارية للوسيط B تساوي 1560 kJ/mol−.
- الوزنان الجزيئيان للوسيطين A وB يساويان 1080 g/mol و540 g/mol.
- المفاعل مُحكَم العزل.
- يبذل الخلاط عملاً في المنظومة بمعدل 10 واط.

احسب معدَّل إضافة الحرارة إلى المفاعل أو إزالتها منه لإبقائه عند درجة الحرارة المطلوبة.

17.4 بعد إجراء بحث في غذاء معدَّل جينياً، تقرِّر توسيع أعمالك الزراعية لتشتمل على مناطق أخرى:

(أ) اذكر بعض مزايا وعيوب المحاصيل والأغذية الحالية المهندسة جينياً؟ هل تعتقد أن مزاياها تفوق مساوئها؟ علِّل الإجابة.

(ب) اكتشفت أخيراً وأنت في مزرعتك أن معدَّل الأمطار السنوي منخفض جداً، وأن أقرب نهر إلى مزرعتك بعيد جداً ولا يمكن الاعتماد عليه في الري عملياً. ويُخبرك الناس أن عمق المياه الجوفية في المنطقة يبلغ نحو 25−35 متراً تحت سطح الأرض، ولذا تقرِّر حفر بئر لتوفير مياه الري. إذا أردت ضخ المياه بسرعة 1.0 m/s، وإذا كانت مساحة المقطع العرضاني للأنبوب تساوي $0.05\ m^2$، ما هي الاستطاعة أو القدرة التي يجب أن توفرها للمضخة؟ أعط جوابك مقدَّرا بالكيلوواط والحصان البخاري.

(ت) يمكن شراء المضخات باستطاعات محددة تساوي 5 أو 10 أو 25 أو 50 حصاناً بخارياً. ما الاستطاعة أو القدرة التي سوف تختارها؟

(ث) يتغير عمق الماء في البئر تبعاً للفصل من السنة. ما هو العمق الأعظمي الذي تستطيع

المضخة التي انتقيتها في (ت) أن تضخ الماء منه ضمن الظروف المفترضة في (ب)؟

18.4 تُعتبر المتنزهات المائية من المغريات الصيفية إذ يستمتع الزائرون بالخوض في أحواض الأمواج والانزلاق على أنواع مختلفة من المنحدرات المائية. ويبلغ ارتفاع منحدر مائي 75 قدماً مع انحدار قدره 70 درجة. وثمة مقطع أفقي في نهاية المنحدر يبلغ طوله 100 قدم يتباطأ عليه الشخص المنزلق.

(أ) بافتراض عدم وجود احتكاك أو كبح هوائي أثناء الانزلاق نحو الأسفل، ما هي سرعة شخص كتلته تساوي 150 ليبرة كتلية في بداية المقطع الأفقي؟

(ب) ما هو مقدار العمل الذي يجب بذله على الشخص المنزلق لتبطيئه حتى سرعة 5 أقدام في الثانية في نهاية المقطع الأفقي؟

19.4 حين دخول المكوك الفضائي عائداً من الفضاء يسخن أسفله حتى مستويات خطيرة أثناء تباطئه استعداداً للهبوط. فإذا كانت سرعة المكوك $28500\,\mathrm{km/hr}$ في بداية الدخول و $370\,\mathrm{km/hr}$ قبل الهبوط مباشرة، فما هو مقدار الطاقة الضائعة على شكل حرارة؟ تبلغ كتلة المكوك 90 ألف كلغ. افترض أن التغيُّر في الطاقة الكامنة مهمل مقارنة بتغيُّر الطاقة الحركية.

20.4 يُعتبر ثلاثي فوسفات الأدِنوزين ATP مصدراً رئيساً لطاقة الخلايا في الجسم، وتتحرَّر الطاقة حينما ينكسر أحد روابط الفوسفات لتكوين ثاني فوسفات الأدِنوزين ADP:

$$\mathrm{ATP} + \mathrm{H_2O} \qquad \mathrm{ADP} + \mathrm{P}_i$$

باعتماد البيانات الترموديناميكية المعطاة في الجدول 12.4، احسب حرارة التفاعل اللازمة لتكوين الـــ ADP.

21.4 قدِّر حرارة التفاعل المعيارية لتركيب ليوسيلغليسين (leucylglycine) صلب بالتفاعل الآتي:

$$\mathrm{leucine}(s) + \mathrm{glycine}(s) \rightarrow \mathrm{leucylglycine}(s) + \mathrm{H_2O}(l)$$

حرارات التكوين المعيارية معطاة في الجدول 13.4.

الجدول 12.4: حرارات التكوين في تفاعلات الفسفرة.

الجنس	$\Delta\hat{H}_f^o$ (kJ/mol)*
ثلاثي فوسفور الأدنوزين ATP	−2981.79
الماء	−286.65
ثاني فوسفور الأدنوزين ADP	−2000.19
P_i	−1299.13

* البيانات مقتبسة من: Alberty RA and Goldberg RN, 'Standard Thermodynamic formation properties for Adenosine 5-triphosphate series", *Biochemistry* 1992, 31:10610-15.

الجدول 13.4: حرارات التكوين المعيارية لتركيب الليوسيلغليسين الصلب.

الجنس	$\Delta\hat{H}_f^o$ (kcal/mol)
ليوسين صلب	−154.16
غليسين صلب	−128.46
ليوسيلغليسين صلب	−205.6
ماء سائل	−68.317

22.4 احسب حرارة التفاعل لاحتراق البروبان:

$$C_3H_8\,(g) + 5O_2\,(g) \rightarrow 3CO_2\,(g) + 4H_2O\,(l)$$

23.4 ما هو مقدار حرارة احتراق مول واحد من الإيثانول السائل C_2H_6O؟ انتبه إلى موازنة تفاعل الاحتراق.

24.4 تلاحظ أثناء حرق عينة صغيرة من حمض اللبن أنه قد تحرَّرت طاقة مقدارها 2450 كيلوجول. احسب حرارة احتراق حمض اللبن. كم مولاً من حمض اللبن كان موجودا في العينة؟

25.4 الإشيريشيا كولي هي نوع من البكتريا تعيش في الجهاز الهضمي للإنسان دون التسبُّب في أي آثار ضارة أو في مرض شديد. ويرغب باحث في تنمية فصيلة معينة من هذه البكتريا

(لها الصيغة العامة الآتية: $CH_{1.77}O_{0.49}N_{0.24}$) في مفاعل حيوي لإنتاج بروتينات. والغليسرول $glycerol (C_3H_8O_3)$ الداخل إلى المفاعل بمعدَّل يساوي $5\,kg/hr$ هو المتفاعل المحدِّد. وتُزال نواتج التفاعل باستمرار للحفاظ على ظروف المفاعل ثابتة:

$$glycerol + NH_3 + O_2 \rightarrow E.coli + CO_2 + H_2O$$

ما هو مقدار الحرارة التي تجب إزالتها من المفاعل الحيوي لإبقاء درجة حرارته ثابتة؟ افترض أن حرارة احتراق الإشيريشيا كولي تساوي $-22.83\,kJ/g$، وأن نسبة التنفس تساوي 0.44. افترض أن تغيُّرات المحتوى الحراري اللازمة لرفع وخفض درجة حرارة المركَّبات مهملة بالنسبة لـــ ΔH_r°.

26.4 يتطلب إنتاج الإيثانول صناعياً تخميراً باستعمال خميرة فطر السكر (saccharomyces cerevisiae)، والصيغة العنصرية لهذه الخميرة هي $CH_{1.83}O_{0.56}N_{0.17}$. افترض أنك ترغب في إنتاج الإيثانول C_2H_6O على شكل وجبات عند $25^\circ C$، وتخطِّط لإضافة 0.25 ليبرة كتلية من الأمونيا و5.0 ليبرة كتلية من الغلوكوز إلى الخميرة لتحقيق التفاعل اللامتوازن الآتي:

$$\begin{aligned} C_6H_{12}O_6(s) + NH_3(g) &\rightarrow C_3H_8O_3(l) + C_2H_6O(l) \\ &+ CH_{1.83}O_{0.56}N_{0.17}(s) + CO_2(g) + H_2O(l) \end{aligned}$$

لاحظ أن مولاً وحدا من الغلوكوز يُعطي 0.5 مول من الغليسرول وأن نسبة الأمونيا إلى الماء تساوي 1:1. وأثناء التحضير، تُضيف صدفة كثيراً من الغلوكوز، ومع ذلك تقرِّر متابعة تشغيل المفاعل. وبعد اكتمال التفاعل (استهلاك أحد المتفاعلات البادئة على الأقل)، تكتشف أن 1.4 ليبرة كتلية من الإيثانول قد تكوَّنت. ما هو مقدار الحرارة التي نتجت ومن ثمَّ أُزيلت من المنظومة؟ ما هو مقدار الغلوكوز الذي وضعته في البداية في المفاعل؟ افترض أن حرارة احتراق الخميرة تساوي $-21.2\,kJ/g$.

27.4 يتفكَّك اللاكتوز (lactose) إلى أحاديات السكريد (monosaccharide) في المعدة بواسطة التفاعل الآتي:

$$lactose + H_2O \rightarrow glucose + galactose$$

(أ) احسب حرارة التفاعل المعيارية لهذا التحويل.

(ب) يُحفَّز التفاعل السابق عادة بإنزيم اللاكتاز (lactase). إلا أن الأشخاص الذين لا يتحملون اللاكتوز لا يستطيعون إنتاج اللاكتاز ويمرضون حينما يتناولون كثيراً من

اللاكتوز. افترض أنك طوَّرت علاجاً جديداً لزيادة تحمُّل اللاكتوز. ولاختبار كفاءته، تقرِّر إجراء محاكاة في مفاعل حيوي. يُدخل اللاكتوز المذاب في الماء إلى المفاعل بمعدَّل 100 غرام في الدقيقة. ويُزال ناتجا التفاعل، وهما الماء واللاكتوز غير المهضوم، بالمعدَّل نفسه. افترض أن كلاً من المتفاعلات والنواتج موجودة في الظروف نفسها ($25^\circ\mathrm{C}$ و $1\ \mathrm{atm}$). فإذا أُزيلت من المفاعل حرارة مقدارها 125 جولاً في الثانية لإبقاء درجة حرارته ثابتة، ما نسبة اللاكتوز الذي يتفكك إلى غلوكوز وغالاكتوز؟

28.4 في جسم الإنسان، يُحرِّر تحوُّل مول واحد من ثلاثي فوسفات الأدِنوزين ATP إلى ثاني فوسفات الأدِنوزين ADP طاقة تساوي نحو 7.3 كيلوحريرة. ومقابل كل مول من الغلوكوز يستهلكه الجسم، يتكوَّن 38 مولاً من الـــ ATP. ما نسبة الطاقة المهدورة حرارة حينما يفكِّك الجسم الغلوكوز إلى ثاني أكسيد الكربون والماء؟

29.4 يعطى الغذاء من طريق الوريد إلى مرضى المشافي الذين لا يستطيعون الأكل وحدهم أو الذين لا يتحملون التغذية بالأنبوب. ويكون الغذاء عادة محلولاً متوازناً من الكربوهيدرات والدهون والبروتينات والفيتامينات. باستعمال المعلومات المعطاة في المسألة 28.4، وإذا كان الغلوكوز المكوِّن الوحيد في محلول الغذاء، ما هو المقدار الأصغري من الغلوكوز اللازم يومياً لتوليد طاقة حرارية أساسية بمعدَّل $1650\ \mathrm{kcal/day}$؟

30.4 يقضي عادة المرضى الذين يتعافون من عملية جراحية في الركبة مدة في حوض دافئ وهم يؤدُّون تمارين إعادة تأهيل مختلفة. ودرجة حرارة ماء الحوض المرغوب فيها T_{pool} تساوي $55^\circ\mathrm{C}$، ودرجة حرارة الماء البارد تساوي $18^\circ\mathrm{C}$، وحجم الحوض يساوي $10\,000\ \mathrm{L}$. ويمكن استئجار ثلاثة محركات لتسخين الحوض: محرك استطاعته 1 ميغاواط بـــ 400 دولار في اليوم، ومحرك استطاعته 500 كيلوواط مقابل 233 دولاراً في اليوم، ومحرك استطاعته 10 كيلوواط مقابل 30 دولاراً يومياً. ويمكن نمذجة انتقال الحرارة بين الحوض والهواء بالمعادلة:

$$\dot{Q} = hA(T_{\mathrm{air}} - T_{\mathrm{pool}})$$

حيث إن h هو معامل النقل الحراري ويساوي $2\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$، و A هي مساحة سطح الحوض وتساوي $12\ \mathrm{m^2}$. افترض أن درجة حرارة الهواء T_{air} ثابتة وتساوي $21^\circ\mathrm{C}$ وأن جدران الحوض معزولة جيداً. T_{pool} هي درجة حرارة الماء في الحوض.

(أ) ما هو مقدار الحرارة التي يجب نقلها إلى الحوض لتسخينه من $18^\circ C$ حتى $55^\circ C$؟

(ب) لديك يومان كاملان على الأكثر لتسخين الحوض قبل بدء حصص إعادة التأهيل. ما هو أكثر المحركات الثلاثة جدوى اقتصادية لهذه المهمة؟ بعبارات أخرى، ما المدة التي سيستغرقها كل محرك، وما تكلفة كل منها؟ تذكَّر أن المحركات تُستأجر على أساس يومي.

31.4 هبوط حرارة الجسم هي حالة تنخفض فيها درجة حرارته إلى ما دون $35^\circ C$. ويُعالج الشخص الذي يعاني من هبوط الحرارة عادة بهواء رطب دافئ درجة حرارته تساوي $43^\circ C$ وسوائل وريدية.

(أ) يساوي معدَّل إنتاج الحرارة الأساسي $1850\,\mathrm{kcal/day}$ عند $37^\circ C$، ويزداد ليصبح أعلى بثلاث مرات عند $33^\circ C$. ويمكن اعتبار معدَّل توليد الحرارة بين هاتين الدرجتين خطياً. بافتراض أن السعة الحرارية للجسم تساوي تلك التي للماء تقريباً، ما المدة اللازمة لتدفئة الجسم دون أي تسخين خارجي؟

(ب) ما هو مقدار السوائل الوريدية اللازمة لإعادة الدفء إلى الدم إذا أُهمل إنتاج الحرارة الأساسي؟ بمعرفة أن الحجم الكلي للدم في الجسم يساوي 5 ليترات تقريباً، ما مدى ملاءمة هذه الطريقة لتكون تقنية تدفئة للجسم؟

(ت) يساوي معدَّل التنفس نحو 6 ليترات في الدقيقة. فإذا كانت سعة الهواء الحرارية ضمن مجال درجات الحرارة الذي يهمنا تساوي $29.1\,\mathrm{J/(mol \cdot {}^{o}C)}$، فما المدة اللازمة لإعادة الدفء إلى الجسم إذا كان مصدر الحرارة الوحيد هو الهواء الرطب الدافئ؟

(ث) يجب أن تشير إجاباتك إلى أن السوائل الوريدية الدافئة والهواء الرطب الدافئ لا يؤديان دوراً ملحوظاً في تدفئة الشخص الذي تنخفض حرارته، لكنهما يمنعان المزيد من انخفاض الحرارة. على سبيل المثال، يفقد الجسم حرارة أثناء التنفس، ويدرأ استعمال الهواء الدافئ الرطب فقدان الحرارة الناجم عن التنفس. أما المعالجة بالسوائل الوريدية الدافئة والهواء الرطب الدافئ، فهي مهمة على وجه الخصوص في درء البرودة الزائدة للأعضاء المهمة ومنها الدماغ والقلب. وتتطلب هذه المعالجة عادة إشرافاً من أطباء أو أشخاص مؤهلين طبياً مع تجهيزات ملائمة. اقترح طريقة لتدفئة شخص تنخفض حرارته إذا لم يكن ثمة شخص مؤهل أو مستشفى لرعايته، واذكر مزايا الطريقة ومثالبها.

32.4 يُحذِّر الآباء كل صيف من ترك أولادهم وحيواناتهم في السيارة إذا كانت نوافذها مغلقة ومكيِّف الهواء متوقف عن العمل، إذ يمكن أن يصبح داخل السيارة بسرعة أسخن من الخارج، وأن يؤدي إلى الاحترار أو الموت الحراري. ويحصل الاحترار عند الإنسان عندما تصل درجة حرارة الجسم الداخلية إلى نحو 41°C. ويمكن نمذجة انتقال الحرارة $\dot{Q}$ من الهواء إلى جسم الإنسان بـــ :

$$\dot{Q} = h\,A\,(T_{\text{air}} - T_{\text{body}})$$

حيث إن h هو معامل النقل الحراري، و A مساحة سطح جسم الشخص.

(أ) على وجه التقريب، كم دقيقة تمضي قبل وصول طفل، يساوي وزنه 13 كلغ، في بداية مشيه إلى الاحترار والموت الحراري في سيارة مغلقة في يوم مشمس حار بافتراض الآتي:

- ترتفع درجة حرارة الهواء داخل السيارة آنيا إلى 65°C.
- درجة الحرارة الابتدائية للشخص تساوي 37°C.
- مساحة سطح جسم الطفل تساوي $0.70\,\text{m}^2$.
- سعة جسم الإنسان الحرارية تساوي تقريباً $3.6\,\text{kJ}/(\text{kg}\cdot{}^\text{o}\,\text{C})$.
- الطفل لا يتعرق.
- معامل النقل الحراري h يساوي $15\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot{}^\text{o}\,\text{C})$.

(ب) أعِد حل المسألة لشخص بالغ يساوي وزنه 80 كلغ ومساحة سطح جسمه تساوي $2.0\,\text{m}^2$.

(ت) تُعتبر المدة بين 10 و15 دقيقة معقولة لموت طفل حرارياً [2]. أين يقع جوابك المحسوب من هذا التقدير؟ اذكر بعض نقاط ضعف النموذج السابق. كيف يمكن لتحسينات تُدخَل في النموذج أن تؤثر في المدة المحسوبة؟

33.4 افترض أن امرأة تبلغ كتلتها 75 كلغ، وترغب في إنقاصها بمقدار 5 كلغ بالذهاب إلى الساونا.

(أ) إذا قرَّرت الذهاب إلى الساونا كل يوم طوال 6 أسابيع، ما هي مدة حصة الساونا اليومية الضرورية لتحقيق تخفيض الكتلة المرغوب فيه؟

- معدّل الاستقلاب عند المرأة يساوي $2000\,\text{kcal/day}$، وهي تستهلك $2300\,\text{kcal/day}$.
- يُحرِّر استقلاب 9.3 غراماً من الدهون $1\,\text{kcal}$ من الطاقة.

- تُفرز المرأة عرقاً بمعدّل ليتر واحد في الساعة في الجو الشديد الحرارة.
- مساحة جلد المرأة المكشوف تساوي $1.5\,m^2$.

(ب) هل جوابك معقول؟ على وجه العموم، تنصح إدارات الساونا بحصص زمنية تبلغ بين 10 و 15 دقيقة. لماذا؟

(ت) يمكن لدرجة حرارة الساونا أن تصل حتى $90^\circ C$. احسب ما ستكون عليه درجة حرارة المرأة بعد المدة التي حسبتها في (أ).

- افترض أن معامل النقل الحراري من الهواء إلى الجسم يساوي $12\,W/(m^2 \cdot K)$.
- افترض أن سعة الجسم الحرارية تساوي تلك التي للماء.

34.4 افترض أن لديك برميلاً يحتوي على 13 كلغ من الملح المذاب في 100 ليتر من الماء عند $15^\circ C$، وترغب في تمديد المحلول ليصبح تركيزه $0.030\,kg/L$، لذا تُضيف إليه ماءً نقياً باستمرار بمعدّل $5.0\,L/min$ وتُزيل محلولاً ملحياً منه بالمعدّل نفسه.

(أ) استخرج معادلة تربط بين تركيز الملح في تيار الخرج والمدة التي تستغرقها عملية التمديد. ما هي المدة التي تنقضي حتى الوصول إلى تركيز الملح المطلوب؟ افترض أن حجم المادة وحجم الماء في البرميل لا يتغيران أثناء العملية.

(ب) تعتمد سعة المحلول الملحي الحرارية على التركيز:

$$C_p = 0.996 - 1.17 \times 10^{-1} S$$

حيث إن الملوحة S تساوي 1000 مرة من النسبة الوزنية للمذاب [3]. مثلاً، S تساوي 80 إذا كان النسبة الوزنية للملح في المحلول 8 في المئة. أما وحدة السعة الحرارية فهي $kcal/(kg \cdot {}^o C)$. لا تفترض حين حساب الملوحة S أن كتلة الملح مهملة في المحلول الكلي.

افترض أن درجة حرارة التيار الوارد تساوي $25^\circ C$ وأنك تشغّل سخّاناً في البداية يزوّد البرميل باستطاعة أو قدرة تساوي 2.5 كيلوواط. باستعمال ماتلاب أو غيره من البرامج، ارسم منحني درجة حرارة السائل في البرميل بوصفها تابعة للزمن. في ماتلاب، يمكن للبُريْمجات diff وdsolve أو ode45 أن تكون ذات فائدة. قدِّر من منحنياتك درجة حرارة المحلول ضمن البرميل عندما يكون تركيز الملح $0.030\,kg/L$.

35.4 من المفضل أثناء الإنهاك الحراري (heat exhaustion) تبريد المريض بسرعة. وقد أتى طبيب في مستشفى بفكرة تبريد قرص معدني صلب (سماكته تساوي 1 ملم، وقطره يساوي

25 سم) حتى $0^\circ\mathrm{C}$ في ماء جليدي ثم تبريد المريض المنهك حرارياً بوضع القرص على صدره. يمكن نمذجة التبادل الحراري بين القرص والجسم بالمعادلة الآتية:

$$\dot{Q} = h_e A (T_s - T_c)$$

حيث إن T_s هي درجة حرارة الجسم، و T_c هي درجة حرارة القرص النحاسي، و A مساحة سطح التماس. وتساوي درجة حرارة الجلد $30^\circ\mathrm{C}$، ويساوي معامل النقل الحراري المكافئ h_e بين القرص وجلد المريض $10\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$. أَهمل الفقد الحراري من خلف وحواف القرص، وافترض أن درجة حرارة الجلد تبقى ثابتة عند $30^\circ\mathrm{C}$، وأن درجة حرارة القرص وحدها هي التي تتغير. من خواص القرص المعدني سعة حرارية تساوي $420\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$ وكثافة تساوي $7800\,\mathrm{kg/m^3}$.

الحالة 1:

(أ) احسب المدة التي يستغرقها القرص لتصبح درجة حرارته $27^\circ\mathrm{C}$.

(ب) احسب المقدار الكلي للحرارة المزالة.

(ت) ارسم درجة حرارة القرص المعدني بوصفها تابعا للزمن.

(ث) ارسم معدّل التبادل الحراري بوصفه تابعا للزمن.

الحالة 2:

(أ) إذا زيدت سماكة القرص المعدني حتى 5 ملم، احسب المدة التي يستغرقها القرص للوصول حتى $27^\circ\mathrm{C}$.

(ب) احسب المقدار الكلي للحرارة المزالة.

(ت) ارسم درجة حرارة القرص بوصفها تابعة للزمن.

(ث) ارسم معدّل التبادل الحراري بوصفه تابعا للزمن.

(ج) قارن المنحنيين بالمنحنيين الناتجين في الحالة 1 وعلِّق عليهما.

(ح) من وجهة النظر العملية، ما هي المشاكل المحتمل ظهورها إذا جرى تطبيق هذه الفكرة؟

الحالة 3:

(أ) اقتُرح تصميم مختلف قليلاً ليحل محل القرص المعدني الصلب، وهو حاوية معدنية رقيقة جداً (بمقاييس مشابهة لتلك التي في الحالة 2). تحتوي الحاوية على 100 غرام

من الماء، وتُبرَّد مع الماء حتى $0^\circ C$ في ماء مثلَّج قبل وضعها على صدر المريض المنهك حرارياً. احسب المدة التي تنقضي حتى تصل درجة حرارة الحاوية إلى $27^\circ C$. أهمل مفاعيل الحاوية المعدنية لأن السعة الحرارية للماء أكبر كثيراً من تلك التي للمعدن.

(ب) احسب المقدار الكلي للحرارة المزالة.

(ت) من وجهة النظر العملية، ما هي المزايا والمثالب المحتملة في هذا التصميم؟

36.4 حين بدء الحمَّى ترتفع درجة حرارة الجسم باستمرار مع ضياع قليل للحرارة من الجسم. فإذا لم تُزل الحرارة من الجسم بوسائل مثل الأكياس الباردة والجليد وغيرها، ما هو طول المدة التي تنقضي قبل وصول الجسم إلى درجة الحرارة الحرجة التي تساوي $41^\circ C$؟ تساوي سعة جسم الإنسان الحرارية $0.86\,\text{kcal}/(\text{kg}\cdot^\circ C)$، ويساوي إنتاج الحرارة الأساسي $1750\,\text{kcal/day}$، وتساوي كتلة الجسم 70 كيلوغراماً.

37.4 حصل أصدقاؤك حديثاً على آلة لصنع البوظة. تتألف الآلة من وعاء وقاعدة تدور حول محراك خلط ثابت. وتحتوي جدران الوعاء على خليطة غير معروفة تمتص الحرارة من البوظة. ويجب تجميد الوعاء حتى $-20^\circ C$ قبل الاستعمال.

لكن أصدقاءك فقدوا تعليمات الاستعمال ولا يتذكَّرون المدة التي يجب تشغيل الآلة خلالها، فأخبرتهم أنت ألا يقلقوا لأنك أتقنت حل مسائل انحفاظ الطاقة وأنك سوف تحسب طول المدة اللازمة لتجميد البوظة. وتنظر إلى علبة الآلة، فتجد عليها المواصفات الآتية:

- مساحة السطح الداخلية لوعاء التجميد: $600\,\text{cm}^2$.
- معامل النقل الحراري للوعاء: $h = 0.025\,\text{J}/(\text{cm}^2\cdot\text{s}\cdot^\circ C)$.
- الاستطاعة أو القدرة اللازمة لتحريك الوعاء (بمردود يساوي 100 في المئة): 25 W.
- مقدار خليط البوظة الذي يوضع في الوعاء: 1 kg.

يساوي معدَّل النقل الحراري بين جدران الوعاء والحليب الموجود فيه:

$$\dot{Q} = h\,A\,(T_{\text{bowl}} - T_{\text{milk}})$$

وتتذكَّر من دورة الكيمياء في سنتك الجامعية الأولى أن المواد المُذابة تخفِّض درجة حرارة تجمُّد الماء. افترض أن درجة حرارة التجمُّد تنخفض حتى $-5^\circ C$، وأن مزيج البوظة يحتوي على الحليب والكريم والسكر ومشتق الفانيلا. ولصنع بوظة بالطراوة المناسبة، يُجمَّد نصف الماء فقط. وعند $-5^\circ C$ يكون $\Delta\hat{H}_{\text{f,water}} \approx 330\,\text{kJ/kg}$. استخرج معادلة

بدلالة المتغيرات المعطاة، وقدِّر مدة التشغيل الكلية.

38.4 يحتوي صهريج على 1000 كلغ من ماء درجة حرارته تساوي $24^{\circ}\mathrm{C}$. ومن المقرَّر تسخين هذا الماء باستعمال بخار مشبع عند $130^{\circ}\mathrm{C}$ يمر في وشيعة ضمن الصهريج. ويُعطى معدَّل انتقال الحرارة من البخار إلى الماء بالمعادلة:

$$\dot{Q} = h\,A\,(T_{\text{steam}} - T_{\text{water}})$$

حيث إن $\dot{Q}$ هو معدَّل انتقال الحرارة، و h هو معامل نقل الحرارة الكلي، و A هي مساحة سطح نقل الحرارة، و T_{steam} هي درجة حرارة البخار، و T_{water} هي درجة حرارة الماء. تساوي مساحة سطح نقل الحرارة في الوشيعة $0.3\,\mathrm{m}^2$، ويساوي معامل نقل الحرارة $h = 220\,\mathrm{kcal}/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{hr} \cdot {}^{\mathrm{o}}\mathrm{C})$. ويخرج الماء المتكثف من الوشيعة مشبعاً. افترض أن سعة الماء الحرارية ثابتة، وأهمل السعة الحرارية لجدران الصهريج. (مقتبسة من: Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, 1999).

(أ) تساوي مساحة سطح الصهريج المعرَّضة للهواء $0.9\,\mathrm{m}^2$. ويُبادل الصهريج الحرارة عبر هذا السطح المكشوف بمعدَّل يُعطى بمعادلة مشابهة للمعادلة السابقة. وأثناء مبادلة الحرارة مع الهواء المحيط، خروجاً ودخولاً، يساوي معامل النقل الحراري $h = 25\,\mathrm{kcal}/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{hr} \cdot {}^{\mathrm{o}}\mathrm{C})$. إذا كانت درجة حرارة الهواء $20^{\circ}\mathrm{C}$، ما هي المدة اللازمة لتسخين الماء حتى $80^{\circ}\mathrm{C}$؟

(ب) ما هي المدة التي نختصرها في التسخين إذا كان الصهريج معزولاً؟



الشكل 28.4: عينة لا تتحمل الحرارة مخزونة في أنبوب اختبار مسدود في حوض ماء جليدي.

39.4 خزِّنت عينة لا تتحمل الحرارة في أنبوب اختبار مسدود وُضِع في جمَّادة، ثم أُخرجت من أجل تحليلها. وبعد تغطيس أنبوب العينة في حوض ماء جليدي مباشرة (الشكل 28.4)، انطلق إنذار حريق، فهرع الباحث من الغرفة فوراً تاركاً العينة (التي مازالت في حوض الماء الجليدي) على الطاولة. ومن حسن الطالع أن إنذار الحريق كان زائفاً.

يمكن نمذجة معدَّل التبادل الحراري $\dot{Q}$ بين حوض الماء الجليدي والهواء المحيط به بالمعادلة الآتية:

$$\dot{Q} = h_A\, A(T_A - T_i)$$

حيث إن T_A هي درجة حرارة الهواء، و T_i هي درجة حرارة حوض الماء الجليدي، و h_A هو معامل النقل الحراري الكلي، و A هي مساحة سطح النقل الحراري. تساوي درجة حرارة الهواء $22^\circ C$، وتُقدَّر مساحة سطح التبادل الحراري في حوض الماء الجليدي بـــ $500\,cm^2$، ويساوي معامل النقل الحراري $h_A = 0.030\,cal/(cm^2 \cdot min \cdot ^\circ C)$. ولما كان حوض الماء الجليدي على تماس مع الخلاَّط المغنطيسي، وجب أخذ التبادل الحراري بينهما في الحسبان أيضاً، ويُعطى معدل هذا التبادل بمعادلة مشابهة للسابقة:

$$\dot{Q} = h_s\, A(T_s - T_i)$$

حيث إن T_s هي درجة حرارة الخلاَّط، و T_i هي درجة حرارة حوض الماء الجليدي، و h_s هو معامل النقل الحراري الشامل، و A هي مساحة سطح النقل الحراري. وتساوي درجة حرارة الخلاَّط المغنطيسي $22^\circ C$، وتُقدَّر مساحة سطح انتقال الحرارة بـــ $200\,cm^2$، ويساوي معامل النقل الحراري $h_s = 0.1\ cal/(cm^2 \cdot min \cdot ^\circ C)$. افترض أن:

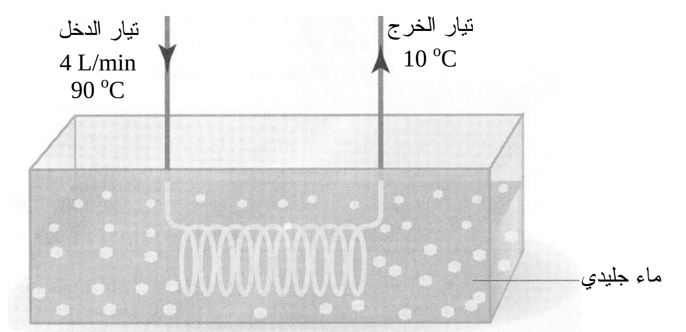
- حوض الماء الجليدي كان يحتوي على 100 غرام من الماء و400 غرام من الجليد عندما غادر الباحث الغرفة.
- مقدار العمل الذي يبذله الخلاَّط المغنطيسي للمنظومة مهمل.
- السعة الحرارية الكلية لأنبوب الاختبار (مع العينة) مهملة.

(أ) افترض أن العينة تتلف عندما ترتفع درجة حرارتها إلى ما فوق $0^\circ C$، وأن الباحث سيعود إلى الغرفة فور انتهاء إنذار الحريق. قدِّر المدة القصوى لإنذار الحريق التي لا تتلف العينة خلالها.

(ب) افترض أن العينة تتلف عندما ترتفع درجة حرارتها إلى ما فوق $5^\circ C$، وأن الباحث يعود إلى الغرفة فور انتهاء إنذار الحريق. قدِّر المدة القصوى لإنذار الحريق التي لا

تتلف العينة خلالها.

40.4 يُستعمل حوض جليد لتبريد تيار سيرورة (الشكل 29.4). تساوي درجة حرارة تيار السيرورة الابتدائية $90^\circ\mathrm{C}$، وتنخفض درجة التيار إلى $10^\circ\mathrm{C}$ في الخرج بعد المرور عبر وشيعة تبريد داخل حوض الجليد. ويحتوي حوض الجليد على 100 كلغ من الجليد في البداية. ما هو معدّل إعادة تزويد الحوض بالجليد ؟ بعبارات أخرى، ما المدة التي يستغرقها الجليد كي ينصهر؟ تساوي السعة الحرارية لتيار السيرورة $C_p = 1.0\,\mathrm{cal}/(\mathrm{g}\cdot^\circ\mathrm{C})$، وتساوي كثافته 1.0 g/mL.



الشكل 29.4: حوض جليد لتبريد تيار سيرورة.

41.4 أثناء التحضير للغوص، إذا بقي الغواص مرتدياً بذلة الغوص وتعرَّض لأشعة الشمس الحارة مدة طويلة، فإنه قد يصاب بازدياد حرارته. هذا لأن البذلة المصنوعة من النيوبرين (neoprene) تحدُّ من الخروج الطبيعي للحرارة إلى الهواء. يُعبِّر المصطلح ارتفاع الحرارة المفرط (hyperthermia) عن مرض يتعلق بالسخونة، وثمة نوعان أساسيان لارتفاع الحرارة المفرط هما الإنهاك الحراري والضربة الحرارية (ضربة شمس) (heat stroke). ومن أعراضهما الدُّوار وفقد الإحساس بالاتجاهات والصداع والغثيان والضعف واحمرار أو شحوب الوجه وازدياد معدَّل نبض القلب حتى 120 نبضة في الدقيقة والتنفس السريع وارتفاع درجة حرارة الجسم والتعرُّق الكثيف وفقدان الوعي. بافتراض أن الحرارة التي تخرج من الجسم إلى المحيط تُعطى بـــ:

$$\dot{Q} = h_e\, A(T_\mathrm{b} - T_\mathrm{s})$$

حيث إن T_b هي درجة حرارة الجسم، و T_s هي درجة حرارة الهواء المحيط، و A هي مساحة سطح الجسم (بالمتر المربع)، و h_e هو معامل النقل الحراري الكلي

($\text{kcal}/(\text{m}^2\cdot\text{hr}\cdot^{\circ}\text{C})$). وبافتراض أن كتلة جسم الغواص تساوي m (kg)، وأن معدّل الاستقلاب يساوي $\dot{M}_R$ (kcal/hr)، وأن سعة جسم الغواص الحرارية تساوي C_P ($\text{kcal}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$)، صِف كيف تُقدِّر مدة تعرض الغواص القصوى لدرجة حرارة معينة T_s قبل أن تصل درجة حرارة الجسم T_b إلى قيمة حرجة T_c.

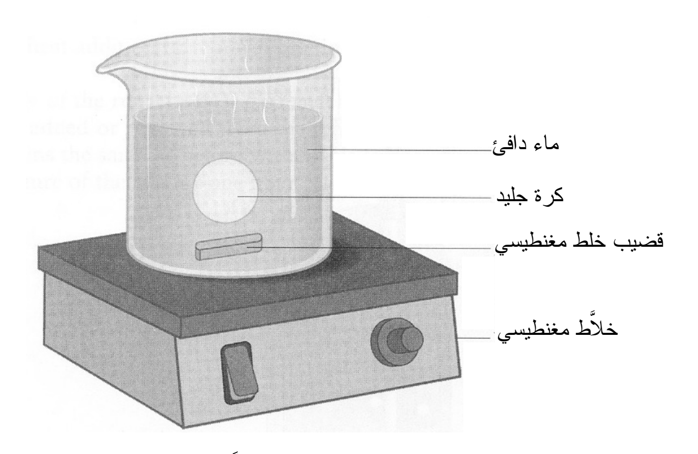
42.4 تأمّل في نبضة ليزرية طاقتها E_L تخرج من ليزر أثناء عملية جراحية. تُمتص طاقة النبضة ضمن نسيج حجمه يساوي $1000\,\mu\text{m}^3$، ويمثل الماء 80 في المئة منه. بافتراض أن سعة النسيج الحرارية (مع أو من دون ماء) تساوي $4.35\,\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$، اذكر ماذا يحصل للنسيج عندما تأخذ طاقة النبضة E_L القيم المختلفة الآتية: $0.1\mu\text{J}$، $0.5\mu\text{J}$، $3.0\,\mu\text{J}$.

43.4 يُستعمل جهاز تخمير زجاجي مخبري، حجمه يساوي 10 ليترات، في تنمية خلايا هجينة (cells hybridoma) ضمن وسط مغذٍّ تساوي درجة حرارته 4°C. ويُلفُّ المخمِّر ببطانية تسخين كهربائية توفِّر تسخيناً بمعدّل 500 واط. قبل بدء الإلقاح، يجب أن تكون درجة حرارة كل من الوسط والوعاء 36°C، ويجب مزج الوسط مزجاً جيدا أثناء التسخين. حدِّد المدة اللازمة للتسخين الأولي للوسط بافتراض أن كتلة وعاء التخمير الزجاجي تساوي 13 kg، وأن سعته الحرارية تساوي $C_P = 0.20\,\text{cal}/(\text{g}\cdot^{\circ}\text{C})$ وأن كتلة الوسط المغذي تساوي 8.0 kg، وأن سعته الحرارية تساوي $C_P = 1.05\,\text{cal}/(\text{g}\cdot^{\circ}\text{C})$ (مقتبسة من Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, 1999).

44.4 انظر في كرة جليد تساوي كثافتها ρ (g/cm^3) ونصف قطرها يساوي r (cm)، مغطّسة في حوض ماء دافئ (الشكل 30.4). افترض أن معدّل النقل الحراري $\dot{Q}$ (cal/min) من الماء الدافئ إلى كرة الجليد معطى بالمعادلة:

$$\dot{Q} = \dot{q}\,A$$

حيث إن $\dot{q}$ هو معدّل النقل الحراري لواحدة المساحة ($\text{cal}/(\text{min}\cdot\text{cm}^2)$)، و A (cm^2) هي مساحة منطقة التماس بين كرة الجليد والماء (أي مساحة سطح كرة الجليد في أي لحظة). وافترض أيضاً أن النقل الحراري متجانس، أي إن كرة الجليد تحتفظ بشكلها الكروي دائماً. ويرمز $\Delta\hat{H}_f$ (cal/g) إلى حرارة انصهار الجليد.



الشكل 30.4: كرة جليد ضمن ماء دافئ.

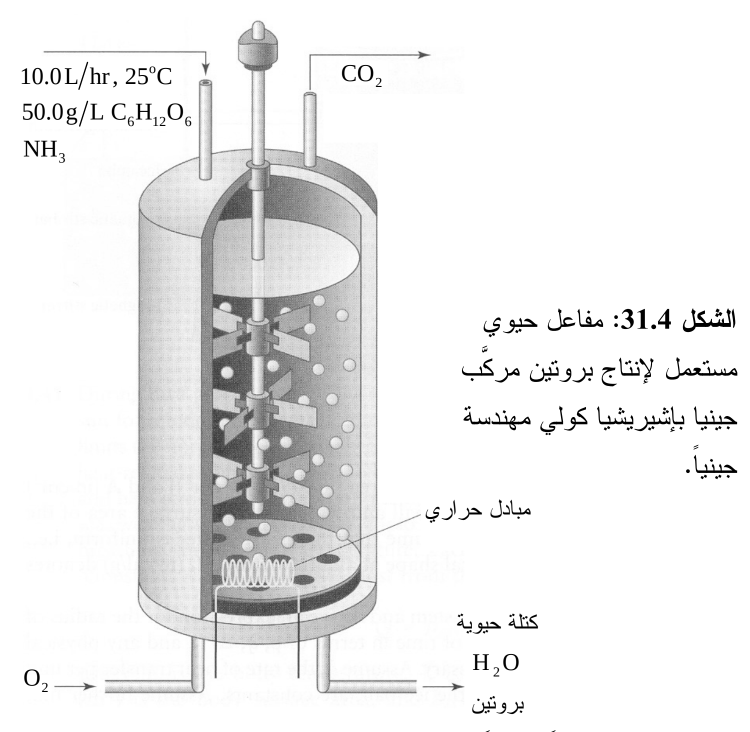
(أ) قم بتحليل المنظومة واستخرج عبارة لنصف قطر الكرة بوصفه تابعاً للزمن بدلالة ρ و $\dot{q}$ و $\Delta\hat{H}_f$، وأي ثابت فيزيائي آخر تجده ضرورياً. افترض أن ρ و $\dot{q}$ ثابتان، وأن $r = R$ في اللحظة $t = 0$.

(ب) احسب الزمن الذي يكون عنده $r = 0.5R$.

45.4 نمَّت شركة للتقانة الحيوية أخيراً فصيلة جديدة من الإشيريشيا كولي مهندَسة جينياً تستطيع إنتاج بروتين مهم مركَّب جينياً. وقد وُجِد أن إنتاج هذا البروتين المركَّب جينيا متناسب مع نمو الإشيريشيا كولي. تُستعمل الأمونيا مصدراً للنتروجين لتنفس الغلوكوز هوائياً. أما الصيغة العامة للبروتين المركَّب جينياً فهي $CH_{1.55}O_{0.31}N_{0.25}$. وقد تبيَّن أن إنتاجية الإشيريشيا كولي، ذات الصيغة $CH_{1.77}O_{0.49}N_{0.24}$، تُقدَّر بـ 0.48 غرام من كل غرام من الغلوكوز. أما إنتاجية البروتين المركَّب جينيا من الغلوكوز فتساوي 20 في المئة تقريباً من تلك التي للخلايا. ويمكن استعمال المعادلة الآتية لتمثيل عملية الإنتاج:

$$C_6H_{12}O_6(s) + a\,O_2(g) + b\,NH_3(g) \rightarrow$$
$$c\,CH_{1.77}O_{0.49}N_{0.24}(s) + d\,CO_2(g) + e\,H_2O(l) + f\,CH_{1.55}O_{0.31}N_{0.25}(s)$$

حيث إن a و b و c و d و e و f هي أمثال التفاعل. تساوي إنتاجية الكتلة الحيوية من الغرام الواحد من الغلوكوز 0.48 غرام، لذا $c = 3.46\,\text{mol/mol}$. وتساوي إنتاجية البروتين المركَّب حيوياً من الغلوكوز نحو 20 في المئة من تلك التي للخلايا، لذا تكون الإنتاجية 0.096 غراماً من البرروتين المركَّب جينياً للغرام الواحد من الغلوكوز.



الشكل 31.4: مفاعل حيوي مستعمل لإنتاج بروتين مركَّب جينيا بإشيريشيا كولي مهندسة جينياً.

افترض أن ثمة مفاعلاً حيوياً يعمل باستمرار، وأن حجمه الفعال يساوي 100 ليتر، وأنه مستعمل لإنتاج البروتين المركَّب جينيا (الشكل 31.4)، وأن تيارا يحتوي على وسط مكوَّن من مغذِّيات أساسية منها الغلوكوز والأمونيا يتدفق في المفاعل بمعدَّل 10 ليترات في الساعة، وأن الوسط يحتوي على 50 g/L من الغلوكوز، إضافة إلى مقدار كاف من الأمونيا، محلولين في الماء. يحتوي تيار الخرج على خلايا الإشيريشيا كولي التي تحتضن البروتين المركَّب جينياً. في هذه الظروف، لا يُلاحَظ في تيار الخرج إلا مقدار مهمل من الغلوكوز. وتساوي درجة حرارة تيار الدخل والمفاعل الحيوي $25^{\circ}C$. افترض أن المفاعل جيد العزل، وأن مقدار العمل غير المتدفق المبذول في الخلط مهمل، وأن المفاعل يعمل منذ مدة قصيرة وأنه في حالة مستقرة.

(أ) ما هو مقدار الأمونيا اللازمة؟

(ب) ما هو معدَّل إنتاج البروتين المركَّب جينياً؟

(ت) يُقال أنه يمكن ربط حرارة التفاعل بمعدَّل استهلاك الأكسجين بالمعادلة الآتية:

$$\Delta H_r \approx -460 \text{ kJ/(mol of } O_2)$$

ما مدى جودة هذا الارتباط مقارنة بالقيم المحسوبة باستعمال حرارة الاحتراق في الجدول 14.4؟

(ث) ما هو معدَّل إضافة أو إزالة الحرارة للحفاظ على درجة حرارة المفاعل عند $25^{\circ}C$ ؟

(ج) يتعطَّل المبادل الحراري في منتصف سيرورة التشغيل، ونتيجة لذلك لا يمكن إضافة حرارة إلى المفاعل أو إزالتها منه. افترض أن سلوك التنمية يبقى كما كان ضمن هذا المجال من درجات الحرارة. ما هي درجة حرارة المفاعل بعد ساعة من حدوث العطل؟

الجدول 14.4: حرارات الاحتراق المعيارية لإنتاج بروتين مركَّب جينياً.

الجنس	ΔH_c° (kJ/mol)
$C_6H_{12}O_6(s)$	−2805
$NH_3(g)$	−382.6
كتلة حيوية (إشيريشيا كولي) (صلبة)	−551
بروتين مركَّب جينيا (مادة صلبة)	−567

5 – انحفاظ الشحنة

1.5 الأغراض والحوافز التعليمية

- بعد الانتهاء من هذا الفصل ستتمكَّن من:
- كتابة وتطبيق معادلات موازنة الشحنة السالبة والموجبة ومعادلة انحفاظ الشحنة الصافية.
- استخراج قانون كيرشوف للتيار من انحفاظ الشحنة الكلية، وتطبيقه على عقدة في دارة.
- تعريف الطاقة الكهربائية وتحديد العناصر التي تولِّد والتي تستهلك طاقة كهربائية.
- استخراج قانون كيرشوف للفولتية من معادلة موازنة الطاقة الكهربائية وتطبيقه على حلقة في دارة.
- شرح العلاقة بين الفولتية والتيار والمقاومة باستعمال قانون أوم.
- إنشاء وحل دارات تتضمن عناصر متنوعة منها منابع الفولتية ومنابع التيار والمقاومات والسعات والملفات التحريضية.
- استعمال قانون آينتهوفن لحساب كمونات مجهولة من المخطط الكهربائي للقلب.
- استعمال معادلة هودجكين – هكسلي لنمذجة تدفق الشحنة عبر غشاء حيوي.
- تطبيق معادلات الموازنة والانحفاظ على نظم تفاعلية تتضمن نشاطاً إشعاعياً وتفاعلات حمضية – أساسية، وتفاعلات كهروكيميائية.
- حل نظم غير مستقرة باستعمال معادلات موازنة الشحنة والطاقة الكهربائية.

1.1.5 التعويضات العصبونية

تُستعمل معادلات موازنة وانحفاظ الشحنة وموازنة الطاقة الكهربائية في كثير من المجالات القائمة في الهندسة الحيوية. وقد تكون قد رأيت قانون كيرشوف للتيار (Kirchhoff's current law) وقانون كيرشوف للفولتية (Kirchhoff's voltage law) في دورات الفيزياء أو الهندسة السابقة، وهما معادلتان مهمتان تقومان على معادلات موازنة الشحنة والطاقة الكهربائية. ويتطلب تصميم عناصر دارة كهربائية لقياس فولتيات حيوية أو للتحكُّم في جهاز طبي حيوي فهماً عميقاً لقانوني كيرشوف وغيرهما من المعادلات، ومنها قانون أوم (Ohm's law). وتُستعمل معادلات

موازنة وانحفاظ الشحنة وموازنة الطاقة الكهربائية أيضاً في نمذجة نظم تفاعلات كيميائية تتضمن أجناساً مشحونة. وتُطبَّق في هذا الفصل تلك المعادلات على طيف واسع من الأمثلة والمسائل المنزلية.

وسنلقي في هذا المقطع التمهيدي الضوء على التعويضات العصبونية. ويُعدُّ تطوير التعويضات العصبونية حقلاً ناشئاً في الهندسة الحيوية حيث تُطبَّق مبادئ الموازنة والانحفاظ على نحو متكرر من أجل نمذجة وبناء تجهيزات جديدة. ويهدف الاستعراض المفصَّل الآتي إلى إثارة نقاش معادلات موازنة وانحفاظ الشحنة وموازنة الطاقة الكهربائية.

تنقل الأعصاب السليمة معلومات بين الدماغ وأجزاء الجسم المختلفة، وذلك بواسطة إشارات كهروكيميائية تسمى كمونات الحدث (action potentials). وتوجد كمونات الحدث في أغشية خلايا ألياف الأعصاب، ويساوي كمون الحدث نحو 90 mV– في حالة الراحة. ويتضمن كمون الحدث تغيُّرات سريعة من القيم السالبة إلى القيم الموجبة (زوال الاستقطاب) ومن القيم الموجبة إلى القيم السالبة (عودة الاستقطاب) ضمن مدة زمنية لا تتجاوز 1 ميلّيثانية. ويسبِّب كمون الحدث، المتحرِّض في أي نقطة من غشاء قابل للإثارة، تحريض الأجزاء المجاورة لتلك النقطة من الغشاء عادة، مؤدياً إلى انتشار ذلك الكمون. بهذه الطريقة، يتحرك كمون الحدث على طول ليف العصب حتى يصل إلى نهايته ناقلاً الإشارة إلى عصب آخر أو إلى عضو أو عضلة. أي إن كمونات الحدث توفِّر اتصالات بعيدة المدى للإشارات الحاملة للمعلومات الحسِّية والحركية في الجهاز العصبي.

يأتي دخل المنظومة العصبية من مستقبلات مُحِسَّة تكشف محرضات مثل اللمس والصوت والذوق والضوء والألم والسخونة والبرودة. ويعتمد نوع الإحساس الذي يُستشعر عندما يُثار ليف عصبي على النقطة من المنظومة العصبية التي ينتهي إليها العصب. على سبيل المثال، تنتهي ألياف شبكية العين في منطقة الرؤية من الدماغ. وتنتهي ألياف الأذن في منطقة السمع من الدماغ. وتنتهي ألياف اللمس في منطقة اللمس من الدماغ. ويمكن أن تؤدي الأذية التي تصيب غمد العمود الفقري، والجلطة الدماغية والاضطرابات العصبية، ومنها الشلل الدماغي، إلى عدم مقدرة الألياف العصبية على إرسال تلك الإشارات الكهربائية الحاملة للمعلومات إلى الدماغ. ويمكن للأذية نفسها أو لغيرها أن تجعل الألياف العصبية غير قادرة على حمل التعليمات المحرِّكة من الدماغ إلى الساقين وغيرهما من أعضاء الجسم.

تسمى التجهيزات التي طُوِّرت في الحقول الطبية ومجالات الهندسة الحيوية المختلفة لاستعادة

الوظائف الحسية والحركية في جسم الإنسان بالتعويضات العصبونية. يُستعمل التفعيل الكهربائي للمنظومة العصبية في التعويضات العصبونية لإعادة الوظائف إلى الأشخاص المصابين بعلل عصبية. ومن أجل تحقيق هذا الهدف، يجب على مصممي التجهيزات فهم الملتقى الفاصل بين الإلكترونيات والخلايا العصبية. وتعمل تجهيزات التعويضات العصبونية بالتوليد الكهربائي لكمونات الأحداث في الألياف العصبية التي تحمل الإشارة إلى عصب آخر أو إلى عضو أو عضلة. وكمون الحدث الناجم عن نبضة من شحنة موجبة تأتي من تجهيزة إلكترونية مزروعة في الجسم لا يختلف عن كمون الحدث الذي يتولَّد طبيعياً[1]. لذا تُعد جميع أعضاء أو عضلات الجسم التي تخضع إلى التحكُّم العصبي مرشحة للتعويض العصبوني.

من تطبيقات التعويضات العصبونية تحريض كلٍّ من المنظومتين الحسِّية (ومن أمثلتها المزروعات السمعية) والحركية (ومن أمثلتها التحكُّم في المثانة) من أجل استعادة وظيفتها وتوفير مزيد من الاستقلال للمرضى. ويوفر استعمال تجهيزة إلكترونية لتحريض العصب إمكان استعادة السمع للصم، والبصر للمكفوفين، ووظائف حركية مختلفة لضحايا الإصابات في العمود الفقري والجلطة والشلل الدماغي. ومن النتائج الناجحة للتعويضات العصبونية في المنظومة الحركية حتى الآن استعادة الوقوف والمشي لدى مرضى الشلل النصفي السفلي، واستعادة إغلاق وفتح قبضة اليد لدى مرضى الشلل الكلي، واستعادة وظيفة المثانة (السيطرة على كبح البول والتبوُّل) بعد إصابة العمود الفقري، والتنفس الكهربائي لدى مرضى الشلل الكلي[2]. لذا على مصممي نظم التعويضات العصبونية معرفة وفهم مبادئ الدارات والإلكترونيات التي تبنى منها تلك التعويضات، إضافة إلى علم الأحياء وكيفية الجمع بين مفاهيم الحقلين معاً وتطبيقها لصنع تجهيزة ذات مزايا وظيفية محدَّدة.

تُستعمل التعويضات العصبونية حالياً لمعالجة مرضين حسِّيَيْن أساسيين. إن المزروعات السمعية التي ترسَّخت تماماً في العيادات الطبية، طُوِّرت لاستعادة السمع لدى الذين يفقدون خلايا الأوبار العصبية الخارجية، مع بقاء أوبار الشعيرات الداخلية والمسالك إلى اللحاء السمعي سليمة. وتتألف المنظومة من ميكروفون خارج الجسم، ويحوِّل معالج كلام الصوت المرقمن إلى إشارة مرمَّزة، ويُرسل مرسل الإشارة المرمَّزة عبر الجلد إلى التجهيزة المزروعة داخل الجسم. وتُحوِّل التجهيزة المزروعة الرموز إلى إشارات كهربائية ترسَل إلى أقطاب تزرع جراحياً في الأذن الداخلية لتهييج الألياف العصبية المتبقية (الأقطاب هي نواقل تُستعمل لتحقيق تماس كهربائي مع العصب أو أجزاء الدارة الأخرى غير المعدنية). ويستشعر الدماغ الإشارات التي تستقبلها الأقطاب أنها أصوات، فيولِّد الإحساس بالصوت. والتطبيق المهم الآخر للتعويضات العصبونية

هو تحريض عصبونات الشبكية لاستثارة الإحساس البصري لدى المرضى المصابين بالعمى الجزئي أو الكلي. ورغم أن الحيز الصغير للعين وهشاشة الشبكية يمثلان صعوبات تصميمية، فإن المبادئ التي يقوم عليها التحريض العصبي هي نفسها.

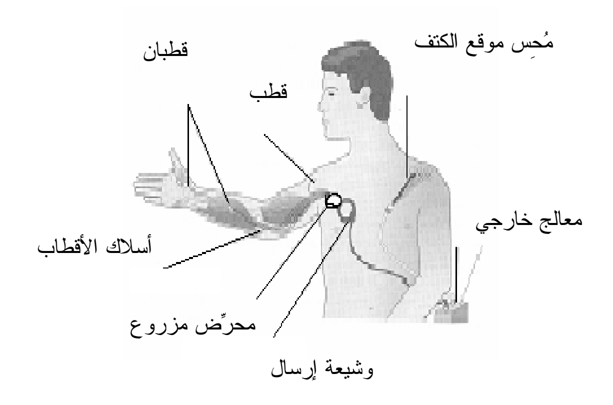
ويمكن للمرضى المصابين في غمد العمود الفقري أو بالجلطة أو الشلل الدماغيين أو اضطرابات عصبية أخرى أن يعانوا من فقدان أو تأذي وظائف حركية مختلفة. على سبيل المثال، يمكن للمصاب، حسب مستوى الإصابة في العمود الفقري، أن يعاني من شلل نصفي سفلي أو شلل كلي، أو من فقدان السيطرة على المثانة والشرج، أو العجز الجنسي، أو ضمور العضلات، أو الألم المزمن. والغرض من التعويضات العصبونية هو استعادة تلك الوظائف. وكان أحد أوائل التعويضات العصبونية العملية محرِّض إنزال القدم الذي اختُرِع لضحايا الشلل النصفي الذين يفقدون المقدرة على رفع أصابع أقدامهم أثناء طور التأرجح في المشي بسبب شلل عضلة تحريك الكاحل. إن محاكيات إنزال القدم هي أقطاب كهربائية سطحية أو مزروعة تُفعَّل حينما يكتشف تماس فصل ووصل في الحذاء أن القدم ارتفعت عن الأرض، فيحرض عصب قصبة الساق (peroneal nerve) ومن ثَمَّ انثناء القدم[3]. وعلى غرار محاكي إنزال القدم، يفعِّل محرِّض الجذر الأمامي العجُزي (sacral anterior root stimulator) المزروع مسالك تحريك المثانة لتحقيق تفريغ جيد.

ثمة تطبيق آخر للتعويضات العصبونية في استعادة الوظيفة الحركية هو منظومة اليد الحرة القابلة للزرع (الشكل 1.5) التي أنتجتها شركة NeuroControl, Inc. (التي أقرَّتها إدارة الغذاء والدواء الأميركية في عام 1997). تساعد منظومة تحرير اليد هذه على استعادة وظيفة انقباض راحة اليد وحركتها الجانبية. ويحوِّل مُحِسّ موقع موضوع على الكتف الآخر حركات الكتف الصغيرة إلى إشارة تحكُّم، وتُرسَل إشارة التحكُّم إلى جهاز تحكُّم خارجي يحوِّل المعلومات إلى أمواج راديوية تغذِّي وتشغِّل الجزء المزروع. ويرسِل المحرِّض المزروع في الصدر إشارات تحريض كهربائية عبر أسلاك إلى ثمانية أقطاب موضوعة على نقاط التحريك في عضلات اليد والساعد لتحريض عملية القبض[4]. إن هذا التعويض ملائم جداً للمصابين في مستوى الفقرتين الرقبيَّتين C5 وC6 من العمود الفقري الذين تقل عندهم قوة القبض وينخفض مدى حركة اليد، لكنهم يحتفظون بالمقدرة على تحريك مفصلَيْ الكتف والمرفق[5].

وفي حالة إصابة الفقرات الرقبِيَّة في أعلى العمود الفقري (الفقرة C3 أو ما فوقها) التي تؤدي إلى فقدان الحركة الطوعية للعضلات التنفسية، يمكن لتحريض عصب الحجاب الحاجز (phrenic nerve) كهربائياً أن يُفعِّل دورياً عضلة الغشاء المشلولة لتحريض التنفس. يُزرع

قطب من البلاتين جراحياً مقابل السطح العميق لعصب الحجاب الحاجز ويُوصل بسلك تحت الجلد بمستقبل راديوي تحت جلد الصدر. ويرسِل مرسل راديوي في خارج الجسم إشارات تغذية وتحكُّم إلى المستقبل مؤدياً إلى ضبط التنفس[5].

غير أنه رغم النجاحات المذكورة، يبقى ثمة كثير من التحسينات يجب إدخالها في تصميم التعويضات العصبونية للأغراض المختلفة، فكثير من ضحايا الإصابة في العمود الفقري والجلطة الدماغية ومرضى الاضطرابات العصبية ما زالوا غير قادرين على الحصول على التعويضات العصبونية، وهذه التجهيزات ما زالت في الأغلب في مراحل الاختبار. ويتطلب تصميم التعويضات العصبونية فهماً عميقاً للدارات الكهربائية والإلكترونيات وحركة الشحنة في



الشكل 1.5: منظومة تحرير اليد القابلة للزرع من الشركة NeuroControl Inc.

المصدر:

Sadowsky CL, "Electrical stimulation in spinal cord injury", *Neuro Rehabilitation*, 2001, 16:165-9.

المنظومة العصبية. ويتعاون المهندسون الحيويون مع جرَّاحي الأعصاب واختصاصيي العين والأذن والتجبير والفيزيائيين والمهندسين الكهربائيين وعلماء المواد لتطوير نظم التعويضات العصبونية. من الصعوبات الكثيرة التي يواجهها المتخصصون في تصميم وصنع التعويضات العصبونية:

- **المكاملة** (integration): تجب مكاملة التعويضات العصبونية الصنعية مع منظومتي الحس والحركة الطبيعيتين. مثالياً، تكتشف التجهيزات المستقلة المزروعة في الجسم، المزوَّدة بمنبع طاقة داخلي ومحِسَّات متكاملة معها، الأوامر الواردة من لحاء الحركة الدماغي

وترسل موجات تحريض إلى العضلات المعنية متجاوزة مكان التلف العصبي برمته وموفرة تحكُّماً طبيعياً متوافقاً مع رغبة المريض[6]. ومن ناحية أخرى، يجب أن يكون من الممكن إرسال معلومات الحواس التي تستقبلها المنظومة العصبية إلى الدماغ دون إعاقة من التلف العصبي.

- **الشخصنة** (individualization): يجب تصميم التعويضات العصبونية لكل مريض على حدة من أجل ضمان أفضل استعادة للوظيفة. ويجب الأخذ في الحسبان دور التعويضات العصبونية وعلاقتها بالتجهيزات الميكانيكية وإجراءات إعادة التأهيل الخاصة بالمريض.
- **سهولة الوصول إلى التعويضات واستعمالها:** يجب أن تكون الأقطاب ونظم التحكُّم والمعدات الأخرى صغيرة ورخيصة وسهلة الزرع من أجل جعلها متاحة لأكبر عدد من المرضى. ويجب جعل متطلبات صيانات تلك التجهيزات أصغرية.
- **التوافق الحيوي والحماية** (biocompatibility and protection): يجب أن تكون مكوِّنات التعويضات المزروعة متوافقة حيوياً لدرء مفاعيل الالتهاب والحساسية داخل الجسم الحي. ويجب أن تكون الأداة المزروعة محكمة العزل كيميائياً لحمايتها من الاهتراء بسوائل الجسم[7].
- **التوافق الميكانيكي** (mechanical compatibility): يجب أن تكون التعويضات المزروعة قادرة على تحمُّل القوى التي يمكن أن تتعرض لها، ويجب أن يتحمل النسيج المحيط بها أي قوى قد تطبَّق عليها من القطعة المزروعة.
- **التداخل** (interference): على غرار جميع التجهيزات الإلكترونية، فإن التعويضات العصبونية عرضة للتداخل الكهرومغنطيسي.

تقوم فرق متعددة الاختصاصات بمعالجة هذه المشكلات في محاولة لتحسين حياة الأشخاص المصابين. ويستعمل المهندسون الحيويون، المسلحون بدراسات مخبرية وعملية مبتكرة، موازنات الشحنة والطاقة الكهربائية لمساعدتهم على فهم ونمذجة المنظومة العصبية وبناء تجهيزات تردم الهوة بين أجزائها المتضررة. وسنبين في المثالين 14.5 و16.5 كيف أن موازنات الشحنة والطاقة الكهربائية يمكن أن تُستعمل لنمذجة السلوك العصبي الذي يجب أن يُفهم قبل تصميم التعويضات العصبونية.

نبدأ هذا الفصل بنظرة إجمالية إلى مفاهيم الشحنة والطاقة الكهربائية الأساسية، ومن ضمنها التيار والفولتية. ومن ثم نطوِّر معادلات الموازنة والانحفاظ وفق الحاجة للشحنة الموجبة والسالبة

والصافية، وللطاقة الكهربائية. ونستقصي بعد ذلك قانوني كيرشوف للتيار والفولتية بشيء من التفصيل مع أمثلة تتركَّز في تحليل الدارات والنظم الحيوية. ونستقصي أخيراً موازنة الشحنة والطاقة الكهربائية في النظم المتغيرة والنظم التفاعلية.

2.5 مفاهيم الشحنة الأساسية

لتصميم منظومة كهربائية، علينا فهم كيفية حركة الشحنة وكيفية تراكمها. من حيث المفهوم، إن انحفاظ الشحنة وموازنتها مشابهان جداً لانحفاظ الخواص التوسُّعية الأخرى وموازنتها. وعلى غرار ما فعلناه للكتلة، نحسب شحنة المنظومة بتحليل كيفية دخول أنواع الشحنة المختلفة إلى المنظومة وخروجها منها، وكيفية توليدها واستهلاكها وتراكمها ضمن المنظومة. غير أننا سنراجع بعض التعاريف الأساسية قبل تطوير معادلة انحفاظ الشحنة.

1.2.5 الشحنة

تتكوَّن المادة من ثلاثة جُسيْمات أساسية هي الإلكترون والبروتون والنيترون. وتتألف ذرات المركَّبات الكيميائية من نواة تحتوي على بروتونات ونيترونات، ومن إلكترونات تدور حول النواة. على سبيل المثال، يحتوي عنصر النيتروجين $^{14}_{7}\mathrm{N}$ في نواته على سبعة بروتونات وسبعة نيترونات. ويساوي عدد البروتونات في نواة الذرة غير المشحونة، ومثالها ذرة النيتروجين، عدد الإلكترونات التي تحيط بالنواة. لذا يدور سبعة إلكترونات حول نواة ذرة النيتروجين. ويحمل الإلكترون والبروتون شحنتين كهربائيتين متساويتي القيمة المطلقة، وتسمى تلك الشحنة **الشحنة الأولية** (elementary charge). وتساوي الشحنة الأساسية في الإلكترون -1، وتساوي شحنة البروتون الأساسية $+1$. أما النيترون، فلا يحمل شحنة.

إن الوحدة الرئيسة للشحنة الكهربائية q هي الكولون coulomb (C). وبُعد الشحنة هو $[\mathrm{tI}]$. ويُعرَّف الكولون بأنه كمية الشحنة الكهربائية التي تتدفق عبر نقطة مرجعية في سلك خلال ثانية واحدة عندما تكون شدة التيار 1 أمبير، إلا أنه يُفضَّل اعتبار أن الكولون الواحد يساوي 6.24×10^{18} شحنة أساسية تقريباً. بعبارات أخرى، يتألف الكولون الواحد من 6.24×10^{18} إلكترون أو بروتون. وفي المقابل، تساوي شحنة البروتون $+1.602\times10^{-19}$ كولون، وتساوي شحنة الإلكترون -1.602×10^{-19} كولون. ويظهر الجدول 1.5 شحنات وكتل الجسيمات الأساسية.

الجدول 1.5: خصائص الجسيمات الأساسية.

الجُسَيم الأساسي	الكتلة (غرام)	الشحنة الأولية	الشحنة (كولون)
إلكترون	9.11×10^{-28}	-1	-1.602×10^{-19}
بروتون	1.67×10^{-24}	$+1$	$+1.602\times10^{-19}$
نيترون	1.67×10^{-24}	0	0

2.2.5 التيار

التيار، i أو $\dot{q}$، هو معدّل حركة أو تدفق الشحنة الكهربائية ضمن مادة ناقلة عبر نقطة معينة. والنواقل هي مواد مثل المعادن والمحاليل الأيونية والغازات المتشردة التي تتحرك الشحنات الكهربائية ضمنها بحرية. وحين تطبيق حقل كهربائي على ناقل، تحصل حركة منتظمة للشحنات الكهربائية الإفرادية مكوِّنة **التيار الكهربائي** (electric current) الذي يُعرَّف بأنه المشتق الزمني للشحنة، أو معدّل الشحنة:

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \qquad (1-2.5)$$

ويُعد التيار الكهربائي هو [I]، وهو متغير فيزيائي أساسي (الجدول 1.1). ويُعبَّر عن التيار الكهربائي عادة بوحدة الأمبير (ampere A) التي تساوي C/s. ويساوي الأمبير الواحد 6.24×10^{18} إلكترون في الثانية تعبُر نقطة معينة من المادة الناقلة.

ويُنظر إلى التيار الكهربائي عادة أنه حركة الإلكترونات ضمن مادة ناقلة. وهذا النموذج ملائم حين تحليل وتصميم الدارات الكهربائية. إلا أن الأيونات الموجبة والسالبة يمكن أن تتحرك أيضاً ضمن مواد ناقلة مثل المحاليل المائية. على سبيل المثال، يُعدّ تدفق أيونات البوتاسيوم والصوديوم موجبة الشحنة، وتدفق أيونات الكلور سالبة الشحنة، عبر غشاء الخلية جوهرياً لنشوء كمونات الغشاء في الألياف العصبية والعضلية. وينتقل أثناء التركيب الضوئي كل من الشحنات الموجبة (أيونات الهيدروجين) والشحنات السالبة (الإلكترونات) عبر الوسط الخلوي المعقد من أجل تركيب الغلوكوز من الماء وثاني أكسيد الكربون.

لقد ذكرنا أن وحدة التيار الكهربائي هي الأمبير الذي يُعرَّف بأنه تدفق الإلكترونات في وحدة الزمن عبر نقطة معينة. وعندما تتحرك الإلكترونات أو الأيونات سالبة الشحنة ضمن مادة ناقلة، يكون اتجاه تدفق شحناتها مخالفا لاتجاه التيار. وعندما تتحرك البروتونات أو الأيونات موجبة الشحنة ضمن مادة ناقلة، فإن اتجاه تدفق شحناتها يكون مطابقاً لاتجاه التيار. بعبارات أخرى،

تدفق الشحنة الموجبة في اتجاه يكافئ تدفق الشحنة السالبة في الاتجاه المعاكس.

3.2.5 قانون كولون والحقول الكهربائية

تُبدي الشحنات تجاه بعضها قوى كهربائية على نحو مشابه كثيراً للقوى الثقالية التي تُبديها الكتل. وفي حين أن جميع الكتل تُعدّ موجبة القيمة، فإن الشحنات تقع في صنفين هما الشحنات السالبة والشحنات الموجبة. وتحدِّد إشارات الشحنات إن كانت القوة الكهروساكنة (electrostatic force) الفاعلة بينها تجاذبية أو تنافرية، فالشحنات المتشابهة تتنافر، والشحنات المتعاكسة تتجاذب. وللتعبير عن القوة الكهروساكنة بين شحنتين نقطيتين q_1 و q_2، يُستعمل **قانون كولون:**

$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1 q_2}{r^2}\vec{r}_{12} \qquad (2-2.5)$$

حيث إن $\vec{r}_{12}$ هو شعاع الوحدة الذي يدل على الاتجاه من q_1 إلى q_2، و r هي المسافة بين الشحنتين، والثابت k يساوي $9.0\times10^9\,(\mathrm{N.m^2})/\mathrm{C^2}$. والعرف هو أن القوى التنافرية موجبة، والقوى التجاذبية سالبة.

إن **الحقل الكهربائي** (electric field) هو منطقة مقترنة بتوزُّع للشحنة الكهربائية. ووضع شحنة كهربائية ضمن حقل كهربائي يجعلها تخضع إلى قوة. عموماً، لن نتعرض في هذا الفصل للقوى المؤثرة في الشحنات الإفرادية، وما سنهتم به هو نتائج هذا القانون. ونظراً إلى أن الشحنة ترتبط بالقوة، وإلى أن القوة ترتبط بالعمل والطاقة، فإن الشحنة ترتبط أيضاً بالعمل والطاقة. وتمثل الطاقة المقترنة بالشحنة الكهربائية جزءاً من أسس بقية هذا الفصل.

4.2.5 الطاقة الكهربائية

المقصود بالطاقة الكهربائية هو الطاقة المقترنة بتدفق التيار الكهربائي وبالطاقة الكهرومغنطيسية. وتقترن الطاقة الكهرومغنطيسية بالحقول الكهربائية والمغنطيسية وتتضمن طاقة الأمواج الراديوية وأمواج غاما والأمواج الميكروية والأشعة السينية والضوء تحت الأحمر والضوء المرئي والضوء فوق البنفسجي. ولا نُعالج في هذا الكتاب أصناف الطاقة الكهربائية تلك، بل نستقصي طاقة الكمون الكهربائي التي نطلق عليها هنا ببساطة الطاقة الكهربائية.

تمتلك الجُسيْمات المشحونة الموضوعة في حقل كهربائي طاقة كامنة على غرار الكتلة التي

تمتلك طاقة ثقالية في حقل ثقالي. وتسمى الطاقة الكامنة في وحدة الشحنة، أو الطاقة الكامنة النوعية، ببساطة **الكمون الكهربائي** (electric potential). لاحظ أننا استعملنا في السابق (في الفصول 1 و3 و4) المصطلح **نوعي** للدلالة على متغيرات فيزيائية تقوم على الكتلة أو المول. أما في هذا الفصل، فيدل هذا المصطلح على متغير يقوم على الشحنة.

ويُقصد **بالفولتية** (v) الفرق بين الكمونين الكهربائيين في نقطتين محددتين، أو تغيُّر الطاقة الكامنة لوحدة الشحنة حين تحرُّكها من نقطة إلى أخرى. ويُستعمل مصطلح الفولتية غالباً للتعبير أيضاً عن الكمون الكهربائي وفرق الكمون. أما بُعد الفولتية فهو $\left[\mathrm{L^2Mt^{-3}I^{-1}}\right]$. وأكثر وحدات فرق الكمون والفولتية انتشاراً هي الفولت (volt V) الذي يُعرَّف بـــ $\mathrm{joule/C}$.

تذكَّر أن قياسات الطاقة الكامنة الثقالية تستند إلى ارتفاع مرجعي. وإن الطاقة الكامنة الثقالية هي أكثر أنواع الطاقة أهمية حين التعامل مع فارق الارتفاع، حيث تؤدي حركة الجسم إلى تحوُّل الطاقة الكامنة إلى نوع آخر من الطاقة. وهذا المفهوم مشابه لمفهوم الطاقة الكامنة الكهربائية. تُعطى الفولتية عادة على شكل عدد محدَّد، وينطوي هذا العدد على الفرق بين الكمونين الكهربائيين في نقطتين. وتمثِّل الأرض عادة نقطة مرجعية على غرار الارتفاع الصفري في حالة الكمون الثقالي. وحين وجود فرق بين الكمونين الكهربائيين في نقطتين، يمكن استعمال الفولتية لإنجاز عمل ما مثل تغذية البطارية الكهربائية لآلة كهربائية أو ميكانيكية.

حينما تتحرك شحنة من نقطة ذات كمون كهربائي إلى أخرى ذات كمون مختلف آخر، تتولَّد طاقة كامنة كهربائية أو تُستهلك. وتُعطى **الطاقة الكامنة الكهربائية (electrical potentiel energy)** E_E لشحنة منفردة بـــ:

$$E_E = qv \qquad (3-2.5)$$

وبُعد الطاقة الكهربائية هو $\left[\mathrm{L^2Mt^{-2}}\right]$. ووحدات الطاقة الكهربائية الشائعة هي الجول (J) joule والكيلوواط ساعة $\mathrm{kW\cdot hr}$. لاحظ أن الفولتية في المعادلة 3−2.5 ليست فولتية مطلقاً بل هو فرق فولتية يقاس بالنسبة إلى حالة مرجعية هي الأرض عادة.

المثال 1.5 تحريض الإلكترونات أثناء التركيب الضوئي

مسألة: يتحرَّض كثير من التفاعلات التي تحصل أثناء التركيب الضوئي بسلسلة نقل للإلكترونات، فحينما يمتص جزيء كلوروفيل فوتوناً ضوئياً، تجعل طاقة الفوتون الإلكترون يقفز

إلى مستوى طاقة أعلى. وتُستعمل الطاقة التي يكتسبها الإلكترون المثار في الفسفرة الضوئية التي تسمى أيضاً تفاعلاً ضوئياً. افترض أن إلكتروناً يتهيَّج أثناء عملية التركيب الضوئي من الحالة $+0.5\,\text{V}$ إلى الحالة $-1.0\,\text{V}$. ما هي الطاقة التي يكتسبها هذا الإلكترون؟

الحل: يمكن استعمال المعادلة 2.5−3 لحساب الطاقة الكهربائية. إن الشحنة التي يحملها الإلكترون سالبة، وفرق الكمون الكهربائي موضوع الاهتمام هنا هو الفرق بين حالتي الإلكترون المثارة (ex) وغير المثارة (un):

$$E_E = qv = q(v_{ex} - v_{un})$$
$$= (-1.602\times10^{-19}\ \text{C})(-1.0\text{V} - 0.5\text{V}) = 2.403\times10^{-19}\ \text{J}$$

ويمكن للطاقة الكهربائية الكامنة أيضاً أن تنتقل من المنظومة أو إليها بمعدَّل تدفق الشحنة i. ويُعرَّف معدَّل الطاقة الكهربائية ($\dot{E}_E$) بأنه ناتج التيار والطاقة الكامنة النوعية (الفولتية) التي تولِّد ذلك التيار:

$$\dot{E}_E = iv \qquad (4-2.5)$$

وبُعد معدَّل الطاقة الكهربائية هو $\left[\text{L}^2\text{Mt}^{-3}\right]$. ويُعرَف معدَّل الطاقة بأنه الاستطاعة أو القدرة (power)، وأشهر وحدة لها في النظام المتري المستعملة في تحليل الدارات هي الواط.

المثال 2.5 مجفِّف الشعر

مسألة: ما هو مقدار الشحنة التي تمر عبر مجفِّف للشعر ذو قدرة أو استطاعة تبلغ 1200 واط ويعمل بفولتية مقدارها 120 فولتاً لمدة خمس دقائق؟

الحل: الاستطاعة أو القدرة هي المعدَّل الذي يصرف به المجفِّف الطاقة الكهربائية. ونعيد ترتيب المعادلة 2.5−4 لحساب التيار الكهربائي:

$$i = \frac{\dot{E}_E}{v} = \frac{1200\,\text{W}}{120\,\text{V}} = 10\frac{\text{C}}{\text{s}}$$

أي إن مجفِّف الشعر يستهلك تياراً تبلغ شدته 10 أمبير. وتساوي الشحنة المتدفقة عبر دارته في خمس دقائق (300 ثانية) 3000 كولون.

انظر في التشابه بين الشحنة والكتلة (الشكل 2.5). تخيّل جزيء ماء كتلته m. يمتلك جزيء الماء الذي يتحرك عبر الأنبوب معدل تدفق كتلي يساوي $\dot{m}$. وتقع فوهة الأنبوب على ارتفاع h فوق الأرض، وباستعمال ثابت التسارع الثقالي، يمكننا حساب الطاقة الكامنة في وحدة الكتلة من الماء ($\hat{E}_P = g\,\Delta h$). ويمكن قياس معدّل تغيُّر الطاقة الكامنة $\dot{E}_P$ حينما يغيِّر جزيء الماء موقعه في الحقل الثقالي.

وعلى نحو مشابه، يمكننا تطبيق هذا التحليل على الإلكترون، حيث نشبِّه الإلكترون الواحد بجزيء الماء. يمتلك الإلكترون المتحرِّك عبر سلك معدّل تدفق أو تيارا i. وعلى غرار انتقال جزيء الماء من موقع إلى آخر في الأنبوب، يمكن للإلكترون أن ينتقل من نقطة إلى أخرى في السلك، متحركاً من كمون كهربائي إلى آخر. والفرق بين كموني هاتين النقطتين في الحقل الكهربائي هو فرق الكمون الكهربائي أو الفولتية. وباستعمال الفولتية، يمكننا حساب الطاقة الكامنة الكهربائية لوحدة الشحنة ($\hat{E}_E = v$). وعلى غرار جزيء الماء، يمكن قياس معدّل الطاقة الكامنة الكهربائية ($\dot{E}_E$) حينما يتحرك الإلكترون ضمن الحقل الكهربائي.



الشكل 2.5:
التشابه بين الكتلة والشحنة.

3.5 مراجعة معادلات موازنة وانحفاظ الشحنة

على غرار الكتلة، تُعدُّ الشحنة خاصية متأصلة في المادة. ويحدِّد عدد الإلكترونات ذات الشحنة السالبة، وعدد البروتونات ذات الشحنة الموجبة، الموجودة في جنس ما، شحنة ذلك الجنس. ولا يمكن لمعظم التفاعلات التي يهتم بها هذا الكتاب تكوين أو تدمير الشحنات ذاتها

الموجودة في الإلكترونات أو البروتونات. غير أنه بنقل الإلكترونات من جزيء إلى آخر، يمكن تكوين أجناس مشحونة مثل أيون الصوديوم موجب الشحنة.

إن **الشحنة الصافية منحفظة دائماً في المنظومة.** أي إن الشحنة الصافية لا تتولَّد ولا تفنى في المنظومة أو الكون. من ناحية أخرى، إن **الشحنات الموجبة والسالبة ليست منحفظة، ويمكن تكوينها أو استهلاكها في المنظومة أو الكون.** ولكي يبقى انحفاظ الشحنة الصافية قائماً، وحين تكوُّن شحنة موجبة، يجب أن تتكوَّن في مقابلها شحنة سالبة أيضاً. والشيء نفسه صحيح عندما تُستهلك شحنة سالبة: يجب أن تُستهلك أيضاً شحنة موجبة. أي إنه يجب أن تتكوَّن أو تفنى مقادير متساوية من الشحنات الموجبة والسالبة معاً في المنظومة أو الكون في جميع الحالات.

وتُستعمل معادلات الموازنة والانحفاظ عادة لحساب عدد الجُسيْمات المشحونة الموجودة في المنظومة. وفي إطار استعمال معادلة الموازنة، يُقصد بالشحنات الموجبة والسالبة الأجناس التي تحمل الشحنات الموجبة والسالبة.

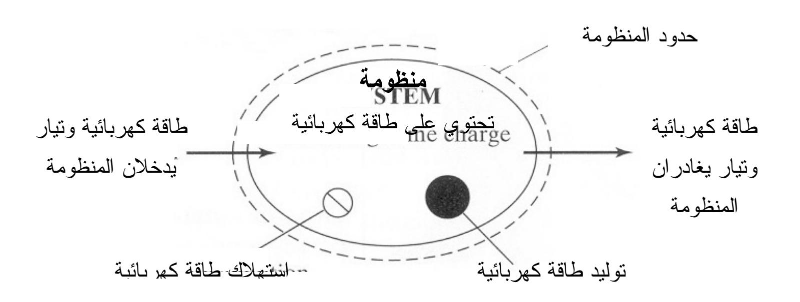
ثمة رسم توضيحي للمنظومة في الشكل 3.5. تدخل الشحنات المنظومة وتخرج منها عبر حدود المنظومة. ويحصل توليد واستهلاك الشحنات ضمن المنظومة، ويمكن للشحنات أن تتراكم فيها أيضاً.

1.3.5 معادلات موازنة للشحنة الموجبة والسالبة

تذكَّر معادلة الموازنة الجبرية العامة 2−4.2:

$$\Psi_{in} - \Psi_{out} + \Psi_{gen} - \Psi_{cons} = \Psi_{acc} \qquad (1-3.5)$$

تلائم المعادلات الجبرية الحالات التي تُعطى فيها مقادير منفصلة من الشحنات. وتُحسب الشحنات الموجبة q_+، والسالبة q_- ، في معادلات منفصلة:



الشكل 4.5: رسم توضيحي لمعدّل حركة الشحنة (التيار) وتوليدها واستهلاكها وتراكمها في المنظومة.

$(2-3.5)$ الشحنة الموجبة:
$$\sum_k q_{+,k} - \sum_j q_{+,j} + q_{+,\text{gen}} - q_{+,\text{cons}} = q_{+,\text{f}}^{\text{sys}} - q_{+,0}^{\text{sys}}$$

$(3-3.5)$ الشحنة السالبة:
$$\sum_k q_{-,k} - \sum_j q_{-,j} + q_{-,\text{gen}} - q_{-,\text{cons}} = q_{-,\text{f}}^{\text{sys}} - q_{-,0}^{\text{sys}}$$

حيث إن $\sum_k q_{\pm,k}$ هو مقدار الشحنة الموجبة أو السالبة الواردة إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم أثناء مدة ما، و $\sum_j q_{\pm,j}$ هو مقدار الشحنة الموجبة أو السالبة الخارجة من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم، و $q_{\pm,\text{gen}}$ هو مقدار الشحنة الموجبة أو السالبة المتولِّدة في المنظومة، و $q_{\pm,\text{cons}}$ هو مقدار الشحنة الموجبة أو السالبة المستهلكة في المنظومة، و $q_{\pm,\text{f}}^{\text{sys}}$ هو مقدار الشحنة السالبة أو الموجبة الموجودة في المنظومة في نهاية المدة الزمنية، و $q_{\pm,0}^{\text{sys}}$ هو مقدار الشحنة الموجبة أو السالبة الموجودة في المنظومة في بداية المدة الزمنية. ويشير الدليلان k و j إلى الدخل والخرج. ويحصل توليد واستهلاك الشحنة عادة حين حصول تفاعلات كيميائية في المنظومة. أما بُعد الحدود المعطاة في المعادلتين السابقتين فهو $[\text{tI}]$.

وتلائم الصيغة التفاضلية لموازنة الشحنة الحالات التي تُعطى فيها معدَّلات الشحنة. تذكَّر أن تدفق الشحنة إلى المنظومة ومنها يقابل التيار i الذي يمكن التعبير عنه بـــ $\dot{q}$ أيضاً:

$(4-3.5)$ الشحنة الموجبة:
$$\sum_k \dot{q}_{+,k} - \sum_j \dot{q}_{+,j} + \dot{q}_{+,\text{gen}} - \dot{q}_{+,\text{cons}} = \frac{dq_{+}^{\text{sys}}}{dt}$$

$(5-3.5)$ الشحنة السالبة:
$$\sum_k \dot{q}_{-,k} - \sum_j \dot{q}_{-,j} + \dot{q}_{-,\text{gen}} - \dot{q}_{-,\text{cons}} = \frac{dq_{-}^{\text{sys}}}{dt}$$

حيث إن $\sum_k \dot{q}_{\pm,k}$ هو معدّل الشحنة الموجبة أو السالبة (أي التيار) الواردة إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم، و $\sum_j \dot{q}_{\pm,j}$ هو معدّل الشحنة الموجبة أو السالبة (أي التيار) الخارجة من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم، و $\dot{q}_{\pm,\text{gen}}$ هو معدّل توليد الشحنة الموجبة أو السالبة في المنظومة، و $\dot{q}_{\pm,\text{cons}}$ هو معدّل استهلاك الشحنة الموجبة أو السالبة في المنظومة، و $dq_{\pm}^{\text{sys}}/dt$ هو معدّل تراكم الشحنة السالبة أو الموجبة في المنظومة. وفي حين أن التيار الكهربائي، الذي يُعرَّف بأنه معدّل تدفق الشحنة في ناقل، ملائم تماماً لحركة المادة، فإنه غير ملائم لوصف توليد واستهلاك الشحنة. إن حدَّي توليد واستهلاك الشحنة يصفان تفاعلات، وليس حركة، فلذا يُحتفظ بالرمز $\dot{q}$. ويُعبِّر حدُّ التراكم عن التغيُّر الآني في مقدار الشحنة الموجبة أو السالبة في المنظومة، أو عن معدَّل تراكم الشحنة فيها. وحينما يكون حدُّ التراكم موجوداً، قد تكون ثمة حاجة إلى تحديد معلومات أخرى مثل الظرف الابتدائي قبل حل المسألة. أما بُعد الحدود في المعادلتين السابقتين فهو $[\text{I}]$.

وتلائم الصيغة التكاملية لمعادلة موازنة الشحنة حالات الحساب في ظرفين يقعان في لحظتين منفصلتين. حين تطبيق المعادلة التكاملية، اكتب معادلة الموازنة التفاضلية وكامل بين الحالتين الابتدائية والانتهائية:

الشحنة الموجبة: (6−3.5)

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k \dot{q}_{+,k}\,dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{q}_{+,j}\,dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{+,\text{gen}}\,dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{+,\text{cons}}\,dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq_{+}^{\text{sys}}}{dt}\,dt \qquad (6-3.5)$$

الشحنة السالبة: (7−3.5)

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k \dot{q}_{-,k}\,dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{q}_{-,j}\,dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{-,\text{gen}}\,dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{-,\text{cons}}\,dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq_{-}^{\text{sys}}}{dt}\,dt \qquad (7-3.5)$$

حيث إن t_0 هي اللحظة الابتدائية، و t_f هي اللحظة الانتهائية. أما بُعد الحدود في المعادلتين السابقتين فهو [tI].

2.3.5 معادلة انحفاظ الشحنة الصافية

تُعرَّف الشحنة الصافية q بأنها مقدار الشحنة الموجبة مطروحاً منه مقدار الشحنة السالبة في المنظومة:

$$q = q_{+} - q_{-} \qquad (8-3.5)$$

وهذا يمكِّننا من كتابة المعادلتين الجبرية والتفاضلية الآتيتين للشحنة الصافية:

$$\sum_{k} q_k - \sum_{j} q_j + q_{\text{gen}} - q_{\text{cons}} = q_{\text{f}}^{\text{sys}} - q_0^{\text{sys}} \qquad \text{الشحنة الصافية:} \quad (9-3.5)$$

$$\sum_{k} i_k - \sum_{j} i_j + \dot{q}_{\text{gen}} - \dot{q}_{\text{cons}} = \frac{dq^{\text{sys}}}{dt} \qquad \text{الشحنة الصافية:} \quad (10-3.5)$$

إن الشحنة الصافية هي خاصية توسُّعية منحفظة في المنظومة وفي الكون. لم تُلاحَظ شحنة موجبة واحدة أو شحنة سالبة واحدة تكوِّن أو تستهلك نفسها، **بل لوحظ أن شحنتين تتولَّدان أو تُستهلكان آنياً ضمن النظم، إحداهما موجبة والأخرى سالبة.** لذا، لا تتغير الشحنة الصافية في المنظومة حين تكوُّن أو فناء زوج من الشحنات.

تأمَّل في تشابه انحفاظ الشحنة وانحفاظ الكتلة. في المنظومة التفاعلية، يمكن للكتلة المقترنة بجنس كيميائي أن تتغيَّر. ويمكن لمعادلة موازنة هذه الأجناس الكيميائية أن تحتوي على حدود توليد واستهلاك. إلا أن الكتلة الكلية في المنظومة تبقى ثابتة.

وعلى نحو مشابه، يمكن للأجناس المحايدة كهربائياً أن تتفكك أو تتفاعل كيميائياً لتكوين أجناس مشحونة. ويمكن لمعادلات موازنة الشحنات الموجبة والسالبة أن تحتوي على حدود توليد واستهلاك، إلا أن شحنة المنظومة الصافية ثابتة، لذا يمكن استعمال معادلة الانحفاظ لوصف الشحنة الصافية.

يمكِّن عدم إمكان توليد أو استهلاك الشحنة الصافية من تبسيط إضافي للمعادلة 3.5−9، إذ إن وجوب أن تكون الشحنات الموجبة والسالبة المتولِّدة في المنظومة متساوية، يجعل الشحنة الصافية المتولِّدة في المنظومة صفراً:

$$q_{\text{gen}} = q_{+,\text{gen}} - q_{-,\text{gen}} = 0 \qquad (11-3.5)$$

ووجوب أن تكون الشحنات الموجبة والسالبة المستهلكة في المنظومة متساوية، يجعل الشحنة الصافية المستهلكة في المنظومة صفراً أيضاً:

$$q_{\text{cons}} = q_{+,\text{cons}} - q_{-,\text{cons}} = 0 \qquad (12-3.5)$$

وبناءً على ذلك تصبح المعادلة 3.5−9 للشحنة الصافية:

$$\sum_k q_k - \sum_j q_j = q_{\rm f}^{\rm sys} - q_0^{\rm sys} \qquad \text{الشحنة الصافية:} \quad (13-3.5)$$

حيث إن k يمثل دليل الدخل، و j يمثل دليل الخرج. وتنص المعادلة 13−3.5 على **انحفاظ الشحنة الصافية.**

وبما إن الشحنة الصافية منحفظة، فإن معدَّل الشحنة الصافية منحفظ أيضاً. لذا فإن معدّل توليد الشحنات الموجبة في المنظومة يساوي معدّل توليد الشحنات السالبة. وينطبق الشيء نفسه على معدَّلَي استهلاك الشحنات الموجبة والسالبة:

$$\dot{q}_{\rm gen} = \dot{q}_{+,\rm gen} - \dot{q}_{-,\rm gen} = 0 \qquad (14-3.5)$$

$$\dot{q}_{\rm cons} = \dot{q}_{+,\rm cons} - \dot{q}_{-,\rm cons} = 0 \qquad (15-3.5)$$

لذا تصبح المعادلة التفاضلية لانحفاظ الشحنة الصافية:

$$\sum_k i_k - \sum_j i_j = \frac{dq^{\rm sys}}{dt} \qquad (16-3.5)$$

وتصبح المعادلة التكاملية لانحفاظ الشحنة الصافية:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k i_k dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j i_j dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq^{\rm sys}}{dt} dt \qquad (17-3.5)$$

تُستعمل المعادلتان الأخيرتان عندما يكون المعطى هو التيار أو معدّل الشحنة. ونظراً إلى أن الشحنة الصافية لا تتولَّد أو تُستهلك، فإن تراكمها يقتصر على الفرق بين الشحنات الداخلة والخارجة من المنظومة.

4.5 مراجعة معادلة موازنة الطاقة الكهربائية

يمكن قياس كثير من أنواع الطاقة، ومنها الطاقة الميكانيكية والكهربائية والحرارية. وتتفاعل الحقول الكهربائية والمغنطيسية مع التيار الكهربائي، والعكس صحيح. وتُعرف الطاقة المقترنة بتدفق التيار الكهربائي بالطاقة الكهربائية. في الفصلين 4 و6، جرى تطوير معادلات موازنة وانحفاظ الطاقة الكلية وموازنة الطاقة الميكانيكية. وفي هذا المقطع، سنطوِّر معادلة موازنة للطاقة الكهربائية. ونظراً إلى أن المعلومات عن عدد الشحنات المتدفقة في دارة تُعطى عادة بالتيار، فإن الصيغة الجبرية لمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية لا تُستعمل في حل هذا الصنف من المسائل، ولذا لن نقدمها هنا.

انظر في المنظومة المبينة في الشكل 4.5. تمثل تيارات الدخل والخرج معدَّلات دخول

الشحنات إلى المنظومة وخروجها منها. وتدخل الطاقة الكهربائية إلى المنظومة وتخرج منها حينما تتدفق مادة مشحونة عبر حدود المنظومة. وتتولَّد عادة طاقة كهربائية في المنظومة أو تستهلك حين تحويلها إلى نوع آخر من الطاقة. ويمكن أن يُراكم كل من هاتين العمليتين الطاقة الكهربائية ضمن المنظومة.

تتعقَّب معادلة الموازنة العامة حركة الطاقة الكهربائية وتوليدها واستهلاكها وتراكمها في المنظومة. وتكون الصيغة التفاضلية لمعادلة الموازنة ملائمة عندما تكون معدَّلات الطاقة الكهربائية هي المعطاة:

$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} + \dot{\Psi}_{\text{gen}} - \dot{\Psi}_{\text{cons}} = \frac{d\Psi}{dt} \qquad (1-4.5)$$

$$\sum_k \dot{E}_{E,k} - \sum_j \dot{E}_{E,j} + \sum \dot{G}_{\text{elec}} - \sum \dot{W}_{\text{elec}} = \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt} \qquad (2-4.5)$$

حيث إن $\sum_k \dot{E}_{E,k}$ هو معدَّل الطاقة الكهربائية الداخلة إلى المنظومة بانتقال الشحنة الجَسِيمة، و $\sum_j \dot{E}_{E,j}$ هو معدَّل الطاقة الكهربائية الخارجة من المنظومة بانتقال الشحنة الجَسِيمة، و $\sum \dot{G}_{\text{elec}}$ هو معدَّل توليد الطاقة الكهربائية في المنظومة، و $\sum \dot{W}_{\text{elec}}$ هو معدَّل استهلاك الطاقة الكهربائية في المنظومة، و dE_E^{sys}/dt هو معدَّل تراكم الطاقة الكهربائية في المنظومة. والدليلان k و j يدلان على الدخل والخرج. وبُعد حدود المعادلة هو $\left[\text{L}^2\text{Mt}^{-3}\right]$، وهو بُعد الاستطاعة أو القدرة نفسه.

تدخل الطاقة الكهربائية إلى المنظومة وتخرج منها عبر حدود المنظومة على شكل تيار (يُهمل هذا الكتاب الطاقة الكهربائية الناجمة عن الحقلين الكهربائي والمغنطيسي). ويُعرَّف معدَّل الطاقة الكهربائية $\dot{E}_E$ بأنه حاصل ضرب التيار بالطاقة الكامنة النوعية العائدة لذلك التيار (المعادلة 4-2.5)، ولذا تمكن كتابة المعادلة 4.5-2 بالصيغة الآتية:

$$\sum_k i_k v_k - \sum_j i_j v_j + \sum \dot{G}_{\text{elec}} - \sum \dot{W}_{\text{elec}} = \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt} \qquad (3-4.5)$$

وهذه هي الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية.

والمصدر الرئيس لتوليد واستهلاك الطاقة الكهربائية هو التحويل من صيغة للطاقة إلى أخرى. يولِّد كثير من التجهيزات طاقة كهربائية، ومن أمثلة ذلك البطارية التي تحوِّل الطاقة الكيميائية إلى طاقة كهربائية. ومثال آخر هو المحطة الكهروحرارية. بتسخين الماء حتى يصبح بخاراً يدوِّر

عنفة، تتحوّل الطاقة الحرارية إلى طاقة ميكانيكية. وتدوِّر العنفة مولِّداً كهربائياً، فتتحوّل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة كهربائية.

والمزدوجة الحرارية، التي تُستعمل في قياس درجات الحرارة، هي تجهيزة تحوّل الطاقة الحرارية إلى طاقة كهربائية. وتتألف المزدوجة الحرارية من سلكين معدنيين مختلفين (نحاس وحديد مثلاً) ملحومين معاً في نهايتيهما. وبوضع إحدى وصلتي السلكين عند درجة حرارة مرجعية، وبوضع الأخرى في المكان المرغوب في قياس درجة حرارته، يتولَّد فرق كمون كهربائي بينهما. ويؤدي فرق الكمون المتولِّد إلى تدفق تيار كهربائي بينهما. ولقياس فرق الكمون هذا نستعين بجهاز يُسمّى مقياس الفولت.

ويمكن للطاقة الكهربائية أن تُستهلك أيضاً حين تحويلها إلى طاقة ميكانيكية أو حرارية مثلاً. ويمكن لمحرك كهربائي مثلاً أن يحوّل الطاقة الكهربائية إلى طاقة ميكانيكية. ويمكن أيضاً تحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية وتبديدها على شكل حرارة حين مرور تيار كهربائي عبر **مقاومة** (resistance)، وهي عنصر كهربائي يقاوم تدفق التيار.

ويُعبِّر حدُّ التراكم عن المعدّل الآني لتغيُّر الطاقة الكهربائية أو معدَّل تراكم الطاقة الكهربائية في المنظومة. وقد يكون من الضروري حين وجود حدٍّ للتراكم توفير معلومات إضافية مثل ظرف ابتدائي من أجل حل المسألة.

ويمكن خزن الطاقة الكهربائية في تجهيزات إلكترونية تُعرف بالمتسعات أو المكثفات (capacitor) والوشائع التحريضية (inductor). تخزن **المكثفة** الطاقة في حقل كهربائي، في حين أن **الوشيعة التحريضية** تخزنها في الحقل المغنطيسي. وفي النظم التي تتضمن حقولاً كهربائية، يساوي مقدار الطاقة الكهربائية في المنظومة E_E مجموع الطاقات المخزونة في المكثفات $E_{E,C}$ والوشائع التحريضية $E_{E,L}$. ثمة مزيد من النقاش لطبيعة هذه التجهيزات ووظائفها في المقطع 8.5.

وحين حساب حركة الطاقة الكهربائية وتوليدها واستهلاكها وتراكمها في منظومة بين لحظتين منفصلتين من الزمن، تُستعمل الصيغة التكاملية لمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k i_k v_k dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_k i_j v_j dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{G}_{\text{elec}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum \dot{W}_{\text{elec}} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt} dt \qquad (4-4.5)$$

حيث إن t_0 هي اللحظة الابتدائية، و t_f هي اللحظة الانتهائية. ويُعد حدود هذه المعادلة هو $\left[L^2Mt^{-2}\right]$.

5.5 قانون كيرشوف للتيار

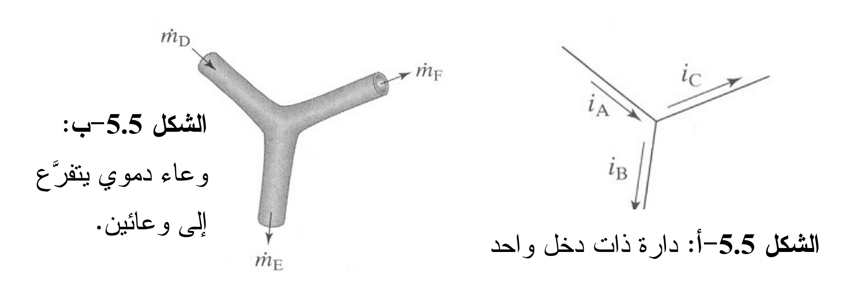
تكمن أهم تطبيقات الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الشحنة الصافية في تحليل الدارات. إذا كانت المنظومة في حالة مستقرة، اختُزلت المعادلة 3.5−16 إلى:

$$\sum_k i_k - \sum_j i_j = 0 \qquad \text{شحنة صافية:} \qquad (1-5.5)$$

حيث إن الدليل k يشير إلى تيارات الدخل، ويشير الدليل j إلى تيارات الخرج. تُعرف المعادلة 5.5−1 بقانون كيرشوف للتيار الذي ينص على أن مجموع جميع التيارات الواردة إلى عقدة ما يجب أن يساوي مجموع التيارات التي تغادر تلك العقدة. ولا تتراكم التيارات في أي نقطة في المادة الناقلة، ولذا يمكن تطبيق قانون كيرشوف للتيار على الشبكات الكهربائية المصنوعة من نواقل.

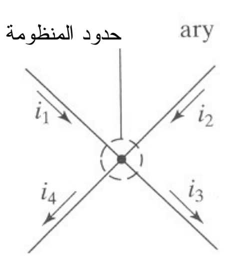
حين تطبيق قانون كيرشوف، تُعرَّف حدود المنظومة حول **عقدة** (node)، وهي نقطة في دارة يلتقي فيها عنصران أو أكثر. ويمكن لعنصر الدارة أن يكون واحداً من تجهيزات كهربائية كثيرة، منها الأسلاك والبطاريات والمقاومات والمكثفات والوشائع التحريضية. وتُعد التيارات الداخلة إلى العقدة حدود الدخل في المعادلة، وتُعد تلك التي تغادر العقدة حدود الخرج. ويساوي المجموع الجبري لجميع التيارات الداخلة إلى العقدة والخارجة منها صفراً. بعبارات أخرى، **ينص قانون كيرشوف للتيار على أن مجموع التيارات المتدفقة باتجاه أي نقطة يساوي مجموع التيارات الخارجة من تلك النقطة.** ويُعدُّ قانون كيرشوف واحداً من أكثر المعادلات فائدة واستعمالاً في تحليل الدارات وتصميمها.

تشابه العقدة التي يلتقي فيها ثلاثة عناصر كهربائية أو أكثر عقدة مكوَّنة من ثلاثة تيارات سوائل أو أكثر. خُذْ مثلاً دارة مكوَّنة من سلك دخل واحد وسلكَي خرج (الشكل 5.5−أ). ثمة مساران ممكنان يغادر عبرهما تيار الدخل العقدة. وهذا مشابه لتدفق الدم في الحالة المستقرة في وعاء دموي واحد يتفرَّع إلى وعائين (الشكل 5.5−ب). يجب أن يساوي مجموع التيارين في سلكَي الخرج (i_B و i_C) تيار سلك الدخل (i_A)، تماماً كما يساوي مجموع معدَّلَيْ تدفق الكتلة في تياري الخرج ($\dot{m}_E$ و $\dot{m}_F$) معدَّل تدفق الكتلة في الدخل ($\dot{m}_D$).



الشكل 5.5–ب: وعاء دموي يتفرَّع إلى وعائين.

الشكل 5.5–أ: دارة ذات دخل واحد



الشكل 6.5: أربعة أسلاك متصلة معاً في عقدة.

المثال 3.5 تطبيق قانون كيرشوف للتيار على دارة بسيطة

مسألة: يظهر الشكل 6.5 منظومة من أربعة أسلاك موصولة في عقدة. استعمل قانون كيرشوف للتيار لاستخراج معادلة تصف تدفق التيار في العقدة.

الحل: تحيط حدود المنظومة بالعقدة التي تلتقي فيها عناصر الدارة الأربعة (أي الأسلاك). يدخل التياران i_1 و i_2 العقدة، ويخرج منها التياران i_3 و i_4. بتطبيق قانون كيرشوف للتيار ينتُج:

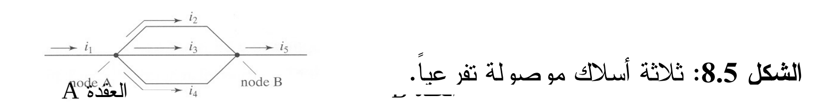
$$\sum_k i_k - \sum_j i_j = 0$$

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

لاحظ أن تيارَي الدخل موجبان، وأن تياري الخرج سالبان. ■

يمكن وصل عناصر الدارة بطريقتين مختلفتين: تسلسلياً أو تفرعياً. يحصل الوصل التسلسلي لعنصرين بوصل طرف العنصر الأول بطرف العنصر الثاني، فإذا تحركتَ عبر عنصر حتى نهايته، فإن المكان الوحيد الذي يمكنك أن تذهب إليه هو العنصر الآتي. وعندما يكون عنصران موصولين في عقدة واحدة فقط، فإنهما يكونان موصولين تسلسلياً دائماً. ويظهر الشكل 7.5 ثلاثة أسلاك موصولة تسلسلياً. إن تطبيق قانون كيرشوف للتيار على الأسلاك الموصولة تسلسلياً يشير إلى أن شدة التيار هي نفسها في جميع الأسلاك. لذا $i_1 = i_2 = i_3$ في الشكل 7.5.

الشكل 7.5: ثلاثة أسلاك موصولة تسلسلياً.



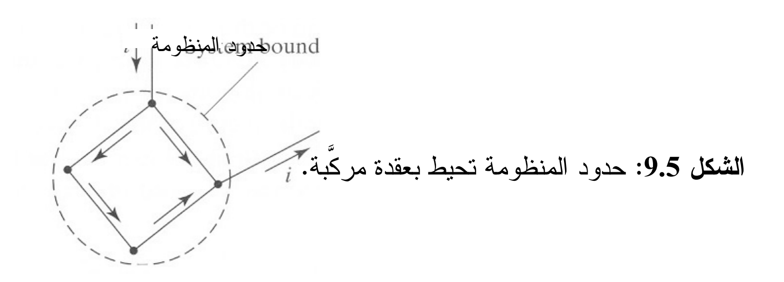
الشكل 8.5: ثلاثة أسلاك موصولة تفرعياً.

أما في العناصر التي توصل تفرعياً، فإن التيار يتجزَّأ ويذهب إلى عدة عناصر، ثم يتجمَّع ثانية حينما تلتقي فروع الدارة مرة أخرى. في الشكل 8.5، فإن الأسلاك 2 و3 و4 موصولة تفرعياً. لاحظ أن كلاً من هذه الأسلاك الثلاثة متصل بالسلكين الآخرين عند كل من نهايتيه. ويشير تطبيق قانون كيرشوف للتيار على الأسلاك الموصولة تفرعياً إلى أن التيار يتفرَّع في العقد التي تتصل فيها الأسلاك تفرعياً. وفي الدارة المبينة في الشكل 8.5، $i_1 = i_2 + i_3 + i_4$ في العقدة A، و $i_2 + i_3 + i_4 = i_5$ في العقدة B. أي إن شدة التيارات المارة في الفروع 2 و3 و4 أقل من شدة التيارين في السلكين 1 و5. وإذا تفرَّع التيار بالتساوي في الفروع الثلاثة، كانت شدته في تلك الفروع ثلث شدته في السلك 1.

إضافة إلى طريقة وصل عناصر الدارة، يمكن وصف الدارة باستمرارية عناصرها أيضاً. وتحتوي **الدارة المفتوحة** (open circuit) على فجوة أو انقطاع تمنعان التيار من التدفق. تُستعمل الدارات المفتوحة في إجراء قياسات مثل قياس درجة الحرارة. وبجَسْر الفجوة بناقل يُغلق الدارة، يستطيع التيار التدفق في **الدارة المغلقة** (closed circuit) بسهولة.

إذا احتوت دارة على n عقدة، أعطى تطبيق قانون كيرشوف للتيار n معادلة. ومن بين هذه الـ n معادلة، ثمة $n-1$ معادلة فقط مستقلة خطياً. وفي تحليل الدارات، تُعرَّف معظم حدود النظم حول العقد، إلا أن الحدود الأخرى للمنظومة ممكنة أيضاً. وفي بعض الحالات، يمكن للتيار المار في سلك ما أن يدخل مجموعة من العناصر. فإذا احتوت حدود المنظومة على تلك المجموعة، أمكن كتابة معادلة موازنة شاملة لتيارات دخل وخرج المنظومة. ويبين الشكل 9.5 مثالاً لعقدة مركَّبة.

تُصنع أجهزة القياس الطبية الحيوية من دارات تحتوي على تشكيلات بسيطة ومعقدة. والأمثلة الآتية هي تشكيلات بسيطة يمكن أن توجد في تصاميم الأنواع المختلفة من تجهيزات المُحسَّات وأدوات القياس الطبية الحيوية الإلكترونية.



الشكل 9.5: حدود المنظومة تحيط بعقدة مركَّبة.

المثال 4.5 تطبيق قانون كيرشوف للتيار على الدارات المغلقة.

مسألة: يظهر الشكل 10.5–أ دارة مغلقة فيها سبعة أسلاك وثلاث عقد A وB وC. وما يلي من التيارات فيها معروفة القيمة: $i_1 = 6.0\,\text{A},\ i_2 = 2.5\,\text{A},\ \text{i}_7 = 1.0\,\text{A}$. والعلاقة $i_4 = 16 i_3$ محقَّقة في هذه الدارة. حدِّد اتجاهات وشدة جميع التيارات المجهولة.

الحل: تُعرَّف المنظومة أولاً بأنها مجموعة العناصر كلها (الشكل 10.5–ب)، وتُكتب المعادلة التفاضلية لانحفاظ الشحنة الصافية (قانون كيرشوف) للأسلاك 1 و2 و5 و7. غير أن اتجاه التيار في السلك 5 غير معروف، لذا نفترض اعتباطياً أن التيار يخرج من B. تصبح حينئذ المعادلة الشاملة للشكل 10.5– ب:

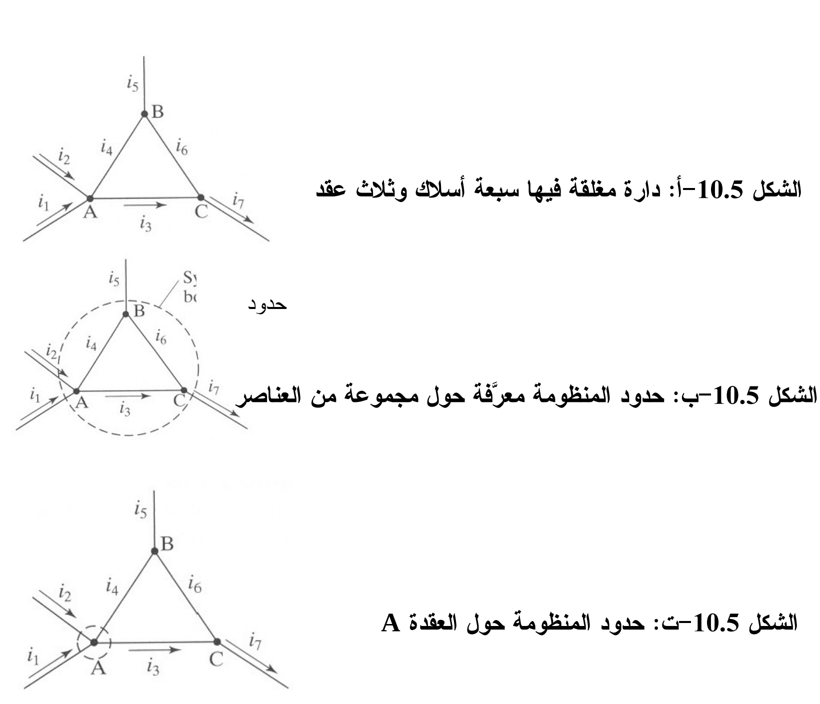
$$i_1 + i_2 - i_5 - i_7 = 0$$

ويعطي قانون كيرشوف للتيار معادلة لكل من العقد الثلاث (الشكل 10.5–ت، ث، ج). غير أن اتجاهَي التيارين في السلكين 4 و6 غير معروفين، لذا نفترض اتجاهاً اعتباطياً لكل منهما، أي نفترض أن تيار السلك 4 يخرج من العقدة A، وأن تيار السلك 6 يخرج من العقدة C. بتطبيق قانون كيرشوف للتيار ينتُج:

A: $$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

B: $$i_4 + i_6 - i_5 = 0$$

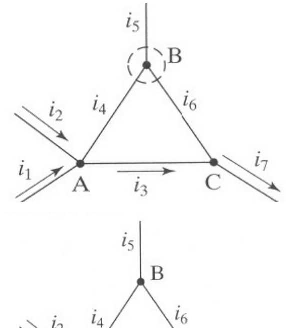
C: $$i_3 - i_6 - i_7 = 0$$



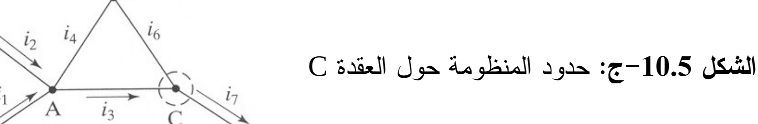
الشكل 10.5–أ: دارة مغلقة فيها سبعة أسلاك وثلاث عقد

الشكل 10.5–ب: حدود المنظومة معرَّفة حول مجموعة من العناصر

الشكل 10.5–ت: حدود المنظومة حول العقدة A



الشكل 10.5–ث: حدود المنظومة حول العقدة B



الشكل 10.5–ج: حدود المنظومة حول العقدة C

إذاً، لدينا الآن معادلة شاملة وثلاث معادلات للعقد، أي أربع معادلات. إلا أن ثلاث معادلات منها فقط مستقلة عن بعضها خطياً، لأن أيَّ معادلة منها يمكن أن تُستخرج من المعادلات الثلاث الأخريات.

باستعمال معادلة العقدة A، والشدتين المعلومتين للتيارين i_1 و i_2، والعلاقة $i_4 = 16 i_3$، يمكننا حساب i_3:

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 6.0\,\text{A} + 2.5\,\text{A} - i_3 - 16 i_3 = 0$$

$$17\,i_3 = 8.5\,\text{A}$$

$$i_3 = 0.5\,\text{A}$$

بعد حساب i_3 نحسب i_4 من العلاقة المعلومة $i_4 = 16 i_3$:

$$i_4 = 16 i_3 = 8.0\,\text{A}$$

إن إشارة i_4 موجبة، وهذا يعني أن اتجاهه الذي افترضناه في السلك 4 صحيح، أي إنه يخرج من العقدة A إلى العقدة B. لو افترضنا أصلاً أن تيار السلك 4 يتدفق في الاتجاه المعاكس، لوجدنا أن $i_4 = -8.0\,\text{A}$.

والآن نحلِّل العقدة C لأنها تتضمن مجهولاً واحداً (i_6) في حين أن B تتضمن مجهولين (i_5 و i_6). يمكننا استعمال معادلة كيرشوف للتيار التي كتبناها للعقدة C سابقاً. وبتعويض القيم التي حسبناها سابقاً يمكن حساب بقية المجاهيل:

$$i_3 - i_6 - i_7 = 0.5\,\text{A} - i_6 - 1.0\ \text{A} = 0$$

$$i_6 = -0.5\,\text{A}$$

إشارة التيار i_6 سالبة، لذا يكون تدفقه عبر السلك 6 مخالفاً لما افترضناه، أي إنه يخرج من العقدة B إلى العقدة C.

يمكننا الآن استعمال معادلة العقدة B أو معادلة المنظومة الشاملة لحساب تيار السلك 5. وبالتعويض في معادلة العقدة B ينتُج:

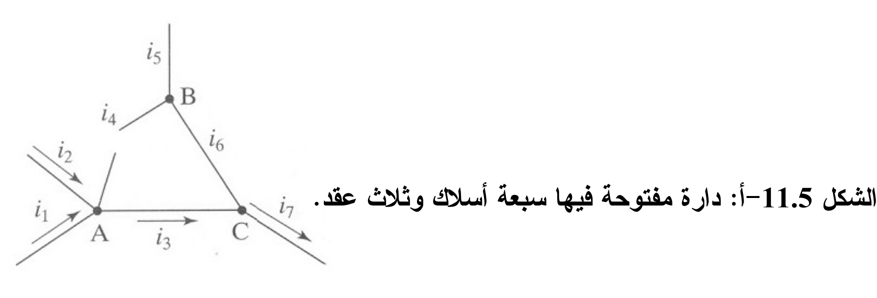
$$i_4 + i_6 - i_5 = 8.0\,\text{A} - 0.5\,\text{A} - i_5 = 0$$

$$i_5 = 7.5\,\text{A}$$

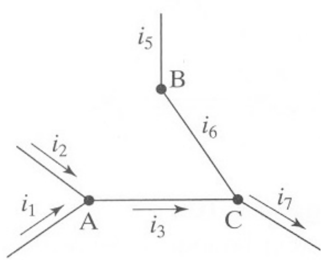
أي إن تياراً تبلغ شدته $7.5\,\text{A}$ يخرج من العقدة B.

المثال 5.5 تطبيق قانون كيرشوف للتيار على دارة مفتوحة

مسألة: خُذ المثال 4.5 الذي عالج دارة مغلقة فيها سبعة عناصر (أسلاك) وثلاث عقد (A و B و C). يظهر الشكل 11.5–أ المنظومة نفسها، غير أن السلك 4 فيها مقطوع من أجل تكوين دارة مفتوحة. والتيارات الآتية معلومة: $i_1 = 6.0\,\text{A},\ i_2 = 2.5\,\text{A},\ i_7 = 1.0\,\text{A}$. حدِّد اتجاهات وشدة التيارات المجهولة.



الشكل 11.5–أ: دارة مفتوحة فيها سبعة أسلاك وثلاث عقد.



الشكل 11.5– ب: منظومة دارة مفتوحة بين A وB فيها ستة أسلاك وثلاث عقد.

الحل: يوقف الانقطاع في الدارة المفتوحة تدفق التيار بين A وB، لذا لا يتدفق أي تيار في السلك 4. وتتدفق التيارات عبر الدارة وكأن السلك 4 غير موجود. والشكل 11.5–ب يعبِّر عن هذا التغيير.

كما فعلنا في المثال 4.5، يمكننا رسم حدود حول كل عقدة لتطبيق قانون كيرشوف للتيار. نفترض هنا أيضاً الاتجاهات نفسها للتيارات المجهولة التي افترضناها في المثال السابق.

A: $$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

B: $$i_6 - i_5 = 0$$

C: $$i_3 - i_6 - i_7 = 0$$

بتعويض المعطيات في معادلة العقدة A ينتُج:

$$i_1 + i_2 - i_3 = 6.0\,\text{A} + 2.5\,\text{A} - i_3 = 0$$

$$i_3 = 8.5\,\text{A}$$

وبتعويض قيمة i_3 في معادلة العقدة C ينتُج:

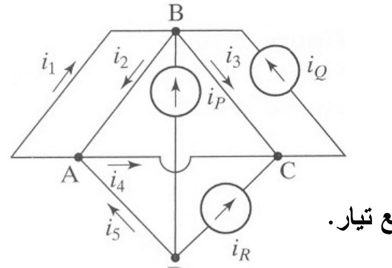
$$i_3 - i_6 - i_7 = 8.5\,\text{A} - i_6 - 1.0\,\text{A} = 0$$

$$i_6 = 7.5\,\text{A}$$

والسلكان 5 و6 موصولان تسلسلياً، لذا يجب أن يكون لتياريهما الشدة والاتجاه نفسهما، أي $i_5 = i_6 = 7.5\,\text{A}$، والتيار في السلك 5 يخرج من العقدة B.

المثال 6.5 تطبيق قانون كيرشوف للتيار على دارة معقدة

مسألة: انظر في الدارة المبينة في الشكل 12.5 التي حُدِّدت فيها اتجاهات التيارات اعتباطياً. اكتب سلسلة معادلات مستعملاً قانون كيرشوف للتيار وذلك لحساب جميع التيارات المجهولة. يوجد في هذه التشكيلة ثلاثة منابع تيار مثالية، وهي تجهيزات تُخرج باستمرار مقداراً محدداً من التيار بقطع النظر عن الفولتية بين نهايتيها (انظر المقطع 6.5). ويساوي مجموع تيارات منابع التيار P وQ وR تسعة أمبيرات. وشدة التيارات الآتية معلومة: $i_R = 4\,\text{A},\ i_5 = -6\,\text{A},\ i_3 = -4\,\text{A},\ i_1 = -4\,\text{A}$. أهمل في حساباتك مقاومة الأسلاك. لا يوجد اتصال في مركز المخطط حيث يتقاطع السلكان (مقتبسة من: Nilsson JW and Riedel SA, *Electric Circuits*, 2001).



الشكل 12.5: دارة فيها ثلاثة منابع تيار.

الحل: يُطبَّق قانون كيرشوف للتيار على العقد A وB وC وD:

A: $$i_2 + i_5 - i_1 - i_4 = 0$$

B: $$i_1 - i_2 - i_3 + i_P + i_Q = 0$$

C: $$i_3 + i_4 + i_R - i_Q = 0$$

D: $$-i_R - i_P - i_5 = 0$$

إن ثلاث معادلات فقط من هذه المعادلات مستقلة عن بعضها خطياً. إلا أنه يمكن كتابة معادلة أخرى بناءً على مجموع تيارات منابع التيار:

المنابع: $$i_P + i_Q + i_R = 9\,\text{A}$$

باستعمال معادلة المنابع ومعادلات العقد A وB وC والمعطيات في نص المسألة، تُختزل المعادلات السابقة إلى:

المنابع: $$i_P + i_Q = 5\,\text{A}$$

A: $$i_2 - i_4 = 2\,\text{A}$$

:B $$-i_2+i_P+i_Q=0$$

:C $$i_4-i_Q=0$$

لدينا الآن أربعة مجاهيل وأربع معادلات، لذا يمكننا حساب التيارات. ومن الملائم حل هذه المسالة باستعمال ماتلاب بعد تكوين مصفوفة من المعادلات الأربع. يمكن تمثيل هذه المعادلات السلَّمية بالمصفوفة من الشكل $A\vec{x}=\vec{y}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_P \\ i_Q \\ i_2 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

باستعمال ماتلاب يمكننا حساب الشعاع $\vec{x}$ وفقاً للتعليمات الآتية:

```
>> A =[1 1 0 0; 0 0 1 -1; 1 1 -1 0; 0 -1 0 1];
>> y=[5; 2; 0; 0];
>> x = A\y
```

والجواب هو: $i_P=2\,\text{A},\ i_Q=3\,\text{A},\ i_2=5\,\text{A},\ i_4=3\,\text{A}$. ويمكن التيقُّن من الحل بتعويض هذه القيم في المعادلات الأصلية.

6.5 قانون كيرشوف للفولتية

ثمة قانون آخر يُستعمل في تحليل الدارات هو قانون كيرشوف للفولتية. خلافاً لقانون كيرشوف للتيار، يبدأ استخراج قانون كيرشوف للفولتية بمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية:

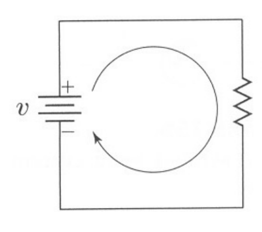
$$\sum_k \dot{E}_{E,k}-\sum_j \dot{E}_{E,j}+\sum \dot{G}_{\text{elec}}-\sum \dot{W}_{\text{elec}}=\frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt} \qquad (1-6.5)$$

تخيَّل دارة بسيطة مغلقة بحلقة واحدة (الشكل 13.5). **الحلقة** (loop) هي مسار يتكوَّن من مجموعة من العناصر الكهربائية الموصولة تسلسلياً. وموقع ابتداء الحلقة هو موقع انتهائها نفسه في الدارة. ولا يمر هذا المسار في أي عنصر أكثر من مرة واحدة. وتُعرَّف حدود المنظومة بعدئذ حول الدارة بحيث لا يمر أي تيار عبر حدود المنظومة. ومن أجل هذه المنظومة المستقرة التي لا توجد فيها مداخل ومخارج للطاقة الكهربائية، تُختزل المعادلة 6.5−1 إلى:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}}-\sum \dot{W}_{\text{elec}}=0 \qquad (2-6.5)$$

تنص هذه المعادلة على أن المعدَّل الكلي للطاقة الكهربائية المتولدة ضمن المنظومة يساوي المعدَّل الكلي للطاقة الكهربائية المستهلكة. ومن هذه المعادلة يُشتق قانون كيرشوف للفولتية.

في المقطع 3.6.5، نستخرج أولاً قانون كيرشوف للفولتية لدارة بسيطة ذات حلقة واحدة، ثم نبيِّن أن معادلة هذا القانون يمكن أن تُستخرج بطريقة مشابهة، وأنها ملائمة للنظم المستقرة ذات تيارات دخل وخرج متعددة.

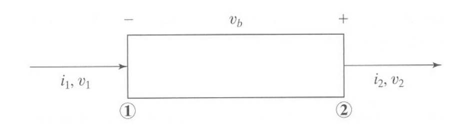


الشكل 13.5: دارة بسيطة مغلقة تتكوَّن من حلقة واحدة فيها منبع فولتية ومقاومة.

1.6.5 العناصر التي تولِّد طاقة كهربائية

تذكَّر أن الفولتية هي فرق كمون كهربائي. وتعريفاً، إذا تحقَّق تغيُّر موجب في الطاقة الكامنة حين تحرُّك شحنة اختبارية من الموقع A إلى الموقع B، كان الكمون الكهربائي في النقطة B أكبر من ذاك الذي في النقطة A، وكانت الفولتية ($v_B - v_A > 0$) موجبة.

وحين تحديد الفولتية، من الضروري تحديد حالة مرجعية مثل الأرض كي يُنسب إليها، لأن الفولتية تعبير عن فرق كمون. على سبيل المثال، تعدُّ الفولتية المطبَّقة على طرفَي العنصر الكهربائي تعبيراً عن الفرق بين الكمونين الكهربائيين عند طرفي ذلك العنصر. إلا أنه من الشائع القول أن للعنصر الكهربائي فولتية معينة. ومن المهم أن نتذكَّر أن الفولتية المنصوص عليها تمثِّل الفرق بين كمون طرف العنصر وكمون النقطة المرجعية أو الأرض.



الشكل 14.5: عنصر كهربائي ينتقل عبره التيار من فولتية منخفضة إلى فولتية عالية.

تأمَّل في تغيُّر الفولتية المطبَّقة على طرفي العنصر في الشكل 14.5. تُستعمل الإشارة السالبة في الإلكترونيات للدلالة على طرف الفولتية المنخفضة، وتُستعمل الإشارة الموجبة للدلالة على

طرف الفولتية العالية. وحين تدفق التيار من الطرف السالب (المشار إليه بـــ 1) إلى الطرف الموجب (المشار إليه بـــ 2) من هذا العنصر، يزداد معدَّل الطاقة الكامنة في هذا العنصر. وهذا مثال على معدَّل توليد الطاقة الكهربائية $\dot{G}_{\text{elec}}$ في العنصر:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} = i_2 v_2 - i_1 v_1 \qquad (3-6.5)$$

حيث إن i_1 و i_2 هما تيارا الدخل والخرج، و v_1 و v_2 هما فولتيتا الدخل والخرج. تذكَّر أن كلاً من v_1 و v_2 هو تعبير عن الفرق بين كمونَي النقطة المعنية (1 أو 2) والنقطة المرجعية.

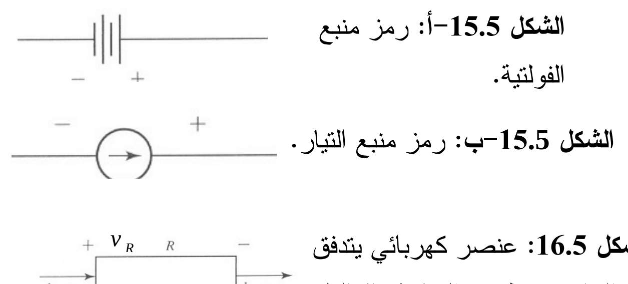
باستعمال قانون كيرشوف للتيار، نعلم أن i_1 يساوي i_2، ولذا يمكننا اختزال المعادلة 3−6.5 لتصبح:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} = i_1(v_2 - v_1) = i_1 v_b \qquad (4-6.5)$$

حيث إن v_b هو الفولتية المطبَّقة بين طرفي العنصر. وحينما يكون التيار المار عبر العنصر موجباً، يولِّد العنصر طاقة كهربائية بمعدَّل معيَّن. من أمثلة منابع الفولتية البطاريات والأقراص الكهروضغطية (piezoelectric)، والمولِّدات.

إن **منبع الفولتية المثالية** هو عنصر كهربائي يحافظ على فولتية معيَّنة بين طرفيه بقطع النظر عن شدة التيار المتدفق بينهما. ويظهر الشكل 15.5−أ رمز منبع الفولتية في دارة. وتُنمذج **البطارية** (المدخرة) غالباً بمنبع الفولتية المثالية الذي يوفِّر فولتية محددة ثابتة مستقرة للدارة.

وأما **منبع التيار المثالي** هو تجهيزة تُخرج على نحو ثابت مقداراً محدَّداً من التيار بقطع النظر عن الفولتية المطبَّقة بين طرفيها. صحيحٌ أن من الصعب جداً العثور على منبع تيار مثالي في الطبيعة، إلا أنه يمكن تكوين هذه المنابع بواسطة مجموعة من المكوِّنات الإلكترونية. يولِّد منبع التيار فولتية صغيرة أو كبيرة بين طرفيه بالقدر اللازم لتوليد تيار ذي شدة معيَّنة. ويولِّد منبع التيار طاقة كهربائية بمعدَّل يساوي حاصل ضرب التيار بالفولتية المطَّبقة على طرفيه. ويظهر الشكل 15.5−ب رمز منبع التيار في دارة.



الشكل 15.5–أ: رمز منبع الفولتية.

الشكل 15.5–ب: رمز منبع التيار.

الشكل 16.5: عنصر كهربائي يتدفق فيه التيار من طرف الفولتية العالية إلى طرف الفولتية المنخفضة.

2.6.5 المقاومة الكهربائية: العنصر الذي يستهلك طاقة كهربائية

انظر في تغيُّر الفولتية عبر العنصر المبين في الشكل 16.5. حين تدفق التيار من الطرف الموجب (المشار إليه بـــ 3) إلى الطرف السالب (المشار إليه بـــ 4) من هذا العنصر، ينقص معدَّل الطاقة الكامنة $\dot{W}_{\text{elec}}$ فيه:

$$-\sum \dot{W}_{\text{elec}} = i_4 v_4 - i_3 v_3 \qquad (5-6.5)$$

وما نعلمه من قانون كيرشوف للتيار أن i_3 يساوي i_4، لذا يمكن اختزال هذه المعادلة إلى:

$$+\sum \dot{W}_{\text{elec}} = i_3 (v_3 - v_4) = i_3 v_R \qquad (6-6.5)$$

حيث إن v_R هو الفولتية الهابطة على طرفي العنصر. وحينما يكون التيار عبر هذا العنصر موجباً، يستهلك العنصر الطاقة الكهربائية بمعدَّل معيَّن. إن أكثر العناصر استهلاكاً للطاقة الكهربائية في الإلكترونيات هو **المقاومة** (resistance).

تُبدي جميع المواد مقاومة R لتدفق التيار يمكن قياسها. وحين مرور التيار عبر المادة المقاومة لتدفق الإلكترونات، ومن أمثلتها المقاومة الكهربائية، تهبط الفولتية عليها وتُستهلك طاقة كهربائية فيها. وحينما تُستهلك طاقة كهربائية في مقاومة، تتبدَّد على شكل طاقة حرارية. وتتدفق الشحنة من الكمون العالي (+) إلى الكمون المنخفض (–) في المقاومة، لأن المقاومة عنصر غير فعال (passive). ويظهر الشكل 17.5 رمز المقاومة R. ووحدة المقاومة في النظام المتري هي الأوم (ohm Ω) الذي يكافئ V/A، وبُعدها هو $\left[\text{L}^2\text{Mt}^{-3}\text{I}^{-2}\right]$.

الشكل 17.5: رمز المقاومة.

تتناسب مقاومة قطعة معينة من المادة مع مقاومتها النوعية (resistivity ρ)، ومع نسبة طول القطعة إلى مساحة مقطعها العرضاني. لاحظ أن المقاومة النوعية هي خاصية للمادة، في حين أن المقاومة هي خاصية لقطعة معينة من المادة. يُعبَّر عن هذه العلاقة بالمعادلة:

$$R = \frac{\rho l}{A} \qquad (7-6.5)$$

حيث إن l هو طول قطعة المادة المقاومة و A هي مساحة مقطعها العرضاني. وشوهدت هذه العلاقة أولاً في الأسلاك المعدنية، لكنها يمكن أن تُطبَّق على مواد أخرى. وغالباً ما تكون القيمة العددية للمقاومة في النظم الإلكترونية محدَّدة.

تسلك المقاومات الموصولة معاً تسلسلياً (الشكل 18.5) سلوك مقاومة وحدة تساوي قيمتها مجموع قيم تلك المقاومات:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n \qquad (8-6.5)$$

حيث إن n هو عدد المقاومات الموصولة تسلسلياً. وتتصف المقاومة **المكافئة** R_{eq}، أو **المقاومة الفاعلة** R_{eff}، بمفعول في الدارة مكافئ لمفعول جميع المقاومات التي تحل محلها. من الواضح أن القيمة الكلية للمقاومات الموصولة تسلسلياً أكبر من قيم المقاومات الإفرادية. وإضافة مقاومة تسلسلياً تكافئ زيادة طول قطعة مادة المقاومة.

وتُحقِّق المقاومة المكافئة لعدد من المقاومات الموصولة تفرعياً (الشكل 19.5) العلاقة الآتية:

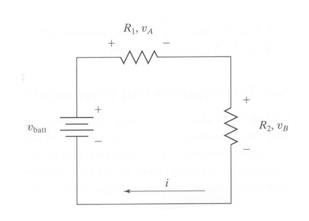
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_{\text{n}}} \qquad (9-6.5)$$

ونظراً إلى أن التشكيلة التفرعية توفِّر مسارات متعددة لتدفق التيار، فإن المقاومة المكافئة تكون دائماً أصغر من أصغر مقاومة في التشكيلة. وإضافة مقاومة تفرعياً تكافئ زيادة مساحة المقطع العرضاني لقطعة مادة المقاومة. يُعدُّ تبسيط تشكيلات المقاومات المعقدة باختزال المقاومات التسلسلية والتفرعية إلى مقاومة مكافئة من أهم أدوات تحليل الدارات.

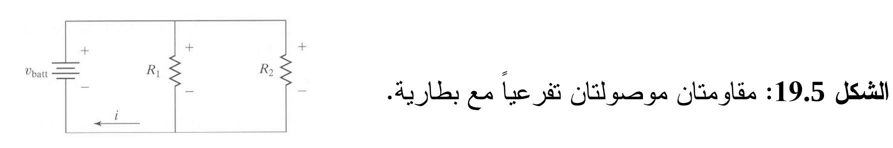
يظهر الشكل 20.5 العلاقة بين الفولتية المطبَّقة على المقاومة المثالية والتيار المار فيها. وتسمى هذه العلاقة الخطية **بقانون أوم** (Ohm's law):

$$v = i\,R \qquad (10-6.5)$$

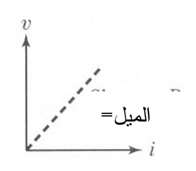
حيث إن v هو الفولتية المطبَّقة على المقاومة R، و i هو التيار المار فيها. ويُستعمل قانون أوم غالباً مع قانوني كيرشوف للفولتية والتيار لحل مسائل الدارات الكهربائية.



الشكل 18.5: مقاومتان موصولتان تسلسلياً مع بطارية.



الشكل 19.5: مقاومتان موصولتان تفرعياً مع بطارية.



الشكل 20.5: رسم توضيحي لقانون أوم يظهر العلاقة الخطية بين الفولتية والتيار.

3.6.5 استخراج ومناقشة قانون كيرشوف للفولتية

يمكن استخراج قانون كيرشوف للفولتية لأي حلقة باستعمال معادلة موازنة الطاقة الكهربائية ومعادلة انحفاظ الشحنة الصافية. عُد إلى الدارة المبيَّنة في الشكل 18.5 التي تتألف من منبع طاقة واحد (v_{batt}) ومقاومتين موصولتين تسلسلياً يُطبَّق عليهما الفولتيتان v_A و v_B. إن البطارية عنصر يولِّد طاقة كهربائية، وتستهلك المقاومتان طاقة كهربائية. وتُعرَّف حدود المنظومة بحيث تحيط بالدارة كلها، وبحيث تمنع أي تيار من المرور عبرها. ونظراً إلى أن المنظومة في حالة مستقرة، تُختزل معادلة موازنة الطاقة الكهربائية 4.5−2 إلى:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} - \sum \dot{W}_{\text{elec}} = 0 \qquad (11-6.5)$$

$$i v_{\text{batt}} - i v_A - i v_B = 0 \qquad (12-6.5)$$

يُضاف إلى ذلك أننا نعلم من قانون كيرشوف للتيار أن التيار ثابت على طول الحلقة، لذا يمكن اختزال المعادلة إلى:

$$v_{\text{batt}} - v_A - v_B = 0 \qquad (13-6.5)$$

تمثل هذه المعادلة **قانون كيرشوف للفولتية الذي ينص على أن المجموع الجبري لهبوطات الفولتية في حلقة مغلقة يساوي صفراً.** وعموماً، يُكتب قانون كيرشوف للفولتية بالشكل الآتي:

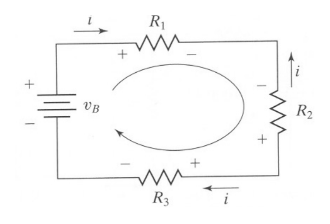
$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = 0 \qquad (14-6.5)$$

حيث إن v_{elements} يمثل هبوط الفولتية على العناصر إفرادياً، والحلقة (loop) هي مسار مغلق في دارة. في حالة دارة ذات n حلقة، يُعطي قانون كيرشوف للفولتية n معادلة فولتية، من بينها $n-1$ معادلة فقط مستقلة خطياً عن بعضها.

عُرفاً، يُشار إلى طرف الفولتية العالية بإشارة موجبة وإلى طرف الفولتية المنخفضة بإشارة سالبة. ولتحديد كون الفولتية هابطة أو متولِّدة في معادلة كيرشوف للفولتية في حلقة، خذ إشارة طرف العنصر الذي يخرج منه التيار وانقلها إلى المعادلة. على سبيل المثال، إذا كان التيار متدفقاً في الحلقة عبر عنصر من طرفه الموجب إلى طرفه السالب، على غرار ما يحصل في المقاومة، وجب طرح الفولتية المطبَّقة على ذلك العنصر. وإذا كان تدفق التيار من الطرف السالب إلى الطرف الموجب للعنصر، على غرار ما يحصل في البطارية، وجب جمع فولتية هذا العنصر. وحين تطبيق قانون كيرشوف للفولتية، يمر التيار من الطرف السالب إلى الطرف الموجب في العناصر التي تولِّد طاقة كهربائية، ومن الطرف الموجب إلى الطرف السالب في العناصر التي تستهلك طاقة كهربائية.

المثال 7.5 تطبيق قانون كيرشوف للفولتية على دارة تسلسلية بسيطة

مسألة: انظر في الدارة المبيَّنة في الشكل 21.5 التي تتألف من منبع طاقة واحد وثلاث مقاومات. البيانات الآتية معلومة: $v_B = 120\,\text{V},\ R_1 = 20\,\Omega,\ R_3 = 10\,\Omega,\ i = 3\,\text{A}$. استعمل قانون كيرشوف لحساب R_2.



الشكل 21.5: دارة مكوَّنة من بطارية وثلاث مقاومات موصولة تسلسلياً.

الحل: لتطبيق قانون كيرشوف للفولتية، نفترض اعتباطياً أن التيار يجري باتجاه عقارب الساعة في الحلقة. معادلة قانون كيرشوف للفولتية لهذه الدارة هي:

$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = v_B - v_{R_1} + v_{R_2} - v_{R_3} = 0$$

لاحظ أنه حين استعمال الحلقة باتجاه عقارب الساعة، تأتي إشارة موجبة مباشرة بعد العنصرين v_B و R_2، لذا يُعدّ هذان العنصران مولِّدين للطاقة وتُجمع فولتيتهما في المعادلة. وأما فولتيتا R_1 و R_3 فهما سالبتان.

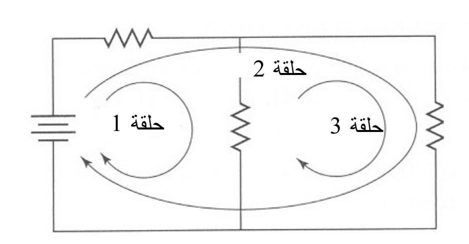
نعلم من قانون كيرشوف للتيار أن شدة التيار ثابتة على طول الحلقة. ويمكننا استعمال قانون أوم والتعويض فيه عن الفولتيات المتولِّدة من العناصر والهابطة عليها، وعن قيم التيارات والمقاومات المعلومة لحساب R_2.

$$v_B - iR_1 + iR_2 - iR_3 = 120\,\text{V} - (3\text{A})(20\Omega) + (3\text{A})R_2 - (3\text{A})(10\Omega) = 0$$
$$R_2 = -10\,\Omega$$

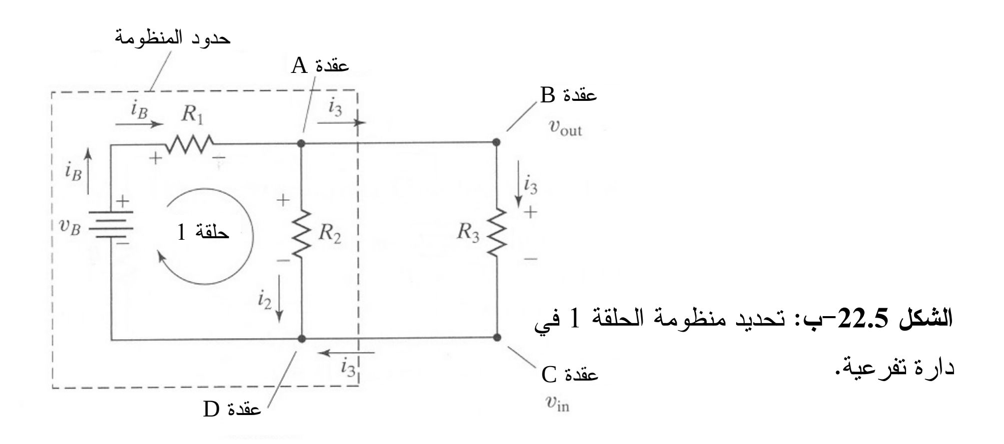
تساوي قيمة R_2 المطلقة 10 أوم. ونظراً إلى أن المقاومات هي عناصر غير نشطة، فإنها لا تولِّد طاقة كهربائية، بل تستهلكها. وقد حُسب المقدار iR_2 ووُجد أنه يساوي $-30\,\text{V}$، ولذا تستهلك R_2 طاقة. وإذا عكسنا قطبية R_2 في الشكل 21.5، أصبحت القيمة المحسوبة لـــ R_2 $+10\,\Omega$. إن قراءة قيمة سالبة للمقاومة تعني أن السلكين الموجب والسالب في مقياس الفولتية الذي يقيس فرق الكمون كانا معكوسين حين وضعهما على طرفي R_2.

إن أحد مصادر الخطأ الرئيسة في تطبيق قانوني كيرشوف وقانون أوم هو الخطأ الناجم عن الإشارات. قد تُصادفك حالات لم يحصل فيها تحديد القطبيات. لكن اعلم أن تعليم أطراف العناصر ذات الفولتيات العالية وتلك ذات الفولتيات المنخفضة وتحديد اتجاه تدفق التيار قبل تطبيق قانون كيرشوف للفولتية، يساعدك على جعل الأخطاء أصغرية.

لقد بيّنا أن معادلة موازنة الطاقة الكهربائية تُختزل إلى قانون كيرشوف للفولتية في حالة دارة ذات حلقة واحدة. ويمكن في تشكيلات الدارات التي تحتوي على عناصر موصولة تفرعياً رسم عدة حلقات (الشكل 22.5–أ مثلاً). وحين تطبيق معادلة موازنة الطاقة الكهربائية على كل من هذه الحلقات، قد تكون ثمة حدود للدخل والخرج. ومع ذلك، تُختزل المعادلة الأساسية إلى قانون كيرشوف للفولتية إذا كانت المنظومة في حالة مستقرة.



الشكل 22.5–أ: تشكيلات ممكنة للحلقات في دارة تفرعية.



الشكل 22.5–ب: تحديد منظومة الحلقة 1 في دارة تفرعية.

على سبيل المثال، خُذ الحلقة 1 في الشكل 22.5–أ. لقد رُسمت حدود المنظومة بحيث تحتوي فقط على جزء الدارة المتعلق بالحلقة 1 (الشكل 22.5–ب). ونكتب الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية (المعادلة 4.5–3):

$$\sum_k i_k v_k - \sum_j i_j v_j + \sum \dot{G}_{\text{elec}} - \sum \dot{W}_{\text{elec}} = \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt} \qquad (15-6.5)$$

في هذه الدارة، يتفرع التيار i_B في العقدة A إلى التيار i_2 الذي يذهب باتجاه المقاومة R_2، والتيار i_3 الذي يذهب باتجاه المقاومة R_3 خارج المنظومة. وتولِّد البطارية طاقة كهربائية في المنظومة بمعدَّل يساوي $i_B v_B$. وتستهلك المقاومتان R_1 و R_2 طاقة كهربائية بالمعدَّلين $i_B v_1$

و i_2v_2، حيث إن v_1 و v_2 هما الفولتيتان الهابطتان على المقاومتين R_1 و R_2.

وتخرج الطاقة الكهربائية من المنظومة عند العقدة A، وتدخلها عند العقدة D. ليكن v_{out} الكمون في العقدة B قبل مرور التيار i_3 عبر المقاومة R_3، و v_{in} الكمون في العقدة C بعد مرور التيار i_3 عبر المقاومة R_3. تغادر الطاقة الكهربائية المنظومة بمعدّل i_3v_{out} وتدخلها بمعدّل i_3v_{in}. والمنظومة في حالة مستقرة، لذا لا يوجد في الحلقة 1 تراكم للطاقة الكهربائية. بتعويض تلك القيم في المعادلة 6.5−15 ينتُج:

$$i_3v_{\text{in}} - i_3v_{\text{out}} + i_Bv_B - i_Bv_1 - i_2v_2 = 0 \qquad (16-6.5)$$

$$-i_3(v_{\text{out}} - v_{\text{in}}) + i_Bv_B - i_Bv_1 - i_2v_2 = 0 \qquad (17-6.5)$$

حيث إن $(v_{\text{out}} - v_{\text{in}})$ هو الفولتية الهابطة على المقاومة R_3. ونظراً إلى أن المقاومتين R_2 و R_3 موصولتان تفرعياً، فإن الفولتية الهابطة على كل منهما هو نفسه ويساوي:

$$v_{\text{out}} - v_{\text{in}} = v_2 \qquad (18-6.5)$$

(انظر المثال 8.5 للاطلاع على البرهان). لذا تصبح المعادلة 6.5−17:

$$i_Bv_B - i_Bv_1 - (i_2 + i_3)v_2 = 0 \qquad (19-6.5)$$

بتطبيق قانون كيرشوف للتيار على العقدة A ينتُج:

$$i_B - i_2 - i_3 = 0 \qquad (20-6.5)$$

ومن المعادلتين الأخيرتين ينتُج:

$$i_Bv_B - i_Bv_1 - i_Bv_2 = 0 \qquad (21-6.5)$$

التيار i_B لا يساوي صفراً، ولذا:

$$v_B - v_1 - v_2 = 0 \qquad (22-6.5)$$

تعبِّر هذه المعادلة عن قانون كيرشوف للفولتية في الحلقة 1. ويمكن تطبيق المبدأ نفسه على الحلقتين 2 و3 في الشكل 22.5−أ. إذاً، تُختزل المعادلة التفاضلية لموازنة الطاقة الكهربائية إلى قانون كيرشوف للفولتية في أي حلقة إذا كانت المنظومة في حالة مستقرة.

المثال 8.5 دارة تفريع تيار

مسألة: تسمى التشكيلة المبيَّنة في الشكل 23.5−أ دارة تفريع للتيار. وهي تتكوَّن من مقاومتين موصولتين معاً تفرعياً، وتسلسلياً مع منبع للتيار. والغرض من مفرِّعة التيار هو توزيع التيار على عنصرين أو أكثر. احسب الفولتية المطبَّق على كل مقاومة في الدارة، وبيِّن العلاقة بين تيار البطارية وتياري المقاومتين.

الحل: تضم المنظومة الدارة بحيث لا يمر تيار عبر حدودها. يمكننا رسم حلقتين في هذه الدارة وفق ما هو مبيَّن في الشكل 23.5–ب، وتطبيق قانون كيرشوف للفولتية على هذه المنظومة ذات الحالة المستقرة:

الحلقة 1: $v_B - v_{R_1} = 0$

الحلقة 2: $v_B - v_{R_2} = 0$

حيث إن v_B هو فولتية البطارية المطبَّق على كل من المقاومتين R_1 و R_2. ويتضح من هاتين المعادلتين أن $v_B = v_{R_1} = v_{R_2}$. إذاً إن هبوط الفولتية على مقاومتين موصولتين تفرعياً هو نفسه بقطع النظر عن قيمة المقاومتين.

ويمكننا حساب تياري المقاومتين باستعمال قانون أوم:

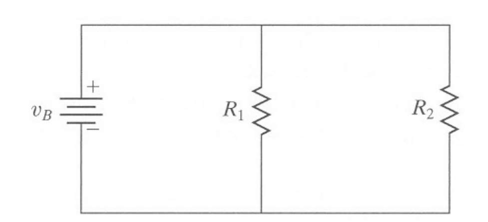
$$v_B = i_1 R_1 = i_2 R_2$$

ويمكن الاستعاضة عن المقاومتين R_1 و R_2 بمقاومة مكافئة R_{eq} (الشكل 23.5–ت). ونظراً إلى أن المقاومتين موصولتان تفرعياً، يمكننا استعمال المعادلة 6.5–9 لحساب المقاومة المكافئة:

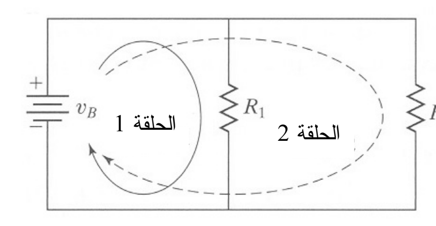
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

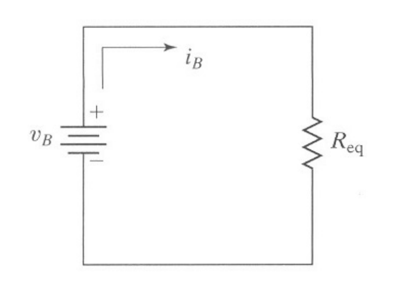
نعلم من قانون كيرشوف للتيار أن التيار الذي يمر عبر البطارية i_B هو نفسه الذي يمر عبر المقاومة المكافئة، ولذا



الشكل 23.5–أ: دارة تفريع تيار.



الشكل 23.5–ب: حلقتان رُسمتا في اتجاهين اعتباطيين للدلالة على اتجاه تدفق التيار المفترض.



الشكل 23.5–ت: الاستعاضة عن المقاومتين في الشكل 23.5–أ بمقاومة مكافئة.

يمكننا الافتراض أن التيار يجري في اتجاه عقارب الساعة في الحلقة بوجود المقاومة المكافئة. بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية:

$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = v_B - v_R = 0$$

$$v_B = v_R = i_B R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_B$$

وباستعمال قانون أوم وحقيقة أن الفولتيتين المطبَّقتين على المقاومتين متساويان، يمكننا حساب تياري المقاومتين:

$$i_1 = \frac{v_B}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_B$$

$$i_2 = \frac{v_B}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_B$$

إن كلا من $R_2/(R_1+R_2)$ و $R_1/(R_1+R_2)$ أصغر من الواحد دائماً، ولذا يكون التيار عبر

كل فرع أقل من تيار البطارية. ويظهر هذا المثال كيفية تفريع هذه الدارة للتيار، فباختيار قيمتين ملائمتين للمقاومتين يمكنك تصميم دارة تحقِّق الحاجة المطلوبة.

يمكن استعمال قانوني كيرشوف للتيار والفولتية معاً لحل دارات أشد تعقيداً. وغالباً ما لا يوفِّر أحد القانونين وحده المعادلات الكافية لحساب مجاهيل الدارة. على سبيل المثال، سوف يكون ثمة تيارات مجهولة يفوق عددها عدد الحلقات التي توفِّر معادلات مستقلة خطياً باستعمال قانون كيرشوف للفولتية. لذا يُستعمل قانون كيرشوف للتيار لتوفير معادلة إضافية بين التيارات. ويمكن لقانون أوم أيضاً أن يوفِّر معادلات إضافية مستقلة خطياً.

المثال 9.5 استعمال مشترك لقانوني كيرشوف

مسألة: احسب تيار كل مقاومة والفولتية الهابطة عليها في الدارة المبيَّنة في الشكل 24.5–أ.

الحل:

1. تجميع

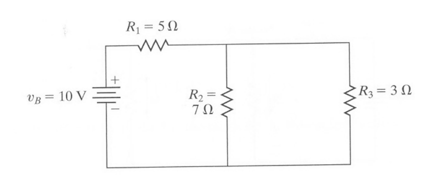
(أ) احسب تيار كل مقاومة والفولتية الهابطة عليها.

(ب) المخطط: يظهر الشكل 24.5–ب الدارة مع ثلاث حلقات فولتية حُدِّدت فيها اتجاهات التيارات اعتباطياً. تحيط حدود المنظومة بعناصر الدارة ومن ضمنها تلك الحلقات.

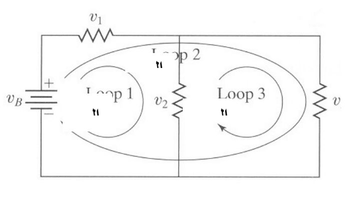
2. تحليل

(أ) افترض أن الدارة في حالة مستقرة.

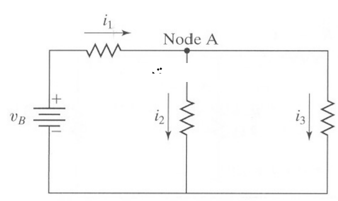
(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية. المتغيرات والرموز والوحدات: استعمل A و V و Ω.



الشكل 24.5–أ: دارة مكوَّنة من مقاومتين موصولتين تفرعياً ومقاومة موصولة معهما تسلسلياً.



الشكل 24.5–ب: ثلاث حلقات ممكنة مع تعاريف اعتباطية لاتجاهات التيارات.



الشكل 24.5–ت: اتجاهات اعتباطية للتيارات.

3. حساب

(أ) المعادلة: في هذه الدارة ثمة عناصر تولِّد طاقة كهربائية وأخرى تستهلكها. وبناءً على مكان رسم حدود المنظومة، يمكن للمنظومة أن تضم حدود دخل وحدود خرج لتدفق الطاقة الكهربائية، ولذا يمكن أن نستعمل الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية 4.5–3. إلا أننا بيَّنا أنه إذا كانت المنظومة في حالة مستقرة، اختُزلت المعادلة إلى قانون كيرشوف للفولتية:

$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = 0$$

ووفقاً لافتراضنا بأن المنظومة في حالة مستقرة، ستكون جميع عقد الدارة في حالة مستقرة، ولذا يمكننا اختزال الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الشحنة 3.5–18 إلى قانون كيرشوف للتيار:

$$\sum_k i_k - \sum_j i_j = 0$$

ولربط الفولتية بالتيار، نستعمل قانون أوم:

$$v = iR$$

(ب) الحساب:

- كل حلقة في الدارة هي منظومة في حالة مستقرة، لذا يمكننا كتابة معادلة قانون كيرشوف للفولتية لكل حلقة:

الحلقة 1: $v_B - v_1 - v_2 = 0$

الحلقة 2: $v_B - v_1 - v_3 = 0$

الحلقة 3: $v_2 - v_3 = 0$

يبدو لأول وهلة وكأن ثمة ثلاث معادلات وثلاثة مجاهيل، وتلك حالة مثالية لحساب الفولتيات. إلا أن معادلة الحلقة 3 يمكن أن تُستنتج من المعادلتين 1 و2، ولذا ليس لدينا هنا سوى معادلتين مستقلتين خطياً. وهذا ما يجعل المسألة حتى الآن غير مكتملة التعريف. لذا علينا استعمال قانون كيرشوف للتيار وقانون أوم للحصول على مزيد من المعادلات لحساب المجاهيل.

- نستعمل اتجاهات لتدفق التيار معرَّفة اعتباطياً وفقاً للشكل 24.5–ب ونطبق قانون كيرشوف للتيار في العقدة A (الشكل 24.5–ت):

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

- لدينا الآن ستة مجاهيل وثلاث معادلات مستقلة خطياً. للحصول على المعادلات المتبقية نستعمل قانون أوم:

$$v_3 = i_3 R_3 \quad ، v_2 = i_2 R_2 \quad ، v_1 = i_1 R_1$$

- بوجود ست معادلات يمكن حساب المجاهيل الستة التي تمثل تيارات المقاومات وفولتياتها. ونستعمل لحل هذه المعادلات ماتلاب بعد كتابتها بالصيغة المصفوفة. غير أنه يجب إعادة كتابتها بحيث تكون القيم المجهولة في الطرف نفسه من إشارة المساواة. وتصبح المعادلات بعد التعويض بالقيم المعلومة كما يأتي:

$$v_B - v_1 - v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_1 + v_2 = v_B = 10\,\text{V}$$
$$v_B - v_1 - v_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_1 + v_3 = v_B = 10\,\text{V}$$
$$i_1 = i_2 + i_3 \quad \Rightarrow \quad i_1 - i_2 + i_3 = 0$$
$$v_1 = i_1 R_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 - i_1 R_1 = v_1 - i_1(5\Omega) = 0$$
$$v_2 = i_2 R_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 - i_2 R_2 = v_2 - i_2(7\Omega) = 0$$
$$v_3 = i_3 R_3 \quad \Rightarrow \quad v_3 - i_3 R_3 = v_3 - i_3(3\Omega) = 0$$

ويمكن تمثيل هذه المعادلات السلّمية بالمصفوفة الآتية $A\vec{x} = \vec{y}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ونستعمل ماتلاب لحساب $\vec{x}$ وفقاً للتعليمات الآتية:

$$>> A = [1 1 0 0 0 0; 1 0 1 0 0 0; 0 0 0 1 -1 -1; 1 0 0 -5 0 0; 0 1 0 0 -7 0; 0 0 1 0 0 -3];$$

$$>> y = [10; 10; 0; 0; 0; 0];$$

$$>> x = A \backslash y$$

والنتيجة هي:

$$\begin{aligned} x = {} & 7.04 \\ & 2.96 \\ & 2.96 \\ & 1.41 \\ & 0.42 \\ & 0.99 \end{aligned}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: الفولتيات الهابطة على المقاومات والتيارات المارة فيها هي:

$v_1 = 7.04\,\text{V}$ ، $v_2 = 2.96\,\text{V}$ ، $i_1 = 1.41\,\text{A}$ ، $i_2 = 0.42\,\text{A}$ ، $i_3 = 0.99\,\text{A}$.

(ب) التحقُّق: يؤكد التعويض في المعادلات الست الأصلية المستقلة خطياً أن هذه النتائج صحيحة.

الطريقة البديلة لحل المثال 9.5 هي اختزال المقاومات التفرعية والتسلسلية إلى مكافئاتها. إن المقاومتان R_2 و R_3 موصولتان تفرعياً، وتُحسب مكافئتهما بالمعادلة 6.5−9:

$$\frac{1}{R_{\text{eq23}}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{7\Omega} + \frac{1}{3\Omega}$$

$$R_{\text{eq23}} = 2.1\Omega$$

والمقاومة R_1 موصولة تسلسلياً مع R_{eq23}. لذا تكون المقاومة R_{eq} المكافئة للمقاومات الثلاث:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{\text{eq23}} = 5\Omega + 2.1\Omega = 7.1\Omega$$

وباستعمال قانون أوم، يكون التيار المار عبر البطارية:

$$i_B = \frac{v_B}{R_{\text{eq}}} = \frac{10\,\text{V}}{7.1\Omega} = 1.41\,\text{A}$$

وبناءً على قانون كيرشوف للتيار، فإن التيار i_1 المار عبر R_1 يساوي أيضاً 1.41A، وهذه القيمة متوافقة مع الحل السابق.

وبناءً على قانون أوم، تساوي الفولتية الهابطة على R_1:

$$v_1 = i_1 R_1 = (1.41\,\text{A})\,(5\Omega) = 7.04\,\text{V}$$

وتلك قيمة متوافقة مع الحل السابق. وباستعمال قانون كيرشوف للفولتية في الحلقتين 1 و3، يمكن حساب الفولتيتين الهابطتين على R_2 و R_3. ثم يُحسب تيارا هاتين المقاومتين بواسطة قانون أوم.

4.6.5 قانون آينتهوفن

تتحرض انقباضات القلب بنبضات كهربائية. وحين تحريضه بنبضة، ينتشر التيار أيضاً في الأنسجة المجاورة له، ويصل جزء صغير من التيار إلى سطح الجسم. ويمكن وضع أقطاب على جلد الأطراف والصدر وتسجيل الكمونات الكهربائية المتولِّدة بهذا التيار. ويسمى هذا السجل لأنشطة القلب الكهربائية، الذي يُعطي الفولتيات على شكل منحنيات تابعة للزمن، **مخطط كهرباء القلب** (electrocardiogram ECG).

يمكن أن تساعد مراقبة أنشطة القلب الكهربائية في تشخيص أمراضه واضطراباته. ويوفِّر مخطط كهرباء القلب معلومات لتشخيص مشاكل قلبية مختلفة منها تضخم القلب، والقصور القلبي

الخَلقي، وعدم الانتظام (arrhythmias)، وجلطات الشريان التاجي (انسداد الشريان)، والتوضُّع غير الطبيعي للقلب، والتهاب القلب (التهاب التأمور أو التهاب العضلة القلبية pericarditis or myocarditis)، والسكتة القلبية (cardiac arrest)، واضطرابات الناقلية الكهربائية، وعدم توازن الكهروليتات التي تنظم عمل القلب.

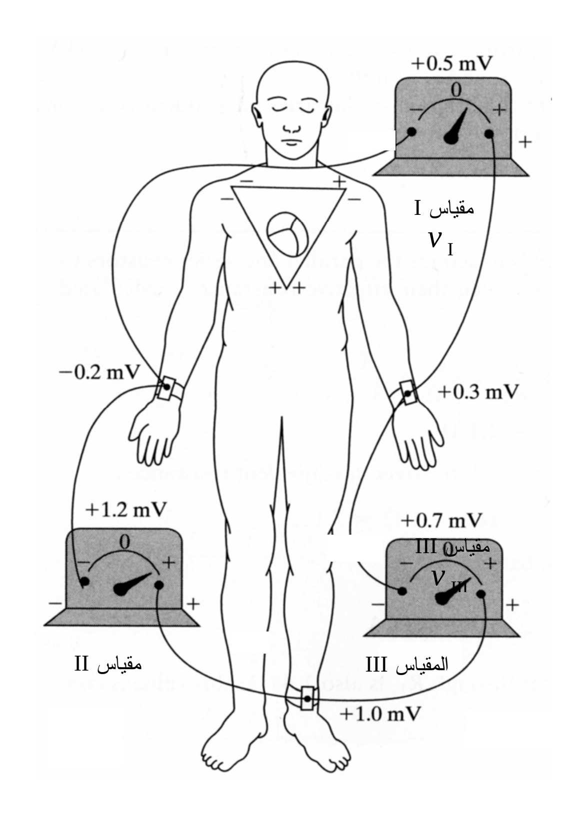
وتُعرف التشكيلة الشائعة لأقطاب جهاز تخطيط كهرباء القلب **بمثلث آينتهوفن** (Einthoven's triangle) (الشكل 25.5–أ) الذي يتضمن أقطاباً توضع على الأطراف الثلاثة (الذراع اليمنى، والذراع اليسرى، والساق اليسرى) حيث يمكن قياس الفرق بين الكمونَين الكهربائيَين لكل قطبين. وتمثل رؤوس مثلث يُرسم حول القلب النقاط التي تتصل فيها الذراعان اليمنى واليسرى والساق اليسرى كهربائياً بالسوائل التي تحيط بالقلب (الشكل 25.5–ب). ويوصل كل قطب بواسطة سلك إلى جهاز تخطيط كهرباء القلب الذي يسجل إشارات كهرباء القلب. ويكوِّن كل زوج من الأقطاب دارة مغلقة مع جهاز التخطيط. على سبيل المثال، يقيس المقياس I قيمة سلَّمية تساوي الفرق بين الكمونَين الكهربائيَين للذراع اليسرى والذراع اليمنى.

صحيحٌ أن هذه ليست منظومة عادية من الأسلاك والمقاومات، إلا أنه يمكن أن تطبق عليها المفاهيم التي طوَّرناها سابقاً، فالأقطاب التي تكوِّن حلقة مثلث آينتهوفن المغلقة (الذراع اليمنى ← الذراع اليسرى ← الساق اليسرى ← الذراع اليمنى) تحتوي على فولتيات كهربائية قابلة للقياس، ولذا يمكن تطبيق قانون كيرشوف للفولتية عليها. وحين التحرُّك حول الحلقة في اتجاه عقارب الساعة، تمثِّل فولتية المقياسين I وIII منبعي فولتية، في حين أن المقياس II يمثل هبوطاً للفولتية:

$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = v_{\text{I}} + v_{\text{III}} - v_{\text{II}} = 0 \qquad (23-6.5)$$

ينتُج قانون آينتهوفن من قانون كيرشوف للفولتية، وهو ينص على أنه في أي لحظة من الزمن يمكن حساب الكمون الثالث إذا كان الكمون عند أي مقياسين معلوماً. تُكتب المعادلة 6.5–23 عادة للتعبير عن v_{II} بدلالة الفولتيتين الأخرتين:

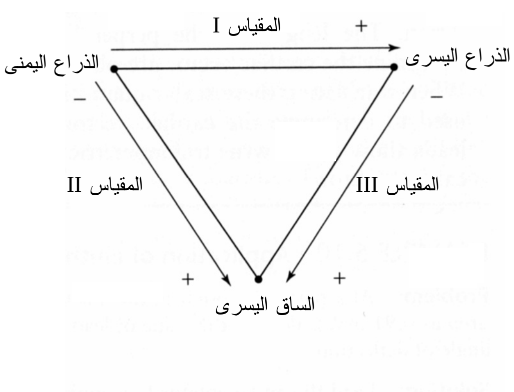
$$v_{\text{I}} + v_{\text{III}} = v_{\text{II}} \qquad (24-6.5)$$



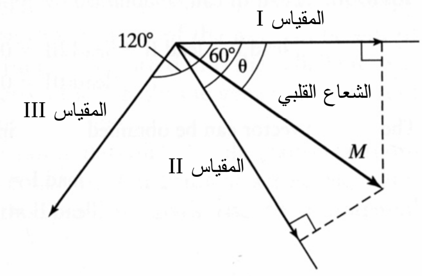
الشكل 25.5–أ: مثلث آينتهوفن.

المصدر:

Guyton AC and Hall JE. *Textbook of medical physiology*. Philadelphia Sounders, 2000.



الشكل 25.5–ب: تشكيلة الأقطاب لتسجيل مخطط كهرباء القلب.



الشكل 26.5: حساب مطال واتجاه الشعاع القلبي.

باستعمال مخطط كهرباء القلب يمكننا تكوين **الشعاع القلبي** (cardiac vector) الذي يمثِّل زوال استقطاب القلب الوسطي في أي لحظة ليوفِّر لنا مشهداً ثلاثي الأبعاد لعمل القلب. ويمكن للشعاع القلبي (الشكل 26.5) أن يُحسب بواسطة حساب المثلثات من فولتيتَي أي مقياسين من المقاييس الثلاثة. ونظراً إلى كونه شعاعاً، فهو يمتلك اتجاهاً ومطالاً يُقدَّر عادة بالميلّيفولت. ويمكن استعمال المطال المرسوم تابعاً للزمن لتحديد مراحل الدورة القلبية: زوال استقطاب الأذين والبطين وانقباضهما وعودة استقطابهما. ويمكن للاتجاه أن يكشف معلومات مختلفة مثل توجُّه القلب والقوة النسبية لجانبيه الأيمن والأيسر. وباستعمال هذه المعلومات إلى جانب مخطط كهرباء القلب يستطيع الطبيب معرفة الكثير عن حالة عمل قلب المريض.

يمكن تحديد الشعاع القلبي في أي لحظة من الدورة القلبية إذا عُلم فولتيتان، إلا أن v_{I} و v_{II} هما شائعا الاستعمال. عُرفاً، يقع v_{I} على المحور الأفقي (0°)، وينحرف v_{II} بـــ 60° عن v_{I} باتجاه دوران عقارب الساعة، وينحرف v_{III} بـــ 120° عن v_{I} باتجاه دوران عقارب الساعة. وتساوي أطوال مساقط الشعاع القلبي على المحاور الثلاثة الفولتيات المقاسة. ولرسم الشعاع القلبي، تُرسم خطوط عمودية على محاور الفولتيات عند رؤوس المساقط. ويبدأ الشعاع القلبي في نقطة تقاطع المحاور الثلاثة وينتهي في نقطة تقاطع الخطوط العمودية (الشكل 26.5). وتساوي زاوية انحراف الشعاع القلبي عن محور v_{I} باتجاه عقارب الساعة θ، وهي تحدِّد الاتجاه التقريبي للمحور الكهربائي الوسطي للقلب. أما مطال الشعاع القلبي M فهو طول هذا الشعاع ويساوي تقريباً الكمون الوسطي للقلب.

ويمكننا أيضاً استعمال حساب المثلثات للتعبير عن العلاقة بين الفولتيات الثلاث والشعاع القلبي:

$$v_{\mathrm{I}} = M\cos(\theta) \qquad (25-6.5)$$

$$v_{\mathrm{II}} = M\cos(60^{\circ}-\theta) \qquad (26-6.5)$$

$$v_{\mathrm{III}} = -M\cos(60^{\circ}+\theta) \qquad (27-6.5)$$

تربط هذه المعادلات بين مطال الشعاع القلبي واتجاهه وبين فولتيات القلب المقاسة.

من الضروري تسليط الضوء على الفرق بين الشعاع والمقادير السلَّمية في هذه العمليات. تذكَّر أن الشعاع يمتلك مطالا واتجاهاً. ونحصل حين أخذ القياسات بالمقاييس على قيم سلَّمية للفولتيات. ويربط قانون آينتهوفن بين هذه القيم السلَّمية، دون أن يكون فيه جمع أشعة. ويجري الحصول على أطوال الأشعة العمودية التي تُرسم من نقاط قيم الفولتيات لتحديد الشعاع القلبي من المطالات الموجودة في مخطط كهرباء القلب. وحين إسقاط هذه المقادير السلَّمية على الشكل الممثل للفولتيات (الشكل 26.5) المستعمل لتحديد الشعاع القلبي، تمكِّن الزوايا المحددة سلفاً بين الفولتيات من كتابة معادلات مثلثية يُعطي حلها اتجاه الشعاع القلبي.

المثال 10.5 تطبيق قانون آينتهوفن

مسألة: في فترة ما، أشار المقياس I إلى $0.82\,\text{mV}$، وأشار المقياس II إلى 0.91mV. احسب القيمة التي يقيسها المقياس III، ومطال الشعاع القلبي وزاوية انحرافه.

الحل: يمكن الحصول على الفولتية التي يقيسها المقياس III بتطبيق قانون آينتهوفن:

$$v_{\text{I}} - v_{\text{II}} + v_{\text{III}} = 0.82\,\text{mV} - 0.91\text{mV} + v_{\text{III}} = 0$$
$$v_{\text{III}} = 0.09\,\text{mV}$$

ويمكن الحصول على الشعاع القلبي بحل معادلتين في الوقت نفسه:

$$v_{\text{I}} = M\ \cos(\theta)$$
$$v_{\text{II}} = M\ \cos(60^\circ - \theta)$$

$$0.82\,\text{mV} = M\ \cos(\theta)$$
$$0.91\text{mV} = M\ \cos(60^\circ - \theta)$$

يمكن حل هاتين المعادلتين يدوياً أو باستعمال ماتلاب الذي يحتوي على برنامج لحل مجموعة معادلات يسمى (solve). يحل البرنامج هذه المعادلات باستعمال الراديان وحدة للزاوية، ولذا يجب التحويل من الدرجة إلى الراديان:

```
>> [M,θ]=solve('0.82=M*cos(θ)','0.91 = M*cos(pi/3−θ)')
M=
[-1.00281]
[1.00821]
θ =
[−2.528]
[0.613]
```

ويُعطي ماتلاب حلين لهاتين المعادلتين، غير أن التدقيق يبيِّن أنهما متماثلان، فمطال الشعاع M يساوي 1mV، وزاوية الانحراف θ تساوي 35°.

ويمكن حساب M وθ بطريقة التحليل البياني (graphical analysis) باستعمال القالب المبين في الشكل 26.5.

5.6.5 نموذج هودجكين – هكسلي

من الأمثلة الحيوية الأخرى للظواهر الكهربائية العلاقة بين تدفق الأيونات والمقاومة والكمون في **نموذج هودجكين – هكسلي** (Hodgkin-Huxley model). يقوم هذا النموذج على قانون أوم وينص رياضياً على أن تدفق الأيون y يتناسب طردياً مع الفرق بين كمون الغشاء وكمون الحالة المتوازنة، وعكسياً مع مقاومة الغشاء:

$$i_y = \frac{v_m - v_{e,y}}{R_y} \qquad (28-6.5)$$

حيث إن i_y هو تيار الأيونات y، و v_m هو كمون الغشاء، و R_y هي مقاومة الغشاء لتدفق الجنس الشاردي y. إن فرق الكمون في هذه الحالة $v_m - v_{e,y}$ هو القوة المحركة للجزيئات المشحونة. ويمكن أن تُحسب قيمة كمون الحالة المتوازنة $v_{e,y}$ باستعمال معادلة نرنست (Nernst). وتُستعمل هذه الصيغة من نموذج هودجكين – هكسلي غالباً لوصف تدفق أيونات الصوديوم والبوتاسيوم والكلور وغيرها عبر غشاء الخلية أثناء وجود كمون حدث.

وتُعطى ناقلية الغشاء g بمقلوب مقاومته. أي إنه يمكن كتابة نموذج هودجكين – هكسلي بالصيغة الآتية أيضاً:

$$i_y = g_y (v_m - v_{e,y}) \qquad (29-6.5)$$

حيث إن g_y هي ناقلية الغشاء للجنس المتشرد y. فإذا كان المقدار $(v_m - v_{e,y})$ أكبر من صفر، كان اتجاه انتقال الأيون من داخل الخلية إلى خارجها، وإذا كان أصغر من صفر كانت الحركة إلى داخل الخلية. إذاً، يولِّد تدفق أيون معين إلى داخل خلية ما أو إلى خارجها عبر الغشاء تياراً يمكن أن يتحدَّد بنموذج هودجكين – هكسلي.

وأما حينما يكون الغشاء في حالة مستقرة (أي لا يخضع إلى استقطاب وزوال استقطاب)، فإن عدة أجناس مشحونة تُبدي تدرُّجاً في التركيز عبر الغشاء. ونظراً إلى أن الأجناس مشحونة، يؤدي هذا التدرُّج إلى نشوء فرق كمون عبر الغشاء. ويمكن استعمال معادلة نرنست لحساب فرق كمون الغشاء $v_{e,y}$ من تدرُّج تركيز ما لجنس معين:

$$v_{e,y} = \frac{RT}{FZ_y} \ln\left(\frac{[y_o]}{[y_i]}\right) \qquad (30-6.5)$$

حيث إن $v_{e,y}$ هو فولتية الحالة المتوازنة للجنس المشحون y، و R هو ثابت الغاز المثالي ، و T هي درجة الحرارة المطلقة، و F هو ثابت فاراداي (96485 كولون للمول)، و Z_y هو تكافؤ y، و $[y_o]$ هو تركيز y خارج الخلية، و $[y_i]$ هو تركيز y داخل الخلية.

يمكن تحليل الكمون المؤثر عبر غشاء الخلية في كل أيون. مثلاً، توجد أيونات الكلور بتراكيز في السوائل الموجودة خارج الخلية أعلى من تلك التي في داخلها، وهي تنزع إلى التغلغل في الخلية على طول تدرُّج التركيز. إلا أن داخل الخلية سالب بالنسبة إلى خارجها، وهذا ما يدفع أيونات الكلور إلى خارج الخلية على طول التدرُّج الكهربائي. ويحصل التوازن حينما تصبح سيالتا أيونات الكلور الداخلة والخارجة متساويتين. على سبيل المثال، تصبح معادلة نرنست في حالة أيونات الكلور كما يأتي:

$$v_{e,\mathrm{Cl}^-} = \frac{RT}{FZ_{\mathrm{Cl}^-}} \ln\left(\frac{[\mathrm{Cl}_o^-]}{[\mathrm{Cl}_i^-]}\right) \qquad (31-6.5)$$

بالتحويل من اللوغاريتم الطبيعي إلى اللوغاريتم العشري، وبالتعويض عن بعض الثوابت بقيمها العددية، تصبح المعادلة كما يأتي:

$$v_{e,\mathrm{Cl}^-} = 61.5 \log\left(\frac{[\mathrm{Cl}_i^-]}{[\mathrm{Cl}_o^-]}\right) \mathrm{mV} \quad \text{at } 37^\circ\mathrm{C} \qquad (32-6.5)$$

ونحصل بإجراء هذه التعويضات على عبارة لكمون الغشاء في الحالة المتوازنة مقدَّراً بالميلّيفولت. لاحظ أنه بالانتقال إلى العبارة المبسطة، انعكست نسبة التركيز لأن تكافؤ Cl^- الذي يساوي -1 قد أزيل من العلاقة. ويبين الجدول 2.5 تراكيز شائعة لبعض الأيونات المهمة داخل الخلية وخارجها. ونظراً إلى أن أيونات الكلور موجودة في السوائل الموجودة خارج الخلية بتراكيز أعلى من تلك الموجودة في داخلها، يكون كمون الغشاء في الحالة المتوازنة سالباً، وقد حُسبت قيمته فكانت نحو $-70\,\mathrm{mV}$. ويمكن إجراء حسابات مشابهة لأيونات البوتاسيوم والصوديوم.

الجدول 2.5: تراكيز الأيونات داخل وخارج الخلية في العصبونات الحركية في العمود الفقري للثدييات*.

الأيون	التركيز $(mmol/L\ H_2O)$ داخل الخلية	خارج الخلية	كمون التوازن التقريبي (mV)
Na^+	15.0	150.0	+60
K^+	150.0	5.5	−90
Cl^-	9.0	125.0	−70

* البيانات من: Ross G, ed. *Essentials of Human Physiology*. Chicago: Year Book Med Pub, 1978.

المثال 11.5 تدفق أيونات الصوديوم أثناء زوال الاستقطاب

مسألة: احسب باستعمال نموذج هودجكين – هكسلي تدفق أيونات الصوديوم عبر قنوات صوديوم في الغشاء متحكَّم فيها بالفولتية في بداية زوال الاستقطاب. افترض أن مساحة سطح الغشاء في جسم الإنسان يساوي $1\mu m^2$ وأنه يحتوي على 75 قناة صوديوم. تساوي عتبة كمون الغشاء لقنوات الصوديوم $-65\,mV$. وتساوي مقاومة الغشاء لقناة الصوديوم $250\,G\Omega$.

الحل: سنستعمل نموذج هودجكين – هكسلي المعطى بالمعادلة 6.5−28 لحساب التيار الناجم عن تدفق أيونات الصوديوم. ويساوي كمون الغشاء في بداية زوال الاستقطاب $v_m = -65\,mV$. وسنستعمل معادلة نرنست لحساب كمون توازن الغشاء في حالة الصوديوم. وأما قيم تراكيز الصوديوم داخل وخارج الخلية فإنها معطاة في الجدول 2.5. ونجد، بافتراض أن درجة حرارة الجسم تساوي $37^\circ C$، أن كمون توازن الغشاء للصوديوم يساوي:

$$v_{e,Na^+} = 61.5 \log\left(\frac{[Na_o^+]}{[Na_i^+]}\right) mV = 61.5 \log\left(\frac{150\,mM}{15\,mM}\right) mV = 61.5\,mV$$

وبتعويض جميع القيم في نموذج هودجكين – هكسلي، نحصل على تيار أيونات الصوديوم لكل قناة صوديوم:

$$i_{Na^+} = \frac{v_m - v_{e,Na^+}}{R_{Na^+}} = \frac{-65\,mV - 61.5\,mV}{250\,G\Omega} = -5.1\times10^{-10}\,\frac{mA}{channel}$$

ولإيجاد تدفق الأيونات الكلي عبر سطح الغشاء الذي تساوي مساحته $1\mu m^2$ في بداية زوال الاستقطاب، نضرب القيمة الناتجة بعدد القنوات:

$$i_{Na^+,total} = -5.1\times10^{-10}\,mA\times75 = -3.8\times10^{-8} mA\left(\frac{10^{12} pA}{10^3 mA}\right) = -38\,pA$$

يساوي تدفق أيونات الصوديوم عبر 75 قناة صوديوم في الغشاء متحكَّم بها بالفولتية ومساحة مقطع كل منها $1\mu m^2$ في بداية زوال الاستقطاب $-38pA$. ونظراً إلى أن فرق الكمونين، ومن ثَمَّ فروق التيارات، أصغر من صفر، فإن الأيونات تنتقل إلى داخل الخلية في بداية زوال الاستقطاب.

ويمكن نمذجة غشاء الخلية بدارة كهربائية. ويمكن تضمين سلوك الأيونات الأساسية المنغمسة في توليد كمون الحدث، وغيره من الأحداث مثل خزن الشحنة، في النموذج بناءً على التعقيد

المرغوب فيه. وما يُنمذج هنا هو تدفق شحنة أيونات الصوديوم والبوتاسيوم والكلور عبر غشاء الخلية الموجود في حالة توازن.

يُنمذج تدفق أيونات كل جنس بتشكيلات تسلسلية من المقاومات مع كمون كهربائي يساوي كمون نرنست للأيونات. ونظراً إلى أن الأيونات تتدفق بالتوازي عبر غشاء الخلية، فإنه من المعقول أن نعدّ عناصر الدارة تفرعية (الشكل 27.5). وأما في حالة التوازن، لا يوجد تدفق صاف للأيونات المشحونة (أي تيار) عبر الغشاء. وبتطبيق قانون كيرشوف للتيار على العقدة A ينتُج:

$$i_{K^+} + i_{Na^+} + i_{Cl^-} = 0 \qquad (33-6.5)$$

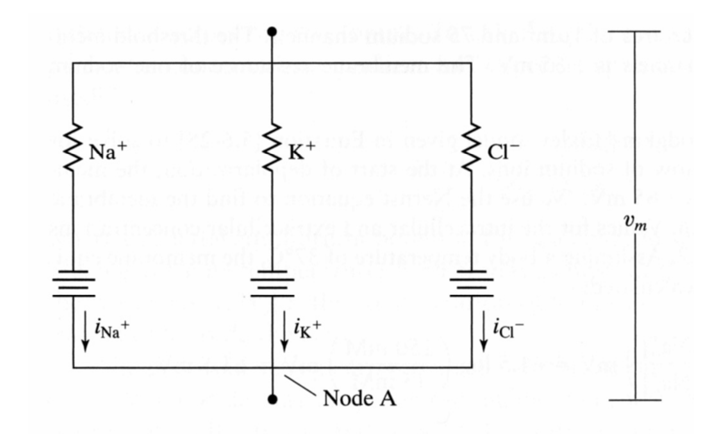
أي إن التيار الصافي عبر الغشاء يساوي صفراً.

غير أنه في حالة التوازن، فإن ثمة كمون v_m بين جانبي الغشاء. ومن معرفة كمون التوازن $v_{e,y}$ لأي أيون y، وباستعمال نموذج هودجكين – هكسلي، يمكننا الاستعاضة عن كل تيار معطى في المعادلة 6.5−33 باستعمال المعادلة 6.5−28 لكل y:

$$\frac{v_m - v_{e,K^+}}{R_{K^+}} + \frac{v_m - v_{e,Na^+}}{R_{Na^+}} + \frac{v_m - v_{e,Cl^-}}{R_{Cl^-}} = 0 \qquad (34-6.5)$$

ويمكننا أيضاً استعمال المعادلة 6.5−29 للتعويض عن حدود في المعادلة 6.5−33:

$$g_{K^+}(v_m - v_{e,K^+}) + g_{Na^+}(v_m - v_{e,Na^+}) + g_{Cl^-}(v_m - v_{e,Cl^-}) = 0 \qquad (35-6.5)$$



الشكل 27.5: دارة نموذج لجريان أيونات الصوديوم، والبوتاسيوم، والكلور خلال الغشاء الخلوي

حيث عوَّضنا عن مقلوب مقاومة الغشاء بناقليته. ومن هذه المعادلة يمكن حساب كمون الغشاء:

$$v_m = \frac{\sum_y v_{e,y} g_y}{\sum_y g_y} \qquad (36-6.5)$$

أي إنه يمكن حساب كمون الغشاء باستعمال كمونات نرنست في حالة التوازن الخاصة بجميع الأجناس الشاردية مع ناقلياتها. إن وحدة الناقلية في النظام المتري هي السيمنس (siemens S)، وهي تساوي مقلوب الأوم.

المثال 12.5 كمون الغشاء في حالة التوازن

مسألة: احسب كمون الغشاء في حالة التوازن لغشاء يحتوي على أيونات الصوديوم والبوتاسيوم والكلور. استعمل التراكيز المعطاة في الجدول 2.5 وقيم الناقلية الآتية: $g_{Na^+} = 1\text{pS},\ g_{K^+} = 33\ \text{pS},\ g_{Cl^-} = 3\text{pS}$.

الحل: سنستعمل معادلة نرنست 6.5−30 لحساب كمونات نرنست في حالة التوازن للأيونات الثلاث:

$$v_{e,K^+} = \frac{RT}{FZ_{K^+}} \ln\left(\frac{\left[K_o^+\right]}{\left[K_i^+\right]}\right) = 61.5\log\left(\frac{5.5\,\text{mM}}{150\,\text{mM}}\right) = -88\,\text{mV}$$

ونجد بالطريقة نفسها أن $v_{e,Na^+} = 61.5\,\text{mV}$ وأن $v_{e,Cl^-} = -70.3\,\text{mV}$. ونحسب الآن كمون الغشاء باستعمال المعادلة 6.5−36:

$$v_m = \frac{\sum_y v_{e,y} g_y}{\sum_y g_y} = \frac{v_{e,\mathrm{Na}^+} g_{\mathrm{Na}^+} + v_{e,\mathrm{K}^+} g_{\mathrm{K}^+} + v_{e,\mathrm{Cl}^-} g_{\mathrm{Cl}^-}}{g_{\mathrm{Na}^+} + g_{\mathrm{K}^+} + g_{\mathrm{Cl}^-}}$$

$$v_m = \frac{61.5\,\mathrm{mV}\,(1\mathrm{pS}) - 88\,\mathrm{mV}\,(33\,\mathrm{pS}) - 70.3\,\mathrm{mV}\,(3\mathrm{pS})}{1\mathrm{pS}+33\,\mathrm{pS}+3\,\mathrm{pS}} = -82.5\mathrm{mV}$$

هذه القيمة المحسوبة قريبة من كمون الراحة المعروف في عصبون الحركة. لاحظ أن المؤثر الرئيس في قيمة كمون الغشاء هو كمون توازن البوتاسيوم لأن ناقليته أكبر بنحو مرتبة كِبَر من تلك التي للشاردتين الأخريين.

صحيحٌ أن هذا النموذج مفيد في توضيح السلوك البسيط، إلا أنه لا يتضمن الطبيعة المتغيرة مع الزمن لزوال الاستقطاب وعودة نشوئه في غشاء الخلية أثناء ظهور كمون الحدث. ويُضاف إلى ذلك أن ناقلية الأيونات عبر الغشاء تتغير مع الزمن أيضاً. وقد جرى تطوير نماذج من دارات كهربائية أشد تعقيداً تحتوي على مكثفات وعناصر أخرى تعتمد على الزمن كي تمثل على نحو أدق الطبيعة المتغيرة لكمون الحدث. وفي المثال 16.5، سنستعمل نموذجاً أكثر تعقيداً.

7.5 النظم المتغيرة – نظرة إلى الشحنة

في المنظومة المتغيرة غير المستقرة، تتراكم الشحنة جاعلة الظرفين الابتدائي والانتهائي غير متماثلين. تذكَّر الصيغ التفاضلية لمعادلة موازنة الشحنة الملائمة للاستعمال حينما تكون المعدَّلات هي المعطاة:

(1−7.5) الشحنة الموجبة: $$\sum_k \dot{q}_{+,k} - \sum_j \dot{q}_{+,j} + \dot{q}_{+,\mathrm{gen}} - \dot{q}_{+,\mathrm{cons}} = \frac{dq_+^{\mathrm{sys}}}{dt}$$

(2−7.5) الشحنة السالبة: $$\sum_k \dot{q}_{-,k} - \sum_j \dot{q}_{-,j} + \dot{q}_{-,\mathrm{gen}} - \dot{q}_{-,\mathrm{cons}} = \frac{dq_-^{\mathrm{sys}}}{dt}$$

(3−7.5) الشحنة الصافية: $$\sum_k i_k - \sum_j i_j = \frac{dq^{\mathrm{sys}}}{dt}$$

وفي المنظومة المتغيرة، يكون معدَّل الشحنة (موجبة أم سالبة أم صافية) التي تدخل المنظومة أو تخرج منها مختلفاً عن الصفر. ولذا يكون الحد الموجود في يمين المعادلة مختلفاً عن الصفر.

ويمكن للصيغة التكاملية لمعادلة موازنة الشحنة أن تكون ملائمة أيضاً للنظم المتغيرة حين الاهتمام بالمنظومة في ما بين لحظتين منفصلتين. تذكَّر أن الصيغ التكاملية لمعادلة موازنة

الشحنة هي:

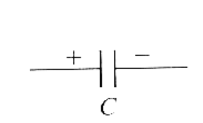
$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k \dot{q}_{+,k} dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{q}_{+,j} dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{+,\text{gen}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{+,\text{cons}} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq_+^{\text{sys}}}{dt} dt \quad \text{:الشحنة الموجبة} \quad (4-7.5)$$

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k \dot{q}_{-,k} dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{q}_{-,j} dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{-,\text{gen}} dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{-,\text{cons}} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq_-^{\text{sys}}}{dt} dt \quad \text{:الشحنة السالبة} \quad (5-7.5)$$

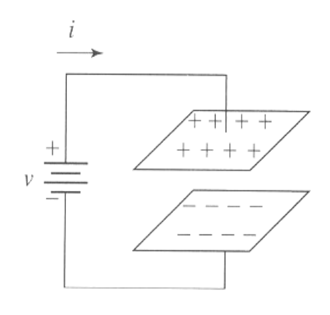
$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k i_k dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j i_j dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq^{\text{sys}}}{dt} dt \quad \text{:الشحنة الصافية} \quad (6-7.5)$$

طبعاً، لا تتولّد الشحنة الصافية ولا تُستهلك، ولذا حُذف حدَّا التوليد والاستهلاك من المعادلة الأخيرة.

المكثفة (capacitor) هي عنصر كهربائي يتكوَّن من صفيحتين ناقلتين متقابلتين تخزنان الشحنة حين شحنهما بشحنتين متعاكستين. وتتألف المكثفة المعتادة من صفيحتين معدنيتين متوازيتين من النحاس أو الألمنيوم تفصل بينهما مسافة صغيرة تُملأ بمادة عازلة مثل الهواء. وتوجد المكثفات عادة في النظم الكهربائية المتغيرة أو غير المستقرة، أما رمز المكثفة فهو مبيَّن في الشكل 28.5-أ.



الشكل 28.5-أ: رمز المكثفة في الدارات الكهربائية.



الشكل 28.5-ب: صفيحتا مكثفة مشحونتان بشحنات موجبة وسالبة منفصلة.

وإذا قدَّمَت بطارية أو مصدر طاقة كهربائية آخر شحنة إلى المكثفة، تنشحن المكثفة بسرعة.

ويقدِّم منبع الفولتية إلى المكثفة عملاً لنقل الشحنة (التي تتكوَّن من الإلكترونات عادة) من إحدى الصفيحتين إلى الأخرى. وحين اكتمال عملية الشحن، تكون شحنة موجبة q_+ قد تراكمت على إحدى الصفيحتين، وشحنة سالبة q_- مساوية لها بالمقدار قد تراكمت على الصفيحة الأخرى. لاحظ أن الشحنة الصافية في المكثفة تساوي صفراً دائماً. ويظهر الشكل 28.5–ب صفيحتي المكثفة المشحونتين.

يولِّد فصل الشحنتين الموجبة والسالبة في المكثفة حقلاً كهربائياً. ونظراً إلى أن المسافة بين صفيحتي المكثفة ثابتة، يكون الحقل الكهربائي بينهما متناسباً مع الفولتية المطبَّقة v، ومع الشحنة q التي تنتقل من إحدى الصفيحتين إلى الأخرى. وفي المكثفة المثالية، تكون الفولتية v المطبَّقة على طرفيها متناسبة طرداً مع مقدار الشحنة q الموجودة في المكثفة:

$$q = C\,v_c \qquad (7-7.5)$$

حيث إن C هي سعة المكثفة و v_c هو الفولتية المطبَّقة على طرفيها أو الفرق بين كمونَي صفيحتيها. **والسعة** (capacitance) هي سمة مميزة للمكثفة تعتمد على بنيتها وأبعادها. ووحدة السعة هي الفاراد (F) الذي يكافئ C/V. أما بُعد السعة فهو $[\mathrm{L^{-2}M^{-1}t^4I^2}]$.

إذا كانت صفيحتا المكثفة متوازيتين، وكانت مساحة كل منهما A، وكانت المسافة الفاصلة بينهما d، أُعطيت سعتها بـــ:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad (8-7.5)$$

حيث إن ε_0 هو ثابت السماحية (permittivity)، ويساوي $8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N.m^2)}$، وذلك إذا كان الفاصل بين صفيحتي المكثفة خلاء. لاحظ أن لثابت السماحية ε_0 وحدة أخرى أيضاً هي F/m التي تكافئ $\mathrm{C^2/(N.m^2)}$.

يحتوي معظم المكثفات على صفيحة عازلة بين الصفيحتين تسمى العازل الكهربائي. ومن المواد الشائع استعمالها عازلاً كهربائياً في المكثفات، الهواء والزجاج والورق والبولي إثيلين والبولي ستيرين والتفلون والماء. ويقتضي استعمال مادة من هذه المواد عازلاً بدلاً من الخلاء الاستعاضة عن ε_0 بثابت يخص المادة، وهذا ما يوفِّر مرونة أكبر في تصميم سعة المكثفة. يُضاف إلى ذلك أن هذه العوازل الكهربائية تمكِّن من جعل المسافة بين الصفيحتين أصغر دون أن تتلامسا. لاحظ أن تصغير هذه المسافة يؤدي إلى زيادة سعة المكثفة.

المثال 13.5 شحن مكثفة

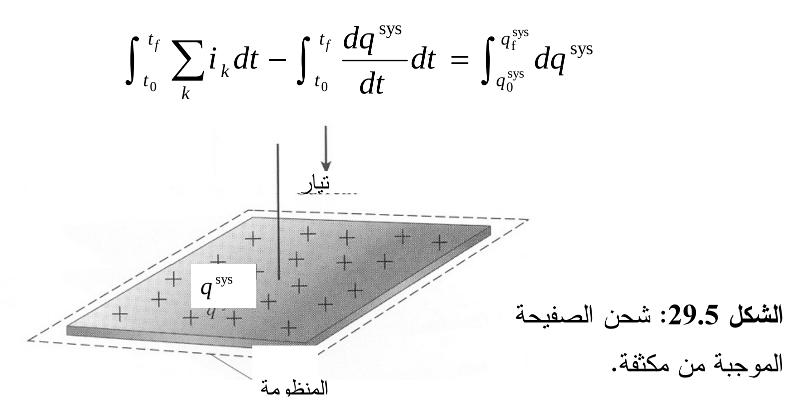
مسألة: يدخل تيار صفيحة مكثفة بمعدّل $i = \alpha e^{-\beta t}$، حيث $\alpha = 5.0\,\text{A}$ و $\beta = 25\,1/\text{s}$. إذا لم تكن ثمة شحنة صافية على الصفيحة في البداية، ما هو مقدار الشحنة الموجبة الصرف التي تتوضَّع على الصفيحة بعد 50 ميلّيثانية؟

الحل: نفترض أن شحن المكثفة لا يتضمن أي تفاعل. ونفترض أيضاً أن التيار لا يغادر المنظومة المعرَّفة بصفيحة المكثفة (الشكل 29.5). والمعطيات التي لدينا هي التيار ومدة زمنية فاصلة محددة، ولذا نستعمل الصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الشحنة الصافية 7.5−6:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k i_k dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j i_j dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq^{\text{sys}}}{dt} dt$$

ولا يتدفق تيار إلى خارج المنظومة، ولا يدخلها سوى تيار واحد، ولذا تُختزل المعادلة السابقة إلى:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k i_k dt - \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq^{\text{sys}}}{dt} dt = \int_{q_0^{\text{sys}}}^{q_f^{\text{sys}}} dq^{\text{sys}}$$



الشكل 29.5: شحن الصفيحة الموجبة من مكثفة.

وبتعويض القيم المعطاة في المعادلة المختزلة لحساب q_f^{sys} ينتُج:

$$\int_0^{q_f^{\text{sys}}} dq^{\text{sys}} = \int_{t_0}^{t_f} i_k dt = \int_0^{0.05\,\text{s}} (5e^{-(25\,1/\text{s})t}\,\text{A}) dt = \int_0^{0.05\,\text{s}} \left(5e^{-(25\,1/\text{s})t}\,\frac{\text{C}}{\text{s}}\right) dt$$

$$q_f^{\text{sys}} = (-0.2e^{-(25\,1/\text{s})t}\text{C})\Big|_0^{0.05\,\text{s}} = -0.057\,\text{C} - (-0.2\,\text{C}) = 0.14\ \text{C}$$

أي إن الشحنة المتراكمة على الصفيحة بعد $50\,\text{ms}$ تساوي $0.14\,\text{C}$. ■

المثال 14.5 تفريغ شحنة مزيل الخفقان

مسألة: الخفقان هو خلل في الشريان التاجي تحصل أثناءه ارتعاشات سريعة غير منتظمة في

ألياف عضلية صغيرة في القلب تحل محل الانقباض الإيقاعي العادي مؤدية إلى توقف القلب عن ضخ الدم. وإذا لم يحصل الإسعاف سريعاً، نجمت عن ذلك أذية للدماغ أو سكتة قلبية. وأثناء الخفقان، يضيع 10% من مقدرة القلب على العودة إلى عمله الطبيعي كل دقيقة.

ومزيل الخفقان هو جهاز إلكتروني يُحدِث صدمة كهربائية في القلب المرتجف كي يعود إلى إيقاعه الطبيعي. والنوع الشائع من هذه الأجهزة هو مزيل الخفقان القائم على تفريغ شحنة سعوية، وتستعمل فيه مكثفة لخزن الشحنة وتفريغها بسرعة في جسم المريض، حيث يمكن للشحنة التي تقدَّم إلى قلب المريض أحياناً على شكل صدمة كهربائية أن تستعيد نشاط القلب الطبيعي وإيقاعه.

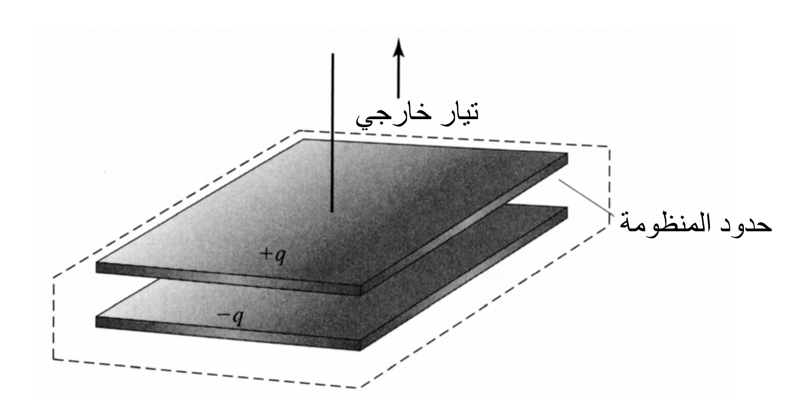
يبدأ تفريغ المكثفة المشحونة تماماً في اللحظة $t = 0$، ويُعطى التيار الخارج من مزيل الخفقان بـــ:

$$i = 40e^{-(500\ 1/s)t}\ \mathrm{A}$$

بافتراض عدم إمكان شحن المكثفة أثناء تفريغها، كم يستغرق تفريغ 99% من شحنتها ؟ افترض أن كمية الشحنة في المكثفة تساوي $0.080\,\mathrm{C}$ في اللحظة $t = 0$.

الحل:

1. تجميع
   (أ) احسب المدة اللازمة لتفريغ 99% من شحنة المكثفة.
   (ب) المخطط: المنظومة مبينة في الشكل 30.5.



2. تحليل

(أ) فرضيات

- لا يدخل تيار إلى المنظومة.
- لا يؤدي تفريغ شحنة مزيل الخفقان إلى أي تفاعل.

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات: استعمل C, s.

3. حساب

(أ) المعادلة: المعطى هو التيار إضافة إلى مدة زمنية محدَّدة، لذا نستعمل الصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الشحنة الصافية 7.5−6:

$$\int_{t_0}^{t_f}\sum_k i_k dt - \int_{t_0}^{t_f}\sum_j i_j dt = \int_{t_0}^{t_f}\frac{dq^{\text{sys}}}{dt}dt = \int_{q_0^{\text{sys}}}^{q_{\text{f}}^{\text{sys}}} dq^{\text{sys}}$$

(ب) الحساب:

- افترضنا أنه لا يدخل تيار إلى المنظومة المبينة في الشكل 30.5، ولذا يمكننا اختزال المعادلة إلى:

$$-\int_{t_0}^{t_f}\sum_j i_j dt = \int_{q_0^{\text{sys}}}^{q_{\text{f}}^{\text{sys}}} dq^{\text{sys}}$$

- يُعطي تعويض القيم المعطاة في المعادلة المختزلة:

$$\int_{q_0^{\text{sys}}}^{q_{\text{f}}^{\text{sys}}} dq = -\int_{t_0}^{t_f} i_j dt = \int_0^t -40e^{-(500\ 1/\text{s})\,t}\ \frac{\text{C}}{\text{s}}dt$$

$$q_{\text{f}}^{\text{sys}} - q_0^{\text{sys}} = (0.080\ e^{-(500\ 1/\text{s})\,t}\ \text{C})\Big|_0^t = 0.080\ e^{-(500\,1/\text{s})\,t}\ \text{C} - 0.080\,\text{C}$$

- في البداية، كانت شحنة المكثفة $0.080\,\text{C}$. وفي اللحظة موضع الاهتمام، تكون المكثفة قد فقدت 99% من شحنتها التي أصبحت 1% فقط من الشحنة الابتدائية، أي $q_{\text{f}}^{\text{sys}} = 0.01 q_0^{\text{sys}}$. يمكن الآن تعويض $q_{\text{f}}^{\text{sys}}$ في المعادلة المكاملة:

$$q_{\text{f}}^{\text{sys}} - q_0^{\text{sys}} = 0.080 e^{-(500\,1/\text{s})\,t}\,\text{C} - 0.080\,\text{C}$$
$$0.01 q_0^{\text{sys}} - q_0^{\text{sys}} = 0.080 e^{-(500\,1/\text{s})\,t}\ \text{C} - 0.080\,\text{C}$$
$$-0.99 q_0^{\text{sys}} = -0.99\,(0.080\,\text{C}) = 0.080 e^{-(500\,1/\text{s})\,t}\,\text{C} - 0.080\,\text{C}$$
$$-0.0792\,\text{C} = 0.080 e^{-(500\,1/\text{s})\,t}\,\text{C} - 0.080\,\text{C}$$

$$0.01 = e^{-(500\ 1/\mathrm{s})\, t}$$

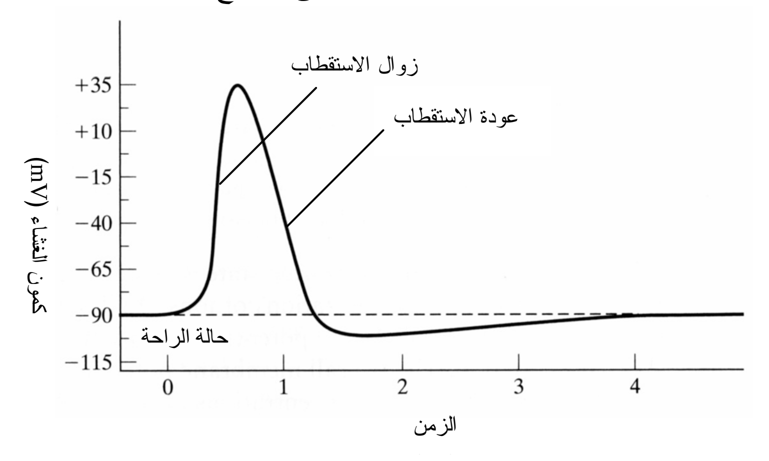
$$t = 0.0092\ \mathrm{s}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: يستغرق تفريغ 99% من شحنة المكثفة 9.2 ميلّيثانية.

(ب) التحقُّق: وفقاً للمنشورات العلمية (Webster, *Medical Instrumentation: Application and Design*, 1998)، يجب أن تتفرغ شحنة مكثفة مزيل الخفقان خلال 10 ميلِّيثانية تقريباً، وجوابنا قريب جداً من هذه القيمة، ولذا يُعدُّ مقبولاً.

من حيث المبدأ، توجد في جميع خلايا الجسم كمونات عبر أغشيتها. أكثر من هذا، تُعد بعض الخلايا، ومنها خلايا الأعصاب والعضلات، خلايا قابلة للإثارة، أي إنها قادرة على التوليد الذاتي للنبضات الكهروكيميائية في أغشيتها. وهذه الأغشية تعمل من نواح عديدة عمل المكثفات حينما يتعلق الأمر بخزن الشحنة على سطوح الأغشية ونقلها عبرها.



الشكل 31.5: تغيُّرات كمون الغشاء أثناء حصول كمون الحدث. المصدر: نسخة معدَّلة بعد اقتباسها من Guyton AC and Hall JE, *Textbook of Medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000.

تنقل الأعصاب السليمة غير المعتلة معلومات بين الدماغ وأعضاء الجسم المختلفة، محمَّلة على إشارات كهروكيميائية تسمى **كمونات الحدث** (action potentials). يساوي كمون الراحة في أغشية الخلايا العصبية ما بين 70 mV− و 90 mV− بالنسبة إلى خارج الخلية. وتتضمن كمونات الحدث تغيُّرات سريعة (من رتبة 1 ميلّيثانية) في كمون الغشاء من قيمة سالبة إلى موجبة (زوال الاستقطاب) والعودة إلى القيمة السالبة ثانية (عودة الاستقطاب) (الشكل 31.5). ولدى مرور الإشارة عبر كل منطقة من المحور العصبي (axon)، تنفتح قنوات الصوديوم في الغشاء، ويُغرَق داخل الخلية بأيونات الصوديوم. في هذه المرحلة من كمون الحدث، والتي تعرف أيضاً

بزوال الاستقطاب (depolarization)، يزداد الكمون حتى $+35\ \text{mV}$ عبر الغشاء. وبعد بضعة أجزاء من عُشر الميلّيثانية، تبدأ قنوات الصوديوم بالانغلاق وتنفتح قنوات البوتاسيوم. ويؤدي تدفق أيونات البوتاسيوم إلى عودة الاستقطاب وينخفض كمون غشاء الخلية إلى $-110\ \text{mV}$. وفي النهاية، يستقر تدرُّج الأيونات وكمون الراحة عند $-90\ \text{mV}$ بانتظار قدح العصبون ثانية.

ويُحرِّض كمون الحدث، المُثار في أي نقطة من غشاء قابل للإثارة، عادة أجزاء الغشاء المجاورة وما بعدها، مؤدياً إلى انتشاره على طول الليف العصبي. وبهذه الطريقة يتحرك كمون الحدث ناقلاً إشارة إلى عصب آخر أو عضو أو عضلة. لذا تمكِّن كمونات الحدث من تراسل إشارات بعيد المدى تحمل معلومات حسية أو حركية في الجهاز العصبي. وأثناء كمون الحدث، تُنمذج الخلية غالباً بمنظومة متغيِّرة لأن تدرُّجات تراكيز الأجناس فيها تتغيَّر.

المثال 15.5 تراكم الشحنة أثناء كمون الحدث

مسألة: خُذ خلية أثناء طورَي زوال الاستقطاب وعودته. تُعرَّف المنظومة بحيث تتضمن قطعة من الغشاء مساحتها $1\ \mu\text{m}^2$، وجزءاً من داخل الخلية تحت تلك القطعة مباشرة. لقد وُجِد أثناء طور زوال الاستقطاب، الذي يدوم $0.1\ \text{ms}$، أن أيونات الصوديوم تتدفَّق إلى داخل العصبون بمعدَّل $7.8\times10^{15}\ \text{ions}/(\text{cm}^2\cdot\text{s})$. وأثناء طور عودة الاستقطاب الذي يدوم $0.2\ \text{ms}$، وُجِد أن معدَّل تدفُّق أيونات البوتاسيوم إلى خارج العصبون يساوي $4.5\times10^{15}\ \text{ions}/(\text{cm}^2\cdot\text{s})$. ما هو مقدار الشحنة الموجبة المتراكمة داخل الخلية بعد انتهاء الطورين؟

الحل: يعتمد معدَّلا الدخل والخرج المفترضان على المساحة التي تتحرك فوقها الأيونات، ولذا من الضروري حساب معدَّلَي دخل وخرج المنظومة:

$$\text{Na}^+: \quad \left(7.8\times10^{15}\,\frac{\text{ions}}{\text{cm}^2.\text{s}}\right)(1\mu\text{m}^2)\left(\frac{1\text{cm}^2}{10^8\mu\text{m}^2}\right) = 7.8\times10^{7}\,\frac{\text{ions}}{\text{s}}$$

يمتلك أيون كل من الصوديوم والبوتاسيوم شحنة مقدارها +1 شحنة أولية، أو $+1.6\times10^{-19}\ \text{C}$. هذا يمكِّننا من تحويل سيالة الأيونات إلى تيار:

$$\text{Na}^+: \quad \left(7.8\times10^{7}\,\frac{\text{ions}}{\text{s}}\right)\left(1.6\times10^{-19}\,\frac{\text{C}}{\text{ion}}\right)=1.25\times10^{-11}\,\frac{\text{C}}{\text{s}}$$

وعلى نحو مشابه يمكن تحديد تيار البوتاسيوم الذي يساوي $7.2\times10^{-12}\ \text{C/s}$.

لقد جرى تحديد مدة زمنية في نص المسألة، ولذا نستعمل الصيغة التكاملية لمعادلة موازنة الشحنة الموجبة 7.5−4:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k \dot{q}_{+,\,k}\,dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{q}_{+,\,j}\,dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{+,\,\text{gen}}\,dt - \int_{t_0}^{t_f} \dot{q}_{+,\,\text{cons}}\,dt$$

$$= \int_{t_0}^{t_f} \frac{dq_+^{\text{sys}}}{dt}dt = \int_{q_{+,\,0}^{sys}}^{q_{+,\,f}^{sys}} dq_+^{\text{sys}}$$

وأثناء كمون الحدث، تتحرك الشحنات عبر الغشاء فقط، ولا تتولَّد أو تُستهلك. وتدخل أيونات الصوديوم إلى داخل الخلية، وتخرج أيونات البوتاسيوم منها. لذا يمكننا اختزال المعادلة 7.5−4 والتعويض عن المتغيرات المعلومة فيها لحساب شحنة المنظومة النهائية:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_k \dot{q}_{+,k}\,dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{q}_{+,j}\,dt = \int_{q_{+,\,0}^{sys}}^{q_{+,\,f}^{sys}} dq_+^{\text{sys}}$$

$$\int_0^{0.0001\,\text{s}} (1.25\times10^{-11}\,\text{A})\,dt - \int_{0.0001\,\text{s}}^{0.0003\,\text{s}} (7.2\times10^{-12}\,\text{A})\,dt = q_{+,\text{f}}^{\text{sys}} - q_{+,0}^{\text{sys}} = q_{+,\text{acc}}^{\text{sys}}$$

$$q_{+,\text{acc}}^{\text{sys}} = (1.25\times10^{-11}\,\text{A})\,(0.0001\text{s}) - (7.2\times10^{-12}\,\text{A})\,(0.0003\,\text{s} - 0.0001\text{s})$$

$$q_{+,\text{acc}}^{\text{sys}} = -1.9\times10^{-16}\,\text{C}$$

أثناء طورَي زوال الاستقطاب وعودته، $1.9\times10^{-16}\,\text{C}$ من الشحنة الموجبة تخرج من رقعة الغشاء العصبوني التي تبلغ مساحتها $1\mu\text{m}^2$. ولإرسال إشارة أخرى، على الخلية العودة إلى كمون راحتها $-90\,\text{mV}$. وأثناء الراحة سيصل مقدار الشحنة الموجبة المتراكمة إلى صفر من خلال استعمال مضخات الصوديوم والبوتاسيوم.

تكون منظومة الغشاء أثناء الراحة مستقرة لأن مضخات الأيونات تساعد على الحفاظ على تراكيز الأيونات الضرورية. ووفقاً لما ناقشناه في المقطع 6.5، يُحسب كمون الغشاء في الحالة المستقرة أو المتوازنة لجنس معين باستعمال معادلة نرنست. ويكون الكمون الكلي لغشاء الخلية تابعاً لتراكيز عدة أيونات داخل الخلية وخارجها (المثال 12.5). وبناء على نوع العصبون أو الخلية، تتضمن تلك الأيونات عموماً الصوديوم والكلور والبوتاسيوم والكالسيوم.

وأغشية الخلايا نفوذة انتقائياً لمعظم البروتينات والأيونات العضوية السالبة التي توجد في ما بين الخلايا، والتي يتكوَّن منها معظم الأيونات السالبة التي بين الخلايا. إلا أن الأغشية نفوذة

جزئياً لأيونات الصوديوم، وكلياً لأيونات الكلور والبوتاسيوم. فنفوذيتها لأيونات البوتاسيوم تزيد من خمسين حتى مئة مرة عن نفوذيتها لأيونات الصوديوم. وهذه النفوذية تسبب كمونات الحدث والتغيُّرات النوعية في كمون الغشاء التي تُستعمل وسيلة لتَواصُل الخلايا بالإشارات.

الجدول 3.5: عوامل نفوذية غشاء خلية عضلة ضفدع *.

الأيون	النفوذية (cm/s)
$A^{-\dagger}$	~ 0
Na^{+}	2×10^{-8}
K^{+}	2×10^{-6}
Cl^{-}	4×10^{-6}

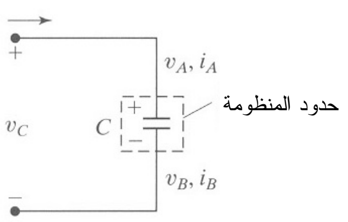
* هذه القيم مكافئة للتغلغل عبر $1cm^2$ في ظروف محدَّدة. للمقارنة، تبلغ نفوذية أيونات البوتاسيوم في الماء 10.

† A^{-} يمثل أيون سالب عامة. المصدر: Hodgkin AL and Horowicz P, "The influence of potassium and chloride ions on the membrane potential of single muscle fibers," *J Physiol* 1959, 148:127-60.

وأثناء قدح كمون حدث، يُصبح الغشاء أشد نفوذية لأيونات معيَّنة. وأثناء تدفُّق الأيونات عبر الغشاء، تصبح المنظومة متغيرة، وتتراكم بعض الشحنات على جانبي الغشاء لتغيِّر الكمون. وتجدر الإشارة إلى أن ثمة حاجة إلى عبور بضع أيونات فقط للغشاء من أجل تغيير كمون الغشاء. ومفعول ذلك محلي جداً، ولذا تبقى تراكيز الأيونات الكلية داخل وخارج الخلية ثابتة تقريباً. وتمكِّن اختلافات نفوذية غشاء الخلية للأيونات المختلفة من استجابة محدَّدة أثناء كمون الحدث. لذا، أثناء حصول كمون حدث، تتغيَّر قيمة v_m مع الزمن. ويظهر الجدول 3.5 نفوذية غشاء خلية عضلة الضفدع للأيونات المختلفة، وتُعدّ القيم المعطاة ممثِّلة لنفوذيات الأيونات عموماً. وتجدر الإشارة إلى أن نفوذيات الغشاء لهذه الأيونات، رغم كبرها، لا تساوي إلا جزءاً صغيراً من نفوذية الماء لها.

8.5 النظم المتغيرة – نظرة إلى الطاقة الكهربائية

تخزّن المكثفات، إضافة إلى الشحنة، طاقة كهربائية أيضاً، فعند تراكم الشحنة على الصفيحتين، يولِّد انفصال الشحنتين عن بعضهما حقلاً كهربائياً، وتنجم عن الحقل قوة كهربائية تعاكس تراكم مزيد من الشحنة. وهذا يقتضي صرف عمل على نقل شحنة إضافية إلى الصفيحتين. ومع تدفُّق التيار في المكثفة، يصبح الحقل الكهربائي أقوى. لذا إذا استُبعد منبع الفولتية من الدارة، تدفَّق التيار بسرعة عبر الدارة من الصفيحة موجبة الشحنة إلى الصفيحة سالبة الشحنة، مفرِّغاً بذلك المكثفة من الشحنة. ويحصل هذا التفريغ لأن منبع الفولتية لم يعد يوفِّر العمل اللازم للحفاظ على فصل الشحنتين على صفيحتي المكثفة. ويختفي الحقل الكهربائي، وتتبدَّد الطاقة التي كانت مخزونة في الحقل الكهربائي على شكل حرارة في مقاومات الدارة عادة.



الشكل 32.5: دارة مكوَّنة من مكثفة في حالة شحن.

تأمَّل في عنصر سعوي يخزن طاقة (الشكل 32.5). نظراً إلى أن الشحنة الصافية للصفيحتين معاً تساوي صفراً دائماً، لا تتراكم شحنة في المنظومة. وإذا اعتبرنا المكثفة عقدة وطبَّقنا عليها قانون كيرشوف للتيار، نتَج:

$$i_A - i_B = 0 \qquad (1-8.5)$$

$$i_A = i_B = i \qquad (2-8.5)$$

تذكَّر أن معادلة موازنة الطاقة الكهربائية لمنظومة ليس فيها توليد أو استهلاك هي:

$$\sum_k i_k v_k - \sum_j i_j v_j = \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt} \qquad (3-8.5)$$

بالتعويض في المعادلة الأخيرة عن فرق الكمون في المكثفة من المعادلتين السابقتين ينتُج:

$$i\,(v_A - v_B) = \frac{dE_{E,C}^{\text{sys}}}{dt} \qquad (4-8.5)$$

تذكَّر المعادلة 7.5−7 التي تنص على أن هبوط الفولتية على طرفي المكثفة يساوي الشحنة مقسومة على سعة المكثفة. هذا يمكِّننا من تبسيط معادلة الحالة المتغيرة التي تصف منظومة المكثفة:

$$i\,(v_A - v_B) = i v_c = \frac{iq}{C} = \frac{dE_{E,C}^{\text{sys}}}{dt} \qquad (5-8.5)$$

حيث إن v_c هو فرق الفولتية بين طرفي المكثفة.

انظر الآن إلى الصفيحة العليا الموجبة فقط. إذا كانت المكثفة في حالة شحن، فإن التيار يساوي معدَّل تغيُّر الشحنة:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(v_c C) \qquad (6-8.5)$$

وفي حالة منظومة ذات سعة ثابتة، يكون التيار عبر المكثفة:

$$i = C\,\frac{dv_c}{dt} \qquad (7-8.5)$$

وهذا يتيح لنا التعويض عن العلاقة بين التيار والشحنة للحصول على معدَّل تغيُّر الطاقة الكهربائية:

$$\frac{dE_{E,C}^{\text{sys}}}{dt} = \frac{q}{C}\,i = \frac{q}{C}\left(\frac{dq}{dt}\right) \qquad (8-8.5)$$

$$\frac{dE_{E,C}^{\text{sys}}}{dt} = C v_c\,\frac{dv_c}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} C v_c^2\right) \qquad (9-8.5)$$

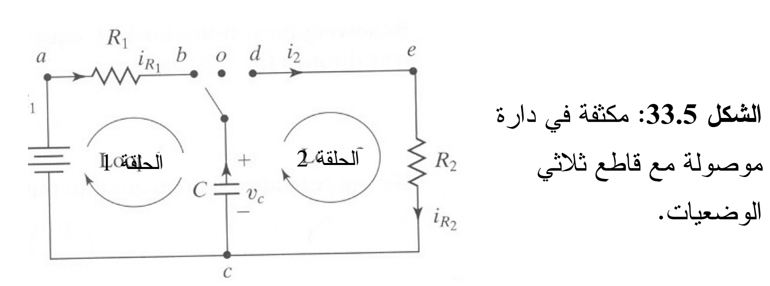
وهذه علاقة أكثر فائدة من الناحية العملية لوصف تراكم الطاقة الكهربائية في مكثفة ولوصف شحنها وتفريغها في حالة منظومة غير مستقرة. تذكَّر من دروس الفيزياء أن الطاقة الكهربائية المخزونة في مكثفة تُعطى بـــ $E_{E,C} = C v_c^2 / 2$. وهذه هي الصيغة الجبرية للمعادلة 8.5−9.

المثال 16.5 الاستجابة الطبيعية لدارة مقاومة ومكثفة *RC*

مسألة: انظر في الدارة الكهربائية المبينة في الشكل 33.5. المكثفة موصولة مع قاطع ثلاثي الوضعيات.

الحالة 1: في البداية يكون المفتاح في الوضعية *o* التي تدل على أن الدارة مفتوحة والمكثفة غير مشحونة ($v_c = 0$). وفي اللحظة $t = 0$، يُنقل القاطع إلى الوضعية *b*. احسب فولتية الحالة المستقرة v_c على طرفي المكثفة.

الحالة 2: القاطع في البداية موجود في الوضعية b، والمنظومة في حالة مستقرة. في اللحظة $t = 0$، يُنقل القاطع إلى الوضعية d. (أ) استخرج معادلة للفولتية على طرفي المكثفة والمقاومة بوصفه تابعاً للزمن. (ب) استخرج معادلة للتيار عبر المكثفة والمقاومة بوصفه تابعاً للزمن. (ت) استعمل معادلة موازنة الطاقة الكهربائية لشرح تحوُّل الطاقة في الدارة.



الشكل 33.5: مكثفة في دارة موصولة مع قاطع ثلاثي الوضعيات.

الحل:

الحالة 1:

باستعمال قانون كيرشوف للفولتية ضمن الحلقة 1، يمكننا كتابة المعادلة الآتية:

الحلقة 1:
$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = v_0 - i_{R_1} R_1 - v_c = 0$$

حينما يوضع القاطع في الوضعية b، تبدأ المكثفة بالشحن، وتزداد الفولتية v_c المطبَّقة على طرفيها. ونظراً إلى أن المكثفة موصولة الآن بالمقاومة R_1 تسلسلياً، فإن الفولتية الكلية المطبَّقة على التشكيلة التسلسلية هي فولتية البطارية v_0. ومع تزايد v_c واقتراب قيمتها من قيمة v_0، تتناقص الفولتية على طرفي المقاومة إلى صفر. ولما كان التيار i_{R_1} عبر المقاومة R_1 متناسباً مع الفولتية الهابطة على المقاومة، فإن هذا التيار سيتناقص مع ازدياد شحنة المكثفة. وفي الحالة المستقرة، تكون المكثفة قد شُحنت حتى فولتية البطارية تماماً، ويصبح i_{R_1} حينئذ صفراً. ينتُج من هذا أنّ:

$$v_0 - v_c = 0$$
$$v_c = v_0$$

ويكون اتجاه التيار أثناء الشحن باتجاه الحلقة 1.

الحالة 2:

(أ) في اللحظة $t = 0$، يُنقل القاطع من الوضعية b إلى الوضعية d. وفي ما يخص الحلقة

2 المرسومة اعتباطياً في الشكل 33.5، لا يمكن للشحنة الصافية أن تتراكم في المقاومة أو المكثفة. وعندما يكون $t > 0$، يعني انحفاظ الشحنة الصافية أن التيار يكون هو نفسه على طول الحلقة ($i_2 = i_{R_2}$).

يُعطى التيار عبر المكثفة بـــ:

$$i_2 = C\left(\frac{dv_c}{dt}\right)$$

وبتطبيق قانون كيرشوف للفولتية وقانون أوم في الحلقة 2 نحصل على المعادلة:

الحلقة 2 :
$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = i_2 R_2 + v_c = 0$$

$$i_2 = \frac{-v_c}{R_2}$$

ومن المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$i_2 = C\left(\frac{dv_c}{dt}\right) = \frac{-v_c}{R_2}$$

ونعيد ترتيب هذه المعادلة لتأخذ الشكل الآتي:

$$\left(\frac{dv_c}{dt}\right) = -\left(\frac{1}{R_2 C}\right) v_c$$

وبالمكاملة بعد افتراض أن القيمة الابتدائية لفولتية المكثفة في اللحظة $t = 0$ تساوي $v_{c,0}$، ينتُج:

$$\int_{v_{c,0}}^{v_c} \frac{dv_c}{v_c} = -\int_0^t \frac{1}{R_2 C} dt$$

$$\ln\frac{v_c}{v_{c,0}} = -\frac{1}{R_2 C}(t - 0) = -\frac{t}{R_2 C}$$

$$v_c = v_{c,0}\, e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

ووفقاً لما هو متوقع، عند $t = 0$ يكون $v_c = v_{c,0}$. ومع مضي الزمن نحو اللانهاية، يقارب v_c صفراً، أي تصبح المكثفة فارغة من الشحنة تماماً. وبناءً على قانون كيرشوف للفولتية، تساوي الفولتية على طرفي المقاومة فولتية المكثفة (أي $v_{R_2} = v_c$). لذا توصف الفولتية المطبَّقة على المقاومة أيضاً بالمعادلة نفسها التي تخضع لها المكثفة. إذاً، تتناقص الفولتية المطبَّقة على طرفي المقاومة أسِّياً.

(ب) يمكن حساب التيار عبر المقاومة بواسطة قانون أوم:

$$i_{R_2} = \frac{v_{R_2}}{R_2} = \frac{-v_{c,0}\, e^{-\frac{t}{R_2 C}}}{R_2}$$

ويمكن حساب التيار عبر المكثفة أيضاً بـــ:

$$i_2 = C\frac{dv_c}{dt} = C\frac{d}{dt}\left(v_{c,0}\, e^{-\frac{t}{R_2 C}}\right) = C\left(-\frac{1}{R_2 C}\right) v_{c,0}\, e^{-\frac{t}{R_2 C}} = -\frac{v_{c,0}}{R_2} e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

تشير الإشارة السالبة لقيمة التيار المحسوبة إلى أن i_2 يتدفَّق عبر المكثفة معاكساً للتيار المار عبر المكثفة في الحالة 1، أي إن اتجاه تيار المكثفة أثناء التفريغ معاكس لاتجاهه أثناء الشحن (**ملاحظة:** يتدفَّق التيار في الحلقة 2 بالاتجاه نفسه كما هو مبين في الشكل 33.5).

(ت) إذا عرَّفنا حدود المنظومة خارج الحلقة 2، فلن يكون ثمة تيار يدخل إليها أو يخرج منها. لذا يمكن اختزال معادلة الموازنة التفاضلية 4.5−2 للطاقة الكهربائية إلى:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} - \sum \dot{W}_{\text{elec}} = \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt}$$

ويمكن إجراء مزيد من الاختزال للمعادلة لأنه لا تتولَّد طاقة كهربائية في المنظومة، أي يمكن حذف الحد $\sum \dot{G}_{\text{elec}}$. غير أن الطاقة الكهربائية تُستهلك في المقاومة وتتحوَّل إلى طاقة حرارية. وفي ما يخص المقاومة، يساوي استهلاك الاستطاعة أو القدرة $\sum \dot{W}_{\text{elec}}$ حاصل ضرب الفولتية المطبَّقة عليها بالتيار المار فيها:

$$\dot{W}_{\text{elec}} = v_{R_2} i_{R_2} = v_{c,0}\, e^{-\frac{t}{R_2 C}}\left(\frac{v_{c,0}\, e^{-\frac{t}{R_2 C}}}{R_2}\right) = \frac{v_{c,0}^2}{R_2} e^{-\frac{2t}{R_2 C}}$$

وتُحسب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثفة باستعمال المعادلة 8.5−9:

$$\frac{dE_{E,C}^{\text{sys}}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cv_c^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}C\, v_{c,0}^2\, e^{-\frac{2t}{R_2 C}}\right) = -\frac{v_{c,0}^2}{R_2} e^{-\frac{2t}{R_2 C}}$$

تساوي الاستطاعة أو القدرة المستهلكة في المقاومة تغيُّر الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثفة وتخالفها في الإشارة، وهذا يؤكِّد أن معادلتنا المختزلة صحيحة. وأثناء

تفريغ المكثفة، تتحوّل الطاقة الكهربائية المخزونة في الحقل الكهربائي إلى طاقة حرارية تتبدَّد في المقاومة.

حسبنا في المسألة السابقة الفولتية والتيار واستهلاك الطاقة في دارة RC معينة. إلا أنه يمكن تعميم المعادلات لتشمل الاستجابة الطبيعية لدارة RC من النوع المبين في الشكل 34.5. في البداية، تساوي الفولتية على طرفي المكثفة v_0. وعند $t = 0$، تُغلق الدارة وتبدأ المكثفة بالتفريغ.

يساوي الثابت الزمني τ للدارة RC حاصل ضرب المقاومة R بسعة المكثفة C:

$$\tau = RC \tag{10-8.5}$$

وتُكتب الفولتية v، والتيار i، واستهلاك الاستطاعة أو القدرة $\dot{W}_{\text{elec}}$ في دارة الـــ RC بدلالة الثابت الزمني τ وفقاً لما يأتي:

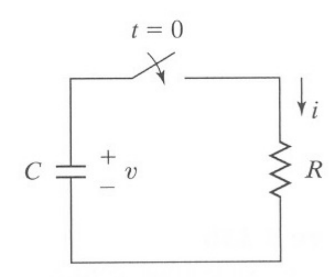
$$v = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{11-8.5}$$

$$i = -\frac{v_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{12-8.5}$$

$$\dot{W}_{\text{elec}} = \frac{v_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}} \tag{13-8.5}$$

حيث إن v هو الفولتية، و v_0 هو الفولتية الابتدائية، و t هو الزمن، و i هو التيار، و R هي المقاومة، و C هي سعة المكثفة، و τ هو الثابت الزمني للدارة RC.

ويمكن أيضاً كتابة معادلات شحن المكثفة بدلالة الثابت الزمني τ، حيث يحدِّد مقدار الثابت الزمني خصائص المنظومة أثناء هذه المدد الزمنية المتغيِّرة.



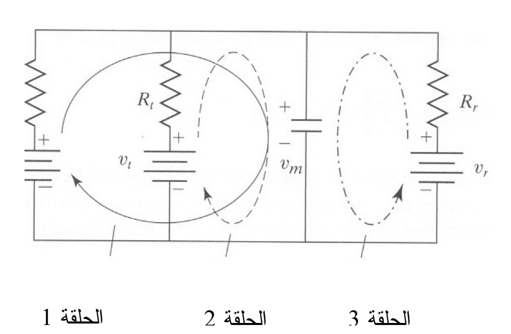
الشكل 34.5: دارة RC

المثال 17.5 نمذجة عصبون

مسألة: أحد أغراض تصميم دارات التعويضات العصبونية هو محاكاة سلوك العصبونات

بحيث يمكن تحريض العصبونات السليمة المتبقية. تمكن نمذجة غشاء العصبون بدارة بسيطة تتكوَّن من ثلاثة منابع فولتية، وثلاث مقاومات، ومكثفة وفق ما هو مبيَّن في الشكل 35.5–أ. يمثِّل منابع الفولتية الثلاثة فولتية راحة العصبون v_r، وكمون v_t لتيار التوتُّر (tonic current)، وكمون الوصلات العصبونية v_s. والفولتية على جانبي الغشاء الذي نُمذج بمكثفة، هو v_m. باستعمال قانون كيرشوف للتيار، استَخرج نموذجاً رياضياً قائماً على الزمن يربط بين منابع الفولتية والمقاومات المعلومة وسعة الغشاء والفولتية على طرفي الغشاء.

الشكل 35.5–أ: غشاء عصبون منمذَج بدارة بسيطة مكوَّنة من ثلاثة منابع فولتية وثلاث مقاومات ومكثفة. المصدر: Jung R, Brauer EJ, and Abbas JJ, " Real time interaction between a neuromorphic electronic circuit and a spinal cord," *IEEE Trans Neural Syst Rehabil* Eng 2001, 9:319-26.



الشكل 35.5–ب: تشكيلة ذات ثلاث حلقات ممكنة لنموذج

الحل:

1. تجميع

(أ) أوجد نموذجاً رياضياً قائماً على الزمن يربط بين منابع الفولتية والمقاومات وسعة المكثفة والفولتية على جانبي الغشاء.

(ب) المخطط: يظهر الشكل 35.5–أ مخطط الدارة، ويظهر الشكل 35.5–ب ثلاث حلقات رُسمت باتجاهات اعتباطية.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- النموذج المرسوم في الشكل 35.5–أ هو تمثيل معقول لغشاء الخلية.
- سعة غشاء الخلية ثابتة.

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- m: غشاء
- r: راحة
- t: توتّري
- s: وصلة عصبونية

3. حساب

(أ) المعادلات: المطلوب هو وضع نموذج باستعمال قانون كيرشوف للتيار:

$$\sum_k i_k - \sum_j i_j = 0$$

ثمة مقاومات في المنظومة، ولذا يمكننا استعمال قانون كيرشوف للفولتية وقانون أوم:

$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = 0$$

$$v = i\,R$$

وقد افترضنا أن سعة غشاء الخلية ثابتة، ولذا يمكننا استعمال المعادلة 8.5–7 للربط بين السعة والتيار في النموذج:

$$i = C\,\frac{d\,v_c}{dt}$$

(ب) الحساب:

- باستعمال قانون كيرشوف للتيار، يمكننا الحصول على معادلتين للعقدتين المبينتين في الشكل 35.5–أ:

العقدة K: $$i_m = i_u + i_r$$

العقدة L: $$i_u = i_s + i_t$$

وباستعمال معادلة العقدة L، يمكن التعويض عن i_u في معادلة العقدة K:

العقدة K: $$i_m = i_u + i_r = i_s + i_t + i_r$$

- ولحساب التيار العابر للغشاء، نستعمل العلاقة بين التيار والسعة:

$$i_m = C_m \frac{d v_m}{dt}$$

- ولإيجاد العلاقة بين منابع الفولتية والفولتية بين جانبي الغشاء، يمكننا استعمال قانون كيرشوف للفولتية لوضع معادلة لكل حلقة مرسومة في الشكل 35.5–ب:

الحلقة 1: $v_s - v_{R_s} - v_m = 0 \rightarrow v_{R_s} = v_s - v_m$

الحلقة 2: $v_t - v_{R_t} - v_m = 0 \rightarrow v_{R_t} = v_t - v_m$

الحلقة 3: $v_r - v_{R_r} - v_m = 0 \rightarrow v_{R_r} = v_r - v_m$

وباستعمال قانون أوم، يمكننا تحديد التيار في الحلقات الثلاثة بتعريفها بدلالة هبوطات الفولتية على المقاومات:

$$i_s = \frac{v_{R_s}}{R_s} = \frac{v_s - v_m}{R_s}$$

$$i_t = \frac{v_{R_t}}{R_t} = \frac{v_t - v_m}{R_t}$$

$$i_r = \frac{v_{R_r}}{R_r} = \frac{v_r - v_m}{R_r}$$

لاحظ التشابه بين هذه المعادلات وبين نموذج هودجكين – هكسلي. في الحالتين، فرق الكمون هو القوة المحركة التي تولِّد التيار.

- يمكننا الآن تعويض قيم تلك التيارات في معادلة كيرشوف المبسطة للتيار التي كُتبت للعقدة K، ومن ثمَّ استعمال العلاقة بين التيار والسعة:

$$i_m = i_r + i_s + i_t = \frac{v_s - v_m}{R_s} + \frac{v_t - v_m}{R_t} + \frac{v_r - v_m}{R_r} = C_m \frac{dv_m}{dt}$$

2. النتيجة

(أ) الجواب: نموذج غشاء الخلية البسيط الذي يربط بين منابع الفولتية والمقاومات وسعة الغشاء والفولتية على جانبي الغشاء هو:

$$C_m \frac{dv_m}{dt} = \frac{v_s - v_m}{R_s} + \frac{v_t - v_m}{R_t} + \frac{v_r - v_m}{R_r}$$

(ب) التحقُّق: من الصعب إثبات معقولية نموذجنا لأننا أجرينا تحليلاً نظريا لغشاء

عصبوني لا يحتوي على قيم عددية. إلا أننا أخذنا جميع كمونات العصبون ومقاوماته في الحسبان إضافة إلى سعة الغشاء. وصيغة هذا الحل مشابهة للمعادلة 6.5−34 باستثناء أن هذا النموذج يتضمن حدَّ سعة.

وعلى غرار المكثفات التي تخزن طاقة كهربائية في حقل كهربائي، تخزن **الوشائع التحريضية** (inductor) طاقة كهربائية في حقل مغنطيسي. إن الوشيعة هي سلك ملفوف يمر فيه تيار كهربائي، ويُحرِّض التيار حقلاً مغنطيسياً يمتد على طول محور الوشيعة. وإذا تغيَّر التيار، تغيَّر معه الحقل المغنطيسي الناجم عنه، وتولَّد من ذلك فرق كمون كهربائي. لاحظ أن وجود فرق الكمون يقتضي وجود تغيُّر في التيار المار عبر الوشيعة. وإذا كان التيار ثابتاً، لا يتولَّد أي فولتية. تعمل الوشائع التحريضية وكأنها نوع من العناصر العطالية، لأنها تعارض تغيُّرات التيار (تذكَّر قانون لنز (Lenz) الذي تعلمته في الفيزياء).

تُعطى الفولتية v_L الهابطة على وشيعة بـــ:

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad (14-8.5)$$

حيث إن i_L هو التيار المار في الوشيعة، و L هو تحريضها، وهو ثابت يعتمد على خواصها الفيزيائية. وأما بُعد التحريض فهو $[\mathrm{L^2Mt^{-2}I^{-2}}]$، ووحدته هي الهنري (henry H) الذي يساوي $(\mathrm{V.s})/\mathrm{A}$.

باستعمال معادلة موازنة الطاقة الكهربائية 4.5−3 ومعادلة انحفاظ الشحنة الصافية 7.5−3، يمكننا حساب ما تخزنه الوشيعة المبينة في الشكل 36.5 من الطاقة الكهربائية:

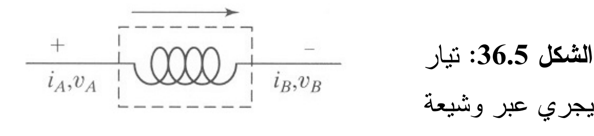
$$\frac{dE_{E,L}^{\mathrm{sys}}}{dt} = i_A v_A - i_B v_B \qquad (15-8.5)$$

لا تتراكم الشحنة في الوشيعة التحريضية، لذا يمكن تبسيط الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الشحنة الصافية:

$$i_A - i_B = 0 \qquad (16-8.5)$$

$$i_A = i_B = i_L \qquad (17-8.5)$$

وهذا ما يمكِّن من اختزال المعادلة 8.5−15:



الشكل 36.5: تيار يجري عبر وشيعة تحريضية.

$$\frac{dE^{\text{sys}}_{E,L}}{dt} = i_L(v_A - v_B) = i_L v_L \qquad (18-8.5)$$

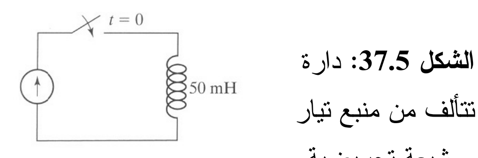
حيث إن v_L هو الفولتية المطبَّقة على طرفي الوشيعة.

بالتعويض عن v_L من المعادلة 8.5−14، يصبح معدَّل تغيُّر الطاقة الكهربائية في الوشيعة التحريضية:

$$\frac{dE^{\text{sys}}_{E,L}}{dt} = L\left(i_L \frac{di_L}{dt}\right) \qquad (19-8.5)$$

تذكَّر من دروس الفيزياء أن الطاقة الكهربائية المخزونة في وشيعة تحريضية تُعطى بـــ $E_{E,L} = \frac{1}{2}Li^2$، وهذه هي الصيغة الجبرية للمعادلة 8.5−19.

لاحظ أوجه التشابه والاختلاف بين المعادلتين 8.5−7 و8.5−14، وبين المعادلتين 8.5−9 و8.5−19.



الشكل 37.5: دارة تتألف من منبع تيار ووشيعة تحريضية

المثال 18.5 خزن الطاقة في وشيعة

مسألة: عند $t = 0$، يُغلَق قاطع الدارة المبيَّنة في الشكل 37.5. وبناء على قياس بواسطة مقياس تيار، وُجد أن التيار المار في الدارة يساوي:

$$i = 2.0\,t\ \frac{\text{A}}{\text{s}}$$

يساوي تحريض الوشيعة 50 ميلّيهنري mH. ما هو مقدار الطاقة الكهربائية المخزونة في الوشيعة بعد 10 ميلّيثانية؟

الحل: نعلم من المعادلة 8.5−19 أن:

$$\frac{dE_{E,L}^{\text{sys}}}{dt} = L\left(i_L \frac{di_L}{dt}\right)$$

قبل إغلاق القاطع في اللحظة $t = 0$، لا يمر تيار في الوشيعة، ولذا لا توجد طاقة كهربائية مخزونة فيها وفقاً للمعادلة. وبعد إغلاق القاطع، يمكننا استعمال الصيغة الجبرية تلك لحساب الطاقة المخزونة في الوشيعة:

$$E_{E,L}^{\text{sys}} = \frac{1}{2} L\, i_L^2$$

بالتعويض بالقيم العددية ينتُج:

$$E_{E,L}^{\text{sys}} = \frac{1}{2} L\, i_L^2 = \frac{1}{2}(50\,\text{mH})\left(\frac{1\text{H}}{1000\,\text{mH}}\right)\left(2.0t\,\frac{\text{A}}{\text{s}}\right)^2 = 0.1\,t^2\,\frac{\text{J}}{\text{s}^2}$$

وفي اللحظة $t = 10$ ms:

$$E_{E,L}^{\text{sys}} = 0.1(10\times10^{-3}\,\text{s})^2\,\frac{\text{J}}{\text{s}^2} = 1.0\times10^{-5}\,\text{J}$$

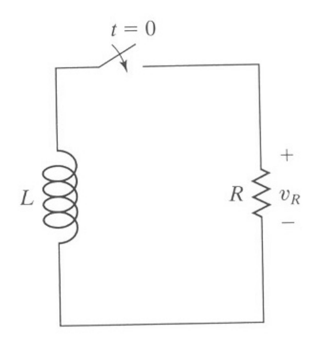
أي إن الوشيعة تكون قد خزّنت طاقة مقدارها 1.0×10^{-5} J بعد 10 ميلّيثانية. ■

انظر الآن في الاستجابة الطبيعية للدارة RL المبينة في الشكل 38.5. افترض أن ثمة طاقة مخزونة في الوشيعة، وأن الدارة أُغلقت في اللحظة $t = 0$. من قانون كيرشوف للفولتية ينتُج:

$$v_L + v_R = 0 \qquad (20-8.5)$$

باستعمال قانون أوم، وبالتعويض عن هبوط الفولتية على الوشيعة من المعادلة 8.5−14 ينتُج:

$$L\frac{di}{dt} + iR = 0 \qquad (21-8.5)$$



الشكل 38.5: دارة RL

L و R ثابتان، ولذا تُكامل المعادلة السابقة لتُعطي:

$$i = i_0 e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (22-8.5)$$

حيث إن i هو التيار، و i_0 هو التيار الابتدائي، و t هو الزمن، و R هي المقاومة، و L هو التحريض.

وعلى غرار الدارة RC، يُعرَّف للدارة RL ثابت زمني τ بـــ:

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (23-8.5)$$

وهذا يمكِّن من كتابة المعادلة 8.5−22 بالشكل الآتي:

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (24-8.5)$$

يُحدِّد مقدار الثابت الزمني خصائص تغيُّر المنظومة مع الزمن. حينئذ تعطى الفولتية الهابطة على المقاومة بـــ:

$$v = iR = i_0 R e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (25-8.5)$$

وتُكافئ الاستطاعة أو القدرة $\dot{W}_{\text{elec}}$ المستهلكة في المقاومة الطاقة المخزونة في الوشيعة:

$$\dot{W}_{\text{elec}} = i_0^2 R e^{-\frac{2t}{\tau}} \qquad (26-8.5)$$

ويمكن أيضاً كتابة المعادلات التي تصف خزن الطاقة الكهربائية التابع للزمن في وشيعة بدلالة الثابت الزمني τ. لاحظ التشابهات والاختلافات بين المعادلات التي تصف الدارة RC وتلك التي تصف الدارة RL.

9.5 نظم ذات حدود توليد واستهلاك- نظرة إلى الشحنة

اهتممنا في الفصل 3 (انحفاظ الكتلة) والفصل 4 (انحفاظ الطاقة) بالتفاعلات التي يُعاد فيها ترتيب ذرات المركَّبات الكيميائية لتكوين مركَّبات جديدة. وفي هذا الفصل، سنتوسّع في تعريف التفاعل ليشمل إعادة ترتيب الإلكترونات والبروتونات ضمن أو في ما بين الأجناس الكيميائية. وفي هذا المقطع، سنستقصي التفاعلات الكهروكيميائية وتفاعلات التفكُّك المتوازن التي يحصل فيها تبادل الأجناس المشحونة.

تذكَّر أن الشحنات الموجبة والسالبة يمكن أن تتولَّد في الوقت نفسه في منظومة تفاعلية. والمعادلتان الجبريتان لموازنة الشحنة هما:

(9.5−1) الشحنة الموجبة:
$$\sum_k q_{+,k} - \sum_j q_{+,j} + q_{+,\mathrm{gen}} - q_{+,\mathrm{cons}} = q_{+,\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}} - q_{+,0}^{\mathrm{sys}}$$

(9.5−2) الشحنة السالبة:
$$\sum_k q_{-,k} - \sum_j q_{-,j} + q_{-,\mathrm{gen}} - q_{-,\mathrm{cons}} = q_{-,\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}} - q_{-,0}^{\mathrm{sys}}$$

وهما تتضمنان حدود توليد الشحنة الموجبة أو السالبة واستهلاكها. ويتولَّد أو يُستهلك دائماً مقداران متساويان من الشحنة الموجبة والسالبة أثناء التفاعل. لذا فإن الصيغة الجبرية لمعادلة موازنة الشحنة الصافية تُختزل دائماً إلى معادلة انحفاظ الشحنة:

(9.5−3) الشحنة الصافية:
$$\sum_k q_k - \sum_j q_j = q_{\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}} - q_0^{\mathrm{sys}}$$

ويمكن أيضاً كتابة معادلتي موازنة الشحنة السالبة والشحنة الموجبة ومعادلة انحفاظ الشحنة الصافية بالصيغتين التفاضلية والتكاملية.

لا يُناقش معظم الكتب التمهيدية لتحليل الدارات النظم التفاعلية. غير أنه نظراً إلى حصول تفاعلات كيميائية عموماً عند الملتقى بين التجهيزات الطبية وجسم الإنسان، فإننا سنناقش تطبيق معادلات موازنة وانحفاظ الشحنة على النظم الحيوية والطبية، وسنستعمل المعادلات لتحديد وموازنة الأجناس المشحونة في كثير من التفاعلات ذات الصلة بالجوانب الطبية.

1.9.5 التفكُّك (أو التحلل) الإشعاعي

في التفكُّك الإشعاعي (radioactive decay)، يتفكَّك العنصر الكيميائي أو يتحلَّل ليعطي عنصراً كيميائياً مختلفاً تماماً، يحتوي على عدد أقل من البروتونات والنيترونات. وتُقذف في هذا

التفكُّك الإلكترونات بعيداً أيضاً. وتُستعمل العناصر المشعة مادةَ تعقُّب في كثير من التطبيقات الحيوية الطبية، ومنها تشخيص ومعالجة الغدة الدرقية وأمراض القلب واضطرابات الدماغ والسرطان. وأحد التطبيقات الطبية الرئيسة لمادة التعقُّب المشعة هو الجراحة بمساعدة المادة المشعة، وهي تقنية يحدِّد فيها الجراح النسيج المُعلَّم بنوى مشعة قبل الجراحة.

وتُستعمل النظائر المشعة، ومنها ^{3}H و ^{14}C و ^{125}I و ^{131}I، على نطاق واسع موادَ تعليم وتعقُّب في البحوث المخبرية الطبية الحيوية. تتصرف العلاَّمات المشعة كالذرات الأخرى في المركَّب من الناحية الكيميائية، إلا أن عدد النيترونات المختلف فيها يمكِّن من كشفها منفصلة عن ذرات أخرى من العنصر نفسه. والعلاَّمات المشعة هي أساس الرنين المغنطيسي النووي (nuclear magnetic resonance NMR) الذي يُستعمل لاستقصاء آليات التفاعلات الكيميائية، والذي يمثل أيضاً المبدأ الأساسي للتصوير بالرنين المغنطيسي (magnetic resonance imaging MRI)، وهي تقانة تكوين صور للأجزاء الداخلية من الأعضاء المعتمة تمكِّن من رؤية التغيُّرات المرضية أو الوظيفية في الأنسجة الحية.

وتُمثِّل المعادلات الكيميائية المتوازنة، التي تُكتب لوصف التفكُّك الإشعاعي، استعراضاً لانحفاظ الشحنة الصافية. يتفكَّك العنصر الكيميائي ليتحوَّل إلى عنصر كيميائي مختلف تماماً ذي عدد أقل من البروتونات والنيترونات. وفي هذا التفكُّك، يُطرد جُسيم من الذرة الأصلية، فيأخذ معه كتلة أو شحنة أو كليهما مثل تلك المبينة في الجدول 4.5 الذي يتضمن لائحة بالمكوِّنات التي تنتُج عن التفكُّك الإشعاعي. وأحد أمثلة التفكُّك الإشعاعي هو إشعاع ألفا الذي تُقذف فيه من النواة ذرة الهليوم التي تتكوَّن من نيترونَين وبروتونَين. وحينما يخضع نظير مشع معتدل كهربائياً إلى تفكُّك من نمط إشعاع ألفا، تنقص كتلته وشحنته الذرية وتصبح الذرة الناتجة حاملة لشحنة مقدارها -2. إلا أن ذرة الهليوم المقذوفة تحمل شحنة مقدارها $+2$، ولذا تكون الشحنة الصافية منحفظة في الكون.

الجدول 4.5: مكوِّنات التفكُّك الإشعاعي.

الرمز	الاسم	الشحنة
$^{0}_{1}\beta$	بوزيترون	+1
$^{0}_{-1}\beta$	إلكترون	−1
ν	نترينو	0
$\tilde{\nu}$	نترينو مضاد	0
γ	أشعة غاما	0

ويعمل إشعاع بيتا بطريقة مشابهة، لكن بقذف إلكترون أو بوزيترون. ولا يحصل فيه فقد في الكتلة إلا كتلة الإلكترون أو البوزيترون (وهي لا تؤثر عادة في الوزن الذري)، ولذا تبقى كتلة العنصر الكلية على حالها في الذرة المتفكِّكة. وحين قذف إلكترون، تتغير الذرة المتفكِّكة كهربائياً بحيث تزداد شحنتها بشحنة موجبة واحدة. ويُوازن هذه الزيادة في الشحنة الموجبة تحوُّل الإلكترون ليصبح كينونة منفصلة ذات شحنة سالبة واحدة. وتتفانى الشحنتان الموجبة والسالبة معا، ولذا تبقى الشحنة الصافية منحفظة في الكون. والشيء نفسه يكون صحيحاً حينما تقذف الذرة بوزيترونا، لأن للبوزيترون كتلة ومقدار شحنة مساويان لكتلة ومقدار شحنة الإلكترون. إلا أن شحنتي الذرة والبوزيترون هنا تخالفان نظيرتيهما في حالة قذف الإلكترون.

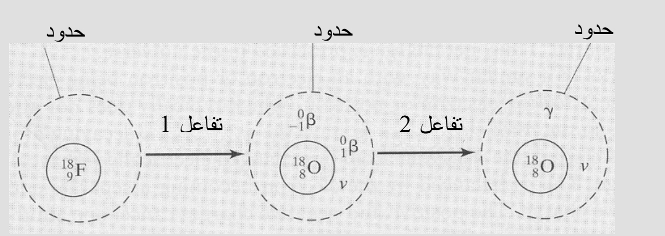
البوزيترون جُسيْم له كتلة ومقدار شحنة الإلكترون نفسهما، إلا أنه يحمل شحنة موجبة. وحينما يتحد إلكترون مع بوزيترون مُشَع، يتلاشيان وتتولَّد أشعة غاما. وفي التصوير الطبقي بالإشعاع البوزيتروني (positron emission tomography PET)، يُحقن المريض بنظير مشع يتفكَّك بوزيترونيا، ثم يُمسح جسمه بآلة تصوير خاصة.

وحين تشخيص السرطان ومرض ألزهايمر، يُقاس استقلاب الغلوكوز باستعمال فلور الغلوكوز منقوص الأكسجين (fluoro-2-deoxy-D-glucose FDG)، الموسوم بالفلور 18 (fluorine- 18)، وهو نظير مشع يتفكك وفقاً للتفاعل الآتي:

$$^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{0}_{1}\beta + {}^{0}_{-1}\beta + \nu \rightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + \gamma + \nu$$

حيث إن $^{0}_{1}\beta$ هو بوزيترون، و $^{0}_{-1}\beta$ هو إلكترون، و ν هو نترينو لا شحنة له، و γ هي أشعة غاما (الجدول 4.5). و $^{18}_{8}\mathrm{O}$ هو نظير أكسجيني طبيعي مستقر محايد كهربائياً لا يؤذي الإنسان.

وتنحفظ الشحنة الصافية في كلا خطوتي هذا التفاعل (الشكل 39.5). وتتولَّد شحنات موجبة وسالبة أو تُستهلك آنياً في أزواج. وفي التفاعل الأول، يُستهلك $^{18}_{9}\mathrm{F}$، ويتولَّد $^{18}_{8}\mathrm{O}$ واحد وبوزيترون وإلكترون ونترينو. و $^{18}_{9}\mathrm{F}$ و $^{18}_{8}\mathrm{O}$ محايدان كهربائياً. ويتولَّد بوزيترون يحمل شحنة مقدارها 1+، وإلكترون حر يحمل شحنة مقدارها 1− في الوقت نفسه. ونظراً إلى أن q_{gen} و q_{cons} يساويان صفراً، نكون قد بيَّنا أن الشحنة الصافية منحفظة.



الشكل 39.5:
تفكُّك إشعاعي

وفي التفاعل الثاني، نجد أن النترينو والأكسجين لا يخضعان إلى مزيد من التفاعل، ويُستهلك الجنسان $^{0}_{1}\beta$ و $^{0}_{-1}\beta$. ويتحد الإلكترون السالب الشحنة والبوزيترون الموجب الشحنة معاً ليكوِّنا أشعة غاما المحايدة كهربائياً. وفي التفاعل الثاني يساوي q_{gen} و q_{cons} صفراً، وتبقى الشحنة الصافية منحفظة.

2.9.5 الأحماض والأسس

يتألف كثير من المركَّبات من مكوِّنين كيميائيين مشحونين أو أكثر. ومن أمثلتها حمض كلور الماء HCl وهيدروكسيد الصوديوم $NaOH$ اللذان يتفكَّكان حين وضعهما في الماء: يتفكَّك الـ HCl إلى H^+ و Cl^-، ويتفكَّك الـ $NaOH$ إلى Na^+ و OH^-. ويُعرَّف **الحمض** (acid) بأنه معطٍ للبروتونات H^+، ويُعرَّف **الأساس** (base) بأنه متقبِّل للبروتونات. وتتفكك **الأحماض والأسس القوية** كلياً تقريباً في الماء.

تتفكَّك **الأحماض والأسس الضعيفة** جزئياً في الماء. لذا يكون إسهام الحمض الضعيف، ومن أمثلته حمض الخل (CH_3COOH) وحمض الكربون (H_2CO_3) وحمض اللبن $(CH_3CH(OH)COOH)$، في تركيز أيونات الهيدروجين أقل كثيراً من التركيز الكلي للحمض المضاف . وتستعمل الأحماض والأسس الضعيفة غالباً موقيات حيوية تستطيع على نحو عكوس الارتباط بأيونات الهيدروجين وتساعد على الإبقاء على عامل الحموضة pH مستقرا نسبياً. ومن أمثلة ذلك المحلول الملحي الموقا بالفوسفات (phosphate buffered saline PBS) الذي يحتوي على الملحين $NaCl$ و KCl، إضافة إلى Na_2HPO_4 و NaH_2PO_4 في الماء.

وكثيراً ما توصف المحاليل بعامل حموضتها pH، وهو مقدار لا وحدة له تشير إلى تركيز H^+ في المحلول:

$$pH = -\log[H^+] \qquad (4-9.5)$$

حيث إن $[H^+]$ هو تركيز أيونات الهيدروجين في المحلول، ووحدته هي mol/L أو M. يُسهِّل السلَّم اللوغاريتمي التعامل مع المجال الشديد الاتساع لتراكيز الـ H^+ التي يمكن أن تكون موجودة في المحاليل المائية. فتغير الـ pH بمقدار 1 فقط يعني تغيُّر تركيز الـ H^+ بعشر مرات (مرتبة كِبَر واحدة). وتتوازن تراكيز الـ H^+ والـ OH^- في المحاليل المائية بحيث تحقِّق:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14}\,M^2 \qquad (5-9.5)$$

حيث إن $[OH^-]$ هو تركيز أيونات الهيدروكسيد في المحلول مقدَّرا بـ mol/L أو M. لاحظ أن هذه المعادلة صحيحة فقط عند درجة حرارة الغرفة $(25\,^\circ C)$.

وتختلف قيم الـ pH للمحاليل الشائعة من 0 حتى 14. وقيم الـ pH التي تقل عن 7 تشير إلى أن المحلول حمضي، والقيم التي تزيد على 7 تدل على محاليل أساسية. وتدل القيمة 7 على محلول محايد، ومن أمثلته الماء الصافي الذي يحتوي على مقادير متساوية من الـ H^+ والـ OH^-. ويساوي التركيزان المتوقعان للـ H^+ والـ OH^- في الماء الصافي 10^{-7} M.

ونظراً إلى تفكُّك الأحماض والأسس القوية كلياً في المحلول، فإن إسهام الأيونات H^+ في المحلول يساوي تركيز الحمض الكلي. مثلاً، يحتوي محلول حمض كلور الماء ذو التركيز 0.01M على:

$$[H^+] = 0.01M \qquad (6-9.5)$$

$$pH = -\log(0.01) = 2 \qquad (7-9.5)$$

ويمكن حساب قيمة الـ pH للأساس القوي بطريقة مشابهة، فمحلول هيدروكسيد الصوديوم ذو التركيز 0.01M يحتوي على:

$$[OH^-] = 0.01M \qquad (8-9.5)$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14} M^2}{[OH^-]} = \frac{10^{-14} M^2}{10^{-2} M} = 10^{-12}\,M \qquad (9-9.5)$$

$$pH = -\log(10^{-12}) = 12 \qquad (10-9.5)$$

ويُعطى تفكُّك حمض عام HA في محلول مائي بـ:

$$HA \quad H^+ + A^- \qquad (11-9.5)$$

حيث إن A^- هو الأساس المرافق للحمض HA، أو الأساس المتكوِّن حين إعطاء الحمض HA أيون هيدروجين. لاحظ أن الشحنة الصافية منحفظة في تفاعل التفكُّك هذا.

ويربط **ثابت التوازن** K (equilibrium constant) بين تراكيز النواتج والمتفاعلات في التفاعل الكيميائي المتوازن. وفي ما يخص التفاعل الكيميائي المعطى بالمعادلة 9.5−11، يُعطى **ثابت التفكُّك الحمضي المتوازن** K_a بـــ:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \qquad (12-9.5)$$

يُعدّ ثابت تفكُّك الحمض مؤشراً إلى قوة الحمض. وفي حالة الحمض الضعيف، تكون تراكيز نواتج تفاعل التفكُّك منخفضة، وهذا ما يجعل قيمة K_a صغيرة. وفي حالة الحمض القوي، يجري تفاعل التفكُّك حتى الاكتمال تقريباً، تاركاً تركيزاً منخفضاً جداً من الحمض HA مع قيمة كبيرة لـــ K_a. وعلى غرار الـــ pH، ونظراً إلى المجال شديد الاتساع لقيم K_a، نستعمل السلَّم اللوغاريتمي لتمثيلها:

$$pK_a = -\log K_a \qquad (13-9.5)$$

حيث يُحدَّد K_a من التراكيز المقدَّرة بـــ mol/L (أو M)، يتصف الحمض القوي بقيمة كبيرة لـــ K_a وبقيمة صغيرة لـــ pK_a. ويتصف بقيمة الحمض الضعيف صغيرة نسبياً لـــ K_a وبقيمة كبيرة لـــ pK_a. ويمكن البرهان في حالة تفكك حمض HA على أن الـــ pH والـــ pK_a للحمض يرتبطان معاً بمعادلة **هندرسون – هاسّلباخ** Henderson-Hasselbach:

$$pH = pK_a + \log\frac{[A^-]}{[HA]} \qquad (14-9.5)$$

المثال 19.5 مفعول الأسبرين في حموضة الدم

مسألة: استُعمل حمض الأستيلساليسيليك $C_9H_8O_4$ (acetylsalicylic acid)، المعروف بالأسبرين، ما يزيد على مئة سنة بوصفه علاجاً فعالا للألم، فهو يعمل على إيقاف إنتاج البروستاغلاندينات (prostaglandins)، وهي مواد كيميائية تقوِّي الإحساس بالألم. وتوصي الشركة Bayer®، المنتِج الرئيس للأسبرين، بجرعة مقدارها قرص أو قرصان يحتوي كل منهما على 325 ملغ من الأسبرين كل 4 ساعات من أجل إيقاف الألم. إذا لم تكن ثمة موقيات في الدم، ما هو مقدار عامل حموضة الدم (pH) بعد ابتلاع قرصين من الأسبرين وامتصاصهما كلياً في الدم؟ افترض عدم وجود أيونات هيدروجين في البداية في الدم وأن الجسم يحتوي على 5.0 ليتراً من الدم.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب عامل حموضة الدم بعد ابتلاع قرصين من الأسبرين مفترضاً عدم وجود موقيات.

(ب) المخطط: المنظومة هي كتلة دم الجسم كلها.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- مدى تفكُّك حمض الأستيلساليسيليك ثابت بقطع النظر عن وجود الموقيات أو عدمه.
- لا يوجد مصدر لأيونات الهيدروجين في الدم سوى التفاعل المذكور.
- لا توجد حركة لأجناس مشحونة عبر حدود المنظومة.

(ب) بيانات إضافية:

- تساوي الـــ $\mathrm{p}K_a$ لحمض الأستيلساليسيليك 3.5.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- الوحدات: mol و L.

(ث) الأساس: المقدار الابتدائي للأسبرين (HA) في الدم يساوي:

$$n_{\mathrm{HA},0}^{\mathrm{sys}} = 2\,(325\,\mathrm{mg})\left(\frac{1\mathrm{g}}{1000\,\mathrm{mg}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{mol}}{180.2\,\mathrm{g}}\right) = 3.607\times10^{-3}\,\mathrm{mol}$$

(ج) التفاعلات: إذا لم تكن ثمة موقيات، فلا يُنظر إلا في التفكُّك الكيميائي للأسبرين فقط. تتولَّد شحنات موجبة $\mathrm{H^+}$ وشحنات سالبة $\mathrm{A^-}$ (اختصارا لـــ $\mathrm{C_9H_7O_4^-}$) حين تفكُّك حمض الأستيلساليسيليك ($\mathrm{C_9H_8O_4}$ المشار إليه هنا بـــ HA):

$$\mathrm{HA} \quad \mathrm{H^+ + A^-}$$

3. حساب

(أ) المعادلة: لا تعبر الشحنات حدود المنظومة، ولا تُستهلك ضمنها. ونظراً إلى افتراضنا عدم وجود موقيات في الدم، فإن العدد الابتدائي لمولات الـــ $\mathrm{H^+}$ والـــ $\mathrm{A^-}$ يساوي صفراً، ولذا يمكننا اختزال معادلتي موازنة الشحنتين الموجبة والسالبة إلى:

الأيونات الموجبة $\mathrm{H^+}$: $n_{\mathrm{gen}} = n_{\mathrm{H^+,f}}^{\mathrm{sys}} - n_{\mathrm{H^+,0}}^{\mathrm{sys}} = n_{\mathrm{H^+,f}}^{\mathrm{sys}}$

الأيونات السالبة $\mathrm{A^-}$: $n_{\mathrm{gen}} = n_{\mathrm{A^-,f}}^{\mathrm{sys}} - n_{\mathrm{A^-,0}}^{\mathrm{sys}} = n_{\mathrm{A^-,f}}^{\mathrm{sys}}$

الحمض المحايد HA: $n_{\text{cons}} = n_{\text{HA,f}}^{\text{sys}} - n_{\text{HA,0}}^{\text{sys}}$

حيث إن n_{gen} هو عدد مولات الجنس المشحون (H^+ أو A^-) المتولِّد أثناء التفكُّك، و n_{cons} هو عدد مولات الحمض HA المستهلكة في التفكُّك. لاحظ أن n_{gen} يساوي n_{cons}.

(ب) الحساب:

- يُحسب ثابت التفكُّك الحمضي المتوازن K_a لحمض الأستيلساليسيليك من قيمة الـ $\text{p}K_a$ المعطاة ثم يُعدَّل إلى $K_a^{'}$ ليصبح على أساس مولي:

$$\text{p}K_a = -\log(K_a)$$

$$K_a = 10^{-\text{p}K_a} = 10^{-3.5} = 3.16\times10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$K_a^{'} = 3.16\times10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{L}}(5.0\,\text{L}) = 1.58\times10^{-3}\ \text{mol}$$

- بافتراض أن حجم الدم ثابت، يمكن الاستعاضة عن تراكيز المتفاعلات والنواتج في المعادلة 9.5−12 بعدد مولات تلك الأجناس. وبتعويض مقادير التوازن من معادلة موازنة الشحنة السابقة ينتُج:

$$K_a^{'} = \frac{(n_{\text{H}^+,\text{f}}^{\text{sys}})(n_{\text{A}^-,\text{f}}^{\text{sys}})}{(n_{\text{HA,f}}^{\text{sys}})} = \frac{n_{\text{gen}}\, n_{\text{gen}}}{3.607\times10^{-3}\,\text{mol} - n_{\text{gen}}} = 1.58\times10^{-3}\ \text{mol}$$

$$n_{\text{gen}} = 1.72505\times10^{-3}\ \text{mol}$$

تساوي قيمة n_{gen} عدد مولات H^+ و A^- المتولِّدة والموجودة في نهاية التفكُّك.

- لحساب عامل حموضة المحلول pH، يجب استعمال التركيز المولي لـ H^+، لا كمية مادته:

$$[\text{H}^+]_{\text{f}}^{\text{sys}} = \frac{n_{\text{H}^+,\text{f}}^{\text{sys}}}{V_{\text{blood}}} = \frac{1.73\times10^{-3}\ \text{mol}}{5.0\,\text{L}} = 3.45\times10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

إذاً، بعد تناول الأسبرين، يكون عامل حموضة الدم حين عدم وجود أي موقٍ:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]_{\text{f}}^{\text{sys}} = -\log[3.45\times10^{-4}] = 3.46$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: في حالة عدم وجود موقيات، يصبح عامل حموضة الدم pH بعد تناول قرصي أسبرين 3.5.

(ب) التحقُّق: تُعدّ قيمة الـــ pH هذه أقل من القيمة الطبيعية للدم التي تساوي 7.4. إذا لم يكن ثمة موقٍ، فإن تناول قرصي أسبرين سيغيِّر كثيراً عامل حموضة الدم إلى ما بعد نقطة الموت. إن افتراض عدم وجود موقٍ هو افتراض غير صحيح، وفي المثال الآتي سنقدم حالة أكثر واقعية.

المثال 20.5 مفعول الأسبرين في حموضة الدم بوجود موقٍ

مسألة: حينما يتناول الناس حمض الأستيلساليسيليك $C_9H_8O_4$ المعروف بالأسبرين، تساعد موقيات الدم على تخميد تغيُّرات عامل حموضة الدم. والموقي الرئيس هو البيكربونات (bicarbonate):

$$H_2CO_3 \quad HCO_3^- + H^+$$

أي إن أيونات الهيدروجين الناتجة عن تفكُّك حمض الأستيلساليسيليك تتحد مع أيونات الـــ HCO_3^- لتكوين منظومة الموقي H_2CO_3. من مصادر الأيونات HCO_3^- في الدم H_2CO_3 و $NaHCO_3$.

ما هو مقدار عامل حموضة الدم pH بعد تناول قرصين من الأسبرين بوجود هذا الموقي؟ تساوي قيمة الـــ pK_a للموقي 6.1 عند درجة حرارة الجسم. افترض أن الدم يحتوي في البداية على 2.66×10^{-2} mol/L من $NaHCO_3$ المتفكِّكة وعلى 1.4×10^{-3} mol/L من حمض الكربون H_2CO_3 غير المتفكِّك. استعمل مقدار التوازن من الـــ H^+ الذي حُسب في المثال 19.5 مقدار ابتدائياً للـــ H^+. افترض أن الجسم يحتوي على 5.0 ليترات من الدم.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب عامل حموضة الدم pH بوجود البيكربونات الموقية بعد ابتلاع قرصين من الأسبرين.

(ب) المخطط: المنظومة هي دم الجسم بكامله.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- لا يزيح وجود الموقي توازن التفكُّك لحمض الأستيلساليسيليك.
- لا يوجد مصدر آخر لأيونات الهيدروجين في الدم باستثناء التفاعلات المعطاة.

- تفكُّك الــ $NaHCO_3$ تام.
- لا يوجد انتقال لأجناس مشحونة عبر حدود المنظومة.

(ب) معلومات إضافية: قيمة الــ pK_a لحمض الأستيلساليسيليك تساوي 3.5.

(ت) المتغيِّرات والرموز والوحدات:

- استعمل: mol و L.

(ث) الأساس: حُسب المقدار الابتدائي لــ H^+ في المثال 19.5 وهو يساوي 1.72505×10^{-3} mol.

(ج) التفاعلات: بوجود البيكربونات الموقية، يجب النظر أيضاً في تفكُّكين كيميائيين آخرين هما:

$$H_2CO_3 \quad HCO_3^- + H^+$$

$$NaHCO_3 \rightarrow Na^+ + HCO_3^-$$

إضافة إلى تفكُّك حمض الأستيلساليسيليك:

$$HA \quad H^+ + A^-$$

حيث إن HA هو $C_9H_8O_4$ و A^- هو $C_9H_7O_4^-$.

3. حساب:

(أ) المعادلات

- تُعدّ موازنة شحنة المنظومة التي تحتوي على موقٍ أشد تعقيداً من تلك التي ليس فيها موقٍ (المثال 19.5). وتحديداً، ثمة هنا حمضان ضعيفان هما HA و H_2CO_3. وحمض الأستيلساليسيليك هو حمض قوي بالنسبة إلى H_2CO_3 (قيمة pK_a تساوي 3.5 مقارنة بــ 6.1). لذلك نقوم بوضع فرضية تبسيطية تنص على أن وجود الموقي لا يزيح توازن تفكُّك حمض الأستيلساليسيليك.
- وُضعت هذه المسألة على أساس أن أيونات الــ H^+ الناجمة عن حمض الأستيلساليسيليك المتفكِّك فعلاً تتحد مع الأيونات HCO_3^- في المحلول (الناجمة عن $NaHCO_3$ المتفكِّك فعلا) لتكوين حمض الكربون H_2CO_3. من حيث الجوهر، ندع حمض الأستيلساليسيليك يتفكَّك بغياب الموقي، ثم نضيف الموقي ليتحد مع البروتونات الحرة. ونهمل التفاعلات التي هي أشد تعقيداً بين المركَّبات.
- لا تنتقل شحنات عبر حدود المنظومة، وهذا ما يبسط معادلات موازنة الشحنة. وبناءً على معطيات المسألة، لا تتولَّد أيونات H^+ (غير الأيونات الناجمة عن التفكُّك). أما

معادلة موازنة الشحنة لمولات الأيونات الموجبة H^+ فهي:

$$-n_{H^+, cons} = n^{sys}_{H^+, f} - n^{sys}_{H^+, 0}$$

ولا تتولَّد مولات HCO_3^- سالبة الشحنة، إلا أنها تُستهلك:

$$-n_{HCO_3^-, cons} = n^{sys}_{HCO_3^-, f} - n^{sys}_{HCO_3^-, 0}$$

ومعادلة موازنة مولات H_2CO_3 هي:

$$n_{H_2CO_3, gen} = n^{sys}_{H_2CO_3, f} - n^{sys}_{H_2CO_3, 0}$$

لاحظ أن عدد مولات HCO_3^- المستهلكة في التفاعل مع H^+ الناجم عن حمض الأستيلساليسيليك $(n_{HCO_3^-, cons})$ يساوي عدد مولات H_2CO_3 المتولِّدة $(n_{H_2CO_3, gen})$.

(ب) الحساب:

- المقادير الابتدائية لـــ HCO_3^- و H_2CO_3 معطاة على أساس مولي. بضرب تراكيز الأجناس بحجم الدم ينتُج:

$$n^{sys}_{HCO_3^-, 0} = 0.133 \text{ mol}$$

من الـــ $NaHCO_3$ المتفكِّك فعلا، و:

$$n^{sys}_{H_2CO_3, 0} = 7.0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

- ويُستعمل المقدار النهائي من H^+ المحسوب في المثال 19.5 مقدارا ابتدائياً في هذه المنظومة:

$$n^{sys}_{H^+, f} = n^{sys}_{H^+, 0} - n_{cons} = 1.72502 \times 10^{-3} \text{ mol} - n_{cons}$$

وفي ما يخص البيكربونات:

$$n^{sys}_{HCO_3^-, f} = n^{sys}_{HCO_3^-, 0} - n_{cons} = 0.133 \text{mol} - n_{cons}$$

وفي ما يخص حمض الكربون:

$$n^{sys}_{H_2CO_3, f} = n^{sys}_{H_2CO_3, 0} + n_{gen} = 7.0 \times 10^{-3} \text{ mol} + n_{cons}$$

لاحظ أن حدود الاستهلاك والتوليد الخاصة بجنس معين متساوية، ولذا جرى تبسيطها في المعادلات السابقة.

- نحسب ثابت التوازن لتفكُّك H_2CO_3:

$$pK_a = -\log K_a = 6.1$$
$$K_a = 7.94\times10^{-7}\ \mathrm{M}$$

وهنا أيضاً يجب تحويل هذا المقدار إلى مولات:

$$K_a^{'} = 7.94\times10^{-7}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}(5.0\,\mathrm{L}) = 3.97\times10^{-6}\ \mathrm{mol}$$

- تذكَّر أنه بإمكاننا تعويض مقادير التوازن مقدَّرة بالمولات بدلاً من التراكيز إذا كان حجم الدم ثابتاً. حينئذ يساوي ثابت توازن حمض الكربون:

$$K_a^{'} = \frac{n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H^+,f}}\, n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{HCO_3^-,f}}}{n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H_2CO_3,f}}} = \frac{(1.72505\times10^{-3}\ \mathrm{mol} - n_{\mathrm{cons}})(0.133\,\mathrm{mol} - n_{\mathrm{cons}})}{7.0\times10^{-3}\ \mathrm{mol} + n_{\mathrm{cons}}}$$

$$K_a^{'} = 3.97\times10^{-6}\ \mathrm{mol}$$
$$n_{\mathrm{cons}} = 1.72478\times10^{-3}\ \mathrm{mol}$$

- ومن معادلة موازنة H^+ ينتُج:

$$n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H^+,f}} = n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H^+,0}} - n_{\mathrm{cons}} = 1.72505\times10^{-3}\mathrm{mol} - 1.72478\times10^{-3}\mathrm{mol}$$
$$= 2.7\times10^{-7}\mathrm{mol}$$

لم نُسقط أثناء الحسابات الأرقام المعنوية من أجل تحقيق دقة جيدة في الجواب الأخير. لو دوَّرنا الأعداد هنا لتحتوي على رقمين أو ثلاثة أرقام معنوية، لكان الجواب النهائي غير دقيق.

- ويُحسب عامل حموضة المحلول باستعمال التركيز المولي لـــ H^+:

$$[\mathrm{H^+}]^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{f}} = \frac{n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H^+,f}}}{V_{\mathrm{blood}}} = \frac{2.7\times10^{-7}\mathrm{mol}}{5.0\,\mathrm{L}} = 5.4\times10^{-8}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}$$

لذا يساوي عامل حموضة الدم pH بوجود الموقي:

$$\mathrm{pH} = -\log[\mathrm{H^+}]^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{f}} = 7.3$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: في حالة وجود البيكربونات الموقية البسيطة، يساوي عامل حموضة الدم بعد ابتلاع قرصين من الأسبرين 7.3.

(ب) التحقُّق: مازال عامل حموضة الدم أقل قليلاً من الطبيعي، لكن البيكربونات درأت الانخفاض جيداً. وتقل الأيونات H^+ بنحو 10^4 مرة في الدم مقارنة بحالة عدم وجود

الموقي، لأن أيونات الهيدروجين الناتجة عن تفكك حمض الأستيلساليسيليك تُزال من الدورة الدموية باتحادها مع الـــ HCO_3^-.

تذكَّر أننا قمنا بافتراض تبسيطي كبير هو أن التفكُّك المتوازن للأسبرين لا يتأثر بوجود أو بغياب الموقي. غير أنه في الواقع، يتفكَّك كل من الأسبرين والـــ H_2CO_3 إلى مقادير مختلفة قليلاً بحيث يكون كل منهما في حالة متوازنة ويوازن الآخر. ومن المهم أيضاً الانتباه إلى أن الدم ليس مجرد منظومة موقية غير نشطة يحصل فيها تفاعل موقٍ واحد فقط. وإلى جانب المركَّبات الأخرى التي تتفكَّك عند عامل حموضة قريب من 7، تحصل خطوات استقلابية فاعلة لإبقاء عامل حموضة الدم ضمن المجال الصحيح.

3.9.5 التفاعلات الكهروكيميائية

تتضمن **التفاعلات الكهروكيميائية** أكسدة وإرجاع المواد. و**الأكسدة** هي تفاعل يفقد فيه الجنس الكيميائي (معدن عادة) إلكترونا أو أكثر ويكوِّن أيوناً موجباً. و**الإرجاع** هو التفاعل المقابل الذي يكتسب فيه الجنس الكيميائي (من غير المعدن عادة) إلكتروناً أو أكثر ويكوِّن أيوناً سالباً. إن صدأ الحديد وتحوُّل لون الفضة إلى لون قاتم والطلي بالنحاس هي نواتج تفاعلات كهروكيميائية. على سبيل المثال، تصدأ المعادن التي تحتوي على الحديد حينما يتفاعل الحديد الذي في المعدن مع الأكسجين الذي في الهواء بوجود الماء. أي تتأكسد جزيئات الحديد المعدنية (Fe) لتصبح Fe^{3+} في حين أن جزيئات الأكسجين (O_2) تُرجع إلى O^{2-}. والنتيجة هي أكسيد الحديد (Fe_2O_3) المعروف بالصدأ.

و**البطارية** هي تجهيزة تستعمل التفاعلات الكهروكيميائية لتوليد طاقة كامنة كهربائية. وهي تفعل ذلك بتحويل الطاقة الكيميائية إلى طاقة كهربائية بزيادة الطاقة الكامنة في الجُسيْمات المشحونة. يوجد في البطارية قطب موجب (مهبط cathode) تُرجَع المادة عنده، وقطب سالب (مصعد anode) تحصل عنده الأكسدة. والتفاعلات الكهروكيميائية التي تسبب تراكم الإلكترونات على المصعد تولِّد فرق كمون كهربائي بين النهايتين الموجبة والسالبة وتحافظ عليه. ويمكن استعمال فرق الكمون هذا لتشغيل دارة أو تجهيزة كهربائية أو ميكانيكية أخرى، لأن الإلكترونات تريد الانتقال إلى المهبط لإلغاء فرق الكمون.

يُنتَج كثير من أنواع البطاريات وخلايا الوقود اليوم، من بطاريات الليثيوم الخاصة بساعات اليد، مروراً ببطاريات الرصاص الحمضية المستعملة في السيارات، وانتهاءً بخلايا الوقود الهيدروجيني المستعملة في مكوك الفضاء. وتُستعمل البطاريات أيضاً في تجهيزات المشافي والتجهيزات الطبية الحيوية، ومنها منظم نبض القلب ومضخات الدواء ومحرّضات الأعصاب ومزيلات خفقان القلب وتجهيزات مساعدة البطَين الأيسر. والمبادئ النظرية التي يستند إليها عمل البطاريات هي نفسها رغم تنوعها الشديد.

المثال 21.5 الشحنة التي تولِّدها بطارية يوديد الليثيوم

مسألة: تُستعمل بطاريات يوديد الليثيوم (lithium-iodide) عادة لتغذية منظم نبض القلب (الشكل 40.5–أ). ونظراً إلى أن منظم نبض القلب يُزرع في الجسم، يتطلب تبديل البطارية عملاً جراحياً. لذا فإن طول عمر البطارية يمثِّل عاملاً تصميمياً أساسياً.

يحصل التفاعل العام في بطارية يوديد الليثيوم وفقاً لـــ:

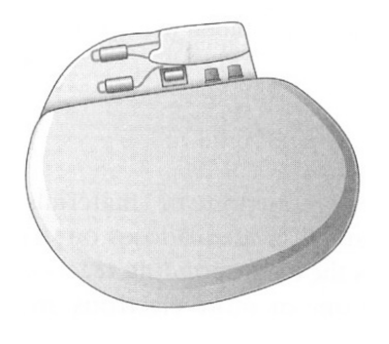
$$2\ \mathrm{Li} + \mathrm{I_2} \rightarrow 2\ \mathrm{LiI}$$

وإرجاع نِصف التفاعل الذي يحصل في المهبط هو:

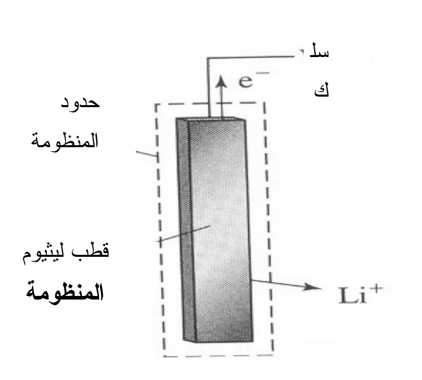
$$\mathrm{I_2} + 2\ e^- \rightarrow 2\ \mathrm{I}^-$$

وأكسدة نِصف التفاعل الذي يحصل في المصعد هو:

$$\mathrm{Li} \rightarrow \mathrm{Li}^+ + e^-$$



الشكل 40.5–أ: نموذج لبطارية يوديد الليثيوم.



الشكل 40.5–ب: منظومة قطب ليثيوم.

فإذا احتوت بطارية يوديد الليثيوم على $0.5\,\text{g}$ من الليثيوم، ما مقدار الشحنة التي يمكن أن تتدفق من المصعد حتى تفريغ البطارية كلياً؟

الحل: المنظومة هي مصعد الليثيوم (الشكل 40.5–ب). ولحساب مقدار الشحنة التي يمكن أن تتدفق من المصعد، يمكننا استعمال معادلة موازنة الشحنة السالبة 9.5–2:

$$\sum_k q_{-,k} - \sum_j q_{-,j} + q_{-,\text{gen}} - q_{-,\text{cons}} = q_{-,\text{acc}}^{\text{sys}}$$

نفترض عدم تراكم شحنات في المنظومة، وعدم دخول شحنات إليها أو استهلاكها فيها. وهذا ما يبسِّط المعادلة جاعلاً إياها:

$$q_{-,\text{gen}} - q_{-,\text{out}} = 0$$

$$q_{-,\text{out}} = q_{-,\text{gen}}$$

إذاً، الشحنة السالبة الخارجة من المنظومة تساوي الشحنة السالبة المتولِّدة في قطب الليثيوم بافتراض أن الليثيوم يتفكَّك كلياً ليعطي Li^{+} وإلكترونات. ونظراً إلى أن الليثيوم يتأكسد كلياً (أي أن الليثيوم يُستهلك) لتوليد إلكترونات بنسبة 1:1، يمكننا استعمال الكتلة الابتدائية المعطاة 0.5 g من الليثيوم ووزنه الجزيئي لحساب أساس مولي ومن ثَمَّ حساب مقدار الشحنة التي تغادر المصعد:

$$n_{\text{Li}} = \frac{m_{\text{Li}}}{M_{\text{Li}}} = \frac{0.5\,\text{g}}{6.941\,\dfrac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0.072\ \text{mol} \quad \text{Li}$$

إذاً، كمية الليثيوم الابتدائية تساوي 0.072 مولاً. والشحنة السالبة (–) التي تغادر المنظومة تساوي مقدار الشحنة المتولِّدة من أكسدة الليثيوم:

$$q_{-,\text{out}} = q_{-,\text{gen}} = 0.072\ \text{mol Li} = 0.072\ \ \text{mol}(-)$$

وباستعمال ثابت فاراداي، يمكننا تحويل المقدار المولي من الشحنة إلى كولونات:

$$q_{-,}\text{out} = (0.072\ \text{mol}\,(-))\left(\frac{964\ 85\,\text{C}}{\text{mol}(-)}\right) = 6950\,\text{C}$$

إذاً تُعطي بطارية يوديد الليثيوم شحنة تساوي 7000 كولون تقريباً حينما يجري تفريغها كلياً. تساوي سعة بطارية منظم نبض القلب الشائعة من 6000 حتى 8000 كولون تقريباً، ولذا يكون جوابنا معقولاً.

10.5 نظم ذات حدود توليد أو استهلاك– نظرة إلى الطاقة الكهربائية

يمكن للطاقة الكهربائية في المنظومة التفاعلية أن تُولَّد أو تُستهلك أو أن تُولَّد وتُستهلك في الوقت نفسه. وحينما تكون المعطيات هي معدَّلات الطاقة الكهربائية، يكون من المفضل استعمال الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية 4.5−2:

$$\sum_k \dot{E}_{E,k} - \sum_j \dot{E}_{E,j} + \sum \dot{G}_{\text{elec}} - \sum \dot{W}_{\text{elec}} = \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt} \qquad (1-10.5)$$

والصيغة التكاملية معطاة بالمعادلة 4.5−4.

في المقطع 6.5، ناقشنا تجهيزات تُولِّد طاقة كهربائية، ومنها البطاريات، وأخرى تستهلكها، ومنها المقاومات. ووفقاً للمبين في المعادلة 6.5−4، يساوي معدَّل توليد الطاقة الكهربائية:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} = i\, v_b \qquad (2-10.5)$$

حيث إن i هو التيار المار عبر العنصر و v_b هو الفولتية بين طرفيه. ووفقاً لما هو مبين في المعادلة 6.5−6، يساوي معدل استهلاك العنصر للطاقة الكهربائية:

$$\sum \dot{W}_{\text{elec}} = i\, v_R \qquad (3-10.5)$$

حيث إن v_R هو الفولتية الهابطة على العنصر المستهلِك للطاقة. إن الحدَّين $\sum \dot{G}_{\text{elec}}$ و $\sum \dot{W}_{\text{elec}}$ هما حدّا استطاعة، لذا فإن الاستخراجات والشروحات التي قُدِّمت تتوافق مع الصيغة الفيزيائية:

$$P = iv \qquad (4-10.5)$$

حيث إن P هي الاستطاعة أو القدرة، و i هو التيار، و v هو الفولتية.

يعتمد استخراج وتطبيق قانون كيرشوف للفولتية على تلك العبارات الخاصة بتوليد واستهلاك الطاقة الكهربائية. إن استهلاك الاستطاعة أو القدرة أثناء تحرير الطاقة من مكثف أو وشيعة معطى في المقطع 8.5، أما في هذا المقطع، فسننظر في بضعة تطبيقات أخرى تتضمن حدَّي التوليد والاستهلاك في معادلة موازنة الطاقة الكهربائية.

المثال 22.5 بطارية يوديد الليثيوم في منظم نبض القلب

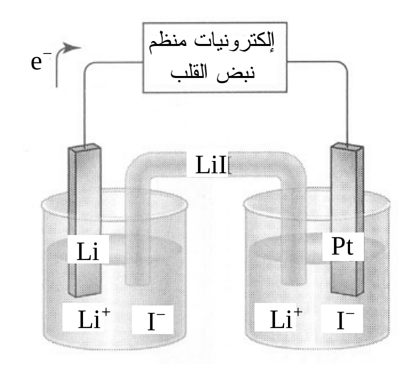
مسألة: يُزوَّد منظِّم نبض القلب ببطارية يوديد ليثيوم مشابهة لتلك المذكورة في المثال 21.5.

ويظهر الشكل 41.5–أ التركيبة الكهروكيميائية لنصف خلية من بطارية يوديد الليثيوم. يمكننا نمذجة الخلايا الكهروكيميائية والمنظم بمنبع طاقة مع مقاومتين (الشكل 41.5–ب). تساوي فولتية الدارة المفتوحة v_B، التي تُقاس بين طرفي البطارية حين عدم وجود حمل، 2.8 V (لا تتأثر فولتية الدارة المفتوحة بمقاومة البطارية الداخلية أو مقاومة الأسلاك. وتوجد في البطارية مقاومة متأصلة فيها تُهمل غالباً حين حل المسائل نظرياً). افترض أن تفاعلات الخلايا الكهروكيميائية ضمن البطارية تتضمن مقاومة داخلية R_{int} تساوي $10\,\text{k}\Omega$. إذا كانت البطارية تحتوي على $0.60\,\text{g}$ من معدن الليثيوم في المصعد، ما هو المقدار الوسطي لمقاومة منظم نبض القلب R_L كي تعيش البطارية 8 سنوات أو 10 سنوات)؟ وما هو مقدار الاستطاعة أو القدرة التي تعطيها البطارية في الحالتين؟

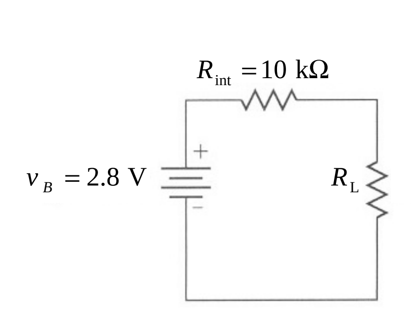
الحل:

1. تجميع

(أ) احسب المقاومة الوسطى لمنظم نبض القلب والاستطاعة أو القدرة التي يستهلكها عندما يكون عمر البطارية 8 سنوات و10 سنوات.



الشكل 41.5–أ: منظم نبض القلب موصول مع بطارية يوديد الليثيوم.



الشكل 41.5–ب: نموذج لخلايا يوديد الليثيوم ومنظم نبض القلب يحتوي على منبع طاقة ومقاومتين.

(ب) المخطط: يجب تحديد منظومتين لحل هذه المسألة. تماثل الأولى تلك التي في المثال

21.5، حيث عُرِّفت المنظومة بأنها مصعد الليثيوم (الشكل 40.5–ب)، والثانية هي كامل نموذج الدارة المبين في الشكل 41.5–ب الذي يتألف من بطارية ومقاومتين.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- محلول البطارية جيد المزج.
- لا تتسرب شحنة من البطارية ومنظم الفولتية إلى خارج النموذج.
- المنظومتان في حالة مستقرة.

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- الوحدات: mol، C، V.

(ث) الأساس: تحتوي البطارية في البداية على 0.60 g من الليثيوم، ومنها نحسب الأساس:

$$n_{\text{Li}} = \frac{m_{\text{Li}}}{M_{\text{Li}}} = \frac{0.60\ \text{g}}{6.941 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0.086\ \ \text{mol}\ \ \ \text{Li}$$

أي إن البطارية تحتوي في البداية على 0.086 مولاً من الليثيوم.

(ج) التفاعل:

في المهبط: $I_2 + 2\ e^- \rightarrow\ 2\ I^-$

في المصعد $Li \rightarrow Li^+ + e^-$

3. حساب

(أ) المعادلة: على غرار المثال 21.5، يمكننا استعمال معادلة موازنة الشحنة السالبة 9.5–2 لحساب مقدار الشحنة الكلية التي تولِّدها البطارية:

$$\sum_k q_{-,k} - \sum_j q_{-,j} + q_{-,\text{gen}} - q_{-,\text{cons}} = q_{-,\text{acc}}^{\text{sys}}$$

ونستعمل الصيغة التفاضلية لمعادلة موازنة الطاقة الكهربائية بسبب وجود التفاعلات:

$$\sum_k \dot{E}_{E,k} - \sum_j \dot{E}_{E,j} + \sum \dot{G}_{\text{elec}} - \sum \dot{W}_{\text{elec}} = \frac{dE_E^{\text{sys}}}{dt}$$

ونظراً إلى أن الدارة في حالة مستقرة، يمكننا استعمال قانوني كيرشوف للتيار والفولتية وقانون أوم لتحديد المقاومة الوسطية لمنظم نبض القلب:

$$\sum_k i_k - \sum_j i_j = 0$$

$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = 0$$

$$v = i\, R$$

(ب) الحساب:

- على غرار المثال 21.5، لا تدخل في المنظومة الأولى شحنة سالبة ولا تُستهلك أو تتراكم فيها، ولذا يمكننا اختزال معادلة الشحنة السالبة إلى:

$$q_{-,\text{gen}} - q_{-,\text{out}} = 0$$

ونعلم من معادلة موازنة الشحنة السالبة أن الشحنة السالبة الخارجة من المنظومة تساوي الشحنة السالبة المتولِّدة في قطب الليثيوم:

$$q_{-,\text{out}} = q_{-,\text{gen}} = 0.086\,\text{mol Li}\left(\frac{1\,\text{mol}\,(-)}{1\,\text{mol Li}}\right)\left(\frac{96\,485\,\text{C}}{\text{mol}\,(-)}\right) = 8298\,\text{C}$$

إذاً تولِّد البطارية 8300 كولون تقريباً من الشحنة التي تتدفق منها إلى بقية الدارة على مدى مدة تمتد من 8 حتى 10 سنوات.

- وفي ما يخص المنظومة الثانية، نعلم أنها في حالة مستقرة وأنه يمكن تطبيق قانون كيرشوف للفولتية للربط بين فولتية البطارية والفولتيتين على طرفي المقاومتين:

$$\sum_{\text{loop}} v_{\text{elements}} = v_B - v_{\text{int}} - v_L = 0$$

$$v_B = v_{\text{int}} + v_L$$

حيث إن v_B هو فولتية الدارة المفتوحة، و v_{int} هو الفولتية الهابطة على المقاومة الداخلية للبطارية، و V_L هو الفولتية الهابطة على منظم نبض القلب. وبالتعويض من قانون أوم في المعادلة السابقة ينتُج:

$$v_B = i_{\text{int}}\, R_{\text{int}} + i_L\, R_L$$

- ولما كانت الشحنة السالبة لا تتراكم في أي مكان من المنظومة، أمكننا تطبيق قانون كيرشوف للتيار على هذه المعادلة:

$$v_B = i\,(R_{\text{int}} + R_L)$$

حيث إن i هو التيار المار عبر الدارة.

- باستعمال تعريف التيار، يمكننا حساب مقدار التيار الذي يتدفق عبر الدارة إذا أردنا أن يكون عمر البطارية 8 سنوات:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{8298\,\text{C}}{8\,\text{years}}\left(\frac{1\,\text{year}}{365\,\text{day}}\right)\left(\frac{1\,\text{day}}{24\,\text{hr}}\right)\left(\frac{1\,\text{hr}}{3600\,\text{s}}\right) = 33\,\mu\text{A}$$

وبالطريقة نفسها يتبين أن التيار يساوي $26\,\mu\text{A}$ إذا رغبنا في أن تعيش البطارية 10 سنوات.

- باستعمال قيمتي التيار عند 8 و10 سنوات، يمكن حساب R_L بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية:

عند 8 سنوات:

$$R_L = \frac{v_B}{i} - R_{\text{int}} = \frac{2.8\,\text{V}}{33\,\mu\text{A}} - 10\,\text{k}\Omega = 75\,\text{k}\Omega$$

وبالطريقة نفسها نجد أن المقاومة الوسطى في حالة الـــ 10 سنوات تساوي $98\,\text{k}\Omega$.

- لا توجد طاقة كهربائية متدفقة من الخارج إلى المنظومة الأولى (على شكل تيار)، ولا تُستهلك فيها طاقة أو تتراكم. لذا يمكننا اختزال معادلة موازنة الطاقة الكهربائية إلى:

$$-\sum_j \dot{E}_{E,j} + \sum \dot{G}_{\text{elec}} = 0$$

باستعمال القيم التي تحققت عند 8 سنوات، نجد أن الاستطاعة أو القدرة التي تولِّدها البطارية تساوي:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} = \sum_j \dot{E}_{E,j} = i\,v = (33\,\mu\,\text{A})(2.8\,\text{V}) = 9.24\times10^{-5}\,\frac{\text{J}}{\text{s}}$$

وباستعمال القيم الخاصة بالـــ 10 سنوات، تكون الاستطاعة أو القدرة المتولِّدة $7.28\times10^{-5}\,\text{J/s}$. يتبدَّد بعض تلك الاستطاعة أو القدرة في منظم النبض، ويتبدَّد الباقي ضمن البطارية نفسها.

4. النتيجة

(أ) الجواب: كي تعيش البطارية 8 سنوات، يجب أن تكون مقاومة المنظم 75 كيلوأوم، وكي تعيش 10 سنوات يجب أن تكون مقاومة المنظم 98 كيلوأوم. وتساوي الاستطاعة أو القدرة التي تولِّدها البطارية 7.28×10^{-5} J/s في الحالة الأولى و 9.24×10^{-5} J/s في الحالة الثانية.

(ب) التحقُّق: من الصعب الحصول على شاهد مستقل على صحة هذه القيم، لكن مراجعة مصنِّعي منظمات نبض القلب يمكن أن تكون مفيدة في تقرير مدى صحتها.

المثال 23.5 استطاعة أو قدرة المزدوجة الحرارية

مسألة: المزدوجة الحرارية هي تجهيزة تعتمد على تحويل الطاقة الحرارية إلى كهربائية وتُستعمل عادة لقياس درجة الحرارة. وتتركَّب المزدوجة الحرارية من سلكين معدنيين مختلفين (نحاس وحديد مثلاً) ملحومين معاً. وبوضع إحدى وصلتي السلكين عند درجة حرارة مرجعية معلومة، والأخرى في المكان الذي نرغب في قياس درجة حرارته، يتولَّد فرق كمون كهربائي يؤدي إلى مرور تيار كهربائي بينهما إذا كانت درجتا حرارتيهما مختلفتين. وتولِّد بعض المزدوجات الحرارية فرق كمون يصل حتى 10 mV، ويصل التيار الناتج المار عبر الدارة إلى 1000 μA. فما هو معدّل تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة كهربائية؟

الحل: تحتوي المنظومة على جزء من المزدوجة الحرارية (الشكل 42.5). لا تتراكم شحنة أو طاقة في المزدوجات الحرارية، ولذا تكون المنظومة في حالة مستقرة. ويؤدي التدرُّج الحراري إلى وجود حدٍّ لتوليد الطاقة من داخل المزدوجة الحرارية. تدخل إلى المنظومة طاقة بمعدّل محدّد وتخرج منها مع هذا التيار. لذا تُبسَّط المعادلة التفاضلية لموازنة الطاقة الكهربائية إلى:

$$\sum_k \dot{E}_{E,k} - \sum_j \dot{E}_{E,j} + \sum \dot{G}_{\text{elec}} = 0$$

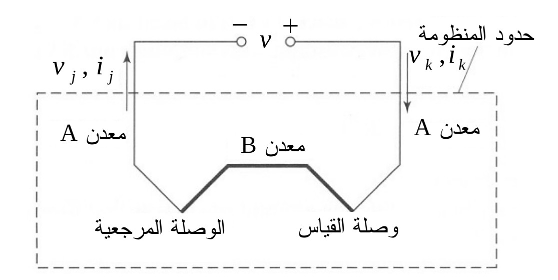
وبناءً على قانون كيرشوف للتيار، يتدفق تيار ثابت خارجاً من المنظومة وعائداً إليها. ويُكتب معدَّل توليد الطاقة بدلالة التيار وفرق الفولتية:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} = \sum_j \dot{E}_{E,j} - \sum_k \dot{E}_{E,k} = i_j v_j - i_k v_k = i\,(v_j - v_k)$$

بتعويض القيم المعلومة للفولتية والتيار في المعادلة ينتُج:

$$\sum \dot{G}_{\text{elec}} = (1000\,\mu\text{A})\,(10\,\text{mV}) = 1\times10^{-5}\,\frac{\text{J}}{\text{s}}$$

تولِّد هذه المزدوجة الحرارية 10 ميكروواط من الاستطاعة أو القدرة الكهربائية بسبب التدرُّج الحراري بين وصلتيها. من أجل تحقيق انحفاظ الطاقة الكلية، يجب الحفاظ على هذا التدرُّج الحراري بواسطة مصدر طاقة حراري خارجي ما.



الشكل 42.5: منظومة مزدوجة حرارية.

المصدر:

Cogdell JR, *Foundations of Electrical Engineering*, 2d ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.

الخلاصة

قدَّمنا في هذا الفصل المفاهيم الأساسية للشحنة والطاقة الكهربائية، وتضمنت تلك المفاهيم تعريفي التيار والفولتية. وقمنا بصياغة معادلة الموازنة للخواص التوسُّعية المتمثلة بالشحنة الموجبة والشحنة السالبة والطاقة الكهربائية. وبيَّنا سبب إمكان تطبيق معادلة الانحفاظ على الشحنة الصافية.

واستقصينا كذلك عناصر الدارة الشائعة ومنها المقاومات والمكثفات والبطاريات والوشائع التحريضية. واستخرجنا قانوني كيرشوف للتيار والفولتية من معادلات موازنة الطاقة الكهربائية وموازنة الشحنة الملائمة. وجرى تطبيق قانوني كيرشوف للتيار والفولتية مع قانون أوم على دارات متنوعة وعلى نماذج لأغشية خلايا حية. وحلَّلنا كيفية استعمال المعادلات لحساب المجاهيل في النظم المتغيرة. وعرضنا وقمنا بحل مجموعة من المسائل تخص نظم تفاعلية.

يؤكد الجدول 5.5 أن الطاقة الكهربائية يمكن أن تتراكم في منظومة بانتقال المادة الجَسِيمة عبر حدود المنظومة، وبالتماس المباشر وغير المباشر، وبالتحويل في ما بين أنواع الطاقة. ويمكن للشحنة الموجبة والسالبة أن تتراكما بانتقال المادة الجَسِيمة أو بالتفاعل الكيميائي. أما الشحنة الصافية فتتراكم بانتقال المادة الجَسِيمة فقط. انظر الجداول في نهايات الفصول الأخرى للمقارنة.

الجدول 5.5: ملخص الحركة والتوليد والاستهلاك والتراكم في معادلتي موازنة الطاقة الكهربائية والشحنة.

تراكم	دخل	– خرج	+ توليد	– استهلاك
الخاصية التوسعية	انتقال مادة جَسيمة	تماس مباشر وغير مباشر	تفاعلات كيميائية	تحويل فيما بين أنواع الطاقة
الطاقة الكهربائية	×	×		×
الشحنة الصافية	×			
الشحنة الموجبة	×		×	
الشحنة السالبة	×		×	

المراجع

References

1. Jaeger RJ. «Principles underlying functional electrical stimulation techniques.» *J Spin Cord Med* 1996, and 19:93-6.
2. Grill Wm and Kirsch RF. «Neuroprosthetic applications of electrical stimulation.» *Assist Technol* 2000, 12:6-20.
3. Stieglitz T., Schuettler M. and Koch KP. «Neural prostheses in clinical applications-trends from precision mechamics toward biomedical Microsystems in neurological rehabilitation.» *Biomed Tech (Berl)*2004, 49:72-7.
4. Sadowski CL. «Electrical stimulation in spinal cord injury.» *NeuroRehabilitation* 2001, 16:165-9.
5. Peckham PH and Creasey GH. «Neural prostheses: Clinical applications of functional electrical stimulation in spinal cord injury.» *Paraplegia* 1992, 30:96-101.
6. Bhadra N., Kilgore Kl. and Peckham PH. «Implanted stimulators for restoration of fuction in spinal cord injury.» *Med Eng Phys* 2001, 23:19-28.
7. Craelius W. «The bionic man: Restoring mobility.» *Science* 2002, 295:1018-21.
8. Jung R., Brauer EJ. and Abbas JJ. «Real-time interaction between a neuromorphic electronic circuit and the spinal cord.» IEEE *Trans Neural Syst Rehabil Eng* 2001, 9:319-26.
9. Cobbold RSC. *Transducers for Biomedical Measurements: Principles and Applications.* New York: John Wiley & Sons, 1974.
10. Dekker C. and Ratner M. «Electronic properties of DNA.» *Physics* World 2001. http://physicsweb.org/articles/world/14/8/8 (accessed January 8, 2005).
11. National Nanofabrication Users Network. «The Research Experience for Undergraduates Program: Research Accomplishments 2000.» http://www.nnin.org/doc/2000NNUNreuRA.pdf (accessed January 24, 2006).
12. Guyton AC. and Hall JE. *Textbook of Medical Physiology*. Philadelphia: Saunders, 2000.

مسائل

1.5 تتدفق الأيونات غالباً في الخلايا عبر قنوات ضمن الغشاء تُعرف بقنوات الأيونات. وتسمح هذه القنوات بمرور أنواع مختلفة من الجُسيْمات المشحونة عبر الغشاء غير المستقطب. وتُبادل قناة معينة أيونات الهيدروجين الموجبة مع أيونات الكربونات السالبة. افترض أن 4.9×10^9 أيون هيدروجين موجبة H^+ تتدفق إلى الخلية عندما تكون القناة مفتوحة، وأن

المقدار نفسه من أيونات الـــ CO_3^{2-} يخرج منها. وافترض أن طول قناة الأيونات يساوي 16 Å، وأن التيار المتولِّد يساوي 6.2×10^{-12} A. ما هي السرعة الوسطية للأيونات مقدرة بالسنتيمتر في الثانية؟ افترض أن الأيونات تجد حيزاً لها جميعاً ضمن القناة في وقت واحد.

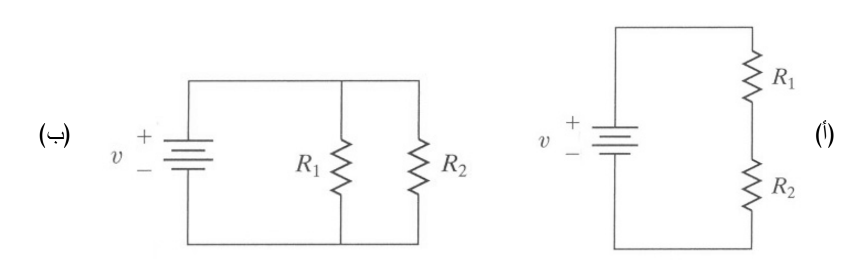
2.5 تولِّد أغشية الخلايا فروق كمون بفصلها للأيونات المشحونة عن بعضها. وتمر 10^4 أيون Na^+ عبر غشاء يساوي الفرق المطلق بين كمونَي جانبيه 70 ميلّيفولت. بافتراض أن فرق الكمون ثابت، ما هو مقدار تغيُّر الطاقة الكهربائية الكامنة الذي يحصل في أيونات الصوديوم Na^+؟

3.5 افترض أن فولتية بطارية ما يساوي 6 فولتات، وأن التيار الذي يمر يساوي 3 أمبيرات. ما هو مقدار استطاعة أو قدرة خرج البطارية؟

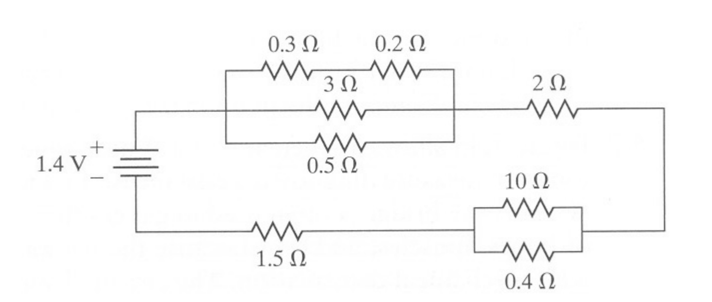
4.5 أجب عن الأسئلة الآتية لكل من الدارتين المبينتين في الشكل 43.5–أ (مقاومتان موصولتان تسلسلياً) والشكل 43.5–ب (مقاومتان موصولان تفرعياً).

(أ) استعمل قانون أوم مع قانوني كيرشوف للتيار والفولتية لاستنتاج معادلات التيارات i_1 و i_2 و i (عبر المقاومة R_1 والمقاومة R_2 ومنبع الفولتية) بدلالة R_1 و R_2 و v.

(ب) يمكن مبادلة R_1 و R_2 بمقاومة مكافئة R دون تغيير قيمتي v و i. استخرج معادلة للمقاومة المكافئة R بدلالة R_1 و R_2.



الشكل 43.5: مخططا دارة المسألة 4.5.



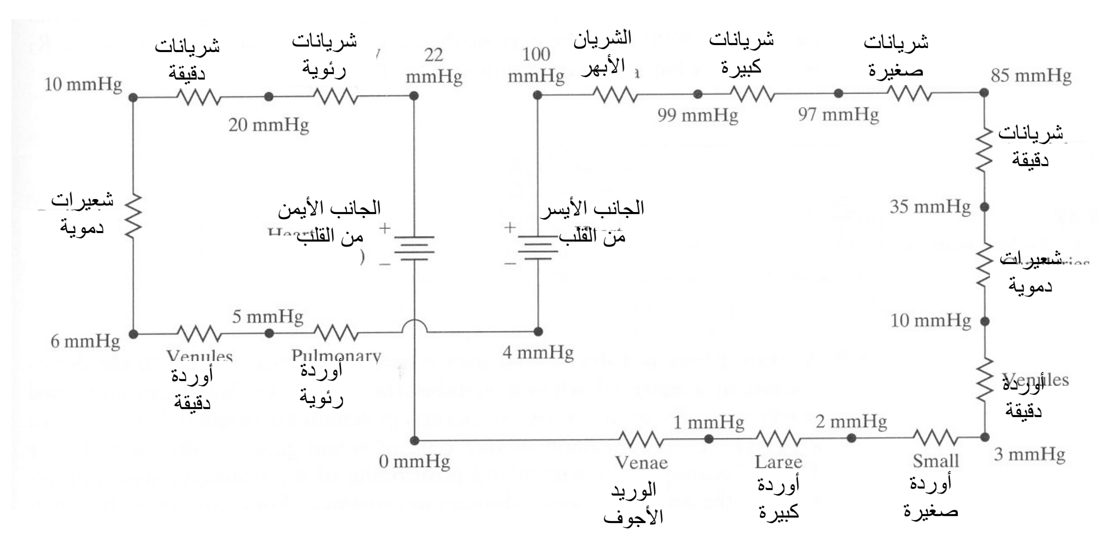
الشكل 44.5: مخطط دارة المسألة 5.5.

5.5 بافتراض الدارة المبينة في الشكل 44.5، استعمل قانون أوم مع قانوني كيرشوف للتيار والفولتية لحساب ما يأتي:

(أ) التيارات المارة عبر كل مقاومة ومنبع فولتية.

(ب) المقاومة المكافئة لجميع المقاومات (**ملاحظة:** قد يكون من المفيد استعمال برنامج حاسوبي مثل ماتلاب لحل منظومة المعادلات).

6.5 غالباً ما يمكن وصف تدفق الكتلة أو المادة باستعمال نماذج الدارات الكهربائية بسبب التشابه بين تدفق الكتلة والتيار. تماماً على غرار إمكان دفع الشحنة الكهربائية ضمن تيار بفرق كمون، يمكن دفع الكتلة بالفرق بين ضغطين في نقطتين. ويؤدي التيار المار عبر مقاومة إلى هبوط فولتية عليها. وعلى غرار ذلك، يحصل أثناء تدفق الكتلة انخفاض في الضغط مع تحركها عبر العناصر الاحتكاكية (المقاومة). يظهر الشكل 45.5 نموذجا لتدفق الدم عبر الدورة الدموية الجسمية والدورة الدموية الرئوية. وقد أُعطيت القيم التقريبية لضغط الدم بين كل مكوِّنَين من الدورة الدموية (منمذجَين بعنصري دارة كهربائية).



الشكل 45.5: نموذج تدفق الدم عبر الدورة الدموية الجسمية والدورة الدموية الرئوية.

(أ) استخرج معادلة تربط تدفق الكتلة بهبوط الضغط، وبيِّن أن مكافئا لقانون كيرشوف للفولتية ينطبق على المنظومة المعطاة. وبناءً على قانون كيرشوف للفولتية، ماذا يمكنك أن تقول عن المنظومة؟ هل هي مستقرة مثلاً؟

(ب) افترض أن تدفق الدم ليس نبضياً وأن معدَّل تدفقه الحجمي يساوي 5 ليترات في

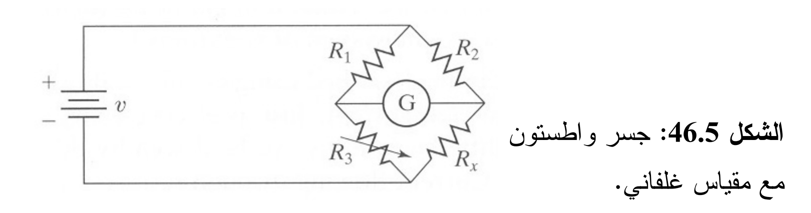
الدقيقة. ما هو مقدار المقاومة عبر كل مكوِّن من الدورة الدموية؟ قارن بين المقاومات في الدورة الجسمية والمقاومات في الدورة الرئوية.

7.5 يبيِّن الشكل 46.5 مخططاً لجسر واطستون (Wheatstone bridge)، وهو دارة تُستعمل لقياس المقاومات. وفي تطبيقات الهندسة الحيوية، يُستعمل جسر واطستون غالباً في المقاييس التي تحدِّد الخواص الميكانيكية للعظام والعضلات والخلايا لأن مقاومات هذه المواد تتغيَّر مع تغيُّر الشكل حين تحميلها ميكانيكياً. ويُمثِّل عنصر الدارة المشار إليه بـــ G في المخطط جهاز قياس غلفاني (galvanometer)، وهو جهاز يقيس تيارات ذات شدة ضئيلة. والمقاومتان R_1 و R_2 معلومتان وثابتتان. ولتحديد قيمة المقاومة R_x، تُغيَّر المقاومة R_3 إلى أن تصبح شدة التيار المار في جهاز القياس صفراً. باستعمال قانون أوم وقانوني كيرشوف للتيار والفولتية، حدِّد قيمة المقاومة المجهولة R_x بدلالة المقاومات المعلومة عندما ينعدم التيار في المقياس.

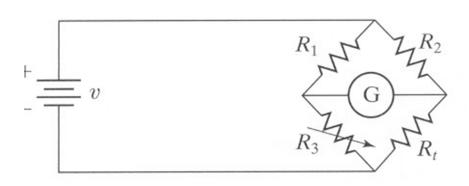
8.5 المقاومة الحرارية (thermistor) هي عنصر دارة تتناقص مقاومته مع ازدياد درجة الحرارة. وترتبط قيمة المقاومة الحرارية بدرجة الحرارة المطلقة T بالعلاقة الآتية:

$$\frac{dR_t}{dT} = -\frac{\beta \times R_t}{T^2}$$

حيث إن β هو ثابت مادة المقاومة الحرارية و T هي درجة الحرارة مقدَّرة بالكلفن. ولقياس درجة حرارة طفل خديج، توضع مقاومة حرارية على بطن الطفل، وهذه المقاومة هي جزء من جسر واطستون المبين في الشكل 47.5 الذي فيه $R_1 = R_2 = 4500\ \Omega$. ومن المعلوم أن قيمة المقاومة الحرارية تساوي $5000\,\Omega$ عند $25\,^{\circ}\mathrm{C}$، وأن ثابت مادتها يساوي $4000\,\mathrm{K}$. إذا أصبح التيار المار في مقياس كلفاني صفراً عندما $R_3 = 3100\,\Omega$، ما هي درجة حرارة الطفل؟



الشكل 46.5: جسر واطستون مع مقياس غلفاني.

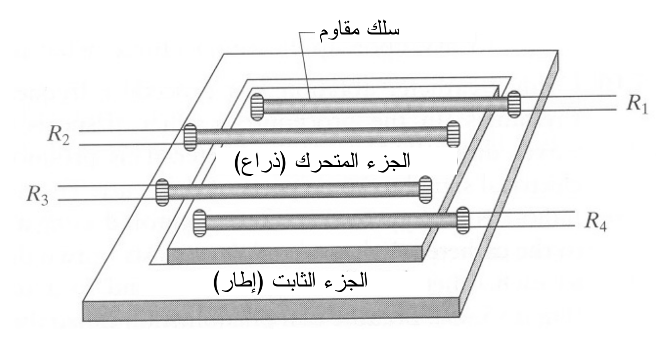


الشكل 47.5: جسر واطستون مع مقاومة

9.5 مقياس الانفعال هو جهاز تُستعمل فيه المقاومة لقياس الانفعال، أي التشوُّه الذي يحصل في المادة حين تطبيق قوة عليها. ويُعرَّف الانفعال ε رياضياً بأنه نسبة تغيُّر الطول إلى الطول الأصلي L: $\varepsilon = \Delta L/L$. يُبيِّن الشكل 48.5–أ رسماً توضيحياً لأحد أنواع مقاييس الانفعال. بسبب طبيعة وطريقة توضيع الأسلاك المقاومة، تؤدي حركة الذراع إلى تغيُّر قيمة المقاومة. على سبيل المثال، إذا تحرَّكت الذراع نحو اليسار، امتط سلكا المقاومتين R_1 و R_4 امتطاطاً متماثلاً. ويؤدي الامتطاط الحاصل في الطول مع نقصان مساحة المقطع العرضاني للأسلاك إلى ازدياد مقاوماتها. يُضاف إلى ذلك أن تشوُّه السلك يمكن أن يُغيِّر أيضاً مقاومته النوعية ρ. وفي الوقت نفسه، يؤدي التناقص الضئيل للانفعال في سلكي R_2 و R_3 إلى تناقص طوليهما، وازدياد مساحة مقطعيهما، وهذا ما يؤدي إلى نقصان مقاومتيهما. ويمكن ضم هذه المتغيرات معاً في عامل القياس G:

$$G = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L}$$

وتُقاس تغيُّرات المقاومات بواسطة جسر واطستون المبين في الشكل 48.5–ب. لاحظ أن الدارة مشابهة لتلك التي في المسألة 7.5 ما عدا أنه يُستعمل فيها مقياس الفولتية بدلاً من مقياس غلفاني. يقيس مقياس الفولتية فرق الكمون الهابط على العنصر الموصول معه تفرعياً. ومقاومة مقياس الفولتية الداخلية كبيرة جداً بحيث يمكن إهمال التيار المار فيه.



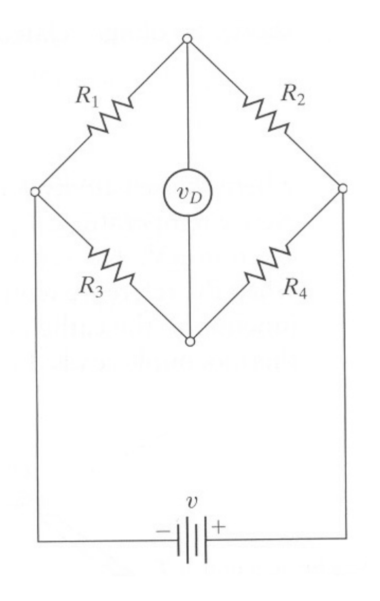
الشكل 48.5–أ: رسم توضيحي لمقياس الانفعال.

المصدر:

Cobbold RSC, *Transducers for Biomedical Measurements: Principles and Applications*. New York: John Wiley &Sons, 1974, p. 121.

والشكل مأخوذ أصلاً من:

Bartholomew D., *Electrical Measurements and Instrumentation*. Boston: Allyn and Bacon, 1963.



الشكل 48.5–ب: جسر واطستون مع مقياس فولتية.

(ت) استعمل قانوني كيرشوف للتيار والفولتية وقانون أوم لاستخراج المعادلة التالية:

$$\Delta v_0 = v \cdot \frac{\Delta R}{R}$$

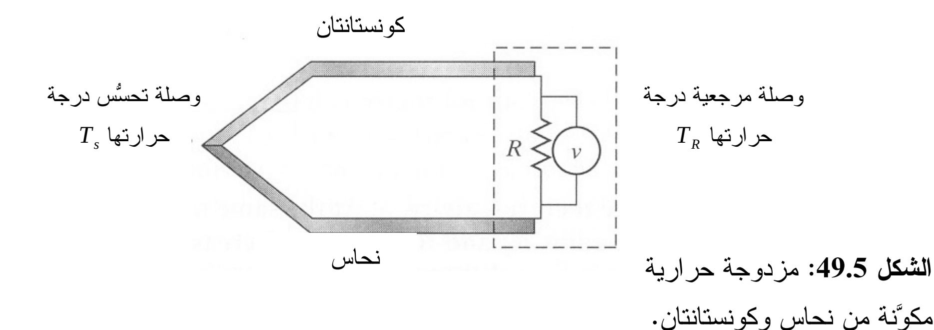
حيث إن $R_1 = R_4 = R + \Delta R$، و $R_2 = R_3 = R - \Delta R$، و v هو فرق الكمون بين طرفي منبع الفولتية، و v_0 هو فرق الكمون المقاس بمقياس الفولتية.

بافترض أن أسلاك المقاومات مصنوعة من التنغستين ذي عامل القياس $G = 0.47$، وأن فولتية المنبع يساوي 10 فولت. إذا تغيَّرت القيمة التي يشير إليها مقياس الفولتية بـــ 15mV حين تطبيق القوة، ما هو مقدار انفعال المادة؟

10.5 الاستئصال بمساعدة القثطرة القلبية هو طريقة تستعمل أحياناً لتصحيح نبض القلب. وفي هذه الطريقة، يُسخَّن نسيج القلب بواسطة أمواج راديوية ميكروية توجَّه إليه بواسطة قثطرة. وتسبب هذه العملية ندبة تحجب الإشارة الكهربائية عن بعض أجزاء القلب. ولتقليل إمكان حصول الندبة، يُراقب ارتفاع درجة الحرارة الناجم عن الأمواج الميكروية غالباً باستعمال مزدوجة حرارية مرتبطة بالقثطرة. تتألف المزدوجة الحرارية من معدنين مختلفين ملحومين معاً في وصلة تحسُّس، ومع مقاومة عند وصلة مرجعية (الشكل 49.5). وبسبب ظاهرة تسمى مفعول سيبك (Seebeck effect)، وعندما تكون درجة الحرارة عند وصلة التحسُّس أعلى من تلك التي عند الوصلة المرجعية، يمر تيار عبر الدارة. ويُعطي مقياس فولتية موصول تفرعياً مع المقاومة فولتية ترتبط بدرجة حرارة وصلة التحسُّس بعامل الحساسية:

$$S = \frac{dv}{dT_s}$$

حيث يعتمد عامل الحساسية S على معدني المزدوجة الحرارية، و T_s هي درجة الحرارة عند وصلة التحسُّس مقدرة بـــ $^\circ\mathrm{C}$، و v هو الفولتية المقاس ويُقدَّر بـــ $\mu\mathrm{V}$. يساوي عامل حساسية النحاس والكونستانتان $(\mathrm{Cu_{57}Ni_{43}})$ $45\mu\mathrm{V}/^\circ\mathrm{C}$ عندما تكون درجة الحرارة المرجعية T_R مساوية $20^\circ\mathrm{C}$ [9]. إذا كانت درجة حرارة الوصلة المرجعية في القثطرة تساوي $20^\circ\mathrm{C}$، وأشار مقياس الفولتية الذي في القثطرة إلى 3.8 mV، فما هي درجة حرارة النسيج القلبي؟



الشكل 49.5: مزدوجة حرارية مكوَّنة من نحاس وكونستانتان.

11.5 بني بوب آلة لتسجيل صوت نبض القلب phonocardiograph في إطار دروسه في الهندسة الحيوية. وحينما أنهى العمل، وصل الآلة بالتغذية الكهربائية العامة التي تعطي

فولتية كهربائية تساوي 120 فولتاً. ومن سوء طالعه، انكسر مقبس الشبكة. افترض أن جسم الإنسان يخضع لقانون أوم (**ملاحظة:** قيم المقاومات الواردة في ما يأتي تقريبية، ويجب عدم تجريبها).

(أ) يضع بوب راحة يده على المقبس الكهربائي بحيث يمر التيار المتناوب عبر راحته. تساوي مقاومة راحة يد الإنسان الجافة نحو 5 كيلوأوم، وقد بيَّن تحليل حوادث متعددة أن الشخص يشعر بالألم حين مرور 3 ميلّي أمبير في جسمه. هل يشعر بوب بالألم؟

(ب) وقد أُثبِت أيضاً أن النسيج الحي يحترق إذا مر فيه أكثر من 5 أمبير. هل يحترق نسيج راحة يد بوب؟

(ت) قرَّرَت إندا صديقة بوب مساعدته بإزالة جزئي قابس الكهرباء من المقبس. فأخذت جزءاً بكل يد، فأدى ذلك إلى مرور تيار عبر ذراعيها وصدرها. افترض أن مقاومة كل ذراع تساوي 750 أوماً، وأن مقاومة الصدر تساوي 500 أوم، وأن المقاومة متجانسة عبر الصدر. وقد أُثبِت أن القلب يتوقف إذا مر فيه تيار تبلغ شدته 4 أمبير. هل يتوقف قلب إندا؟

(ث) إذا مر في القلب تيار خارجي يساوي 75 ميلّي أمبير، أُصيب بالخفقان (ارتجاف بطريقة تجعله لا يضخ الدم بكفاءة). هل يصاب قلب إندا بالخفقان؟

(ج) قرَّرت دوريس صديقة بوب إبعاد جزئي القابس بالطريقة نفسها التي اتبعتها إندا، ولكن باستعمال قفازات مطاطية مقاومتها تساوي 20 ميغاأوم. ما هي شدة التيار الذي يمر في يدي دوريس وذراعيها وصدرها. كيف سيؤثر ذلك التيار في جسمها؟

12.5 أثبت الباحثون أن الـــ DNA يستطيع نقل الشحنات. ومع أن الآلية الفعلية لهذا النقل غير معروفة، يمكن استعمال الـــ DNA في الإلكترونيات الجزيئية التي تُعرَّف بأنها ذلك المجال من العلم والتقانة الذي يدرس الإلكترونيات والمُحِسَّات القائمة على الترتيب الجزيئي.

إن إحدى أوائل نظريات آلية النقل هي أن الـــ DNA يشابه الناقل الكهربائي، ولذا دُعي "السلك الجزيئي". ووجد الباحثون أن العلاقة بين التيار المار عبر جديلة الـــ DNA والفولتية المطبقة بين طرفيها هي علاقة أومية تقريباً [10].

(أ) باستعمال المنحني المبين في الشكل 50.5 [11]، احسب مقاومة المنطقة الأومية والاستطاعة أو القدرة المبددة في جديلة الـ DNA إذا كانت شدة التيار 50 بيكوأمبير.

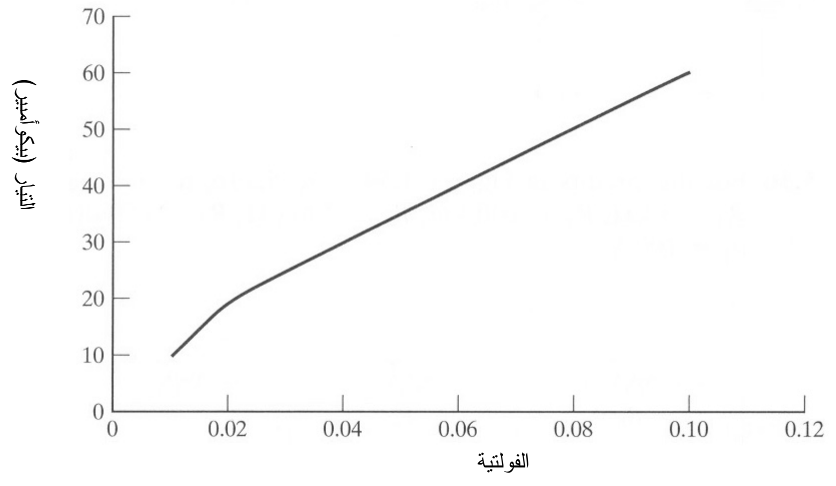
(ب) بيَّنت التجارب التي أجراها باحثون آخرون أنه قد حصل في التجارب السابقة تلوُّث ببقايا من نواقل أخرى، وأن فكرة السلك الجزيئي قد تكون غير صحيحة. فإذا ثبت أن الـ DNA أقرب إلى العازل منه إلى الناقل، فهل تتوقَّع أن تكون الاستطاعة أو القدرة المبددة أعلى من السابقة؟ علِّل الإجابة.

13.5

(أ) إن مجزِّئ الفولتية هو دارة تستعمل لتوزيع الفولتية على مقاومتين موصولتين تسلسلياً. احسب الفولتية الهابطة على كل مقاومة والتيار المار فيها (الشكل 51.5–أ).

(ب) مفرِّع التيار هو دارة تستعمل لتوزيع التيار على مقاومتين موصولتين تفرعياً. احسب التيار المار في كل مقاومة والفولتية الهابطة عليها (الشكل 51.5–ب).

(ت) قارن نتائج (أ) بنتائج (ب) وبيِّن أوجه التشابه والاختلاف بينها.



الشكل 50.5: العلاقة بين التيار والفولتية في الـ DNA. المصدر: نسخة معدَّلة بعد اقتباسها من:

Douglas E, "Electrical conductivity in oriented DNA." National Nanofabrication Users Network, The Research Experience for Undergraduates Program: Research Accomplishments 2000.

14.5 تحتوي الدارتان في الشكلين 52.5–أ و52.5–ب على كل من وظيفتي مجزِّئ فولتية ومفرِّع تيار. احسب التيار المار في كل مقاومة والفولتية الهابطة عليها.

15.5 تُخرِج دارة تجزئة الفولتية فولتية تابعة خطياً لفولتية الدخل. ويعتمد هذا التابع على قيمتي مقاومتين. ما هي النسبة المئوية لفولتية الخرج v_{out} إلى فولتية الدخل v_{in} بدلالة المقاومتين R_1 و R_2 في الشكل 53.5؟

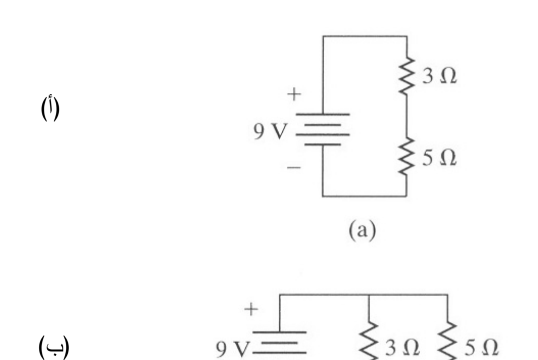
16.5 في الدارتين المبينتين في الشكلين 54.5–أ و54.5–ب، قيم المقاومات والفولتية هي الآتية:

$$R_1 = 5\,\text{k}\Omega,\ R_2 = 100\,\text{k}\Omega,\ R_3 = 200\,\text{k}\Omega,\ R_4 = 150\,\text{k}\Omega,\ R_5 = 250\,\text{k}\Omega$$
$$v_1 = 100\,\text{V}$$

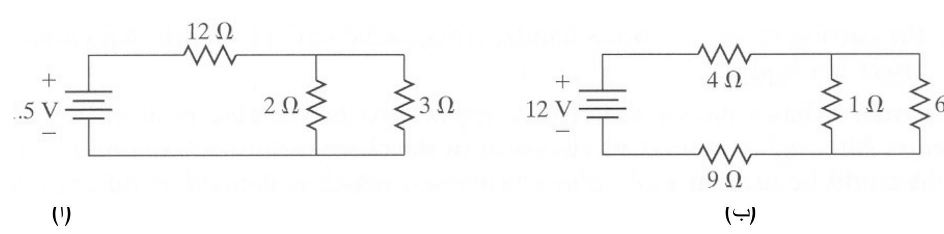
(أ) احسب قيم التيارات في الشكل 54.5–أ.

(ب) يُضاف منبع الفولتية v_2 إلى الدارة التي في الشكل 54.5–ب. افترض أن كل مقاومة مصممة بحيث لا تتحمَّل مرور أكثر من $1\ \text{mA}$ فيها. حدِّد المجال المسموح به للقيم الموجبة للفولتية v_2. قد يكون البُريمج *syms* في ماتلاب مفيداً.

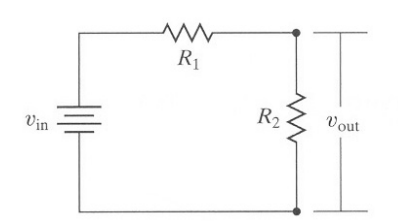
17.5 يأخذ جهاز تخطيط كهرباء القلب ECG كمون ثلاثة أطراف بالنسبة إلى الكمون الكهربائي الوسطي للجسم. يساوي كمون الذراع اليمنى $-0.15\,\text{mV}$، ويساوي كمون الذراع اليسرى $+0.55\,\text{mV}$، ويساوي كمون الساق اليسرى $+0.93\,\text{mV}$. ما مطال وزاوية انحراف الشعاع القلبي في تلك اللحظة؟



الشكل 51.5: مجزِّئ فولتية ومفرِّع تيار للمسألة 13.5.



الشكل 52.5: دارتا المسألة 14.5.



الشكل 53.5: دارة المسألة 15.5.

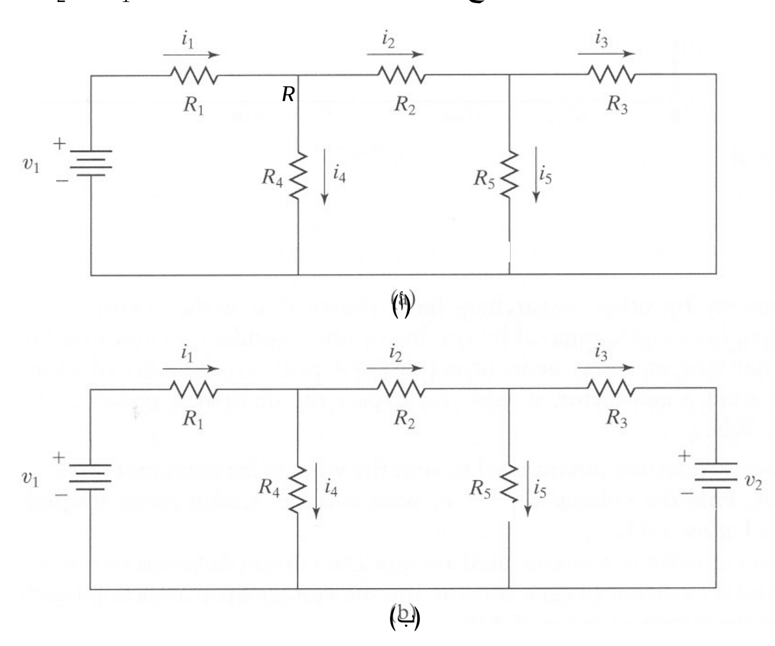
18.5 احسب فولتية المقياس II من فولتيتي المقياسين I وIII اعتمادا على البيانات المعطاة في الجدول 6.5. ارسم مخطط كهرباء القلب مستعملاً فولتية المقياس II.

19.5 استعمل قانون كيرشوف للفولتية وقانون أوم وتعريف التيار والسعة لوضع معادلة لمقدار الشحنة المخزونة في مكثفة الدارة المبينة في الشكل 55.5. يجب أن تكون المعادلة بدلالة السعة والفولتية والمقاومة والزمن. افترض أن البطارية وُصِلت بالدارة في اللحظة $t = 0$ عندما كانت الشحنة في المكثفة صفراً.

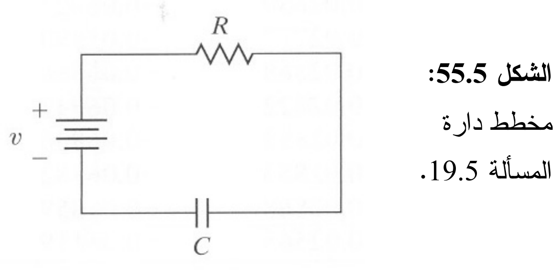
20.5 أجب عن الأسئلة الآتية في حالة الدارة (أ) (مكثفات تسلسلية) والدارة (ب) (مكثفات تفرعية) المبينتين في الشكل 56.5.

(أ) استعمل تعريف السعة مع قانون كيرشوف للفولتية لوضع معادلات لمقداري الشحنة (q_1 و q_2) المخزونتين في المكثفتين، والشحنة الكلية q فيهما معاً. يجب أن تكون الإجابة بدلالة C_1 و C_2 و v.

(ب) يمكن مبادلة C_1 و C_2 بمكثفة مكافئة C تخزن المقدار نفسه من الشحنة q عند فولتية معينة v. استخرج معادلة للمكثفة المكافئة C بدلالة C_1 و C_2.

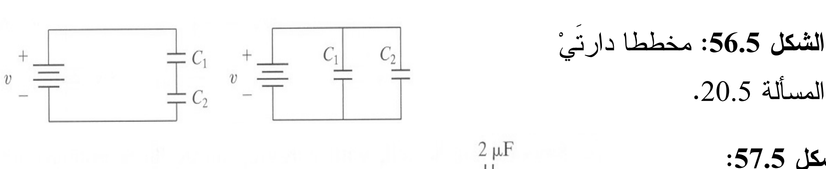


الشكل 54.5: مخططا دارتي المسألة 16.5.



الشكل 55.5: مخطط دارة المسألة 19.5.

الشكل 56.5: مخططا دارتَيْ المسألة 20.5.



الشكل 57.5: مخططات دارات المسألة 21.5.

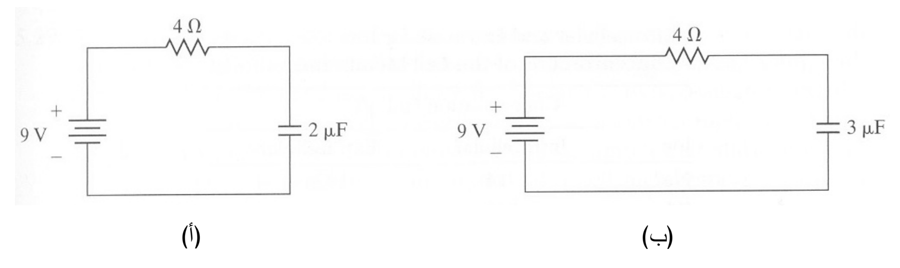
21.5 في كل من الدارات (أ) و(ب) و(ت) في الشكل 57.5، استعمل تعريف السعة مع قانوني كيرشوف للتيار والفولتية لتحديد الشحنة المخزونة في كل مكثفة، والشحنة الكلية المخزونة في المكثفات والسعة المكافئة لها.

الجدول 6.5: فولتيتا المقياسين I وIII في مخطط كهرباء القلب.

الزمن (s)	الفولتية I (mV)	الفولتية III (mV)	الزمن (s)	الفولتية I (mV)	الفولتية III (mV)
0.01	0.00915	−0.06866	0.36	0.12222	−0.15640
0.02	0.01464	−0.06989	0.37	0.12619	−0.15610
0.03	0.00900	−0.06882	0.38	0.14129	−0.15808
0.04	0.01968	−0.05890	0.39	0.15594	−0.15640
0.05	0.02914	−0.07126	0.40	0.17135	−0.16541
0.06	0.04943	−0.07568	0.41	0.18493	−0.16617
0.07	0.05645	−0.05997	0.42	0.21148	−0.16815
0.08	0.07415	−0.05905	0.43	0.23178	−0.17365
0.09	0.06851	−0.03662	0.44	0.25390	−0.16678
0.10	0.06134	−0.07156	0.45	0.28457	−0.17624
0.11	0.04791	−0.08484	0.46	0.31921	−0.17365
0.12	0.04821	−0.07782	0.47	0.35430	−0.15762
0.13	0.03814	−0.07431	0.48	0.39062	−0.14923
0.14	0.01068	−0.07004	0.49	0.41793	−0.13672
0.15	0.00915	−0.06836	0.50	0.44006	−0.12512
0.16	0.00900	−0.06470	0.51	0.42480	−0.09750
0.17	0.00091	−0.05905	0.52	0.36834	−0.06790
0.18	0.00061	−0.06058	0.53	0.28503	−0.04883
0.19	−0.00061	−0.05890	0.54	0.18493	−0.03189
0.20	−0.00427	−0.05829	0.55	0.10940	−0.03464
0.21	−0.04044	−0.01968	0.56	0.05630	−0.03937
0.22	0.26550	−0.13580	0.57	0.02822	−0.04105
0.23	0.57754	0.36712	0.58	0.01861	−0.04944
0.24	0.66955	0.98327	0.59	0.00915	−0.04227
0.25	−0.10773	0.71655	0.60	0.01037	−0.04990
0.26	−0.17227	−0.20477	0.61	0.01876	−0.05615
0.27	−0.19013	−0.12802	0.62	0.02121	−0.05859
0.28	−0.03616	−0.10864	0.63	0.02639	−0.06027
0.29	0.05874	−0.12726	0.64	0.02777	−0.05890
0.30	0.06271	−0.13702	0.65	0.02868	−0.06866
0.31	0.06805	−0.13458	0.66	0.02822	−0.06943
0.32	0.07965	−0.13672	0.67	0.02883	−0.06866
0.33	0.08773	−0.14069	0.68	0.02853	−0.06882
0.34	0.09857	−0.14618	0.69	0.02868	−0.05859
0.35	0.11627	−0.15686	0.70	0.02563	−0.06119
0.71	0.01861	0.06165	1.02	0.05432	−0.05295
0.72	0.01892	0.05890	1.03	0.07095	−0.04807
0.73	0.01892	0.05890	1.04	0.06607	−0.01801
0.74	0.01236	0.05096	1.05	0.04806	−0.05524

−0.06958	0.03921	1.06	0.05920	0.01785	0.75
−0.06287	0.03677	1.07	0.04883	0.01419	0.76
−0.04929	0.02838	1.08	0.04288	0.00793	0.77
−0.04883	−0.00793	1.09	0.04730	0.01022	0.78
−0.05890	0.00061	1.10	0.04929	0.00762	0.79
−0.04669	−0.00458	1.11	0.04913	0.00915	0.80
−0.04868	−0.01114	1.12	−0.04913	0.00366	0.81
−0.04288	−0.01984	1.13	−0.05630	0.00137	0.82
−0.04028	−0.01465	1.14	−0.05249	0.00351	0.83
−0.04593	−0.02029	1.15	−0.04883	−0.00031	0.84
0.00808	−0.05325	1.16	−0.05096	0.00640	0.85
−0.10498	0.21759	1.17	−0.05142	−0.00122	0.86
0.31143	0.56915	1.18	−0.04868	−0.00076	0.87
0.95703	0.70739	1.19	−0.04929	−0.00031	0.88
0.81192	−0.08911	1.20	−0.05417	0.00671	0.89
−0.10407	−0.18814	1.21	−0.05280	0.00534	0.90
−0.11398	−0.20508	1.22	−0.05936	0.00320	0.91
−0.09186	−0.07141	1.23	−0.05051	0.00885	0.92
−0.09857	0.03707	1.24	−0.05890	0.00305	0.93
−0.10223	0.04287	1.25	−0.05768	0.00305	0.94
−0.10742	0.04898	1.26	−0.05325	0.00061	0.95
−0.10834	0.06835	1.27	−0.05905	−0.00015	0.96
−0.11780	0.07537	1.28	−0.04868	−0.00122	0.97
−0.11612	0.07888	1.29	−0.05493	−0.00351	0.98
−0.12589	0.09246	1.30	−0.03983	0.00793	0.99
−0.12680	0.09765	1.31	−0.06012	0.01953	1.00
−0.12253	0. 11413	1.32	−0.05371	0.03387	1.01

22.5 يُشحن المكثف، الموصول بمنبع فولتية، مع مرور الوقت



الشكل 58.5: مخططا دارتي المسألة 22.5.

حتى تصبح الفولتية على طرفيه مساوية لفولتية المنبع. ويعتمد الزمن الـــذي يـــستغرقه ذلك على قيمتي سعة ومقاومة الدارة. أجب عـــن الأســـئلة الآتيـــة للـــدارتين (أ) و(ب)

المبينتين في الشكل 58.5:

(أ) إذا وُصِلت البطارية في اللحظة $t = 0$، ما هو مقدار شحنة المكثفة أثناء شحنها بوصفها تابعاً للزمن؟

(ب) ما هو مقدار التيار المار عبر المقاومة أثناء شحن المكثفة بوصفه تابعاً للزمن؟

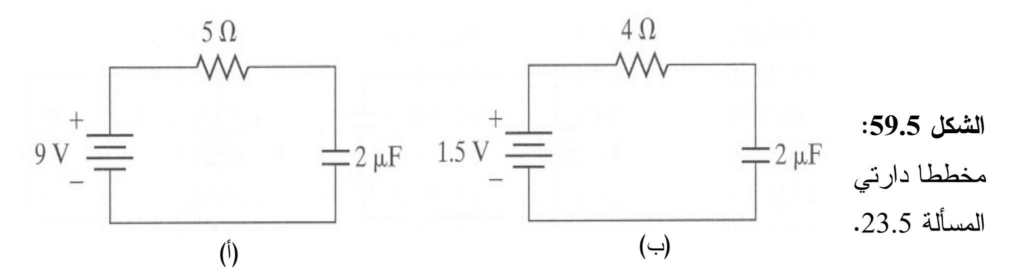
(ت) متى يُصبح تيار المقاومة $1\mu A$ أثناء شحن المكثفة؟

23.5 تحتوي الدارتان (أ) و(ب) في الشكل 59.5 على مكثفتين يمكن شحنهما. أجب عن الأسئلة الآتية لكل من الدارتين:

(أ) حينما تُشحن المكثفة تماماً، تُبعَد البطارية من الدارة. ما هو مقدار شحنة المكثفة أثناء تفريغها بوصفه تابعاً للزمن؟ افترض أن إبعاد البطارية حصل في اللحظة $t = 0$.

(ب) ما هو مقدار التيار المار عبر المقاومة أثناء تفريغ المكثفة بوصفه تابعاً للزمن ؟

(ت) أثناء تفريغ المكثفة، متى تُصبح شدة التيار المار في المقاومة $1\mu A$؟



الشكل 59.5: مخططا دارتي المسألة 23.5.

24.5 يمكن نمذجة غشاء الخلية بمكثفة صفيحية يمثِّل فيها الغشاء الدهني العازل، ويمثِّل السائلان داخل الخلية وخارجها الصفيحتين. وقد أُثبت تجريبياً أن سعات الأغشية الحيوية تساوي عادة 1 ميكروفاراد للسنتيمتر المربع من الغشاء. استعمل تعريف المكثفة مع ثابت فارادي لتحديد الشحنة وعدد مولات الأيونات الفائضة المخزونة في $1cm^2$ من كل من الأغشية الآتية:

(أ) خلية عضلة ناعمة يساوي فيها كمون الراحة ضمن الخلية من $-50\,mV$ حتى $-60\,mV$.

(ب) ليف عصب كبير يساوي فيه كمون الراحة ضمن الخلية $-90\,mV$.

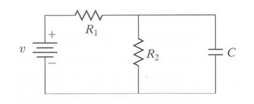
(ت) ليف عصب كبير يساوي فيه كمون الحدث "المنبثق" $+35\,mV$.

25.5 ينتشر كمون الحدث من عصبون بواسطة عدة قنوات صوديوم وبوتاسيوم ومضخات. وثمة في كل مقطع من العصبون كمون راحة في الغشاء يساوي $-90\,mV$. ويتولَّد هذا الكمون بواسطة مضخة Na^+/K^+ تضخ ثلاثة أيونات Na^+ إلى خارج الخلية مقابل كل أيونَي K^+ تُضخان إلى داخل الخلية. وتتصف قنوات تمرير الـ K^+/Na^+ بنفوذية للـ K^+ أكبر بمئة مرة من نفوذيتها للـ Na^+. ويبين الشكل 31.5 تغير فرق الكمون أثناء كمون الحدث.

(أ) يحتوي الجدول 7.5 على تراكيز الـ K^+ و Na^+ في حالة توازن الخلية. ما مقدار إسهام تركيز الأيونات في كمون راحة الغشاء في العصب؟ علِّل الإجابة.

(ب) وفقاً لما ذُكر في المسألة 24.5، يمكن نمذجة غشاء الخلية بمكثفة. ويمكن استخراج معادلة شحن المكثفة بالنسبة إلى الزمن لتحديد التيار الذي يمر عبرها. استعمل الشكل 31.5 لحساب التيار عبر $1cm^2$ من غشاء العصب أثناء زوال الاستقطاب وعودته. ما هو معدّل أيونات الصوديوم والبوتاسيوم التي تمر عبر $1cm^2$ من الغشاء أثناء زوال الاستقطاب وعودته؟ تذكَّر أن شحنة البروتون تساوي $1.6\times10^{-19}\,C$ وأن سعة الغشاء الحيوي تساوي عادة $1\mu F/cm^2$.

26.5 قبل استعمل المؤقتات الرقمية، كانت المؤقتات التماثلية analog القائمة على دارة RC تُستعمل لقياس الزمن. وفي الدارة المبينة في الشكل 60.5، يُقاس الزمن بسرعة شحن المكثفة، ويُستدل على اكتمال شحنها بوصول التيار المار في المقاومتين إلى قيمة ثابتة.



الشكل 60.5: مخطط دارة المسألة 26.5

الجدول 7.5: تراكيز الأيونات داخل وخارج الخلية.

الأيون	التركيز (mEq/L) داخل الخلية	خارج الخلية
Na^+	14	142
K^+	140	4

(أ) وُصلت البطارية بالدارة في اللحظة $t = 0$. حدِّد مقدار شحنة المكثفة بوصفه تابعاً للزمن أثناء الشحن.

(ب) ما هو مقدار التيار المار في كل مقاومة أثناء شحن المكثفة بوصفه تابعاً للزمن؟

27.5 استُعملت المؤقتات التماثلية آلية للعد التنازلي في مختلف أدوات القدح، ومنها تلك

المستعملة في القنبلة المؤقتة زمنياً. والفكرة هي أنه عندما يتوقف تدفق التيار بعد تفريغ المكثفة، تُفعَّل آلية القدح.

(أ) في الدارة المبينة في الشكل 60.5، تُبعد البطارية عندما تصبح المكثفة مشحونة تماماً. ما هو مقدار شحنة المكثفة أثناء تفريغها بوصفه تابعاً للزمن؟

(ب)ما هو مقدار التيار المار عبر المقاومة أثناء تفريغ المكثفة بوصفه تابعاً للزمن؟

28.5 يُعدّ الخفقان البُطيْني اضطراباً قلبياً خطيراً يمكن أن يكون مميتاً. ويحصل الخفقان عندما ينعدم تزامن انقباض العضلات القلبية الإفرادية. لكن بتطبيق تيار قوي مدة قصيرة تمكن إزالة خفقان القلب وإعادة العضلات إلى التزامن ثانية.

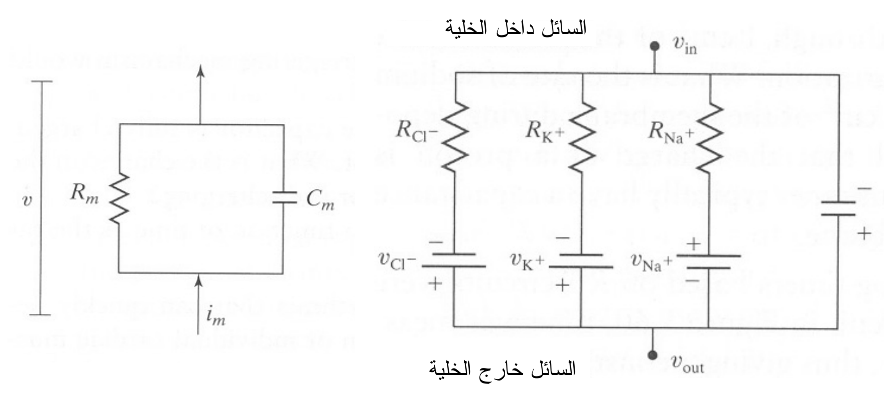
(أ) يمكن زرع مزيل خفقان في جسم المريض الذي يعاني من تسرع القلب وخفقانه لتوفير معالجة سريعة حين اللزوم. وتحتوي تلك التجهيزة على مكثفات غالباً. تحتوي إحدى التجهيزات التي من هذا النوع على مكثفتين متماثلتين، تبلغ سعة كل منهما 200 ميكروفاراد، وتساوي الطاقة القصوى التي يمكن خزنها في الواحدة منها 75 جولاً. ما هي الفولتية الأعظمية التي يمكن تطبيقها على المكثفة الواحدة منهما؟

(ب) قد لا يكون من الممكن تقديم كل الطاقة المخزونة في المكثفة إلى المريض لأن المنظومة ليست مثالية (ثمة ضياعات في الدارة وفي الأقطاب). إذا احتجت إلى 750 فولتاً فقط لإحداث صدمة في القلب تعيده إلى تزامنه، ما هو المردود الأصغري الذي يجب أن تتصف به تجهيزة الجزء (أ)؟

29.5 تتألف المكثفة الكهربائية من ناقلين يفصل بينهما عازل. وبناء على هذا التعريف، يمكن نمذجة غشاء الخلية بمكثفة يمثِّل فيها السائلين داخل وخارج الخلية الناقلين، ويمثِّل الغشاء الطبقة العازلة. لكن غشاء الخلية أشد تعقيدا من المكثفة البسيطة لأن ثمة قنوات أيونات تجعل الشحنات تتدفَّق عبرها مولِّدة تياراً. يظهر الشكل 61.5 نموذجا لغشاء خلية.

تمثِّل المقاومات في الشكل المقاومة التي تتعرض لها الأيونات المتدفقة عبر قنوات الأيونات. وتمثل منابع الفولتية (البطاريات) الفرق بين كمونَي جانبي الغشاء الناجم عن تدرُّج تركيز كل نوع من الأيونات. بناءً على هذا النموذج لغشاء الخلية، استخرج معادلة التيار i_m عبر الغشاء بدلالة السعة وفرق الكمون ومقاومات قنوات الأيونات في النموذج، وفرق الكمون الكلي على جانبي الغشاء.

30.5 يوفِّر منظم نبض القلب الصناعي تحريضا للقلب لإعادة خلايا العضلة القلبية إلى عتبة الفولتية وابتداء



الشكل 61.5: دارة تنمذج قنوات الأيونات في غشاء الخلية.

الشكل 62.5: غشاء خلية منمذج بمقاومة ومكثفة موصولتين تفرعياً.

كمونات حدث حينما لا يكون عمل خلايا تنظيم نبض القلب الطبيعية صحيحاً.

افترض أن منظم نبض القلب يقدِّم تياراً على شكل نبضات مربعة (اعتبرها دخلاً على شكل درجة لأنك لست مهتما إلا بالازدياد المفاجئ للتيار). ويمكن نمذجة غشاء الخلية بمقاومة ومكثفة موصولتين تفرعياً وفقاً لما هو مبين في الشكل 62.5.

أنت ترغب في رفع كمون الغشاء من $-90\,\text{mV}$ إلى قيمة العتبة التي تساوي $-55\,\text{mV}$ (فوق تلك العتبة تفتح قنوات أيونات الصوديوم ويبدأ كمون الحدث)، ولذا تحتاج إلى تطبيق فولتية مقدارها $35\,\text{mV}$. تساوي مقاومة الغشاء 3300 أوما، وتساوي سعته 1.5 ميكروفاراد. فإذا كنت تريد حصول زيادة الفولتية خلال 5 ميلّيثانية، ما هي شدة التيار الواجب مروره؟

31.5 ننمذج منبع فولتية v_s في مزيل الخفقان بحيث تعطي الفولتية $v_s(t)$ حين تشغيله في اللحظة $t = 0$:

$$v_s(t) = 4000e^{-(5500\ 1/s)\,t}\quad \text{V}$$

بافتراض أن مقاومة جذع جسم الإنسان تساوي 100 أوم، وأن الدارة تحتوي على وشيعة تحريضها يساوي 50 ميلّيهنري، ما مقدار التيار التابع للزمن الذي يمر عبر جذع المريض؟

32.5 في التصوير الطبقي بالإشعاع البوزيتروني PET، تُحقن في جسم المريض مادة مشعة تتفكك بالإشعاع البوزيتروني. ويعمل التصوير الطبقي بالإشعاع البوزيتروني بكشف أشعة غاما التي تنبعث في اتجاهين حينما يتحد البوزيترون المشَع مع إلكترون ليتفانيا معاً.

(أ) غالباً ما يُستعمل الأكسجين−15 والماء الموسوم بــ^{15}O في التصوير الطبقي بالإشعاع البوزيتروني لدراسة استقلاب الأكسجين. على سبيل المثال، يمكن استعمال التصوير الطبقي بالإشعاع البوزيتروني لتحديد تحمُّل نسيج القلب من أجل معرفة جدوى الجراحة القلبية. يتفكك الأكسجين−15، ذو عمر النصف الذي يساوي 2.03 دقيقة، وفقاً للتفاعل الآتي:

$$^{15}_{8}O \rightarrow \, ^{15}_{7}N + \, ^{0}_{+1}\beta + \, ^{0}_{-1}\beta + \nu_e \rightarrow \, ^{15}_{7}N + \gamma + \nu_e$$

النيتروجين−15 هو نظير طبيعي مستقر. أثبت أن الشحنة الصافية منحفظة أثناء هذا التفاعل.

(ب) استُعمل الكارفنتانيل carfentanil الموسوم بالكربون−11 لدراسة مستقبلات المسكِّن في أدمغة القردة والإنسان. يتفكك الكربون−11، ذو عمر النصف الذي يساوي 20.4 دقيقة، وفقاً للتفاعل الآتي:

$$^{11}_{6}C \rightarrow \, ^{11}_{5}B + \, ^{0}_{+1}\beta + \, ^{0}_{-1}\beta + \nu_e \rightarrow \, ^{11}_{5}B + \gamma + \nu_e$$

البورون−11 هو نظير طبيعي مستقر. أثبت أن الشحنة الصافية منحفظة في هذا التفاعل.

33.5 أُثبت أن السترونتيوم−89 يزيل ألم انتشار الورم في العظم لدى المرضى المصابين ببعض أنواع السرطان. يُعطى السترونتيوم−89، ذو عمر النصف الذي يساوي 50.5 يوما، للمريض وريديا وينتشر في العظم مفضِّلا المناطق المصابة. وحين تفككه، يصبح أكثر استقرارا بتحويل واحد من نيتروناته إلى بروتون ثم بإشعاع جُسيْم بيتا (إلكترون) ونترينو مضاد:

$$^{89}_{38}Sr \rightarrow \, ^{89}_{39}Y^{+} + \, ^{0}_{-1}\beta + \tilde{\nu}$$

حيث $^{0}_{-1}\beta$ هو إلكترون و $\tilde{\nu}$ هو نترينو مضاد، وهو جُسيْم عديم الشحنة. يمكن للإلكترونات تدمير بعض الأورام، ويمكنها أيضاً أن تُهدِّئ بعض نهايات الأعصاب. ما مقدار الشحنة التي تتراكم أثناء هذا التفاعل؟

34.5 يُستعمل اليود−131، وهو نوع مشع من اليود، لاختبار وظيفة الغدة الدرقية ومعالجة اضطراباتها، ومنها فرط نشاط الغدة الدرقية وسرطانها.

(أ) يؤدي تفكك اليود−131 إلى إطلاق جُسيْم بتا وأشعة غاما، وإلى ظهور عنصر مستقر. ما هو هذا العنصر المستقر؟ اكتب تفاعل تفكك الـــ ^{131}I.

(ب) بافتراض أن عمر النصف لليود−131 يساوي نحو 8 أيام، ما مقدار الشحنة السالبة التي تفقدها 25 غراما من اليود على شكل جُسيْمات بيتا خلال 15 يوما أثناء تفككها؟ يمكن لتفاعل التفكك أن يُنمذج بالمعادلة:

$$[A]=[A]_0 e^{-kt}$$

حيث k هو ثابت المعدّل، و t هو الزمن، و $[A]$ هو المقدار موضوع الاهتمام من المادة A، و $[A]_0$ هو المقدار الابتدائي من المادة A.

35.5 في التصوير الطبي، يُستعمل اليود−123 غالباً لكشف الشذوذات في الغدة الدرقية بسبب انجذابه إلى ذلك العضو. يكشف جهاز التصوير النترينوات المنبعثة أثناء التقاط اليود−123 للإلكترون:

$$^{123}_{53}I^+ + ^{0}_{-1}\beta \rightarrow ^{123}_{52}Te + \nu_e$$

(أ) ما مقدار الشحنة التي تتراكم أثناء هذا التفاعل؟

(ب) ما هو عدد النترينوات المنبعثة إذا أُعطي المريض 2 ميلّيغرام من اليود−123؟

36.5 أنت تعمل في معمل حلويات يصنع حلوى الكرز وحلوى الليمون. وبعد الغداء في أحد الأيام، سهوت فوضعت خطأً حلوى الكرز في برميل حلوى الليمون. وتذكَّرت من دروس الهندسة الحيوية أن مستقبلات المذاق الحامض تكشف تركيز أيونات الهيدروجين لقدح إشارة المذاق الحامض، وأن مستقبلات المذاق الحلو تكشف المواد العضوية. وقرَّرت إصلاح المشكلة ببساطة بتعديل عامل حموضة pH برميل حلوى الليمون. يساوي عامل حموضة حلوى الليمون السائلة غير الملوَّثة 2.85. ويساوي عامل حموضة حلوى الليمون السائلة الملوَّثة 3.4، ويحتوي البرميل على 50 غالونا من السائل. افترض أن حلوى الليمون السائلة الملوَّثة تسلك سلوك الحمض القوي.

(أ) تُفكِّر أولاً بتعديل عامل الحموضة باستعمال 0.25 M من حمض كلور الماء. ما حجم حمض كلور الماء الذي عليك إضافته لإصلاح الخطأ؟

(ب) ثم ترى أن لحمض كلور الماء مذاقا سيِّئا وأنه لا يجوز ابتلاعه، فتستعيض عنه

بـــ $1.0\,M$ من الحمض الأسكوربي ascorbic acid (فيتامين ث) الذي يتصف بقيمة pK_a تساوي 4.17 (افترض في هذه المسألة حصول تفكُّك واحد فقط). ما مقدار الحمض الأسكوربي الذي تجب إضافته لتصحيح الخطأ؟

(ت) ما هو التغيُّر الذي يطرأ على الحجم المحسوب إذا كان تركيز الحمض الأسكوربي $2.0\,M$؟

37.5 إحدى مهام اللعاب الرئيسة هي أن يكون موقيا من حموض الطعام وترسبات الأسنان التي تُسهم كثيرا في تسوُّسها. ومع أن ثمة موقيات عديدة في اللعاب، فإن أعلى تركيز فيه هو تركيز حمض الكربون (H_2CO_3) الذي له أكبر مفعول في عامل الحموضة.

(أ) يبقى تركيز حمض الكربون في اللعاب ثابتا تقريباً عند 1.3 mM، ومع ذلك يمكن لمستوى البيكربونات (HCO_3^-) أن يتغيَّر مع معدَّل تدفق اللعاب من الغدد اللعابية. وعند معدَّلات التدفق المنخفضة، يكون تركيز البيكربونات مساويا $2\,mM$، وعند المعدَّلات المتوسطة يساوي $30\,mM$، وعند المعدَّلات العالية يساوي $60\,mM$ تقريباً. ويساوي pK_a حمض الكربون عند درجة حرارة الجسم 6.1. بافتراض أن عامل حموضة اللعاب يتحدَّد بوجه رئيس بحمض الكربون وبالبيكربونات، احسب عامل حموضة اللعاب لكل من معدَّلات التدفق الثلاثة. يساوي عامل حموضة اللعاب الطبيعي 6.3 [12].

(ب) أكثر أنواع البكتريا وجودا في الفم هي المكوَّرات العقدية موتانس *Streptococcus mutans* التي تفكِّك السكر وتعطي حمض اللبن ($pK_a = 3.86$). فإذا أنتجت هذه البكتريا 10^{-8} mol من حمض اللبن منذ آخر ابتلاع قمت به، ما عامل حموضة لعابك؟ ما القيمة التي سوف تكون للـــ pH لديك إذا لم تكن البيكربونات الموقية موجودة؟ افترض أن فمك يحتوي على نحو $1\,mL$ من اللعاب، وأن لعابك يتدفق بمعدَّل منخفض.

(ت) تناولتَ قليلا من عصير البرتقال، وبعد ابتلاعه، بقي في فمك $0.5\,mL$ منه. ما عامل حموضة لعابك إذا احتوى فمك على $1\,mL$ من اللعاب الصافي، وإذا نمذجت عصير البرتقال بـــ $1.0\,mM$ من حمض الليمون ($pK_a = 3.13$). افترض حصول تفكُّك واحدا فقط؟

(ث) لماذا، في رأيك، تحتوي بعض معاجين الأسنان على بيكربونات الصوديوم (صودا الخبز)؟

38.5 استُعمل حمض الأستيلساليسيليك $C_9H_8O_4$، المعروف بالأسبرين، ما يزيد على مئة سنة بوصفه مسكِّنا فعالا للألم. يعمل الأسبرين على إيقاف إنتاج البروستاغلاندينات prostaglandins، وهي مواد كيميائية تقوِّي الإحساس بالألم. يُعتبَر المرء مصابا بالحُماض acidosis إذا انخفض عامل حموضة الدم لديه عن القيمة الطبيعية التي تساوي 7.4. وإذا انخفضت قيمة هذا العامل عن الحد الأدنى الذي يساوي 6.8 تقريباً، يمكن للشخص أن يموت. ما مقدار الأسبرين الذي يجب تناوله حتى ينخفض عامل حموضة الدم إلى ما دون ذلك الحد؟ اذكر افتراضاتك.

39.5 يتألَّف مقياس عامل الحموضة pH الشائع من قطبين متجاورين يوضعان في محلول مجهول عامل الحموضة. وغالباً ما يُصنع أحد القطبين من الكالوميل calomel المَحْمي بجسر ملحي من تأثير الجهود الكهربائية التي تنجم عن المواد الكيميائية في المحلول الذي يُجرى قياس عامل حموضته. ويوضع القطب الآخر، الذي يُصنع غالباً من الخليطة Ag/AgCl، داخل بُصيْلة زجاجية تحتوي على محلول عامل حموضته معروف، غالباً ما يكون حمض كلور الماء. وتُطبَّق معادلة نرنست على القطب الزجاجي لمقارنة فرق كمونَيْ جانبي غشاء القطب الزجاجي مع عامل حموضة المحلول الذي يجري تحليله. أجب عن الأسئلة الآتية مفترضا أن المحلول داخل القطب الزجاجي هو $1.0\,M\,HCl$.

(أ) استَعملْ معادلة نرنست لاستخراج معادلة لعامل الحموضة بدلالة الفولتية (مقدَّرا بالميلّيفولت) المطبَّق على جانبي غشاء الزجاج إذا كانت درجة حرارة مقياس الـ pH هي درجة حرارة الغرفة ($25\,^\circ C$).

(ب) كرِّر الجزء (أ) عند درجتي الحرارة $0\,^\circ C$ و $37\,^\circ C$. هل العلاقة بين الـ pH والفولتية تابعة لدرجة الحرارة؟

(ت) حدِّد عامل حموضة الموقي الشائع في جسم الإنسان، H_3PO_4 ذي التركيز $0.5\,M$، بطريقتين مختلفتين. أولاً، احسب عامل الحموضة من الفولتية الذي يُعطيه مقياس الـ pH. ثم احسبه من الـ pK_a الخاص بـ H_3PO_4. يساوي الفولتية بين جانبي غشاء الزجاج في مقياس عامل الحموضة $-71\,mV$. أما الـ pK_a الخاص بالـ H_3PO_4 فيساوي 2.12 عند $25\,^\circ C$ (افترض حصول تفكُّك واحد فقط).

(ث) أنت تعمل في عيادة في بلد نامٍ ذي إمكانات طبية محدودة جداً. وفي الواقع، أدوات

التشخيص الوحيدة المتاحة لك هي حواسك الخمس، وبعض الأكواب المعقَّمة، ومقياس pH معطوب تظهر الفولتية الموجودة بين طرفي الغشاء الزجاجي بدلا من قيمة الـــ pH (كنتَ قد عايرت مقياس الـــ pH المعطوب باستعمال شُراحة مشعر للـــ pH موجودة لديك، وقرَّرت أن العلاقة بين الـــ pH والفولتية الناتجة في (أ) ما زالت قائمة). ويأتي رجل عمره ثلاثين عاما إلى العيادة يُعاني من ألم شديد في جانبه وظهره. ويقول أيضاً أنه كان يشعر بالحاجة إلى التبوُّل بمعدَّل أعلى من الطبيعي. وتشتبه بأنه يعاني من حصاة في الكلية. وتعرفُ أن بول المرضى الذين يوجد رمل في بولهم (نوع من حصاة الكلية) غالباً ما يكون أقرب قليلا إلى القلوي من المعتاد [12]. وتعرفُ أيضاً أن عامل حموضة البول الطبيعية تقع بين 4.6 و8. ويُعطي المقياس المعطوب فرق كمون يساوي $-510\ \text{mV}$ بين جانبي الغشاء الزجاجي. هل تتوقع فعلا أن تكون ثمة حصاة في كلية الرجل؟

40.5 تُعدُّ الكليتان آلية دفاع الجسم الطبيعية في مواجهة الحُماض. ويُولِّد الأنيبوب الأدنى فيهما الأمونيا NH_3 لدرء مفاعيل أيونات الهيدروجين من خلال طرحها من تيار الدم بتكوين NH_4^+. بافتراض أن عامل حموضة الدم يساوي 7.2، كم مولا من الأمونيا يجب توليدها لرفع عامل حموضة الدم وإعادته إلى قيمته العادية 7.4؟ ثابت التوازن K_a الخاص بـــ NH_4^+ يساوي $5.6\times10^{-10}\ \text{M}$.

6 – انحفاظ الزخم

1.6 الأغراض والحوافز التعليمية

بعد الانتهاء من هذا الفصل ستتمكَّن من:

- شرح المفاهيم التي تقف وراء تطبيقات انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي.
- تحديد الطرائق المختلفة لنقل الزخم، خصوصاً النقل المادي وتطبيق القوى على المنظومة.
- التمييز بين الحالات التي تتطلَّب معادلة تفاضلية أو تكاملية لانحفاظ الزخمين الخطي والزاوي.
- إنشاء وحل نظم تتضمن سكونيات (statics) الجسم الجاسئ وسكونيات السوائل.
- إجراء تبسيطات ملائمة لانحفاظ الزخمين الخطي والزاوي في النظم المعزولة مستقرة الحالة.
- تطبيق مفاهيم الطاقة الحركية ومعامل الارتداد على النظم التي يحصل فيها تصادم.
- تطبيق معادلة انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي على النظم المستقرة التي يحصل فيها تدفُّق كتلة.
- ربط انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي في النظم المتغيِّرة بقانون نيوتن الثاني للحركة.
- تحديد عدد رينولدس لتدفق السوائل في مجارٍ مغلقة وشرح معنى ومغزى التدفق الصفائحي والتدفق المضطرب.
- تطبيق معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية على نظم مستقرة يحصل فيها عمل غير متدفق أو ضياعات احتكاكية أو كليهما.
- تمييز النظم التي تنطبق فيها معادلة برنولي، واستعمال المعادلة لتحليل نظم السوائل المتدفقة.

1.1.6 علم الحركة وركوب الدراجة العادية

تُستعمل معادلات انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي على نطاق واسع في حقل الهندسة الحيوية. وحين التعامل مع قوى تؤثِّر في جسم جاسئ أو منظومة سائلة ساكنة، تكون معادلات انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي الأساسية مفيدة. وتُستعمل معادلة انحفاظ الزخم ومعادلة موازنة الطاقة

الميكانيكية غالباً لحل مسائل نظم تتضمن تدفق سوائل مثل الدم والهواء في جسم الإنسان، والسوائل في أنظمة المجاري والأنابيب الصناعية. ويمكن لمعادلة انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي أن تُستعمل أيضا لنمذجة نظم تتضمن تصادمات بين الخلايا والمواد الأخرى ذات الصلة بالجوانب الحيوية. سنطبِّق في هذا الفصل معادلة انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي على مجال واسع من الأمثلة ومسائل الواجبات المنزلية.

وسنسلط في هذا المقطع التمهيدي الضوء على تطبيقات انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي في علم الحركة مع اهتمام خاص بركوب الدراجات العادية. إن الطروحات المعقدة الواردة في ما يأتي تمثِّل محرِّضاً لمناقشتنا لمعادلات انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي.

تؤدي الأنشطة الرياضية إلى أنواع كثيرة من الحركة في أجسامنا. ويدرس المهندسون الحيويون أنواع حركة الجسم لوضع نماذج للحركات الميكانيكية المعقدة التي يقوم بها جسم الإنسان. ومن التمارين التي تساعد العلماء على دراسة حركة الجسم ركوب الدراجة العادية. ونظراً إلى أن معظم الحركات والقوى الدافعة أثناء ركوب الدراجة تحصل في الساقين، فإن الدراسة الحيوية الميكانيكية لركوب الدراجة تتركَّز في حركات أطراف الجسم السفلى. إن دراسة كيفية تأثير العظام والعضلات والأوتار والأربطة في حركة الساق أثناء ركوب الدراجة، والكيفية التي يمكن أن تتأذَّى بها تلك الأعضاء، تهيِّئ المهندسين الحيويين لتصميم تجهيزات لتحسين أداء الدرَّاجين وحمايتهم، ولتطوير طرائق جديدة لدرء والأذيّات الناجمة عن ركوب الدراجة ومعالجتها.

ونظراً إلى أن الركبة معقدة من الناحية التشريحية وعرضة لإجهادات كبيرة متكررة، تكثُر إصاباتها في ركوب الدراجات. إذ يمكن أن تؤدي دورات الشد المتكررة في الأنسجة الرابطة (الأوتار والأربطة) إلى تمزق ميكروي البنية للألياف يتجلى على شكل اهتراء غضروف الرضفة (صابونة الركبة)، والتهاب أوتار الرضفة، والتهاب أوتار العضلات رباعية النهايات. وما هو معلوم أن أذيَّات الرقبة والظهر والكتفين شائعة أيضاً بين الدرَّاجين.

يحاول المهندسون الحيويون استمثال النظام المكوّن من الدراجة وراكبها لتحقيق أداء أعظمي من خلال فهم العلاقة المعقدة بين هندسة الدراجة وأنواع حركات الدرَّاج. على سبيل المثال، يبيِّن البحث أن ركوب الدراجة يتضمن دوراناً داخلياً وخارجياً لعظم الساق الكبير حول محوره الطويل، وانسحاب الركبة باتجاه الدراجة وبعيداً عنها، وحركة الساق بعيداً عن مستوى الدراجة. ويغيِّر تغيير ارتفاع المقعد مقدار استطالة العضلة. ويؤثر هذا في مقدرة العضلة على توليد القوى اللازمة لدفع الدراجة. وقد مكَّنت هذه الاكتشافات والمعرفة المهندسين من درء الأذيَّة بتطوير نماذج أفضل واقتراح التدريب الملائم.

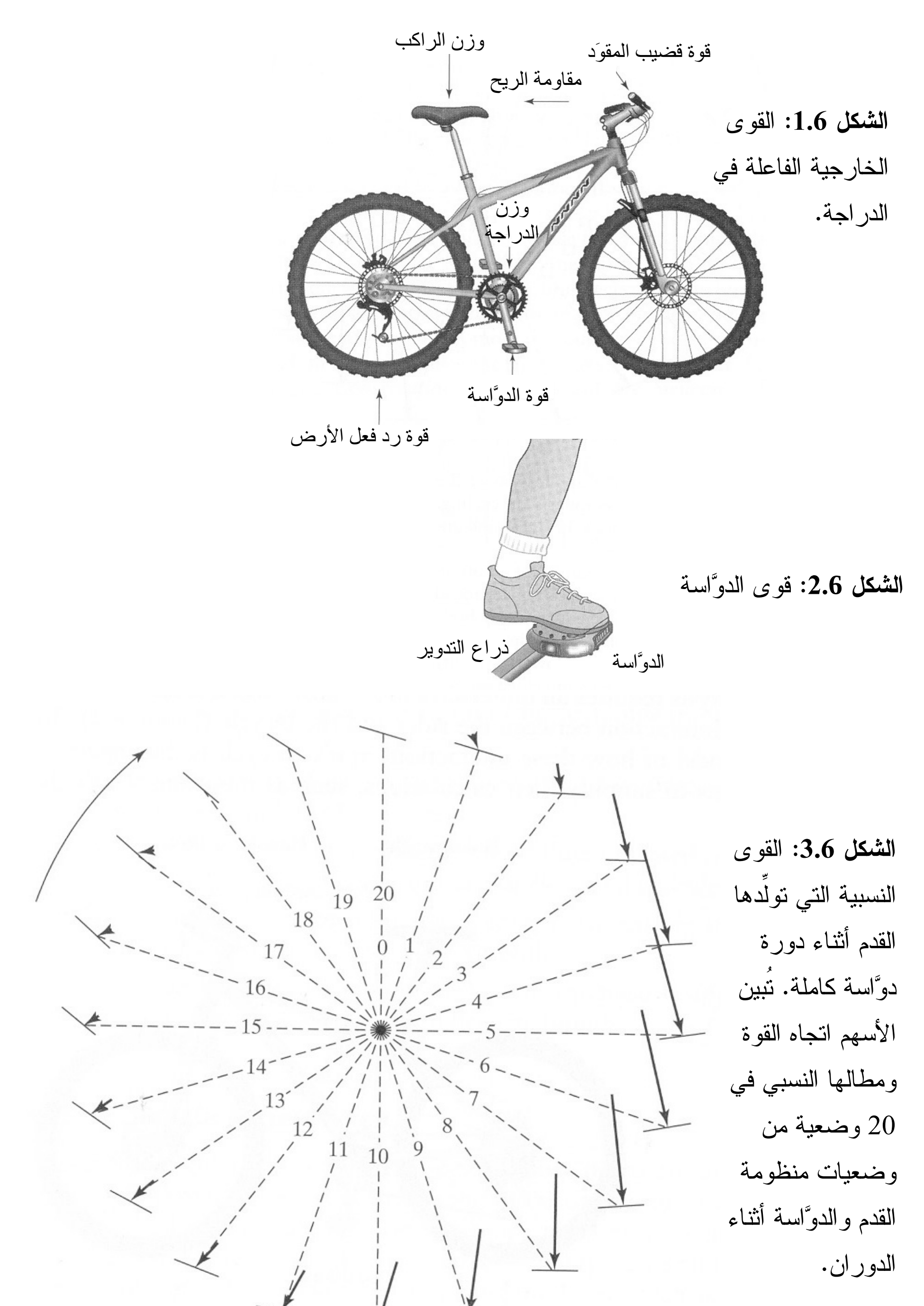
ويتطلب التحليل الحيوي الميكانيكي فهماً لكيفية تأثير القوى وردود الأفعال والعزوم في التفاعل بين الدرّاج والدرّاجة (الشكل 1.6). ولتطوير نموذج عام لكيفية تطبيق هذه التأثيرات المتبادلة على الدرّاجين، يضع المهندسون الحيويون غالباً افتراضات تسهّل حساباتهم. ومن أمثلتها نمذجة الفخذ والساق السفلى والقدم باعتبارها أجساماً جاسئة متمفصلة تعمل معاً لنقل قوة إلى ذراع تدوير آلية الحركة (الشكل 2.6). وكان توزّع الضغط على سطح دوّاسة الدراجة أيضاً موضوع دراسة لأن القوى المنغمسة في تزويد الدراجة بالطاقة لا يمكن أن تُنمذج عملياً بصفتها منتظمة التوزيع (الشكل 3.6).

ثمة برمجيات حاسوبية متوفِّرة حالياً للتمكين من جمع وإظهار بيانات حركة ثلاثية الأبعاد في الزمن الحقيقي. ويمكن للمهندسين باستعمال خوارزميات حاسوبية متقدمة أن يُحدِّدوا ويحلِّلوا موسطات حركية متنوعة، منها الانزياح الزاوي للورك والركبة، وأنماط تغيُّر طول العضلة، ومنحنيات تغيُّر القوة، وتوزُّع الضغط على الوجه السفلي من الحذاء، وأنماط العزوم في الكاحل والركبة والورك[1].

لقد مكَّنت الاكتشافات في بحوث الحركة والتقانات المتسارعة التطوُّر من تحسين أمان ركوب الدرَّاجة. وسوف يتابع المهندسون الحيويون نمذجة حركة الجسم من أجل تصميم تجهيزات وتقنيات لتحسين أداء الدرَّاجين وجعل الأذيَّة أصغرية دون الإخلال بعوامل الأمان. غير أن المهندسين يواجهون كثيراً من التحديات في دراسة أنماط حركة الجسم. ومن المجالات التي يهتمون بها والخاصّة بركوب الدراجة ما يلي:

- **تطوير التجهيزات:** يسعى الرياضيون المتنافسون في جميع أنواع الرياضة دائماً إلى طرائق جديدة لزيادة السرعة وتحسين الأداء والراحة. ويوفِّر البحث الطبي الحيوي رؤية للكيفية التي يمكن بها للتجهيزات أن تحقِّق أفضل أداء. مثلاً، يستقصي المهندسون والدرَّاجون طرائق تقليص الكبح الهوائي. وثمة سيرورة لإعادة تصميم مستمرة لتجهيزات تحسين الأداء، ومنها الأحذية وبذلات ركوب الدراجة والخُوَذ، بناءً على التطورات في المواد الجديدة وعلى ظهور نماذج جديدة.
- **معالجة الأذيَّات:** يمكن للفهم الكامل لوظائف وأنشطة كل جزء من الجسم أن تؤدي إلى أفكار جديدة بخصوص معالجة أو استبدال الأعضاء المتأذية.
- **درء الأذيَّة:** صحيحٌ أن المعالجة يمكن أن تخفِّف الألم الناجم عن الأذيَّة، إلا أنه يجب على المهندسين الحيويين اقتراح كيفية تجنب حصول الأذيَّة من حيث المبدأ. وتوحي الدراسات الحيوية الميكانيكية بتصاميم تجهيزات وتقنيات ركوب بديلة تقلِّل من حدوث الأذيَّات. وفي

حالة ركوب الدراجات، تتضمن إمكانات تجنب الأذيَّة فهم العلاقة بين التغيُّرات الهيكلية (طول الساق مثلاً) والشكل الهندسي للدراجة (ارتفاع المقعد مثلاً) [2].



الشكل 1.6: القوى الخارجية الفاعلة في الدراجة.

الشكل 2.6: قوى الدوَّاسة

الشكل 3.6: القوى النسبية التي تولِّدها القدم أثناء دورة دوَّاسة كاملة. تُبين الأسهم اتجاه القوة ومطالها النسبي في 20 وضعية من وضعيات منظومة القدم والدوَّاسة أثناء الدوران.

تقوم فرق متعددة الاختصاصات في جميع أنحاء العالم بمعالجة هذه التحديات البحثية في مرافق طب الرياضة والصناعة والجامعات ومراكز البحث. وإلى جانب القياسات المعقدة لحركة الإنسان والأدوات الحاسوبية المتطورة، يستخدم المهندسون الحيويون معادلات موازنة الزخمين الخطي والزاوي لمساعدتهم على نمذجة الجوانب المختلفة من أنماط حركة الجسم. سنعرض في الأمثلة 1.6 و5.6 و11.6، معادلات الموازنة من خلال استقصاء دور انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي في دراسة حركة الأطراف السفلى وركوب الدرَّاجة. تذكَّر أن علم الحركة هو واحدٌ من كثير من المجالات الممتعة التي يمكن فيها تطبيق معادلات انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي على الهندسة الحيوية والمجالات الأخرى ذات الصلة بها.

نناقش في هذا الفصل أولاً أنواع الزخمين الخطي والزاوي التي يمكن أن تؤثِّر في المنظومة وكيفية كتابة المعادلات المنظمة لها حين نمذجة الزخمين الخطي والزاوي. ويمكن لافتراضات معينة، مثل كون المنظومة سكونية أو في حالة مستقرة، أن تحدِّد صيغة واستعمال المعادلات الناظمة لحساب الزخمين الخطي والزاوي. وسنستقصي في هذا الفصل أيضاً طريقة تأثير نقل المادة الجَسِيمة والقوى الخارجية في الزخمين الخطي والزاوي للمنظومة. أخيراً، سنتطرق إلى كيفية استعمال معادلة تراكم الطاقة الميكانيكية ومعادلة برنولي مع انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي لحل النظم ذات تدفق السوائل.

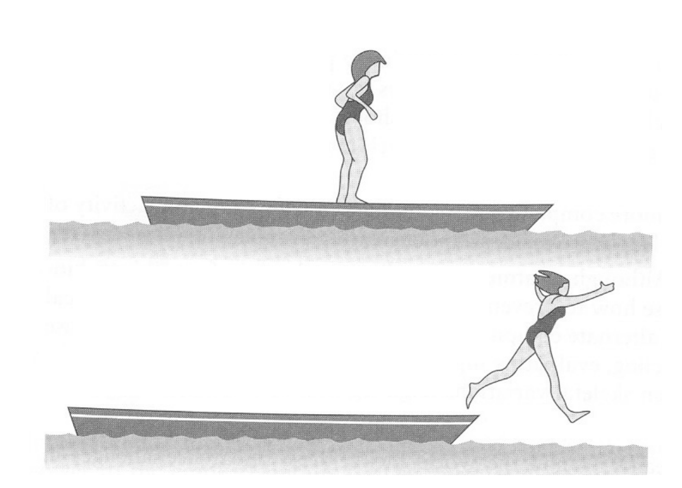
2.6 مفاهيم الزخم الأساسية

يمتلك كل جسم متحرك زخماً خطياً وزاوياً. و**الزخم الخطي** ($\vec{p}[\mathrm{LMt}^{-1}]$) هو خاصية توسُّعية تعبِّر عن القيمة العددية لحركة جُسَيم أو منظومة بما يتناسب مع الكتلة. **والزخم الزاوي** ($\vec{L}\,[\mathrm{L}^2\mathrm{Mt}^{-1}]$) هو خاصية توسُّعية تتناسب مع كتلة المنظومة وتظهر في الجسم الذي يخضع إلى حركة دورانية، وخاصة الحركة الدورانية حول نقطة ما. ويُستعمل الزخم الزاوي لوصف العزوم المطبقة على الأجسام عند تحليل البنى السكونية والمتغيرة.

يُعبَّر عن الزخمين الخطي والزاوي بمقادير شعاعية ثلاثية الأبعاد. واتجاه الزخم الخطي، الذي يساوي حاصل ضرب كتلة الجسم بسرعته، يماثل اتجاه سرعة الجسم. هذا لأن $\vec{p}$ هي مضاعَف سلَّمي لشعاع السرعة، في حين أن الكتلة هي المضاعِف السلمي. والزخم الزاوي لجُسَيم أو جسم هو حاصل الضرب الشعاعي لشعاع موقع الجُسَيم بزخمه الخطي. ورياضيات النظم ذات الزخم الزاوي معقدة، وهي خارج إطار اهتمام هذا الكتاب، ويمكن العثور على تحليل أكثر تفصيلاً للزخم الزاوي في كتب هندسية أخرى (مثلاً، Glover C, Lunsford KM, and Fleming JA, *Conservation Principles and the Structure of Engineering*, 1994.).

1.2.6 قانون نيوتن الثالث

ينص **قانون نيوتن الثالث للحركة** على أن القوى تنشأ دائماً من تأثير متبادل لجسمين أو أكثر، وأن القوة المؤثرة في جسم تساوي بمطالها، وتعاكس باتجاهها، القوة المؤثرة في الجسم الآخر. وحين تطبيق قوة على جسم حر ، يتسارع ذلك الجسم في اتجاه القوة المطبقة. لذا تكون القوة مقداراً شعاعياً. **ويمكن للقوى أن تؤثِّر في زخم المنظومة موضوع الاهتمام، إلا أن الزخم الصافي في الكون لا يتغيَّر، لأنه توجد في مواجهة القوة المؤثِّرة في المنظومة قوةٌ تعاكسها تعمل من خارج المنظومة.** ويمكن إيضاح ذلك بفتاة تقفز من قارب (الشكل 4.6). اعتبر الفتاة منظومة، والقارب محيطاً. تقف الفتاة، في البداية، ساكنة على القارب غير المتحرك في البحيرة. في هذه اللحظة، لا تمتلك الفتاة، ولا القارب، زخماً خطياً، لأن كليهما منعدم السرعة. وعندما تقفز الفتاة من القارب، تدفع قدماها نهاية القارب، فيبدي القارب قوة مساوية في المطال ومعاكسة في الاتجاه لقوة الدفع التي نجمت عن قفز الفتاة. وتضيف قوة القارب زخماً خطياً إلى الفتاة (المنظومة)، وتضيف قوة الفتاة المقدار نفسه من الزخم الخطي إلى القارب (المحيط) لكن في الاتجاه المعاكس، جاعلة إياه يتحرك بعيداً عن الفتاة. لذا فإن الزخم الخطي الصافي في الكون لا يتغيَّر لأن الزخم الخطي لا يتولَّد ولا يفنى في الكون، أي إنه منحفظ في الكون.



الشكل 4.6: فتاة تقفز في البحيرة من قارب. المصدر: Bedford A and Fowler W, *Engineering Mechanics: Statics and Dynamics*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.

يمكن انتقال الزخم الخطي عبر حدود المنظومة بنمطين رئيسن اثنين: (1) بالكتلة، و(2)

بالقوة. **أولاً**، كل جسم متحرك يمتلك زخماً خطياً، ويمكن نقل الزخم الخطي هذا من المنظومة وإليها بنقل المادة الجَسِيمة. **ثانياً**، يمكن إضافة زخم خطي إلى منظومة أو إزالته منها حينما تكون قوى المحيط فاعلة في المنظومة. تذكَّر أن حدود الدخل والخرج في المعادلات تصف تبادل أو انتقال الخاصة التوسعية بين المنظومة والمحيط. ويمثِّل كلٌّ من انتقال المادة الجَسِيمة التي تعبر حدود المنظومة، والقوى الفاعلة في المنظومة لحمل زخم خطي منها وإليها، في حدود الدخل والخرج في معادلة الانحفاظ.

2.2.6 نقل الزخم الخطي الذي تمتلكه الكتلة

يمتلك كل جسم متحرك زخماً خطياً $\vec{p}$. وحين عبور كتلة حدود منظومة، يَعبُر معها زخم خطي أيضاً. وتَعبُر الكتلة حدود المنظومة بسرعة خطية $\vec{v}$ معينة ذات مطال واتجاه. ويُعبَّر عن الزخم الخطي الذي يَعبُر حدود المنظومة بحاصل ضرب الكتلة m بسرعتها $\vec{v}$ عند حدود المنظومة:

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (1-2.6)$$

والوحدات الشائعة للزخم الخطي هي $\mathrm{kg.m/s}$، و $\mathrm{g.cm/s}$، و $\mathrm{lb_m.ft/s}$. ويمكن للزخم الخطي أن يدخل المنظومة أو يخرج منها بواسطة كثير من الأجسام المختلفة المتباينة السرعة.

المثال 1.6 الزخم الخطي لدرَّاجة

مسألة: يقود درَّاج تساوي كتلته 70 كلغ دراجة تساوي كتلتها 9 كلغ. احسب الزخم الخطي للمنظومة المكوَّنة من الدرَّاج والدرَّاجة حينما تكون السرعة 10 أميال في الساعة.

الحل: يُحسب الزخم الخطي $\vec{p}$ باستعمال المعادلة 2.6−1. نفترض أن الدرَّاج يتحرك نحو الأمام، ولذا نعرِّف الاتجاه الذي يتحرك فيه بشعاع الوحدة $\vec{i}$:

$$\vec{p} = m\vec{v} = (70\,\mathrm{kg} + 9\,\mathrm{kg})\left(10\vec{i}\ \frac{\mathrm{mi}}{\mathrm{hr}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{hr}}{3600\,\mathrm{s}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{m}}{0.0006214\,\mathrm{mi}}\right) = 353\vec{i}\ \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}$$

يساوي الزخم الخطي للدرَّاج والدرَّاجة نحو $350\vec{i}$ كيلوغرام متر في الثانية. تذكَّر أن اتجاهي السرعة والزخم الخطي متماثلان.

يُعرَّف مركز كتلة المنظومة بأنه نقطة من الفضاء تمثِّل الموقع الوسطي لكامل كتلة المنظومة.

وفي ما يخص الجسم المتناظر البسيط ذا الكثافة الثابتة، يقع مركز كتلته في مركزه الهندسي. وينطوي هذا المفهوم على تطبيقين مهمّين. أولاً، مع أن مكوِّنات المنظومة قد لا تتحرك بالسرعة نفسها، فإنه يمكن حساب الزخم الخطي الكلي $\vec{p}$ بتطبيق المعادلة $1-2.6$ على كل مكوِّن على حدة ثم جمع الزخم المحسوبة إفرادياً. إلا أنك تستطيع أيضاً حساب الزخم الخطي الكلي بضرب الكتلة الكلية للمنظومة بسرعة مركز الكتلة، وهذا أسهل بكثير. ويتضمن التطبيق الثاني لمفهوم مركز الكتلة القوى الثقالية. وفي الحقل الثقالي المنتظم، وهو الحقل الوحيد من هذا النوع الذي يهتم به هذا الكتاب، يؤثر وزن الجسم في مركز كتلته.

إن معدَّل تدفق الكتلة $\dot{m}$ هو مقدار سلَّمي يمثِّل المعدَّل الذي تتحرك به الكتلة أو تتدفق. ونظراً إلى أن الكتلة المتدفقة يمكن أن تحمل زخماً خطياً عبر حدود المنظومة، فإن معدَّل الزخم الخطي $\dot{\vec{p}}$ الذي يَعبُر حدود المنظومة بانتقال المادة الجَسِيمة يمكن أن يُمثَّل بحاصل ضرب معدَّل الكتلة $\dot{m}$ بالسرعة $\vec{v}$ وفق ما يأتي:

$$\dot{\vec{p}} = \dot{m}\vec{v} \qquad (2-2.6)$$

وبُعد معدَّل الزخم الخطي هو $[\mathrm{LMt}^{-2}]$، ووحداته الشائعة هي النيوتن (N أو $\mathrm{kg.m/s^2}$)، والدينة ($\mathrm{g.cm/s^2}$) والليبرة الثقلية $\mathrm{lb_f}$. ويمكن النظر إلى حد السرعة على أنه الزخم الخطي الذي تمتلكه وحدة الكتلة (لاحظ أن بُعد كل من السرعة والزخم الخطي لوحدة الكتلة هو $[\mathrm{Lt^{-1}}]$).

3.2.6 نقل الزخم الخطي الناجم عن قوى

يمكن للزخم الخطي ضمن منظومة أن يتغيَّر حينما تؤثِّر القوى الخارجية المحيطة $\vec{F}$ في المنظومة. بُعد $\vec{F}$ هو $[\mathrm{LMt}^{-2}]$، وهو مماثل لبعد معدَّل الزخم الخطي. وغالباً ما توضع منحنيات للجسم الحر للمساعدة على تحديد وتسمية القوى المختلفة في المنظومة. وثمة فئتان رئيستان من القوى: القوى السطحية أو التماسية، والقوى الجِسميَّة.

وتؤثِّر **القوى السطحية أو التماسية** (surface or contact forces) في المنظومة عند حدود المنظومة. ومن هذه القوى تماس جسمين صلبين، والضغط المطبَّق على حدود المنظومة، والكبح الناجم عن القوى الاحتكاكية. وأحد أمثلة القوى التماسية بين الأجسام الصلبة هو القوة التي تظهر في كابل التعليق الذي يحمل جسر (منظومة). ومثال آخر هو الرابط بين نسيج وتر الكعب وعظم الكعب.

حين تطبيق ضغوط مختلفة على سطوح أو أجزاء مختلفة من المنظومة، يجب التعامل مع قوة الضغط $\vec{F}_p$:

$$\vec{F}_p = -\iint_A P\,\vec{n}\,dA \qquad (3-2.6)$$

حيث إن P هو الضغط الذي يطبقه المحيط على المنظومة، و $\vec{n}$ هو شعاع الوحدة الناظمي على سطح المنظومة موضع الاهتمام، واتجاهه إلى خارج المنظومة، و A هي مساحة السطح الذي يُطبَّق عليه الضغط. ضمن إطار اهتمام هذا الكتاب، سيكون اتجاه شعاع الوحدة والضغط المطبَّق على السطح ثابتين (أي لا يتبعان الموضع)، ولذا من الملائم إعادة كتابة المعادلة 2.6−3 وفقاً لما يأتي:

$$\vec{F}_p = -P\,\vec{n}\iint_A dA \qquad (4-2.6)$$

يتطلب حل معادلة كهذه معرفة تكامل السطح المزدوج، وهو مفهوم معروض بالتفصيل في كتب التكامل متعدد المتغيرات، وليس مستعملاً في هذا الكتاب. بدلاً من ذلك سنبسِّط تكامل dA ليكون مساحة مقطع منتظم أو جسم يُطبَّق الضغط عليه. ولذا تُستعمل المعادلة السابقة في هذا الكتاب دائماً بالشكل الآتي:

$$\vec{F}_p = -P\,\vec{n}\,A \qquad (5-2.6)$$

حيث إن A هي مساحة السطح الذي يُطبَّق عليه الضغط، وهذا السطح غالباً ما يكون مقطعاً عرضانياً. ومن المهم أن نتذكَّر أن المعادلة 2.6−3 هي المعادلة الأساسية التي يجب تطبيقها حينما تكون ثمة قوى ضغط في أي منظومة في الحالة العامة.

وحينما يُطبَّق ضغط ثابت على كامل سطح المنظومة، لا حاجة إلى الاهتمام بـ $\vec{F}_p$. وحينما يكون الضغط موزَّعاً على كامل السطح توزُّعاً منتظماً، تكون ثمة قوة مقابل كل قوة تتفانى معها، لأن مطالي القوتين متساويان واتجاهيهما متعاكسان. **إلا أن ثمة حاجة إلى الاهتمام بـ $\vec{F}_p$ في حالات تكون فيها ضغوط تيارات الدخل والخرج مختلفة، أو حينما تكون ثمة ضغوط مختلفة تعمل عبر حدود المنظومة.**

المثال 2.6 أسطوانات الهواء

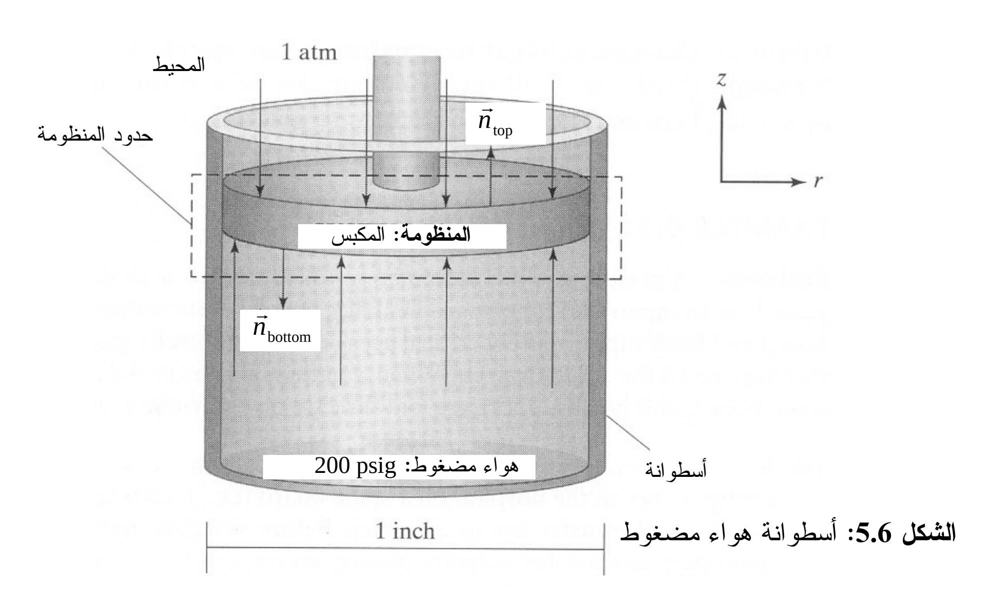
مسألة: تستعمل أسطوانات الغاز لتوليد قوى أو حركات معينة في نقاط دقيقة في كثير من التجهيزات الميكانيكية. وتستعمل في بعض التطبيقات الطبية الحيوية أسطوانات الغاز لاختبار

مفاعيل القوى المختلفة في العمود الفقري، ومن تلك الاختبارات تحديد التشوُّه في ظروف تحميل معينة. ولتوليد عمل ميكانيكي، يمكن وضع أسطوانات غاز صغيرة ضمن منظومات تحريك غازية. ومع تمدُّد الهواء داخل حيز الأسطوانة المضغوط، تدفع قوة ناجمة عن ذلك الضغط مكبسا متصلاً بمحور تدوير يؤدي عملاً.

افترض أن أسطوانة هواء يبلغ قطرها إنش واحد يمكن أن تُضغط حتى $200\,\text{psig}$، وأنها تعمل ضمن محيط يساوي ضغطه الضغط الجوي. ما هي القوة التي تستطيع الأسطوانة توليدها؟

الحل: نظراً إلى أننا مهتمون بالقوى التي يمكن للأسطوانة أن تولِّدها، نحتاج إلى رسم حدود المنظومة على نحو يبيِّن القوى غير المتوازنة الفاعلة فيها. والمنظومة هي المكبس الذي يخضع إلى الضغط الجوي في الأعلى، والهواء المضغوط في داخل الأسطوانة الذي يضغط على أسفل المكبس (الشكل 5.6). ويُبدي جدار الأسطوانة ضغطاً متماثلاً حول كامل المكبس، ولذا لا حاجة إلى الاهتمام به (أي إن القوى الفاعلة في الاتجاه r تتفانى معاً).

يمكن نمذجة المكبس بقرص يبلغ قطره إنش واحد. ويساوي الضغط على وجه القرص الداخلي $200\,\text{psig}$ أو $214.7\,\text{psia}$. ويساوي الضغط المطبَّق على الوجه الخارجي 1.0 atm أو 14.7 psia. ويُشير شعاع الوحدة إلى خارج منظومة المكبس من كل وجه. وبالأخذ في الحسبان لمنظومة الإحداثيات المستعملة، يُعرَّف شعاعاً الوحدة على وجه القرص السفلي بـــ $\vec{n}_{\text{bottom}} = -1$ وعلى وجه القرص العلوي بـــ $\vec{n}_{\text{top}} = 1$.



الشكل 5.6: أسطوانة هواء مضغوط

نظراً إلى أن جميع قيم P و $\vec{n}$ ثابتة، وإلى أن مساحة المقطع العرضاني للقرص يمكن أن تُحسب، يمكن استعمال المعادلة 2.6−5. تُطبَّق هذه المعادلة على كل من وجهي القرص، ثم تُجمع الإسهامات الإفرادية للقوى على كل جانب لتحديد مطال القوة الكلية الفاعلة في المكبس:

$$\sum F_{\text{plunger}} = F_{\text{bottom}} - F_{\text{top}} = -P_{\text{bottom}} n_{\text{bottom}} A - P_{\text{top}} n_{\text{top}} A = -P_{\text{bottom}}(-1)A - P_{\text{top}}(1)A$$

$$= (P_{\text{bottom}} - P_{\text{top}})A = \left(214.7\frac{\text{lb}_\text{f}}{\text{in}^2} - 14.7\frac{\text{lb}_\text{f}}{\text{in}^2}\right)\pi(0.500\,\text{in})^2 = 157\ \text{lb}_\text{f}$$

حيث يُقصد بـــ plunger المكبس، وبـــ bottom الأسفل، وبـــ top إلى الأعلى. إذاً، يستطيع ضغط الأسطوانة المطبَّق على المكبس أن يولِّد قوة تصل حتى 157 ليبرة ثقلية تدفع المكبس إلى الأعلى خارج الأسطوانة في الاتجاه الموجب للمحور z.

النوع الآخر من القوى الذي يمكن أن يُسهم في الزخم الخطي هو **القوة الجِسميَّة** (body force)، وهي قوة تؤثِّر في كتلة المنظومة الكلية m. ومن أمثلتها القوة الثقالية والقوة الكهرومغنطيسية. وقد جرت مناقشة القوى التي تؤثِّر في المنظومة بسبب الحقل الكهربائي في الفصل 5. أما أكثر القوى الجسمية شيوعاً في المسائل التي تتضمن زخماً خطياً فهي القوى الفاعلة في المنظومة بسبب الثقالة $\vec{F}_g$:

$$\vec{F}_g = m\,\vec{g} \qquad (6-2.6)$$

حيث إن $\vec{g}$ هو ثابت الثقالة. ويعتمد اتجاه ثابت الثقالة على منظومة الإحداثيات التي تُعرِّفها للمسألة. ويساوي مطال قوة الثقالة التي تؤثر في كتلة ما هو مقدارها ليبرة كتلية واحدة:

$$F_g = m\,g = (1\ \text{lb}_\text{m})\left(32.2\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}\right)\left(\frac{1\ \text{lb}_\text{f}\ .\text{s}^2}{32.2\ \text{lb}_\text{m}\ .\text{ft}}\right) = 1\ \text{lb}_\text{f} \qquad (7-2.6)$$

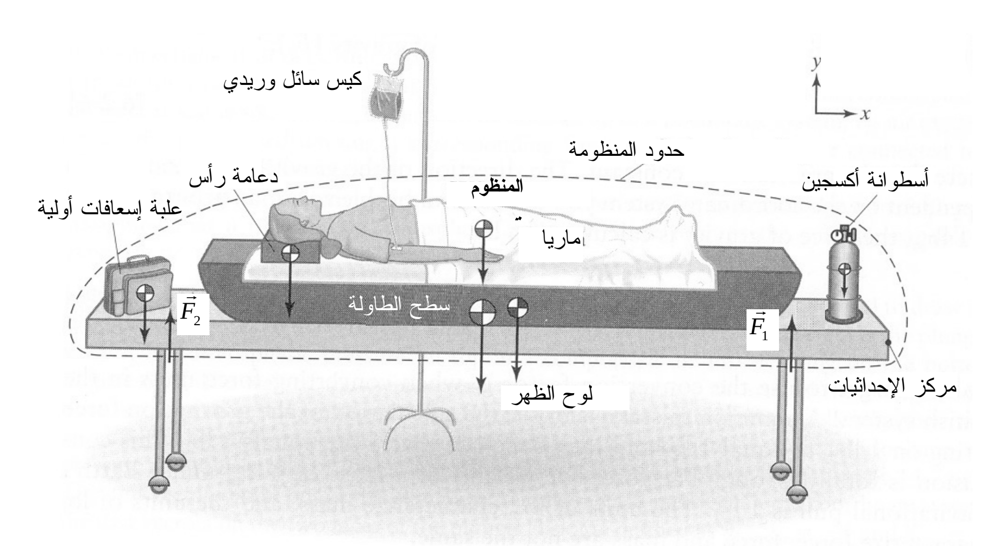
لا تنسَ استعمال عامل التحويل g_c حين تحويل وحدات القوة في النظام البريطاني! إذ إن أحد الأخطاء الشائعة هو أن ترى حسابات القوة الثقالية الفاعلة بكتلة مقدارها 1 ليبرة كتلية تساوي 1 ليبرة ثقلية ثم تستنتج أن 1 ليبرة كتلية تساوي 1 ليبرة ثقلية. إن هذا الاستنتاج خاطئ تماماً. إن قوة (ثقل) كتلة مقدارها 1 ليبرة كتلية في الحقل الثقالي الأرضي تساوي 1 ليبرة ثقلية. والوحدة "ليبرة كتلية" هي وحدة كتلة، والوحدة "ليبرة ثقلية" هي وحدة قوة. والقوة والكتلة ليستا الشيء نفسه.

لا تسهم القوى الفاعلة بين عناصر كتلة ضمن حدود المنظومة في تغيُّرات الزخم الخطي للمنظومة بكليتها. ويُعبَّر عن ذلك بقانون نيوتن الثالث. إذا كانت جميع تلك العناصر ضمن حدود المنظومة، كان لأي قوة فاعلة في ما بينها رد فعل معاكس ضمن المنظومة ذاتها أيضاً.

المثال 3.6 طاولة نقل المرضى في المستشفى

مسألة: يجب وضع الشخص الذي يعاني من أذيَّة في العمود الفقري أو الرقبة إثر حادث ما على لوح مستوٍ صلب، أو ما يسمى لوح الظهر، قبل نقله إلى المستشفى. ويمكِّن لوح الظهر ودعامة الرأس تدعيم الأجزاء الحساسة ومنع حدوث مزيد من الأذيَّة للرقبة والظهر. وحين وصول المريض إلى غرفة الإسعاف، يوضع المريض مع لوح الظهر ودعامة الرأس مباشرة على طاولة متحركة ذات عجلات.

(أ) أصيبت ماريا بأذيَّة شديدة في الرقبة في حادث تصادم سيارة وجها لوجه. ونقلها عناصر الإسعاف إلى المستشفى على لوح ظهر مع دعامة رأس (قَبَّة لها الشكل C)، ثم نقلوها إلى الطاولة المتحركة. وقبل دفع الطاولة إلى غرفة الإسعاف، حضَّرها الفريق لعملية جراحية بوضع أسطوانة أكسجين وعلبة إسعافات أولية إلى جانبها على الطاولة (الشكل 6.6). احسب القوة الكلية التي يجب أن تتحملها أرجل الطاولة لتُبقي ماريا والأشياء التي على الطاولة مستقرة. يحتوي الجدول 1.6 على كتل الأشياء الموجودة على الطاولة وبُعد مركز كتلة كل منها عن نهاية الطاولة.



الشكل 6.6: طاولة مريض متحركة. الأبعاد ليست متناسبة.

الجدول 1.6: كتل ومواقع الأشياء التي على الطاولة المتحركة.

التسمية	الكتلة (lb_m)	بُعد مركز الكتلة عن مركز الإحداثيات (نهاية الطاولة) (cm)
أسطوانة الأكسجين	3	10
أرجل الطاولة		30
لوح الظهر	15	90
ماريا	120	100
سطح الطاولة	10	110
دعامة الرأس	3	180
أرجل الطاولة		190
علبة الإسعافات الأولية	15	210

(ب) فقد جسم ماريا كثيراً من الدم بسبب الحادث، لذا بدأ الطبيب بإعطائها سائل وريدي من كيس معلق على حامل بجوار الطاولة. تخرج قطرات السائل من الكيس بمعدّل $45\,mL/min$ وبسرعة خطية تساوي $0.5\,ft/s$. احسب معدّل الزخم الخطي الذي ينتقل من كيس السائل الوريدي إلى المنظومة.

الحل:

(أ) نظراً إلى أننا نحاول إيجاد القوة الكلية التي يجب أن تتحمَّلها أرجل الطاولة المتحركة لإبقاء ماريا والأشياء التي على الطاولة في حالة توازن، تجب نمذجة المنظومة بحيث تتضمن ماريا ولوح الظهر وسطح الطاولة والأشياء التي عليها (الشكل 6.6).

عُرفاً، نعتبر أن القوى الجِسميَّة الناجمة عن الثقالة والفاعلة في كل جسم في المنظومة تتجه في الاتجاه y. ونظراً إلى أن الأرجل على تماس مع سطح الطاولة، فإن تلك القوى هي قوى سطحية. أما القوى بين جسم ماريا ولوح الظهر، وبين لوح الظهر وسطح الطاولة، فلا حاجة إلى الاهتمام بها لأنها بين عناصر ضمن المنظومة ولا دور لها عبر حدود المنظومة. ويمكن لرسم مخطط الجسم الحر أن يساعد على تحديد القوى التي يجب تضمينها في معادلة موازنة القوى. تذكَّر من المعادلة 2.6−7 أن الجسم الذي تساوي كتلته 1 ليبرة كتلية يزن 1 ليبرة ثقلية في الحقل الثقالي الأرضي. في ضوء ذلك، ومن العلاقة بين القوى الموجودة في المنظومة:

$$-\vec{F}_{O_2} - \vec{F}_{\text{board}} - \vec{F}_{\text{maria}} - \vec{F}_{\text{tabletop}} - \vec{F}_{\text{head}} - \vec{F}_{\text{bag}} + \vec{F}_{\text{legs}} = 0$$
$$-3 \text{ lb}_f - 15 \text{ lb}_f - 120 \text{ lb}_f - 10 \text{ lb}_f - 3 \text{ lb}_f - 15 \text{ lb}_f + \vec{F}_{\text{legs}} = 0$$
$$\vec{F}_{\text{legs}} = 166 \text{ lb}_f$$

حيث يُقصد بــ O_2 أسطوانة الأكسجين، وبــ board لوح الظهر، وبــ maria جسم ماريا، وبــ tabletop سطح الطاولة، وبــ head دعامة الرأس، وبــ bag علبة الإسعافات الأولية، وبــ legs أرجل الطاولة. إذاً، تُبدي أرجل الطاولة الأربعة قوة نحو الأعلى تساوي 166 ليبرة ثقلية لإبقاء ماريا ومحتويات سطح الطاولة في حالة توازن.

(ب) تبقى المنظومة على حالها لأن كيس السائل الوريدي موجود خارج حدود المنظومة، ولأننا نريد معرفة المعدّل الذي يدخل به الزخم الخطي المنظومة. يدخل السائل الوريدي المنظومة بالنقل الجَسِيم للكتلة التي تحمل زخماً خطياً. لنفترض أن كثافة السائل الوريدي تساوي نحو $1.0\,\text{g/mL}$، لأن السائل يُستعمل ليحل محل الدم الذي يفقده جسم ماريا. يُحسب معدّل الزخم الخطي الداخل إلى المنظومة باستعمال المعادلة 2.6−2:

$$\dot{\vec{p}} = \dot{m}\vec{v} = \rho\dot{V}\vec{v}$$
$$= \left(1.0\frac{\text{g}}{\text{mL}}\right)\left(45\frac{\text{mL}}{\text{min}}\right)\left(0.5\frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right)\left(\frac{1 \text{ lb}_m}{453.6 \text{ g}}\right)\left(\frac{1 \text{ lb}_f \text{ . s}^2}{32.17 \text{ lb}_m \text{ . ft}}\right)$$
$$= 2.57\times10^{-5} \text{ lb}_f$$

لاحظ أن هذا الإسهام في الزخم الخطي مهمل مقارنة بالقوى المتمثلة بأوزان ماريا والتجهيزات. سنبيّن في المقطع 3.6 كيفية تضمين حدود معدّل الزخم الخطي والقوى في معادلة انحفاظ الزخم الخطي.

4.2.6 نقل الزخم الزاوي الذي تمتلكه الكتلة

تمتلك الأجسام المتحركة، ومن ضمنها الأجسام الدوارة، **زخماً زاوياً** (angular momentum) $\vec{L}$. وإذا عَبَرت كتلة تتحرك باتجاه مستقيم حدود المنظومة، يعبر الزخم الزاوي الحدود أيضاً. ومن أمثلة ذلك دولاب سيارة يتدحرج داخلاً منظومة موقف سيارات أو قرص هوكي جليدي ينزلق داخلاً منظومة الهدف.

تُعطي الكتلة المنفصلة m العابرة لحدود المنظومة زخماً زاوياً للمنظومة. ويتحدّد مقدار الزخم

الزاوي $\vec{L}$ الذي يعبر حدود المنظومة بالناتج الشعاعي لشعاع موضع الجسم $\vec{r}$ بشعاع زخمه الخطي $\vec{p}$ وفق ما يأتي:

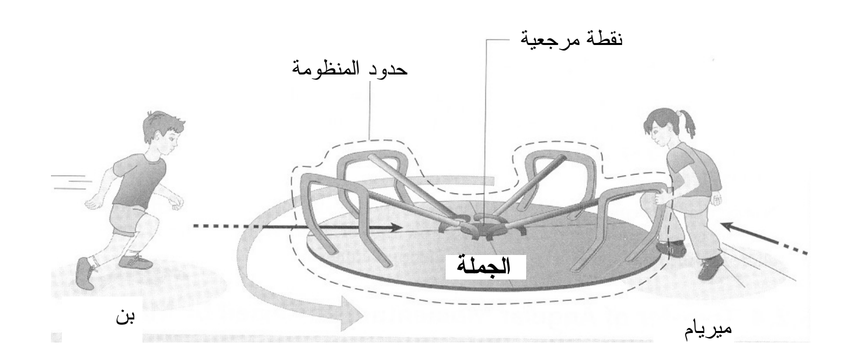
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v}) \qquad (8-2.6)$$

حيث إن $\vec{r}$ هو شعاع الموضع، و $\vec{v}$ هي سرعة الكتلة العابرة لحدود المنظومة.

وعلى غرار $\vec{p}$، من المهم ملاحظة أن $\vec{L}$ يتضمن شعاع موضع يجب أن يكون معرَّفاً بالنسبة إلى منظومة إحداثيات معينة. لذا يعتمد مطال واتجاه الزخم الزاوي للمنظومة على انتقاء النقطة المرجعية. وفي ما يخص الأجسام الدوارة، من الأسهل استعمال محور الدوران مرجعاً.

من السهل الاعتقاد، خطأً، أن الزخم الزاوي يمكن أن يظهر حينما يدور الجسم فقط، ففي الواقع، جميع الأجسام المتحركة تمتلك زخماً زاوياً، أما مقداره فيتحدَّد دائماً بالنسبة إلى نقطة مرجعية معينة تمكِّن من تعريف شعاع الموضع. وأما مفعول الزخم الزاوي فهو ضئيل إذا كان يعمل في خط المحور الذي تُعرَّف فيه النقطة المرجعية.

تتحقق أفضل رؤية لكيفية تأثير الزخم الزاوي في منظومة في الحركة الدائرية. افترض أن المنظومة هي دُوَّارة لَهوٍ (الشكل 7.6). في البداية، لا تكون الدُوَّارة متحركة (أي ليس ثمة زخم زاوي). تركض ميريام بسرعة $\vec{v}$ على خط مستقيم مماس لحافة الدوَّارة، وحين تقفز إليها، تجعلها تدور. وبعد برهة، يركض بِن أيضاً بسرعة $\vec{v}$ على خط مستقيم باتجاه مركز الدوَّارة ويقفز إليها. إن مفعول بِن في تبطيء أو تسريع الدوَّارة قليل. إذا أخذنا شعاع موضع كل من ميريام وبِن لحساب زخميهما الزاويين بالنسبة إلى مركز الدوَّارة، لوجدنا أن زخم بِن الزاوي يساوي صفراً، وأن زخم ميريام مختلف عن الصفر. أي إن بِن لا يحمل أي زخم زاوي إلى المنظومة، وذلك خلافاً لميريام.



الشكل 7.6: الزخم الزاوي في دوّارة اللهو.

المثال 4.6 قمر صناعي

مسألة: يدور قمر صناعي متزامن مع الأرض بسرعة ثابتة مرة كل 24 ساعة. افترض أن كتلة القمر الصناعي تساوي 200 كلغ وأن ارتفاع مداره عن سطح الأرض يساوي 35786 كلم. ما هو مقدار الزخم الزاوي الذي يمتلكه هذا القمر حول مركز الأرض؟

الحل: تذكَّر أن اتجاه الزخم الخطي للجسم هو اتجاه سرعته نفسه. بافتراض أن المدار هو دائرة ، يكون شعاع الموضع متجهاً قطرياً من المركز إلى الخارج (أي مسايراً نصف قطر مدار القمر)، ويكون اتجاه شعاع السرعة دائماً معامداً لاتجاه شعاع الموضع بالنسبة إلى مركز الأرض. ولإيجاد مطال شعاع الموضع، نضيف نصف قطر الأرض البالغ 6370 كلم إلى ارتفاع مدار القمر الصناعي عن سطح الأرض، فيصبح نصف قطر الدوران الكلي 42156 كلم. من هذه المعلومات نحسب سرعة القمر الصناعي على أساس دورة مدارية تساوي 24 ساعة فنجد أنها تساوي 11040 كلم في الساعة. ونظراً إلى أن اتجاه السرعة يتغيَّر باستمرار على طول المسار الدائري، نحسب مطال الزخم الخطي باستعمال المعادلة 2.6−1 ونعرِّف اتجاها ما $\vec{j}$ لحساب الزخم الزاوي:

$$\vec{p} = m\vec{v} = (200\,\text{kg})\left(11040\,\vec{j}\,\frac{\text{km}}{\text{hr}}\right)\left(\frac{1\ \text{hr}}{3600\ \text{s}}\right)\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}}\right) = 6.13\times10^{5}\,\vec{j}\,\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

ونعرِّف الاتجاه بحيث يكون $\vec{r} = 42160\,\vec{i}\ \text{km}$ و $\vec{p} = 6.13\times10^{5}\,\vec{j}\ (\text{kg.m/s})$ ، لأن

شعاعي الموضع والسرعة متعامدان. ويُحسب الزخم الزاوي للمنظومة باستعمال المعادلة 2.6−8:

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=(42160\ \vec{i}\ \text{ km})\times\left(6.13\times10^{5}\ \vec{j}\ \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1000\,\text{m}}{1\text{km}}\right)$$

$$=2.58\times10^{13}\,\vec{k}\ \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}}$$

إذاً، يدور القمر الصناعي حول الأرض بزخم زاوي يساوي $2.58\times10^{13}\,\vec{k}\ \text{kg.m}^2/\text{s}$. لاحظ أن اتجاه الزخم الزاوي معامد لكل من شعاعي الموضع والزخم الخطي. إذا كان القمر الصناعي يدور فوق خط الاستواء، فإن اتجاه الزخم الزاوي سيكون مسايراً لمحور الأرض الطولي.

ويُعطى معدّل الزخم الزاوي $\dot{\vec{L}}$ الذي يَعبُر حدود المنظومة بحاصل الضرب الشعاعي لشعاع الموضع ومعدّل الزخم الخطي:

$$\dot{\vec{L}}=\vec{r}\times\dot{\vec{p}}=\vec{r}\times(\dot{m}\vec{v}) \qquad (9-2.6)$$

حيث إن $\dot{m}$ هو معدّل تدفق الكتلة عبر حدود المنظومة. بُعد $\dot{\vec{L}}$ هو $[\text{L}^2\text{Mt}^{-2}]$. يمكن النظر إلى الناتج الشعاعي لـــ $\vec{r}$ و $\vec{v}$ على أنه الزخم الزاوي لوحدة الكتلة (لاحظ أن لكل من $\vec{r}\times\vec{v}$ والزخم الزاوي لوحدة الكتلة بُعدا هو $[\text{L}^2\text{t}^{-1}]$).

5.2.6 نقل الزخم الزاوي الناجم عن قوى

حينما تؤثِّر قوة في منظومة، يمكن أن تولِّد **عزماً** $\vec{\tau}$ (torque)، وهو تعبير عن كيفية تغيير القوة لحركة الجسم الدورانية. يتألف العزم من مطال واتجاه ويُحسب بالناتج الشعاعي لشعاع الموضع $\vec{r}$ والقوة الخارجية $\vec{F}$ المطبَّقة:

$$\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F} \qquad (10-2.6)$$

حيث إن $\vec{r}$ هو شعاع الموضع الممتد من نقطة تطبيق القوة إلى النقطة المرجعية. والعزم هو شعاع عمودي على المستوي المكوَّن من $\vec{r}$ و $\vec{F}$، وأي دوران يحصل سيكون حول محور يساير ذلك الشعاع (تذكَّر قاعدة اليد اليمنى التي تعلمتها في دروس الفيزياء). أما بُعد $\vec{\tau}$ فهو $[\text{L}^2\text{Mt}^{-2}]$، وهو بُعد مماثل لبُعد معدَّل الزخم الزاوي.

يمكن لزخم المنظومة الزاوي أن يتغيَّر حينما تؤثِّر قوى خارجية في المنظومة لتوليد عزم. ويعطي العزم زخماً زاوياً بفئتي القوى نفسهما: القوى السطحية أو التماسية، والقوى الجِسميَّة. تذكَّر أن القوى السطحية أو التماسية تعمل عند حدود المنظومة ويمكن أن تتضمن تماس جسمين

صلبين، وضغطاً مطبقاً على حدود المنظومة، وكبح قوى احتكاكية. وأحد أمثلة تماس الجسمين الصلبين الذي يولِّد عزماً هو تماس عظم مع غضروف كذاك الذي في وصلة الورك أو الركبة. ويمكن للقوى الاحتكاكية في الوصلات أيضاً أن تولِّد عزماً، مع أن معظم المواد الحيوية تتصف بمعاملات احتكاك صغيرة جداً. ويمكن للعزم أن ينشأ أيضاً من قوى جِسميَّة منها القوى الثقالية والكهربائية والمغنطيسية التي تؤثِّر في الكتلة الكلية الموجودة في المنظومة. ويُعطى العزم $\vec{\tau}_g$ الناجم عن قوة الثقالة بالمعادلة الآتية:

$$\vec{\tau}_g = \vec{r} \times \vec{F}_g = \vec{r} \times (m\,\vec{g}) \qquad (11-2.6)$$

حيث إن $\vec{g}$ هو ثابت الثقالة الذي يعتمد اتجاهه على منظومة الإحداثيات المُعرَّفة للمنظومة. ولا تُسهم القوى العاملة بين عناصر الكتلة ضمن حدود المنظومة في تغيُّرات الزخم الزاوي للمنظومة بكليتها.

المثال 3.6 طاولة المستشفى (تابع)

مسألة: تذكَّر نص المسألة في المثال 3.6 والشكل 6.6. حدِّد العزم الذي على الأرجل موازنته من أجل الإبقاء على التوازن. لا تأخذ كيس السائل الوريدي في الحسبان، وافترض أن القوى تعمل باتجاه الأعلى في موضعين (حيث توجد لكل موضع رجلان)، هما موضع القوة $\vec{F}_1$ التي تبعد 45 سم عن نهاية الطاولة (مركز الإحداثيات)، وموضع القوة $\vec{F}_2$ التي تبعد 175 سم عن نهاية الطاولة.

الحل: المعطيات هي مراكز كتل الأجسام المختلفة على الطاولة، لذا نحسب عزم كل منها ثم نجمع النواتج معاً للحصول على العزم الكلي. ونظراً إلى أن المنظومة لا تدور، نفترض أن مجموع العزوم يساوي صفراً (استخراج هذه المعادلة معطى في المقطع 5.6). يحتوي الجدول 1.6 على مراكز كتل الأجسام الموجودة على الطاولة.

$$\sum \vec{\tau} = \sum \vec{r} \times \vec{F} = 0$$

$$\begin{gathered}(10\vec{i}\ \text{cm} \times -3\vec{j}\ \text{lb}_\text{f}) + (30\vec{i}\ \text{cm} \times \vec{F}_1\vec{j}) + (90\vec{i}\ \text{cm} \times -15\vec{j}\ \text{lb}_\text{f}) \\ +(100\vec{i}\ \text{cm} \times -120\vec{j}\ \text{lb}_\text{f}) + (110\vec{i}\ \text{cm} \times -10\vec{j}\ \text{lb}_\text{f}) + (190\vec{i}\ \text{cm} \times \vec{F}_2\vec{j}) \\ +(180\vec{i}\ \text{cm} \times -3\vec{j}\ \text{lb}_\text{f}) + (210\vec{i}\ \text{cm} \times -15\vec{j}\ \text{lb}_\text{f}) = 0 \\ (30\,\text{cm})F_1\vec{k} + (190\,\text{cm})F_2\vec{k} = 18170\,\vec{k}\ \text{cm.lb}_\text{f}\end{gathered}$$

ونعرف من المثال 3.6 أن:

$$\vec{F}_\text{legs} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 166\ \text{lb}_\text{f}$$

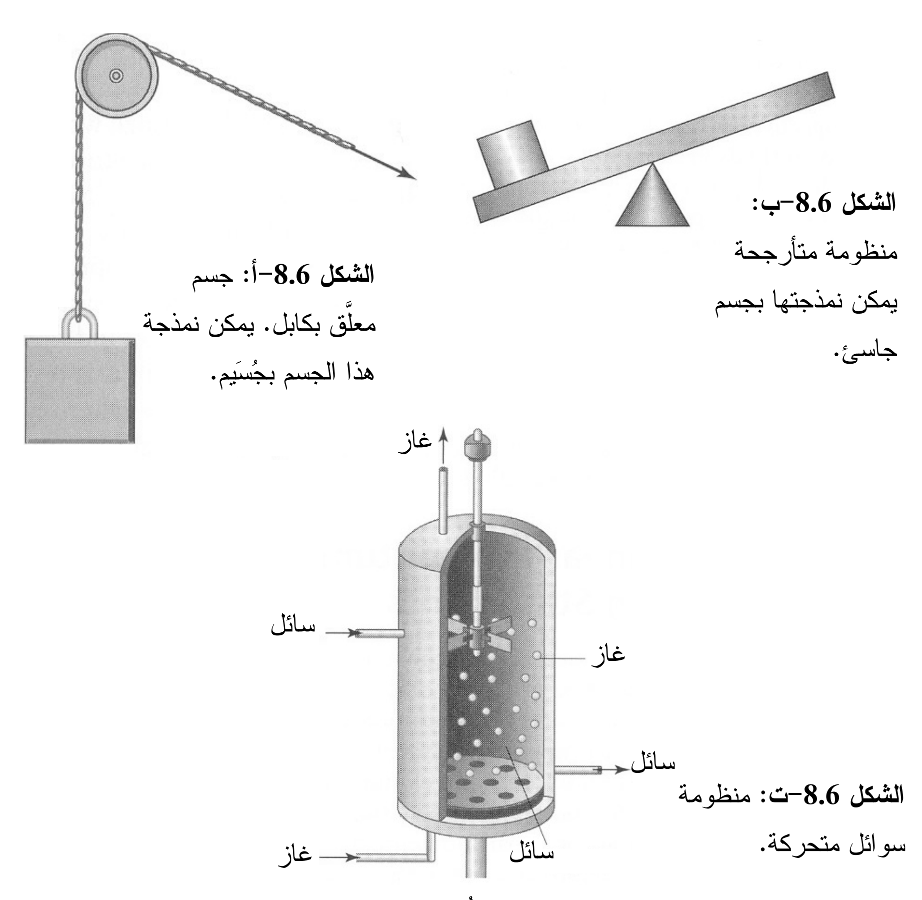
ينتُج من حل هاتين المعادلتين معاً أن $\vec{F}_1 = 83.6\ \text{lb}_\text{f}$ و $\vec{F}_2 = 82.4\ \text{lb}_\text{f}$. لاحظ أن هاتين القوتين متشابهتان جداً، وهذا معقول لأن الكتلة الرئيسة (كتلة ماريا) موجودة في منتصف الطاولة، ووزنها موزع بانتظام عبر المنظومة، في حين أن الأجسام الصغيرة عند النهاية تتوازن في ما بينها.

6.2.6 تعاريف الجُسَيمات والأجسام الجاسئة والسوائل

يمكن تطبيق انحفاظ الزخم الخطي والزخم الزاوي على النظم التي تحتوي على جُسَيمات وأجسام جاسئة وسوائل. والأمثلة على كل منها منتشرة في هذا الفصل.

تُعالَج الجُسَيمات في كثير من مجالات الميكانيك والميكانيك الحيوي على نحو مختلف عن معالجة الأجسام الجاسئة. **الجُسَيم** (particle) هو كتلة نقطية مثالية ذات كتلة معينة وحجم معدوم. حين التعامل مع جُسَيم، افترض أنه لا يحتل سوى نقطة من الفضاء. ونتيجةُ هذا التعريف هي أن جميع القوى التماسية والقوى الجِسمية (الثقالية مثلاً) تعمل في النقطة من الفضاء التي يحتلها الجُسَيم. ومن أمثلة النظم التي تحتوي على أجسام تُعامل كالجُسَيمات الخلايا المتصادمة (المثال 10.6) والجسم المعلق بكابل (الشكل 8.6–أ).

بالمقارنة، يمتلك **الجسم الجاسئ** (rigid body) كتلة وحجماً محدَّدَين، ومكوِّناته مثبتة ضمنه. بعبارات أخرى، لا يمكن أن يحصل تغيُّر في المواضع النسبية لأي مكوِّنين ضمن الجسم، ولا يمكن لشكل الجسم أن يتغير. يُضاف إلى ذلك أنه لا تدخل الجسم مادة ولا تخرج منه. إلا أن القوى التماسية والجِسمية يمكن أن تؤثِّر تأثيراً مختلفاً في أجزاء الجسم المختلفة. على سبيل المثال، نظراً إلى أن للجسم كتلة وحجماً محدودَين، يمكن لنقاطه المختلفة أن تتعرض لقوى ضغط مختلفة، على غرار ما ورد في المثال 3.6 حيث ترقد ماريا على لوح الظهر. ويمكن لعناصر صلبة أخرى خارج الجسم أن تتماس مع نقاط منفصلة من الجسم الجاسئ، دون أن تغطيه بالكامل. ونظراً إلى أن الجسم جاسئ، فإن جميع مكوِّناته التي في الموضع نفسه بالنسبة إلى النقطة المرجعية تتحرك بالسرعة الزاويّة نفسها. وبغياب أي دوران، يتحرّك الجسم بالسرعة الخطيّة نفسها. من أمثلة النظم التي تحتوي على مكوِّنات تُعامل معاملة الجسم الجاسئ الذراع في الوضعية الساكنة (المثال 6.6)، والرافعة، والمتأرجحة (seesaw) (الشكل 8.6–ب).



الشكل 8.6–أ: جسم معلَّق بكابل. يمكن نمذجة هذا الجسم بجُسَيم.

الشكل 8.6–ب: منظومة متأرجحة يمكن نمذجتها بجسم جاسئ.

الشكل 8.6–ت: منظومة سوائل متحركة.

السوائل (liquids) هي مادة تميل إلى التدفُّق بتأثير قوى أو تأخذ شكل جدران حاويتها. وبناءً على الكثافة واللزوجة، يمكن للغازات والموائع (fluids) أن تكون سوائل. صحيحٌ أن كليهما يُعتبر سائلاً، إلا أن ثمة عدة فوارق مهمة بينهما، وأكثرها جلاء هو أن كثافة الغاز أقل كثيراً عادة من كثافة المائع. ونظراً إلى أن جُسَيمات الغاز أنشط كثيراً وأكثر تباعداً، فإنها أكثر قابلية للانضغاط عملياً من الموائع، ويمكن لمقدار معين من الغاز أن يتمدد أو ينضغط لاحتلال مجال من الأحجام أوسع مما يمكن للمقدار نفسه من المائع أن يفعله.

اللزوجة (viscosity μ) هي تعبير عن مقاومة السائل للتدفُّق. والسوائل التي هي أكثر لزوجة تبدو أسمك. ثمة كثير من أنواع الزيوت المختلفة، إلا أنها عموماً أكثر لزوجة من الماء. قارن بين الطريقة التي يميل بها الزيت الثقيل إلى الانسياب ببطء حينما يتحرك، والطريقة التي ينساب بها الماء بسهولة. عند درجة حرارة جسم الإنسان، تساوي لزوجة الدم نحو ثلاثة أمثال لزوج الماء. وبُعد اللزوجة هو $[L^{-1}Mt^{-1}]$. والوحدات الشائعة للزوجة هي البويز (poise P)

الذي يساوي g/(cm.s)، والـــ Pa.s والـــ $dyne.s/cm^2$.

ويُنظر في أمثلة هذا الكتاب إلى السوائل المتحركة من منظور المقاسات الكبيرة التي تتميَّز عادة بسرعة وسطية. من أمثلة النظم ذات السوائل المتحركة تدفق الدم في الأوعية الدموية (المثال 13.6)، والتدفق عبر أنبوب في تجهيزات معالجة حيوية (الشكل 8.6–ت). لم يجرِ في هذا الكتاب توصيف أشكال منحنيات سرعة السائل المتدفق عبر وعاء بسبب عدم كفاية الأدوات المتوفرة هنا. ثمة كتب أخرى تهتم بظاهرة النقل وتنظر بالتفصيل في أشكال منحنيات سرعة السوائل المتدفقة من منظور المقاسات الميكروية (Truskey GA, Yuan F, and Katz DF, *Transport Phenomena in Biological Systems*, 2004; Bird RB, Stewart WE, and Lightfoot EN, *Transport Phenomena*, 2002).

3.6 مراجعة معادلات انحفاظ الزخم الخطي

الزخم الخطي والزخم الزاوي منحفظان دائماً في الكون (انظر المقطع 1.2.6). لذا لا يمكن توليدهما أو إفناؤهما في المنظومة أو في الكون. تذكَّر أن حدَّي التوليد والاستهلاك يصفان إنتاج وإفناء الخاصية التوسُّعية في المنظومة، لذا يُحذف هذان الحدَّان من معادلة موازنة الزخم الخطي والزخم الزاوي التي تُختزل حينئذ إلى معادلة انحفاظ.

تَصِف معادلة انحفاظ الزخم الخطي رياضياً حركة الزخم الخطي من المنظومة وإليها من خلال انتقال المادة الجَسِيمة، أو بتأثير قوى خارجية صرف فيها، أو تراكم الزخم الخطي. تصف حدود الدخل والخرج الزخم الخطي الذي ينتقل عبر حدود المنظومة بواسطة قوى خارجية صرف، وبواسطة انتقال الكتلة. ويصف حد التراكم تغيُّرات مقدار الزخم الخطي في المنظومة خلال المدة الزمنية موضوع الاهتمام.

تذكَّر تعريف انحفاظ الزخم الخطي الذي تعلمته في دروس الفيزياء، والذي ينص على أنه حينما تكون محصلة القوى الخارجية المؤثِّرة في المنظومة معدومة، يكون الزخم الكلي للمنظومة ثابتاً. هذا التعريف ليس مستعملاً في هذا الكتاب! إن مفهوم انحفاظ الزخم الخطي هو نفسه في كل من الفيزياء والهندسة الحيوية، إلا أن طريقة تعريف الفيزيائيين والمهندسين الحيويين للمنظومة هي التي تختلف. وهذا الاختلاف في طريقة توصيف المهندسين الحيويين للمنظومة، يغيِّر طريقة تطبيق معادلة الانحفاظ.

في المسائل التي تتضمن زخماً، تكون معادلات الموازنة التفاضلية والتكاملية أكثر شيوعاً من المعادلات الجبرية لأنها يمكن أن تأخذ في الحسبان طبيعة الزخم المعتمدة على الزمن. وحينما

تكون المعطيات هي معدَّلات الزخم الخطي، تكون الصيغة التفاضلية لمعادلة الانحفاظ 4.2−11 هي الملائمة:

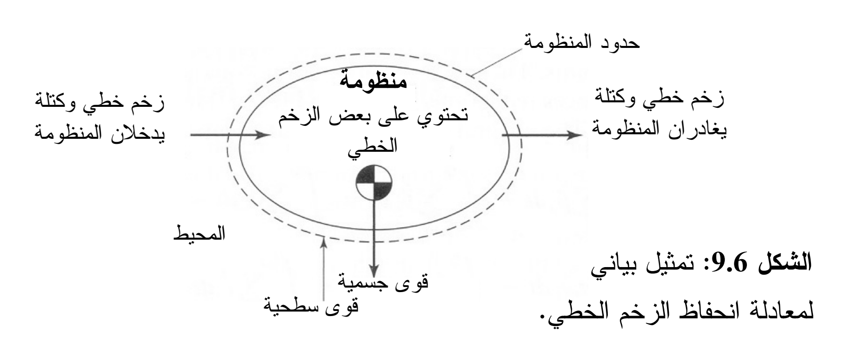
$$\dot{\Psi}_{\text{in}} - \dot{\Psi}_{\text{out}} = \frac{d\Psi}{dt} \qquad (1-3.6)$$

وتُكتب معادلة الانحفاظ لتأخذ في الحسبان حركة الزخم الخطي من وإلى المنظومة بنقل المادة الجَسِيمة، كما في تدفق الكتلة ($\dot{m}$)، وبتطبيق قوى خارجية على المنظومة (الشكل 9.6):

$$\sum_i \dot{\vec{p}}_i - \sum_j \dot{\vec{p}}_j + \sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \qquad (2-3.6)$$

$$\sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i - \sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j + \sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \qquad (3-3.6)$$

حيث إن $\sum_i \dot{\vec{p}}_i$ و $\sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i$ هما مجموع جميع معدَّلات الزخم الخطي الداخلة إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم، و $\sum_j \dot{\vec{p}}_j$ و $\sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j$ هما مجموع جميع معدَّلات الزخم الخطي الخارجة من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم، و $\sum \vec{F}$ هو مجموع القوى الخارجية الفاعلة في المنظومة، و $d\vec{p}^{\,\text{sys}}/dt$ هو معدَّل تراكم الزخم الخطي ضمن المنظومة. ويشير الدليلان i و j إلى أرقام تيارات الدخل والخرج.



الشكل 9.6: تمثيل بياني لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي.

يُعبِّر حدُّ التراكم عن المعدَّل الآني لتغيُّر الزخم الخطي في المنظومة. حينما يكون حد التراكم موجوداً، قد تكون ثمة حاجة إلى معلومات إضافية مثل الظرف الابتدائي أو تسارع المنظومة. أما بُعد حدود المعادلتين 3.6−2 و3.6−3 فهو $[\text{LMt}^{-2}]$.

يمكن حساب زخم المنظومة الخطي $\vec{p}^{\,\text{sys}}$ باستعمال طريقة تلائم تعقيد المنظومة. عندما تكون المنظومة جُسَيماً، يُفترض أنه يتحرك بسرعة واحدة، ويُحسب $\vec{p}^{\,\text{sys}}$ بضرب كتلة الجُسَيم بسرعته.

وحينما تكون المنظومة أعقد، يمكن أحياناً اختزالها إلى عدد من المقاطع بحيث تكون لكل

مقطع سرعة ثابتة، حتى لو كان بعضها يدور أو يتحرك بالنسبة إلى بعضها الآخر. وفي حالة وجود n مقطعاً في المنظومة، يُعطى الزخم الخطي $\vec{p}^{\,\text{sys}}$ للمنظومة بالصيغة:

$$\vec{p}^{\,\text{sys}} = \sum_k m_k \vec{v}_k \qquad (4-3.6)$$

حيث إن m_k هي كتلة المقطع رقم k، و $\vec{v}_k$ هي سرعته.

وثمة نهج آخر للحساب هو تحديد كثافة الكتلة (ρ) في المنظومة. يمكن حساب زخم المنظومة الخطي بالمكاملة على حجم المنظومة V:

$$\vec{p}^{\,\text{sys}} = \iiint_V \rho \vec{v}\; dV \qquad (5-3.6)$$

يُعتبر هذا التمثيل للزخم الخطي مفيداً على وجه الخصوص حين التعامل مع السوائل، ويُستعمل غالباً في استخراج و معادلات النقل التي تصف تدفق السائلتطبيق. ونقتصر في هذا الكتاب على وصف الزخم الخطي للأجسام الجاسئة البسيطة والجُسَيمات. وأما التطبيقات التي تتضمن تراكم الزخم الخطي في نظم متعددة المقاطع أو الأجزاء، أو نظم السوائل، فيمكن العثور عليها في كتب أخرى.

وتُعتبر الصيغة التكاملية الصيغة الملائمة حين التعامل مع ظروف بين لحظتين منفصلتين. وتُطوَّر معادلة الانحفاظ التكاملية بكتابة معادلتي الموازنة التفاضليتين (المعادلتان 3.6−2 و3.6−3) ومكاملتهما بين اللحظتين الابتدائية والانتهائية:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{\vec{p}}_i \, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{\vec{p}}_j \, dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F} \, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \, dt \qquad (6-3.6)$$

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i \, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j \, dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \, dt \qquad (7-3.6)$$

حيث إن $\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{\vec{p}}_i \, dt$ و $\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i \, dt$ هما مجموعا الزخم الخطي الداخل إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{\vec{p}}_j \, dt$ و $\int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j \, dt$ هما مجموعا الزخم الخطي الخارج من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F} \, dt$ هو الزخم الخطي الكلي الناجم عن جميع القوى الخارجية الفاعلة في المنظومة بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \, dt$ هو الزخم الخطي الكلي المتراكم في المنظومة بين اللحظتين t_0 و t_f.

يشير الدليلان إلى أرقام تيارات الدخل والخرج. وأما بُعد حدود المعادلتين السابقتين فهو $[\mathrm{LMt}^{-1}]$. قد تكون ثمة حاجة إلى معلومات عن حالة المنظومة في اللحظتين t_0 و t_f لحل المنظومة باستعمال المعادلة التكاملية.

ويمكن لحدود المعادلتين 3.6−6 و3.6−7 أن تكون تابعة، أو غير تابعة، للزمن. وفي كلا الحالتين، يمكن مكاملة حدود الدخل والخرج التي تصف معدَّلات الزخم والحد الذي يصف الزخم الخطي ضمن المدة الزمنية المحدَّدة كما يأتي:

$$\sum_i \vec{p}_i - \sum_j \vec{p}_j + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt = \vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - \vec{p}_0^{\,\mathrm{sys}} \qquad (8-3.6)$$

$$\sum_i m_i \vec{v}_i - \sum_j m_j \vec{v}_j + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt = \vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - \vec{p}_0^{\,\mathrm{sys}} \qquad (9-3.6)$$

حيث إن $\sum_i \vec{p}_i$ و $\sum_i m_i \vec{v}_i$ هما مجموعا الزخم الخطية الداخلة إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\sum_j \vec{p}_j$ و $\sum_j m_j \vec{v}_j$ هما مجموعا الزخم الخطية الخارجة من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt$ هو الزخم الخطي الكلي الناجم عن القوى الخارجية الفاعلة في المنظومة بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}}$ هو الزخم الخطي للمنظومة في اللحظة الانتهائية t_f، و $\vec{p}_0^{\,\mathrm{sys}}$ هو الزخم الخطي للمنظومة في اللحظة الابتدائية t_0. ويشير الدليلان i و j إلى أرقام تيارات الدخل والخرج.

قد تبدو صيغة المعادلة التكاملية 3.6−8 كالمعادلة الجبرية، وخاصة في ما يتعلق بحدود الدخل والخرج والتراكم. غير أن حد تكامل القوى يجب أن يُذكِّرك بأن هذه حالة خاصة من المعادلة التكاملية.

4.6 مراجعة معادلات انحفاظ الزخم الزاوي

على غرار الزخم الخطي، الزخم الزاوي لمنظومة ما منحفظ دائماً. ومعادلة انحفاظ الزخم الزاوي هي تعبير رياضي عن حركة الزخم الزاوي من المنظومة وإليها، وعن العزوم الفاعلة في المنظومة، وتراكم الزخم الزاوي في المنظومة. وعلى غرار حالة الزخم الخطي، معادلات الموازنة التفاضلية والتكاملية أكثر شيوعاً هنا من معادلات الموازنة الجبرية.

يكون استعمال الصيغة التفاضلية لمعادلة الانحفاظ حينما تكون المعطيات هي العزوم ومعدَّلات الزخم الزاوي. وتُكتب معادلة الانحفاظ لتأخذ في الحسبان حركة الزخم الزاوي من المنظومة

وإليها من خلال النقل المادي الجَسِيم أو بسبب تطبيق قوى خارجية على المنظومة وفق ما يأتي:

$$\sum_i \dot{\vec{L}}_i - \sum_j \dot{\vec{L}}_j + \sum (\vec{r} \times \vec{F}) = \frac{d\vec{L}^{\text{sys}}}{dt} \qquad (1-4.6)$$

حيث إن $\sum_i \dot{\vec{L}}_i$ هو مجموع جميع معدَّلات الزخم الزاوي الداخل إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم، و $\sum_j \dot{\vec{L}}_j$ هو مجموع جميع معدَّلات الزخم الزاوي الخارج من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم، و $\sum (\vec{r} \times \vec{F})$ هو مجموع العزوم الخارجية التي في المحيط الفاعلة في المنظومة، و $d\vec{L}^{\text{sys}}/dt$ هو معدّل تراكم الزخم الزاوي في المنظومة. والدليلان i و j يمثلاّن أرقام تيارات الدخل والخرج. تذكَّر أن $\vec{r}$ هو شعاع الموضع.

ويعبِّر حد التراكم عن معدَّل التغيُّر الآني في زخم المنظومة الزاوي. وحينما يكون حد التراكم موجوداً، قد تكون ثمة حاجة إلى معلومات إضافية مثل الظرف الابتدائي وتسارع المنظومة الزاوي. أما بُعد حدود المعادلة 4.6−1 فهو $[\text{L}^2\text{Mt}^{-2}]$.

يُعطي التعويض في المعادلة 2.6−9 عن معدّل الزخم الزاوي بتعريفه ما يأتي:

$$\sum_i (\vec{r}_i \times \dot{\vec{p}}_i) - \sum_j (\vec{r}_j \times \dot{\vec{p}}_j) + \sum (\vec{r} \times \vec{F}) = \frac{d\vec{L}^{\text{sys}}}{dt} \qquad (2-4.6)$$

$$\sum_i (\vec{r}_i \times (\dot{m}_i \vec{v}_i)) - \sum_j (\vec{r}_j \times (\dot{m}_j \vec{v}_j)) + \sum (\vec{r} \times \vec{F}) = \frac{d\vec{L}^{\text{sys}}}{dt} \qquad (3-4.6)$$

ويمكن حساب الزخم الزاوي $\vec{L}^{\text{sys}}$ لمنظومة ما باستعمال الطريقة الملائمة لتعقيد المنظومة. ويمكن العثور على طرائق وإجراءات حساب الزخم الزاوي وعزوم عطالة الجُسَيمات ونظم الجُسَيمات والأجسام الجاسئة والسوائل في كتب الفيزياء والهندسة الأخرى (Glover C, Lunsford KM, and Flemin JA, *Conservation principles and the Structure of Engineering*, 1994). والمسائل الواردة في هذا الكتاب التي تتطلب استعمال معادلات انحفاظ الزخم الزاوي مقتصرة على النظم المستقرة، ولذا فإن حساب $\vec{L}^{\text{sys}}$ ليس ضرورياً.

تُعد المعادلة التكاملية مفيدة جداً لتحديد الظروف في ما بين لحظتين منفصلتين. للحصول على معادلة الانحفاظ التكاملية، نكامل معادلة الموازنة التفاضلية 4.6−2 بين اللحظتين الابتدائية والانتهائية وفقاً لما يأتي:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i (\vec{r}_i \times \dot{\vec{p}}_i) dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j (\vec{r}_j \times \dot{\vec{p}}_j) dt$$

$$+\int_{t_0}^{t_f} \sum (\vec{r}\times\vec{F})dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{L}^{\text{sys}}}{dt}dt \qquad (4-4.6)$$

حيث إن $\int_{t_0}^{t_f} \sum_i (\vec{r}_i \times \dot{\vec{p}}_i)dt$ هو مجموع جميع العزوم الزاوية الداخلة إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} \sum_j (\vec{r}_j \times \dot{\vec{p}}_j)dt$ هو مجموع جميع العزوم الزاوية الخارجة من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} \sum (\vec{r}\times\vec{F})dt$ هو الزخم الزاوي الكلي الناجم عن العزوم الخارجية الفاعلة في المنظومة بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} (d\vec{L}^{\text{sys}}/dt)dt$ هو الزخم الزاوي الكلي المتراكم في المنظومة بين اللحظتين t_0 و t_f.

يمثِّل الدليلان i و j أرقام تيارات الدخل والخرج. أما بُعد حدود المعادلة 4.6−4 فهو $[\text{L}^2\text{Mt}^{-1}]$. وقد تكون ثمة حاجة إلى معلومات عن ظروف المنظومة في اللحظتين t_0 و t_f لحل المسألة باستعمال المعادلة التكاملية.

يمكن لحدود المعادلة 4.6−4 أن تكون تابعة، أو غير تابعة، للزمن. وفي كلا الحالتين، يمكن مكاملة حدود الدخل والخرج التي تصف معدلات تدفق الزخم الزاوي ضمن المدة الزمنية المعطاة وفق ما يأتي:

$$\sum_i (\vec{r}_i \times \vec{p}_i) - \sum_j (\vec{r}_j \times \vec{p}_j) + \int_{t_0}^{t_f} \sum (\vec{r}\times\vec{F})dt = \vec{L}_f^{\text{sys}} - \vec{L}_0^{\text{sys}} \qquad (5-4.6)$$

حيث إن $\sum_i (\vec{r}_i \times \vec{p}_i)$ هو مجموع جميع العزوم الزاوية الداخلة إلى المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\sum_j (\vec{r}_j \times \vec{p}_j)$ هو مجموع جميع العزوم الزاوية الخارجة من المنظومة بالنقل المادي الجَسِيم بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\int_{t_0}^{t_f} \sum (\vec{r}\times\vec{F})dt$ هو الزخم الزاوي الكلي الناجم عن العزوم الخارجية الفاعلة في المنظومة بين اللحظتين t_0 و t_f، و $\vec{L}_f^{\text{sys}}$ هو الزخم الزاوي الكلي الموجود في المنظومة في اللحظة الانتهائية t_f، و $\vec{L}_0^{\text{sys}}$ هو الزخم الزاوي الكلي الموجود في المنظومة في اللحظة الابتدائية t_0.

5.6 سكونيات الجسم الجاسئ

تتضمن فئة شائعة من المسائل الهندسية تطبيق انحفاظ الزخم على النظم المغلقة المستقرة. وفي المنظومة المغلقة (لكن غير المعزولة)، لا تحصل حركة للزخم بالنقل المادي الجَسِيم عبر

حدود المنظومة. إلا أن القوى الخارجية يمكن أن تؤثِّر في المنظومة، وحينئذ غالباً ما تُستعمل الصيغة التفاضلية للزخم الخطي المعطاة بالمعادلة 3.6−2 التي تُختزل في حالة المنظومة المغلقة المستقرة إلى:

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad \text{(a-1}-5.6)$$

وبتجزئة الشعاع إلى مكوِّناته، يمكن الحصول على معادلات سلَّمية في كل من الأبعاد الثلاثة لمنظومة الإحداثيات المتعامدة:

$$\sum F_x = 0, \qquad \sum F_y = 0, \qquad \sum F_z = 0 \qquad \text{(b-1}-5.6)$$

ولما كانت النظم التي تصفها هذه المعادلات لا تتحرك ولا تدخل فيها أو تخرج منها كتلة، سمَّاها المهندسون بالنظم **السكونية** (static). وثمة مهندسون آخرون مثل مهندسي الميكانيك يحلُّون مسائل تتضمن نظماً سكونية مكوَّنة من جُسَيمات وأجسام وبنى (مثل الهياكل والقناطر).

تغطي دورات الفيزياء التمهيدية غالباً سكونيات الجُسَيمات، ومن أمثلتها حساب القوى المؤثرة في كتلة معلقة (الشكل 8.6−أ). لكن جسم الإنسان والتجهيزات الطبية الحيوية لا تُنمذج عادة بالجُسَيمات، لذا لا نطبق في هذا الكتاب المعادلة 5.6−1 على الجُسَيمات. أما النظم السكونية المكوَّنة من أجسام وبنى جاسئة فهي كثيرة الشيوع في تطبيقات الهندسة الحيوية. ولذا نُعالِج في هذا الكتاب سكونيات الأجسام الجاسئة معالجة تمهيدية لتطبيقات أشد تعقيداً مستقصاة بتفصيل أكبر في كتب الميكانيك الحيوي.

إن كتلة الجسم الجاسئ محدودة ولا تتغيَّر مع الزمن. ويمكن للقوى السطحية والجِسمية أن تؤثِّر في نقاط مختلفة من الجسم، إلا أنه يمكن الافتراض أحياناً أن تلك القوى تؤثر في نقطة واحدة. على سبيل المثال، يُفترض دائماً أن قوة الثقالة تؤثر في مركز الكتلة.

وفي حالة المنظومة المغلقة المستقرة، تُختزل الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الزخم الزاوي 4.6−1 لتصبح:

$$\sum (\vec{r} \times \vec{F}) = 0 \qquad \text{(a-2}-5.6)$$

وعلى غرار ما تقدم، يمكن كتابة معادلات لكل محور من محاور الإحداثيات المتعامدة وفقاً لما يأتي:

$$\sum (\vec{r} \times \vec{F})_x = 0, \qquad \sum (\vec{r} \times \vec{F})_y = 0, \qquad \sum (\vec{r} \times \vec{F})_z = 0 \qquad \text{(b-2}-5.6)$$

إن استعمال المعادلتين 5.6−a-1 و 5.6−a-2 معاً كافٍ لحل كثير من مسائل سكونيات الجسم الجاسئ.

المثال 5.6 القوى أثناء ركوب الدراجة

مسألة: يُظهر الشكل 10.6–أ رِجلاً تضغط على دوَّاسة درَّاجة. والنقطة a هي الكاحل، والنقطة p هي نقطة اتصال الدوَّاسة بقضيب التدوير، والنقطة b هي المسنن الذي يدور حوله قضيب التدوير. وتفصل بين a و p مسافة هي المسافة بين الكاحل والدوَّاسة، ويقع بين p و b قضيب التدوير الذي يدور حينما تُحرِّك الدوَّاسة. أما المسنن (النقطة b) فهو ثابت في الفضاء بالنسبة إلى الرجل والأرض.

إن عامل كل مقطع معاملة جسم جاسئ لا كتلة له. وافترض أن الدرَّاج لا يتحرك ويبقى ساكناً. تُبدي الرِجل السفلى قوة مقدارها 289 نيوتن على الكاحل (في النقطة a) في الاتجاه y. احسب القوة عند الكاحل a في الاتجاه x، والقوتين في الاتجاهين x و y عند الدوَّاسة p. يساوي طول الوصلة بين الكاحل والدوَّاسة 14 سم، وهي تصنع زاوية مقدارها 50 درجة مع الأفق.

الحل: يُظهر الشكل 10.6–ب المنظومة التي تتضمن الكاحل والدوَّاسة والقوى المعلومة. ولحساب القوى الفاعلة في الكاحل والدوَّاسة، ثمة حاجة إلى عدد من الافتراضات منها:

- المقطع بين الكاحل والدوَّاسة هو جسم جاسئ لا كتلة له.
- الدرَّاجة والقدم ساكنتان.
- القوى ثابتة.
- لا توجد قوى فاعلة في الاتجاه الجانبي (المحور z).

في حالة المنظومة المغلقة المستقرة عديمة الكتلة، تُختزل المعادلة التفاضلية لانحفاظ الزخم الخطي (المعادلة 3.6–2) إلى:

$$\sum \vec{F} = 0$$

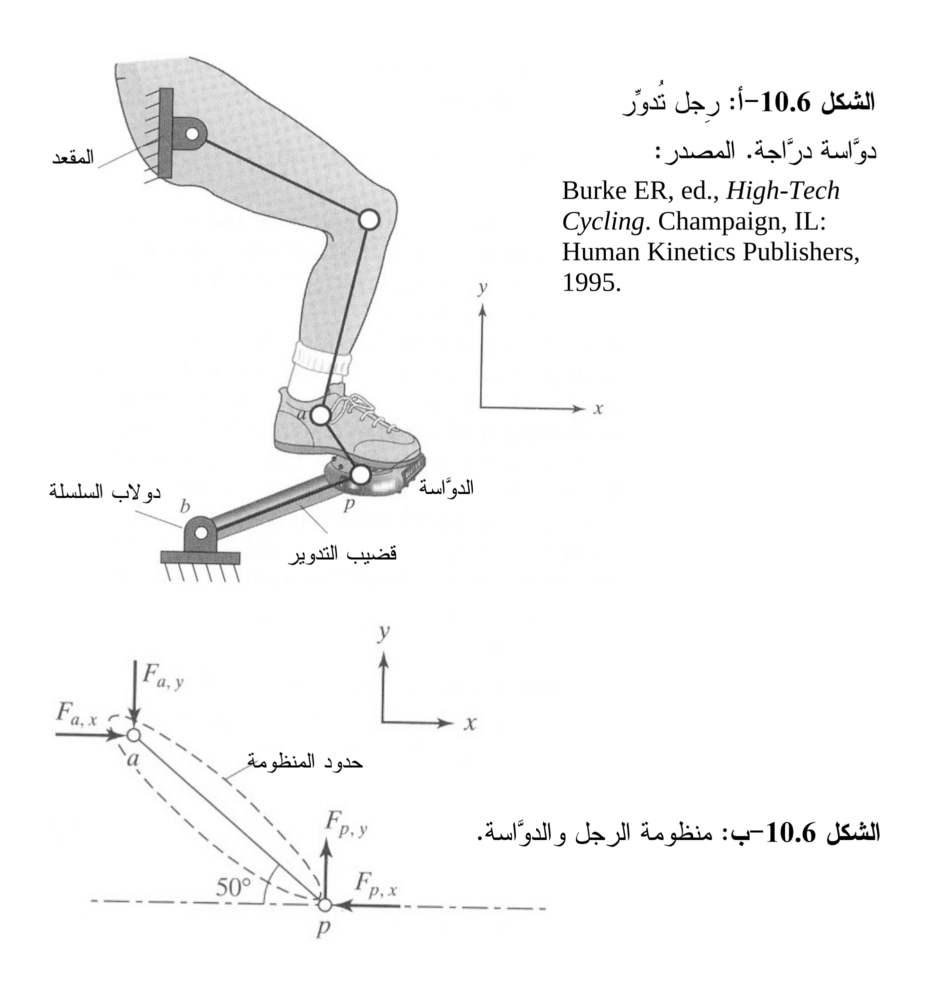
وعلى غرار ذلك، تُختزل معادلة انحفاظ الزخم الزاوي التفاضلية 4.6–1 في حالة المنظومة المستقرة عديمة الكتلة إلى:

$$\sum (\vec{r} \times \vec{F}) = 0$$

وفي ما يخص المنظومة المكوَّنة من الكاحل والدوَّاسة، تُكتب معادلتا الاتجاهين x و y كما يأتي:

$$F_{a,x} - F_{p,x} = 0$$

$$-F_{a,y} + F_{p,y} = -289\,\text{N} + F_{p,y} = 0$$



الشكل 10.6–أ: رِجل تُدوِّر دوّاسة درّاجة. المصدر:
Burke ER, ed., *High-Tech Cycling*. Champaign, IL: Human Kinetics Publishers, 1995.

الشكل 10.6–ب: منظومة الرجل والدوّاسة.

ولحساب العزوم الخارجية، يجب تحديد نقطة مركز الإحداثيات بحيث يمكن تحديد قيم $\vec{r}$. لنضع مركز الإحداثيات في النقطة p، ولذا يكون $\vec{r}_{p,x} = 0$ و $\vec{r}_{p,y} = 0$. بعدئذ نطبِّق معادلة انحفاظ الزخم الزاوي الخاصة بالمنظومة المغلقة المستقرة:

$$(\vec{r}_{a,y} \times F_{a,x}\vec{i}) + (\vec{r}_{a,x} \times F_{a,y}\vec{j}) = 0$$

$$((0.14\,\text{m})(\sin 50^\circ\ \vec{j}) \times F_{a,x}\vec{i}) + ((0.14\,\text{m})(\cos 50^\circ\,(-\vec{i})) \times 289(-\vec{j})) = 0$$

ومنها يتبيَّن أن قيمة $F_{a,x}$ تساوي 242 نيوتن. وبالمتابعة نحصل على قيم جميع قوى منظومة الكاحل والدوّاسة:

$$F_{a,x} = 242\vec{i}\ \text{N},\quad F_{a,y} = -289\vec{j}\ \text{N},\quad F_{p,x} = -242\vec{i}\ \text{N},\quad F_{p,y} = 289\,\vec{j}\ \text{N}$$

في هذا المثال، تزيد القوة في الاتجاه العمودي بنحو 20% على القوة الأفقية، إلا أن هذه النسبة تتغيَّر جذرياً وفقاً للزاوية التي تصنعها الوصلة بين الكاحل والدوَّاسة مع الأفق. حينما تكون الساق ممدودة كلياً، وتكون الدوَّاسة في وضعيتها الدنيا، تكون القوة الوحيدة الموجودة هي القوة التي في الاتجاه y. ومع انثناء الركبة وارتفاع القدم، يظهر مزيد من القوة في الاتجاه x. لذا تعتمد قوى المفاصل في الساق والكاحل على وضعية الدوَّاسة أثناء تدويرها.

ما يحدُّ من استعمال هذا النموذج هما الافتراضان التبسيطيَّان اللذان ينطويان على أن الدرَّاج ساكن وأن كتلتي الكاحل والدوَّاسة معدومتان. في النموذج الذي هو أكثر واقعية، يمكن للقوى ألاّ تكون متوازنة، ويمكن للفوارق بين القوى أن تتحوَّل لتحقِّق حركة نحو الأمام. وتتغيَّر مطالات القوى في المنظومة مع الزمن، ويمكن لمنظومة الراكب والدرَّاجة ألاّ تكون ساكنة. يُضاف إلى ذلك أن لكل مقطع (مثلاً القدم) كتلة معينة تُبدي قوة خارجية مؤدية إلى تغيُّرات في قيم القوى المحسوبة. وكي يكون لتحليلنا قيمة هندسية (من أجل دراسة درء الأذيَّة مثلاً)، يجب تعديل النموذج ليأخذ تلك العوامل في الحسبان.

المثال 6.6 القوى المطبَّقة على الذراع

مسألة: تصل عضلة الذراع ذات الرأسين (biceps brachii) عظم الكعبرة الموجود في الذراع بعظم الكتف (الشكل 11.6–أ). وترتبط العضلة بعظم الكتف في موضعين (من هنا أتت التسمية **ذات الرأسين**) وبالكعبرة في موضع واحد. ولتحريك الذراع أو تثبيتها، تُوازِن عضلة الذراع وزن الذراع مع القوة الموجودة في مفصل المرفق. افترض أن مركز كتلة الذراع يبعد عن المرفق 15 سم، وأن قطر كل من الذراعين العليا والسفلى يساوي 6 سم، وأن العضلات متصلة في المواضع المبينة في الشكل 11.6–ب. وتساوي القوة الأفقية لمفصل المرفق $F_{E,x}$ المطبقة على الذراع 6.5 نيوتن حين تثبيت الذراع في وضعية موازية للأرض. وافترض أن عضلة الذراع تحمل كامل وزن الذراع. احسب القوة اللازمة من كل فرع من العضلة لإبقاء الذراع موازية للأرض.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب القوة في كل فرع من العضلة.

(ب) مخطط المنظومة مبين في الشكل 11.6–ب. وقوَّتا العضلة المجهولتان هما F_A و F_B.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- يقع مركز الكتلة، أي نقطة تأثير الوزن، على بعد 15 سم من المرفق (النقطة E).
- عضلة الذراع هي العضلة الوحيدة الحاملة للذراع.
- الذراع ساكنة.
- تعمل القوى في المستوي $x\ y$ فقط، وهي ثابتة.
- المنظومة موجودة في حالة مستقرة.

(ب) بيانات إضافية:

- تساوي كتلة الشخص المتوسط 150 ليبرة كتلية.
- تساوي كتلة الذراع السفلى الواحدة 2.3% من كتلة الشخص المتوسط.

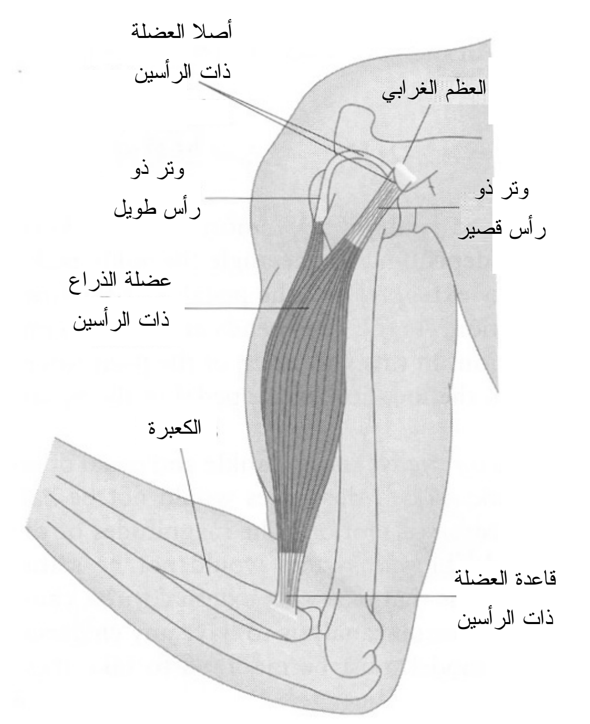
(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- W: وزن
- F_A , F_B : قوّتا فرعي العضلة
- F_E : قوة المرفق
- استعمل cm, N.

3. حساب

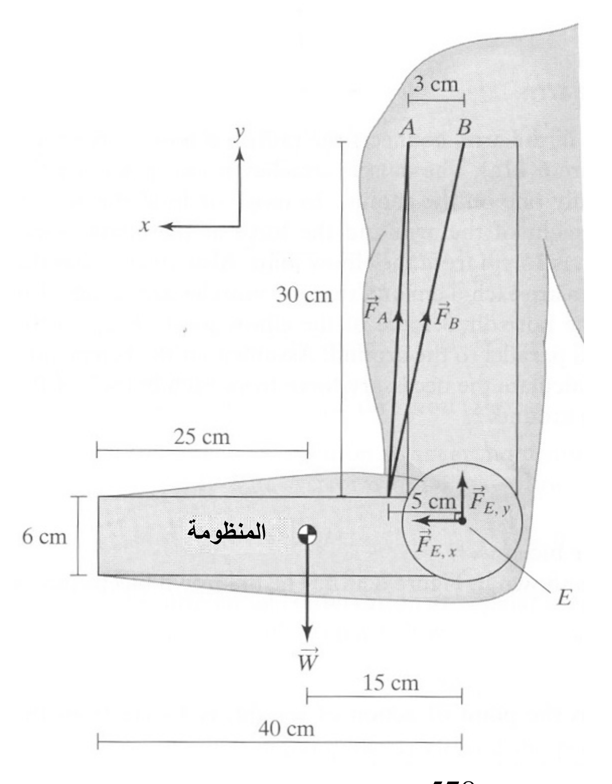
(أ) المعادلات: ثمة حاجة إلى الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي 2.6−2 ومعادلة انحفاظ الزخم الزاوي 4.6−1. ونظراً إلى انعدام تدفُّق الكتلة في المنظومة، تنعدم حدود معدَّلات الزخم الخطي الداخل إلى المنظومة والخارج منها بالنقل المادي الجَسِيم. ونظراً إلى أن الذراع هي منظومة جسم جاسئ سكونية في حالة مستقرة، ينعدم حدُّ التراكم أيضاً. وهذا ما يبسِّط المعادلتين إلى:

$$\sum \vec{F} = 0$$
$$\sum (\vec{r} \times \vec{F}) = 0$$



الشكل 11.6–أ: وصلات عضلة الذراع ذات الرأسين.

المصدر: Shier D, Hole JW, Butler J, and Lewis R, Hole's Human Anatomy & Physiology. Columbus: McGraw-Hill, 2002



الشكل 11.6–ب: القوى المطبَّقة على الذراع. أبعاد الرسم غير متناسبة.

(ب) الحساب:

- نحدِّد منظومة الإحداثيات بحيث يكون مركزها في النقطة E في المرفق. يُعطي جمع القوى في الاتجاهين x و y:

$$\sum F_x = F_{A,x} + F_{B,x} - F_{E,x} = 0$$
$$\sum F_y = F_{A,y} + F_{B,y} + F_{E,y} - W = 0$$

- لا يتولَّد العزم إلا من مركِّبات القوى العمودية على محور. ويُعطي جمع العزوم حول النقطة E:

$$(\vec{r}_{F_A} \times \vec{F}_A) + (\vec{r}_{F_B} \times \vec{F}_B) + (\vec{r}_W \times \vec{W}) = 0$$

- وحين تثبيت الذراع موازية للأرض، تكون القوة الأفقية $F_{E,x}$ (في الاتجاه x) المطبَّقة على الذراع في المرفق مساوية 6.5 نيوتن. أما وزن الذراع في الاتجاه y فيعطى بالصيغة:

$$\begin{aligned}\vec{W} &= m\,\vec{g}\\ &= 0.023(150\,\mathrm{lb_m})\left(32.2\frac{\mathrm{ft}}{\mathrm{s^2}}\right)\left(\frac{\mathrm{s^2}\cdot\mathrm{lb_f}}{32.2\ \mathrm{lb_m}\cdot\mathrm{ft}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{N}}{0.225\ \mathrm{lb_f}}\right)\\ &= 15.3\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

- تُحدَّد مركِّبات $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_B$ في الاتجاهين x و y بعد تحديد الزاويتين θ_A و θ_B باستعمال حساب المثلثات (الشكل 11.6–ت). تُعطي الحسابات $\theta_A = 86.2^\circ$ و $\theta_B = 80.5^\circ$. وباستعمال هاتين القيمتين في معادلتي قوى الاتجاهين x و y ينتُج:

x:
$$F_A(\cos 86.2^\circ) + F_B(\cos 80.5^\circ) - 6.5\,\mathrm{N} = 0$$
$$0.06627\,F_A + 0.1650\,F_B = 6.5\,\mathrm{N}$$

y:
$$F_A(\sin 86.2^\circ) + F_B(\sin 80.5^\circ) + F_{E,y} - 15.3\ \mathrm{N} = 0$$
$$0.9978\,F_A + 0.9863\,F_B + F_{E,y} = 15.3\ \mathrm{N}$$

- ويُحدَّد شعاع الموضع $\vec{r}$ بتحديد مركِّبتيه في الاتجاهين x و y من نقطة تأثير شعاع القوة إلى المركز بقطع النظر عن منظومة الإحداثيات المعطاة، ولذا يكون $\vec{r}_{F_A} = \vec{r}_{F_B} = (5\vec{i}, 3\vec{j})$ و $\vec{r}_W = (15\vec{i})$. بتعويض قيم العزم حول النقطة E ينتُج:

$$\sum (\vec{r} \times \vec{F})_E = (\vec{r}_{F_A} \times \vec{F}_A) + (\vec{r}_{F_B} \times \vec{F}_B) + (\vec{r}_W \times \vec{W}) = 0$$

$$\left\{(5\vec{i} \text{ cm}) \times \left[F_B (\sin 86.2^\circ)\, \vec{j}\right] + (3\vec{j} \text{ cm}) \times \left[-F_A (\cos 86.2^\circ)\, \vec{i}\right]\right\}$$

$$+\left\{(5\vec{i} \text{ cm}) \times \left[F_B (\sin 80.5^\circ)\, \vec{j}\right] + (3\vec{j} \text{ cm}) \times \left[-F_B (\cos 80.5^\circ)\, \vec{i}\right]\right\}$$

$$+\left[(15\vec{i} \text{ cm}) \times (-15.3\vec{j} \text{ N})\right] = 0$$

$$5.188 F_A \vec{k} \text{ cm} + 5.426 F_B \vec{k} \text{ cm} - 230.0 \vec{k} \text{ N} \cdot \text{cm} = 0$$

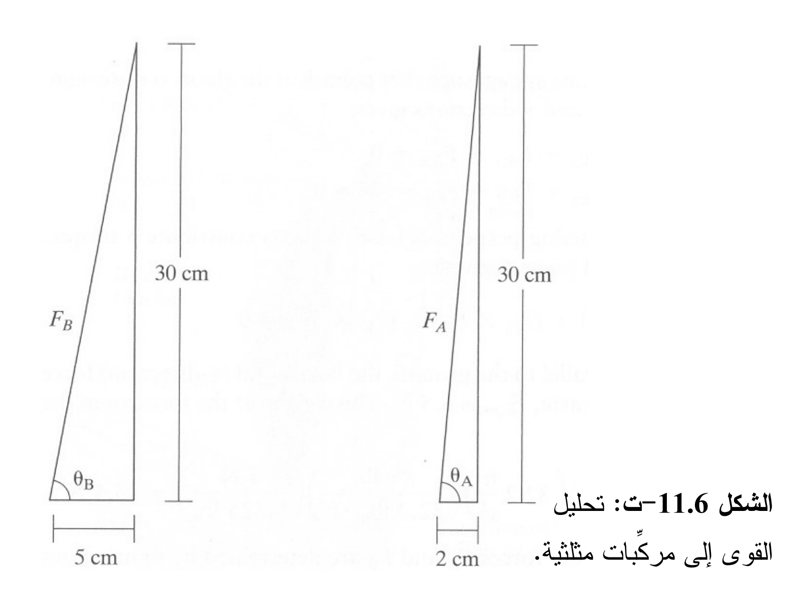
$$5.188 F_A + 5.426 F_B = 230.0 \text{ N}$$

- ثمة الآن ثلاث معادلات وثلاثة مجاهيل هي F_A و F_B و $F_{E,y}$. ويمكن حل هذه المعادلات يدوياً أو باستعمال ماتلاب:

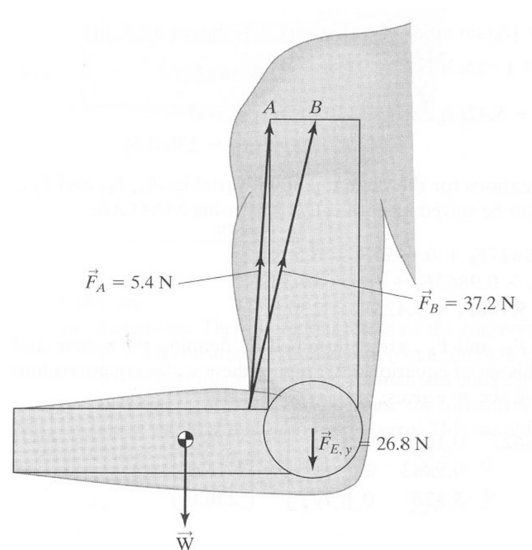
$$0.06627 F_A + 0.1650 F_B = 6.5 \text{ N}$$

$$0.9978 F_A + 0.9863 F_B + F_{E,y} = 15.3 \text{ N}$$

$$5.188 F_A + 5.426 F_B = 230.0 \text{ N}$$



الشكل 11.6–ت: تحليل القوى إلى مركِّبات مثلثية.



الشكل 11.6–ث: اتجاهات القوى الفاعلة في الذراع.

تُحسب مطالات القوى F_A و F_B و $F_{E,y}$ بواسطة المعادلة المصفوفاتية الآتية:

$$\begin{bmatrix} 0.06627 & 0.1650 & 0 \\ 0.9978 & 0.9863 & 1 \\ 5.188 & 5.426 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_{E,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.5 \\ 15.3 \\ 230.0 \end{bmatrix}$$

بإدخال هذه المصفوفات إلى ماتلاب ينتُج:

$$x = \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_{E,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.40 \\ 37.2 \\ -26.8 \end{bmatrix}$$

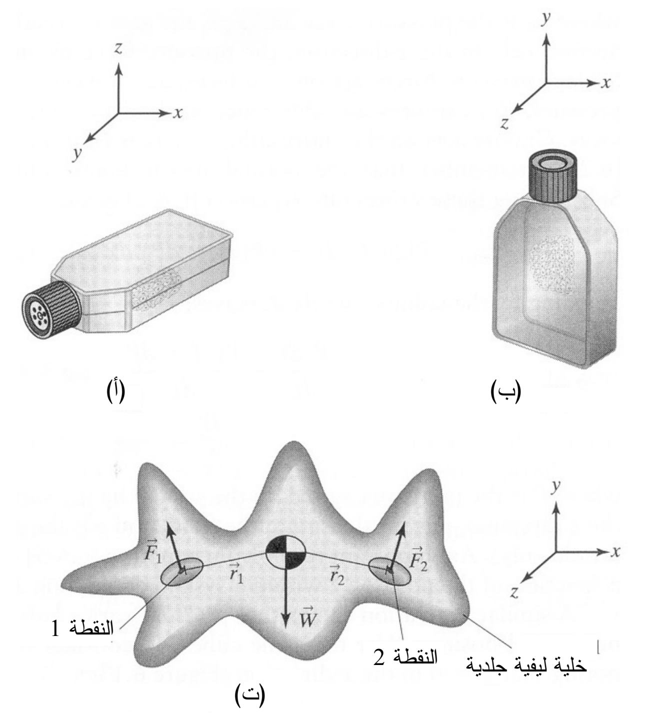
4. النتيجة

(أ) الجواب: مطالا قوَّتي فرعي عضلة الذراع والقوة الأفقية عند المرفق يساويان $F_A = 5.40\,\mathrm{N}$ و $F_B = 37.2\,\mathrm{N}$، و $F_{E,y} = -26.8\,\mathrm{N}$. أما اتجاهات هذه القوى فهي مبينة في الشكل 11.6–ث.

(ب) التحقُّق: لاحظ أن مطال F_B أكبر كثيراً من مطال F_A. أما $F_{E,y}$ فتعمل في الاتجاه المعاكس لما افترضناه في البداية. وهذا معقول، لأنها هي قوة المرفق المطبَّقة على الذراع. وقوة عضلة الذراع في الاتجاه نحو الأعلى تولِّد قوة ضاغطة في مفصل المرفق. ويجب أن تعمل القوة الضاغطة على الذراع عند المرفق باتجاه الأسفل لأن الذراع هي العظمة السفلى من المفصل.

المثال 7.6 تعليق خلايا ليفية حيوية

مسألة: تُستعمل خلايا جلد الإنسان الليفية غالباً في مختبرات تنمية الأنسجة حين الحاجة إلى تنمية خلايا نسيج رابط لأغراض البحث. وهي تُنمَّى أحياناً في قوارير صغيرة شفافة مزدوجة الجدران (الشكل 12.6–أ)، حيث تغطى بطبقة رقيقة ممتلئة بالمغذِّي. وتعتمد تلك الخلايا على طريقة توضيعها، أي إنها يجب أن تلتصق بالسطح كي تتكاثر. ومع أن الخلايا ليست أجساماً جاسئة عموماً، إلا أنه يمكن استقصاء بعض القوى الخاصة بتعليقها مفترضين أن الخلايا جاسئة.



الشكل 12.6:
(أ) قارورة تنمية خلايا في وضعية التنمية.
(ب) خلايا معلقة في وضعية معامدة للأرض.
(ت) خلية جلد ليفية معلقة في النقطتين 1 و2. الخلية متوضعة في المستوي $x-y$، والمحور z عمودي على المستوي.

توضع القوارير بحيث يكون الجدار الذي تتعلق عليه الخلايا متعامداً مع الأرض (الشكل 12.6–ب). تأمَّل في الخلايا المعلقة بجدار القارورة في نقطتين والمبينة في الشكل 12.6–ت (في الواقع يمكن للخلايا أن تتعلق بكثير من النقاط الأخرى بواسطة الروابط في ما بين البروتينات). يُعاكس الاتجاه الموجب للمحور y اتجاه الثقالة، ويقع المحور x في مستوي الجدار الذي تتعلق عليه الخلايا، وهو موازٍ للأرض. وتُنمذج الخلية بشكل مسطح يقع في مستوي الجدار. والمسافتان بين نقطتي التعليق ومركز الكتلة هما $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$، وهما معلومتان. بافتراض أن وزن الخلية هو W، ماذا يمكنك القول عن القوى في نقطتي التعليق؟

الحل: على غرار ما تقدم في المثال السابق، المنظومة هنا أيضاً ساكنة وفي حالة مستقرة، لذا فإن مجموع القوى ومجموع العزوم حول مركز الكتلة معدومان:

$$\sum F_x = F_{2,x} - F_{1,x} = 0 \qquad :x$$

$$\sum F_y = F_{1,y} + F_{2,y} - W = 0 \qquad :y$$

العزم:

$$(\vec{r}_1 \times \vec{F}_1) + (\vec{r}_2 \times \vec{F}_2) = 0$$

$$-(r_{1,y} F_{1,x})_z - (r_{1,x} F_{1,y})_z + (r_{2,y} F_{2,x})_z + (r_{2,x} F_{2,y})_z = 0$$

حيث إن $F_{1,x}$ و $F_{2,x}$ هما مركِّبتا قوتي التعليق في الاتجاه x، و $F_{1,y}$ و $F_{2,y}$ هما المركِّبتان في الاتجاه y، و $r_{1,x}$ و $r_{2,x}$ هما مركِّبتا شعاعي الموضع في الاتجاه x، و $r_{1,y}$ و $r_{2,y}$ هما مركِّبتا شعاعي الموضع في الاتجاه y. إن جميع قيم مركِّبات شعاع الموضع معلومة.

تُحدَّد اتجاهات نواتج الضرب الشعاعي بقاعدة اليد اليمنى التي تنص على أن الناتج الشعاعي لذراع العزم في الاتجاه x بمركِّبة القوة في الاتجاه y يعطي شعاعاً في الاتجاه z (عمودي على الصفحة). وفي جميع المعادلات السابقة التي لا تحتوي على مركِّبات أشعة، تُعبِّر المطالات عن المتغيرات. أي إن $-(r_{1,y} F_{1,x})_z$ تعني أن $(r_{1,y} F_{1,x})_z$ هو المطال، وأن الشعاع يتجه باتجاه القيم السالبة للمحور z، وهذا ما تعبِّر عنه الإشارة السالبة.

لاحظ أن ثمة أربعة مجاهيل ($F_{1,x}$ و $F_{1,y}$ و $F_{2,x}$ و $F_{2,y}$) وثلاث معادلات فقط. توصف المنظومة التي يكون عدد مجاهيلها أكبر من عدد معادلاتها بأنها **ضعيفة التحديد** (underspecified)، أو **غير محددة سكونياً** (statically indeterminate)، وهي التسمية المعتمدة في الميكانيك. ولا توجد معلومات كافية لحساب القوى باستعمال معادلات انحفاظ الزخم. لذا تستعمل غالباً بعض خواص الشكل الهندسي للحصول على علاقة بين متغيِّرين أو أكثر. فإذا عُثر على ما يكفي من هذه العلاقات بحيث يُصبح عدد المعادلات مساوياً لعدد المجاهيل، أمكن الوصول إلى حل وحيد.

6.6 سكونيات السائل

يمكن للزخم الخطي أن يدخل منظومة أو يخرج منها بسبب القوى السطحية أو القوى الجِسمية أو كليهما. خُذ منظومة مستقرة ليس فيها انتقال مادة جَسِيمة. حينئذ تُختزل المعادلة 3.6−2 إلى:

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad (1-6.6)$$

في المقطع 5.6، طبَّقنا هذه المعادلة على الأجسام الجاسئة. ثمة فئة أخرى تُطبَّق عليها المعادلة

6.6–1 أيضاً هي السوائل غير المتحركة، أو **السوائل الساكنة** (static fluids). لا تؤثِّر لزوجة السائل الساكن في سلوكه لأنه لا يتدفَّق.

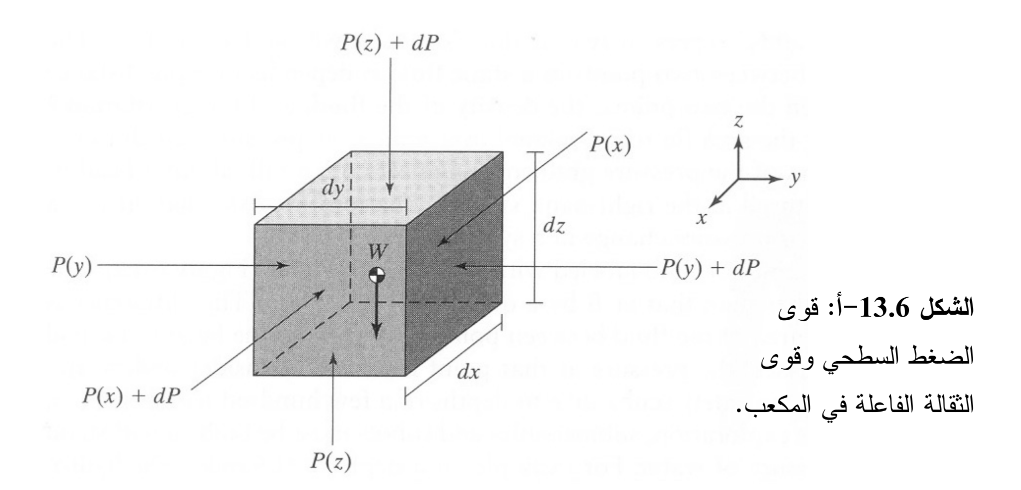
انظر في مكعب تساوي أطوال حوافه dx و dy و dz موجود ضمن سائل ساكن كثافته ρ (الشكل 13.6–أ). تُحدِّد حواف المكعب حدود المنظومة. وتؤثِّر الثقالة بقوة جِسْمية في كتلة السائل. ويخضع كل وجه من المكعب إلى قوة ضاغطة. تُكتب حينئذ المعادلة 6.6–1 للاتجاه z كما يأتي:

$$\sum \vec{F}_z = \vec{F}_p + \vec{F}_g = 0 \qquad (2-6.6)$$

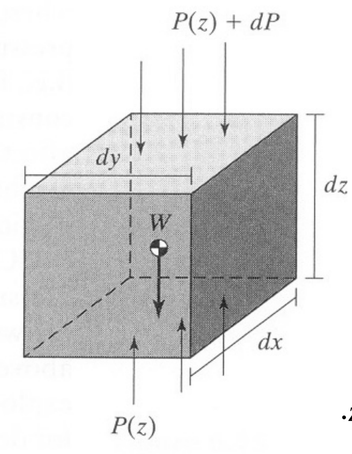
حيث إن $\vec{F}_p$ هي القوة الضاغطة، و $\vec{F}_g$ هي قوة الثقالة، وهما معرَّفتان في المقطع 1.6. تُوازن القوة الضاغطة في الاتجاه z القوة الثقالية. وتؤثِّر قوى الضغط السطحية في وجهين، عند الموقع z و $z+\Delta z$. ويتضمن تفاضل الضغط dP أي فارق بين ضغطي السائل عند الوجهين المتقابلين. وتؤثِّر الثقالة في المكعب كله (الشكل 13.6–ب). وتُحسب $\vec{F}_P$ باستعمال المعادلة 2.6–4. تذكَّر أن الشعاع الناظمي يتجه خارجاً من وجه المكعب. بتعويض هذه القيم في المعادلة 6.6–2 ينتُج:

$$P(z)\,dx\,dy - (P(z)+dP)\,dx\,dy - (dx\,dy\,dz)\,\rho\,g = 0 \qquad (3\text{-}6.6)$$

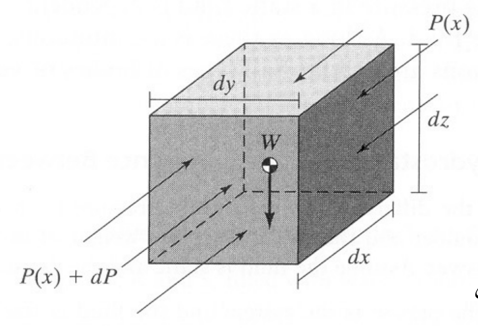
وبالتقسيم على الحجم $(dx\,dy\,dz)$ ينتُج:

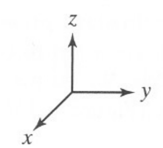


الشكل 13.6–أ: قوى الضغط السطحي وقوى الثقالة الفاعلة في المكعب.



الشكل 13.6–ب: قوى الضغط السطحي وقوى الثقالة الفاعلة في الاتجاه z.





الشكل 13.6–ت: قوى الضغط السطحي الفاعلة في الاتجاه x.

$$\frac{P(z)}{dz} - \frac{P(z)+dP}{dz} - \rho g = 0 \qquad (4-6.6)$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \qquad (5-6.6)$$

حيث إن P هو الضغط المطبَّق على المنظومة من المحيط، و z هو الارتفاع في الاتجاه z، و ρ هي كثافة السائل، و g هو ثابت الثقالة (مطال فقط). إحدى النتائج المهمة للمعادلة 5−6.6 هي أن الضغط يتغيَّر بوصفه تابعاً للموقع z ضمن المنظومة المحتوية على السائل الساكن.

ويُبين تحليل مشابه أن الضغط يتغيَّر بوصفه تابعاً للارتفاع فقط، لا إلى الموقع في المستوي المعامد للارتفاع. استعمل المكعب نفسه، وانظر في القوى في الاتجاه x، مع ملاحظة أن $g = 0$ في هذا الاتجاه (الشكل 13.6−ت):

$$P(x)dy\,dz - (P(x)+dP)dy\,dz - (dx\,dy\,dz)\rho(0) = 0 \qquad (6\text{-}6.6)$$

بالتقسيم على الحجم $(dx\,dy\,dz)$ ينتُج:

$$\frac{dP}{dx} = 0 \qquad (7-6.6)$$

أي إن الضغط لا يتغيَّر في الاتجاه x. ويبين تحليل مماثل أن الضغط مستقل أيضاً عن الموضع في الاتجاه y. إذاً، تؤثِّر قوى الضغط في السوائل الثابتة في الاتجاه z فقط.

انظر الآن في سائل ذي كثافة ρ ثابتة. تُكامل المعادلة 5−6.6 حينئذ لتُعطي:

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\rho g \int_{z_1}^{z_2} dz \qquad (8-6.6)$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g (z_2 - z_1) \qquad (9-6.6)$$

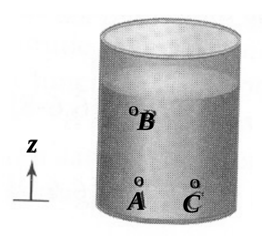
$$\Delta P = -\rho g \, \Delta z \qquad (10-6.6)$$

حيث يمثِّل الدليلان 1 و2 موقعين منفصلين ضمن السائل الساكن. **ويعتمد الفرق بين الضغطين عند نقطتين في سائل ساكن على الفرق بين ارتفاعيهما، وعلى كثافة السائل وثابت الثقالة.** لاحظ أن السطح (في المستوي $x-y$) الذي يخضع للضغط لا يؤثِّر في حساب تدرُّج الضغط. يتحدث المهندسون غالباً عن ارتفاع السائل (المتضمَّن في الطرف الأيمن من المعادلة 10−6.6) الذي يولِّد ضغطاً معيناً أو تغيُّرا في ضغط المنظومة.

خُذ حاوية سائل عليها العلامات A و B و C (الشكل 14.6). إن الضغط عند A أكبر من الضغط عند B بمقدار يساوي $\rho g(z_B - z_A)$. وهذا الفارق هو وزن السائل الواقع ضمن وحدة المساحة بين النقطتين A و B. ومع ازدياد ارتفاع السائل فوق نقطة معينة، يزداد الضغط عند تلك النقطة. تأمّل في الغوص تحت الماء. يمكن للناس الغوص بأمان حتى أعماق تصل حتى بضعة مئات من الأقدام. إلا أن استقصاء أعماق البحار يقتضي بناء غواصات وروبوتات تستطيع تحمُّل ضغط الماء السكوني. مثلاً، عند عمق يساوي 0.5 ميل، يسحق ضغط الماء الساكن الذي يساوي 78 ضغطاً جوياً جسم الإنسان.

بالعودة إلى الشكل 14.6، لا يوجد تغيُّر في الضغط بين النقطتين A و C لأنهما على ارتفاع واحد ضمن السائل. هذا يعني أن ضغطي السائل في نقطتين على الارتفاع نفسه ضمن سائل له الكثافة نفسها متماثلان. والضغط الذي تشعر به على جسمك عندما تكون غاطساً إلى عمق 10 أقدام في حوض السباحة، على سبيل المثال، هو الضغط نفسه الذي تشعر به على عمق عشرة أقدام في بحيرة ماء عذب. وليس لحجم ومساحة المنظومة تأثير في ضغط السائل الساكن.

الخلاصة هي أن ضغط السائل الساكن في نقطة ما يعتمد على ارتفاع السائل فوقها. ومادام ثمة مسار سكوني مستمر عبر السائل، تبقى هذه الاستنتاجات صحيحة من أجل جميع أنواع الأجسام والأوعية.



الشكل 14.6: حاوية سائل حُدِّدت فيها ثلاث نقاط A وB وC.

المثال 8.6 فرق ضغط السائل الساكن بين الكتف والكاحل

مسألة: احسب فرق ضغط السائل الساكن بين الكتف والكاحل الناجم عن وزن السائل في الجسم. هل يدخل وزن الشخص في الحسابات؟ علِّل إجابتك. افترض أن السائل ساكن وأن كثافة الدم تساوي $1.056\,\mathrm{g/cm^3}$.

الحل: نظراً إلى أن الشخص هو المنظومة وإلى أن السائل ساكن، ليس ثمة سائل يدخل

المنظومة أو يخرج منها أو يتحرك ضمنها، وهذا ما يجعلها منظومة مستقرة. ولا يوجد انتقال مادي جَسيمٍ عبر حدود المنظومة، ولا توجد قوى فاعلة فيها سوى ضغط السائل الساكن والثقالة.

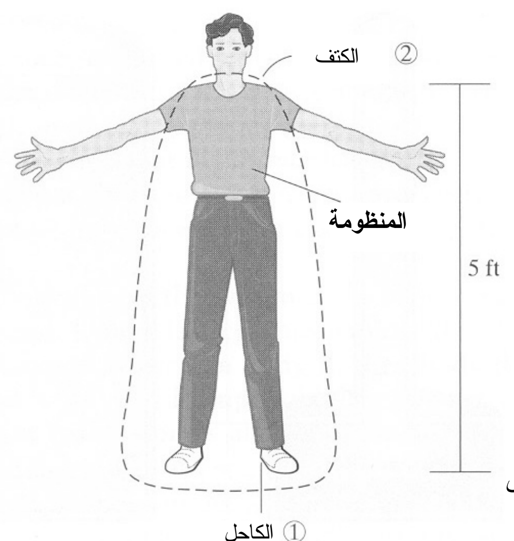
ونظراً إلى أن كثافة السائل ثابتة، يمكن استعمال المعادلة 6.6−10 التي يمثِّل فيها الكتف الموضع 2، والكاحل الموضع 1. ونقدِّر أن فرق الارتفاع بين الكتف والكاحل يساوي 5 أقدام (الشكل 15.6). ويُفترض أن يكون فرق الضغط ΔP موجباً:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho g\ (z_2 - z_1)$$

$$= \left(1.056\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(5\,\text{ft} - 0\,\text{ft})\left(\frac{0.305\,\text{m}}{\text{ft}}\right)$$

$$\left(\frac{100\,\text{cm}}{\text{m}}\right)^3\left(\frac{1\,\text{kg}}{1000\,\text{g}}\right)\left(\frac{760\,\text{mm Hg}}{101300\dfrac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2}}\right)$$

$$= 119\,\text{mmHg}$$



الشكل 15.6: فرق ضغط السائل الساكن بين الكتف والكاحل.

إذاً، يزيد ضغط السائل الساكن في الكاحل بمقدار 119 ميلّيمتر زئبق على ضغطه في الكتف. وهذا معقول لأن ضغط السائل الساكن في الكاحل أكبر بكثير منه عند الكتف.

لا يعتمد فرق الضغطين عند الكتف والكاحل على وزن الشخص. إذ وفقاً لما ذكرناه سابقاً، لا

يتغيَّر الضغط بتغيُّر الموضع في المستوي $x-y$، ومساحة المنطقة التي يؤثِّر فيها الضغط ليست متضمَّنة في المعادلات التي تصف السوائل الساكنة. بعبارات أخرى، لا تأثير لمحيط خصر الشخص (سواء أكان بديناً أم نحيلاً) في ضغط السائل الساكن. أما الضغط المطلق عند القدمين فيعتمد على وزن الشخص وعلى أبعاد الجسم والقدمين.

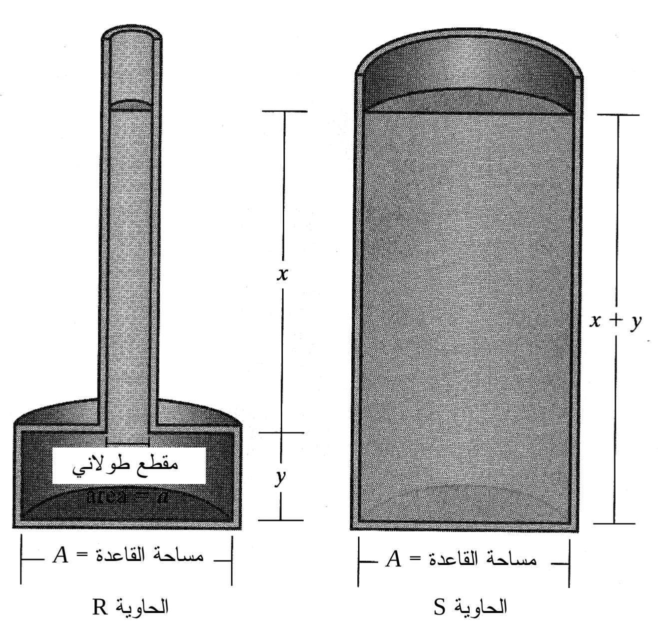
المثال 9.6 القوة الناجمة عن ضغط السائل الساكن في حاويتين

مسألة: تأمَّل في حاويتين R و S ممتلئتين بالماء (الشكل 16.6). بإهمال أثر خاصرة الحاوية R عند الارتفاع y، احسب القوة المؤثِّرة في القاعدة الناجمة عن ضغط السائل الساكن. افترض أن ضغط الهواء فوق السائل مهمل، أي إن الضغط في أعلى كل حاوية يساوي صفراً.

الحل: يساوي ارتفاع السائل الكلي في كل من الحاويتين $(x+y)$. لذا، نجد باستعمال المعادلة 6.6−10 أن تغير الضغط بين أعلى كل حاوية وقاعدتها هو نفسه أيضاً:

$$\Delta P = \rho g \,(x+y)$$

حيث إن ρ هي كثافة الماء. والضغطان عند قاعدتي الحاويتين متساويان أيضاً لأن الضغط عند أعلى كل منهما يساوي صفراً:



الشكل 16.6: قوَّتا ضغط السائل الساكن على قاعدتي حاويتين متساويتي المساحة وذواتي أبعاد مختلفة.

$$P_{\text{base}} = P_{\text{top}} + \Delta P = \rho\, g\, (x + y)$$

ونظراً إلى أن مساحتي قاعدتي الحاويتين متساويتان، يمكننا الاستنتاج أن القوة $\vec{F}_P$ الناجمة عن ضغط السائل الساكن المؤثِّرة في قاعدة كل حاوية هي نفسها وتساوي:

$$\vec{F}_P = A\, P_{\text{base}} = A\, \rho\, g\, (x + y)$$

حيث إن A هي مساحة قاعدة كل من الحاويتين.

إذاً، القوتان الناجمتان عن ضغط السائل الساكن على قاعدتي الحاويتين متساويتان، وقد تبدو هذه النتيجة أول وهلة متناقضة مع الحس العام لأن حجم الماء ووزنه في الحاوية S أكبر منهما في الحاوية R. إذ إن الطاولة التي توضع عليها الحاوية R التي فيها كمية أقل من الماء تحمل وزناً أقل من ذاك الذي تحمله الطاولة التي توضع عليها الحاوية S. ومع ذلك فإن الحل منسجم مع الفهم العام.

يمكننا استعمال قانون نيوتن الثالث لبيان كيف أن وزن الحاوية R الذي تحمله الطاولة أقل من وزن الحاوية S، لكن قوتي الضغط عند قاعدتيهما متساويتان. ويجب أن تكون القوة الكلية التي تُبديها الطاولة تجاه الحاوية متوازنة مع القوة التي تُبديها الحاوية تجاه الطاولة. ونحن نعلم أيضاً أن القوة الكلية التي تُبديها الحاوية يجب أن تساوي وزنها. وقد تلاحظ أن قوة الضغط على قاعدة الحاوية R أكبر من وزن الماء. لذا يجب أن تكون ثمة قوة إضافية بحيث يكون مجموع القوتين مساوياً للوزن. تؤثر هذه القوة عبر جدران الحاوية وهي مرتبطة مباشرة بالضغط الموجود عند الخاصرة على ارتفاع y من القاعدة. أما كيفية عمل القوتين معاً فهو موضوع المسألة 18.6.

7.6 النظم المعزولة المستقرة

انظر في منظومة لا يوجد فيها انتقال مادي جَسِيم عبر حدود المنظومة، ولا تؤثِّر فيها قوى خارجية. هذه المنظومة معزولة ولا تتراكم فيها زخم. ووفقاً لهذه المعطيات، تُستعمل عادة الصيغة التكاملية للمنظومة، حيث تُختزل المعادلة 3.6−8 إلى:

$$0 = \vec{p}_{\text{f}}^{\,\text{sys}} - \vec{p}_{0}^{\,\text{sys}} \qquad (1-7.6)$$

حيث إن $\vec{p}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}}$ هو الزخم الخطي الكلي للمنظومة في اللحظة الانتهائية t_f، و $\vec{p}_0^{\mathrm{sys}}$ هو الزخم الخطي الكلي في اللحظة الابتدائية t_0.

في المنظومة ذات الحالة المستقرة، يساوي الزخم الخطي للمنظومة في اللحظة الانتهائية الزخم الخطي الكلي في اللحظة الابتدائية. ويجب الانتباه إلى أن عبارة الحالة المستقرة تصف الزخم الكلي للمنظومة. ويجب عدم الخلط بين المنظومة ذات الحالة المستقرة في هذا المقطع والنظم السكونية التي نوقشت في المقطعين 5.6 و6.6، فالمكوِّنات الموجودة في المنظومة المستقرة في هذا المقطع يمكن أن تتحرك بعضاً بالنسبة إلى بعض ضمن حدود المنظومة، في حين أنها لا تتحرك في النظم السكونية ذات الحالة المستقرة، ومن ضمنها الأجسام الجاسئة والسوائل. وتعبِّر قيمة الحد $\vec{p}^{\mathrm{sys}}$ عن الزخم الموجود ضمن المنظومة.

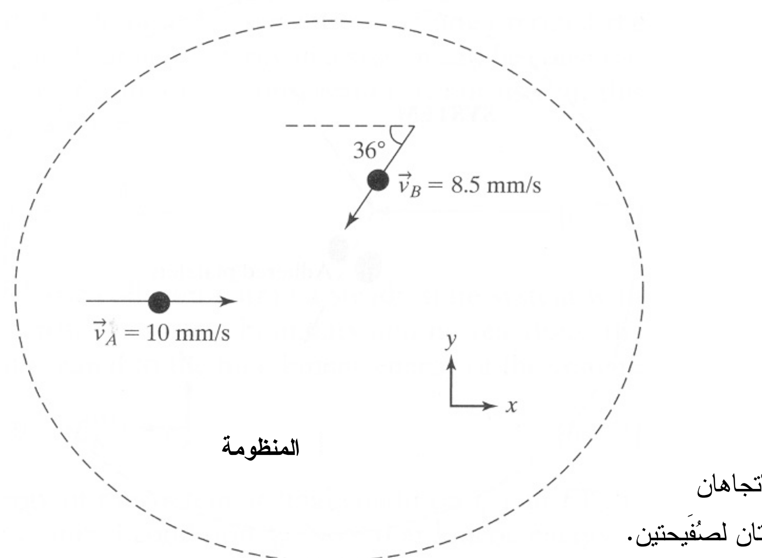
ويمكن لمكان وضع حدود المنظومة أن يكون ذا تأثير في اعتبار المنظومة مستقرة.ومع أن لكل فعل رد فعل معاكس، فإن الفرق بين المنظومة المستقرة والمنظومة غير المستقرة هو أن الأولى تتضمن فعلاً ورد فعل يعملان كلياً ضمن حدود المنظومة، وأن القوى الخارجية المؤثرة في المنظومة متوازنة. أي لا تؤثِّر هذه القوى في تغيُّرات زخم المنظومة المستقرة.

يمكن العثور على العبارة نفسها التي تنص على أن الزخم الخطي لمنظومة في اللحظة الابتدائية يساوي ذاك الذي للمنظومة في اللحظة الانتهائية في الميكانيك النيوتني. تذكَّر قانون نيوتن الثالث: **إذا أثّر جسم A بقوة في جسم آخر B، وجب أن يؤثر الجسم B بقوة مساوية لها بالمطال ومعاكسة لها بالاتجاه في الجسم A. ومن المستحيل لأي قوة أن توجد دون أن تكون ثمة قوة رد فعل لها: تنشأ القوى دائماً في أزواج.** هذا يعني أن مجموع جميع القوى الداخلية في المنظومة يساوي صفراً. إلا أنه يمكن تعريف القوة بأنها معدّل تغيُّر الزخم مع الزمن. لذا يكون المشتق الصافي لزخم المنظومة صفراً، ويكون الزخم الكلي للمنظومة ثابتاً. وهذا منسجم مع المعادلة 7.6−1.

المثال 10.6 التصاق الصُفَيحات

مسألة: أنت تقترح تجربة لاستقصاء إن كان الإبينيفرين (epinephrine)، الذي أُثبت أنه يزيد من التصاق الصُفَيحات ضمن الجسم الحي، يحرِّض تماسكها. ومن أجل محاكاة البيئة الطبيعية للصفَيحات وعزلها عن البروتينات الأخرى التي في الدم، تَملأ حجرة تدفُّق بسائل ملحي

يحتوي على الإبينيفرين. وتُحقَن صُفَيحتان في المحلول بالاتجاهين والسرعتين المبينتين في الشكل 17.6–أ. إذا استطاع الإبينيفرين تحريض تماسك الصُفيحتين منفرداً، كان على الصُفيحتين الملتصقتين أن تتحركا معاً بسرعة جديدة. وبافتراض أن الصُفَيحات تلتصق معاً، ما هو مطال واتجاه السرعة الجديدة؟ أهمل مقاومة الماء وقوة الثقالة. يساوي وزن كل صُفيحة 22 بيكوغراماً.



الشكل 17.6–أ: الاتجاهان والسرعتان الابتدائيتان لصُفَيحتين.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب مطال واتجاه سرعة الصُفَيحتين الملتصقتين.

(ب) المخطط: انظر الشكلين 17.6 أ وب. المنظومة مرسومة خارج الصُفَيحتين، أي إنهما لا تجتازان حدودها.

2. تحليل

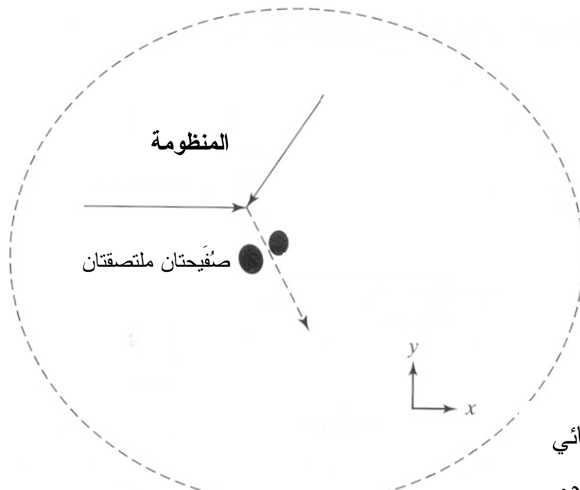
(أ) فرضيات:

- مفاعيل الثقالة ومقاومة الماء والاحتكاك والقوى الخارجية الأخرى مهملة.
- تلتصق الصُفَيحات كلياً بعد تصادمها، أي إن التصادم غير مرن كلياً.
- المنظومة في حالة مستقرة.
- المنظومة هي الحيز الذي توجد فيه الصُفَيحتان قبل تصادمهما.

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- الدليل 0 يشير إلى ما قبل التصادم، والدليل f يشير إلى ما بعد التصادم.
- A تعني الصُفَيحة A، وB تعني الصُفَيحة B.
- استعمل: mm، degrees، pg.



الشكل 17.6–ب: الاتجاه النهائي لصُفَيحتين التصقتا بعد التصادم.

3. حساب

(أ) المعادلات: اخترنا المعادلة 3.6–6 لأننا نعالج المنظومة في لحظتين منفصلتين: قبل وبعد الاصطدام. ونفترض أنه ليست ثمة قوى خارجية مؤثرة في المنظومة مثل الثقالة. ولا يَعبُر الزخم الخطي حدود المنظومة أيضاً. لذا تكون المنظومة معزولة وفي حالة مستقرة (المعادلة 7.6–1):

$$0 = \vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - \vec{p}_{0}^{\,\mathrm{sys}}$$

ويساوي زخم المنظومة الخطي حاصل ضرب كتلتها بسرعتها. ونظراً إلى وجود جُسَيمات متعددة، يجب جمع الزخم الخطيّة العائدة لجميع الجُسَيمات في اللحظتين الابتدائية والانتهائية:

$$0 = \sum m_{\mathrm{f}} \vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - \sum m_{0} \vec{v}_{0}^{\,\mathrm{sys}}$$

تنص هذه المعادلة على أن زخم المنظومة الخطي الابتدائي يساوي زخمها الخطي الانتهائي.

(ب) حساب:

- احسب أولاً شعاعي سرعتي الصُفَيحتين A وB في اللحظة t_0:

$$\vec{v}_{A,0}=10\,\vec{i}\ \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\vec{v}_{B,0}=(-8.5(\cos 36^\circ)\,\vec{i}-8.5(\sin 36^\circ)\,\vec{j})\frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

- لحساب سرعة الصُفَيحتين الملتصقتين من زخم المنظومة الخطي، نعرف أنه عند t_f، تكون الكتلة الكلية m_{tot} للمنظومة النهائية 44 بيكوغراماً. بتعويض جميع القيم في المعادلة المكتوبة لكل من الاتجاهين x و y ينتُج:

$$0=m_{\text{tot}}v_{x,\text{f}}-(m_A v_{Ax,0}+m_B v_{Bx,0})$$

$$x:\quad 0=(44\,\text{pg})v_{x,\text{f}}-(22\,\text{pg})\left(10\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right)-(22\,\text{pg})\left(-8.5\cos 36^\circ\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right)$$

$$v_{x,\text{f}}=1.6\frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$0=m_{\text{tot}}v_{y,\text{f}}-(m_A v_{Ay,0}+m_B v_{By,0})=m_{\text{tot}}v_{y,\text{f}}-m_B v_{By,0}$$

$$y:\quad 0=(44\,\text{pg})v_{x,\text{f}}-(22\,\text{pg})\left(-8.5\sin 36^\circ\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right)$$

$$v_{y,\text{f}}=-2.5\frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: سرعة الصُفَيحتين الملتصقتين تساوي $\vec{v}_\text{f}=(1.6\,\vec{i}-2.5\,\vec{j})$ mm/s.

(ب) التحقُّق: الاتجاه معقول لأن مطال المركِّبة x لزخم الصُفَيحة A أكبر من ذاك الذي للصُفَيحة B. ونظراً إلى أنه ليس ثمة مركِّبة y لزخم الصُفَيحة A، فإن الصُفَيحتين الملتصقتين ستتحركان في الاتجاه نفسه y الذي لزخم الصُفَيحة B. ■

عالج المثال السابق جُسَيمات تلتصق معاً وتتحرك حركة متناسقة وكأنها جسم واحد. وهذا استعراض واضح للتصادم غير المرن، أي **التصادم اللدن تماماً** (perfectly plastic collision). والمعادلتان اللتان كُوِّنتا من انحفاظ الزخم الخطي (في الاتجاهين x و y) كافيتان لحساب سرعة مركز كتلة الصُفَيحتين الملتصقتين بعد التصادم. غير أنه إذا كان تصادم الجُسَيمات مرناً، كان لكل من الجُسَيمين المتصادمين سرعته واتجاهه الخاصين به بعد التصادم. في هذه الحالة التي يكون فيها الظرفان الابتدائيان للجُسَيمين هما المعلومان فقط، يُعطي تطبيق معادلة

انحفاظ الزخم الخطي منظومة معادلات ضعيفة التحديد لأن عدد المجاهيل يفوق عدد المعادلات. لذا يجب تأمين معلومات أو معادلات إضافية لحساب سرعتي الجُسَيمين واتجاههما بعد التصادم.

في المنظومة المرنة، توفِّر معادلتان عادة مزيداً من العلاقات للمساعدة على حل المسألة. وفي **التصادم المرن تماماً** (perfectly elastic collision) ، تكون الطاقة الحركية لمنظومة جُسَيمين متصادمين ثابتة. وتسمى هذه الحالة الخاصة في الفيزياء غالباً انحفاظ الطاقة الحركية. صحيحٌ أن الطاقة الحركية في منظومة يمكن أن تكون ثابتة، إلا أننا لا نستخدم هذا التعريف للانحفاظ في هذا الكتاب. تذكَّر أن الطاقة الحركية تُعطى بـــ:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 \qquad (2-7.6)$$

وفي الحالة الخاصة التي يكون فيها التصادم مرناً تماماً ضمن منظومة مستقرة لا توجد فيها تفاعلات أو حركة للكتلة أو الطاقة عبر حدود المنظومة، تكون الطاقة الحركية الابتدائية للمنظومة مساوية لطاقتها الحركية الانتهائية:

$$0 = E_{K,\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}} - E_{K,0}^{\mathrm{sys}} \qquad (3-7.6)$$

حيث إن $E_{K,\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}}$ هي الطاقة الحركية الكلية الانتهائية للمنظومة في اللحظة t_f، و $E_{K,0}^{\mathrm{sys}}$ هي الطاقة الحركية الكلية الابتدائية للمنظومة في اللحظة t_0. لاحظ أن الطاقة الحركية هي مقدار سلَّمي ولا اتجاه لها، ولذا فإن مساواة الطاقتين الحركيتين الابتدائية والانتهائية للمنظومة تُسهم بمعادلة واحدة فقط في حل المنظومة ذات التصادم المرن تماماً.

ويمكن للطاقة الحركية أن تضيع عندما تُحوِّل الأجسام المتصادمة بعضاً من طاقتها إلى نوع آخر من الطاقة، على غرار ما يحصل عندما تتشوَّه أشكال الأجسام، أو حين انبعاث حرارة أو صوت منها. حينئذ يمكن استعمال علاقة تصف مرونة الأجسام المتصادمة، أي معامل الارتداد (coefficient of restitution *e*)، لوضع معادلة أخرى لحل المسألة. معامل الارتداد هو نسبة القوى الخطية التي تُبديها الأجسام تجاه بعضها أثناء الاصطدام. للاطلاع على مناقشة أوسع لهذه العلاقة راجع كتب السكونيات والحركة، وأحدها هو Bedford and Fowler's *Engineering Mechanics: Statics and Dynamics* (2002). يمكن التعبير عن معامل الارتداد بنسبة فرقَي سرعتي الجسمين قبل وبعد التصادم:

$$e = \frac{v_{\mathrm{separation}}}{v_{\mathrm{approach}}} \qquad (4-7.6)$$

حيث إن $v_{\text{separation}}$ هو الفرق بين السرعتين بعد التصادم، و v_{approach} هو فرق السرعتين قبل التصادم.

تُحدَّد قيمة e بالتجربة عادة، وهي تعتمد على خواص الأجسام المتصادمة (مادتها مثلاً) وعلى سرعاتها واتجاهاتها. وفي معظم التطبيقات، تقع قيم e بين الصفر في حالة التصادم اللدن تماماً، والواحد في حالة التصادم المرن تماماً التي يكون فيها الاحتكاك وضياع الطاقة الحركية مهملين.

يجب تحديد قيمة معامل الارتداد لكل اتجاهات منظومة الإحداثيات. تذكَّر من دروس الفيزياء أن تغيير تسارع الجسم (ومن ثَمَّ سرعته) في اتجاه واحد لن يغيِّر تسارعه في الاتجاهات الأخرى. أي إذا طُبِّقت قوة خارجية على الجسم في الاتجاه x، فإن سرعته في الاتجاه y لن تتغيَّر، فمفاعيل القوى في التسارع في اتجاه معين مستقلة عن تلك التي في اتجاهات الإحداثيات الأخرى. لذا، حين تحديد قيمة e، حدِّد الفرق بين السرعات في اتجاه واحد فقط.

يُستعمل معامل الارتداد في هذا الكتاب في حالتين مختلفتين من التصادم: التصادم المركزي المباشر والتصادم المركزي المائل. في **التصادم المركزي المباشر** (direct central impact)، يتقارب مركزا كتلتي الجُسَيمين A وB من بعضهما على خط مستقيم (أي في اتجاه واحد مثل الاتجاه x) ويفترقان على الخط نفسه بعد التصادم (الشكل 18.6). ويُعطى معامل الارتداد في حالة التصادم المركزي المباشر بـــ:

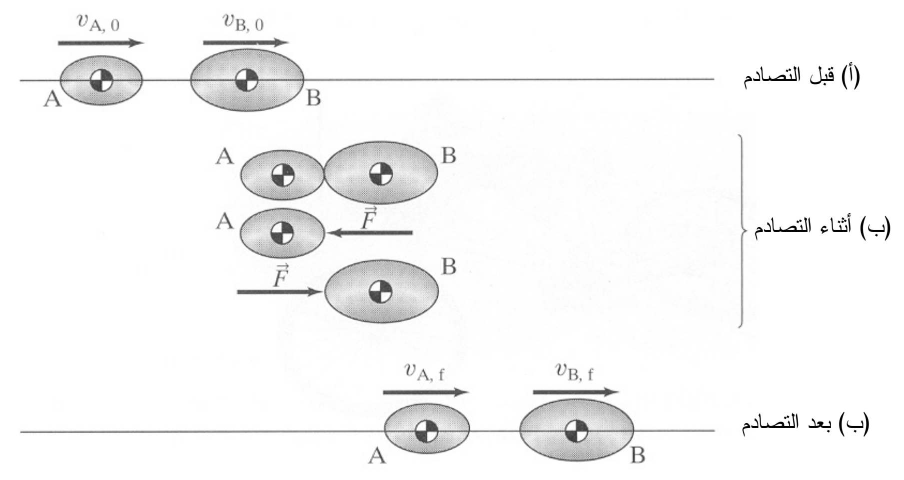
$$e=\frac{v_{\text{B,f}}-v_{\text{A,f}}}{v_{\text{A,0}}-v_{\text{B,0}}} \qquad \text{(a-5}-7.6)$$

حيث إن $v_{\text{B,f}}$ هي سرعة الجُسَيم B بعد التصادم، و $v_{\text{A,f}}$ هي سرعة الجُسَيم A بعد التصادم، و $v_{\text{B,0}}$ هي سرعة الجُسَيم B قبل التصادم، و $v_{\text{A,0}}$ هي سرعة الجُسَيم A قبل التصادم.

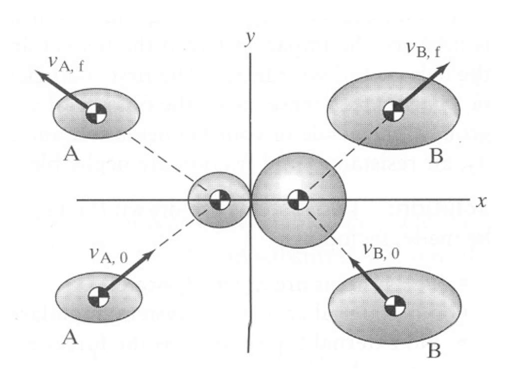
في النوع الآخر من التصادم، أي **التصادم المركزي المائل** (oblique central impact)، يصطدم الجُسَيمان A وB بوجود زاوية بين اتجاهيهما (الشكل 19.6). والتحليل هنا يشابه التحليل في حالة التصادم المركزي المباشر، إلا أنه يُطبَّق على مركِّبة واحدة فقط من شعاعي السرعة. افترض أن مركزي كتلتي الجُسَيمين يتقاربان بسرعتين $\vec{v}_{A,0}$ و $\vec{v}_{\text{B,0}}$. ودعنا نفترض أن القوة التي يُبديها كل منهما تجاه الآخر في لحظة التصادم تتجه نحو مركزي كتلتيهما وتعمل بموازاة المحور x فقط. حينئذ لا تكون ثمة قوى في الاتجاهين y و z، وسرعتا الجُسَيمين في هذين الاتجاهين لا تتغيَّران. يُعرَّف معامل الارتداد في هذه الحالة بالصيغة:

$$e = \frac{v_{\mathrm{B}x,\mathrm{f}} - v_{\mathrm{A}x,\mathrm{f}}}{v_{\mathrm{A}x,0} - v_{\mathrm{B}x,0}} \qquad (\text{b-5}-7.6)$$

حيث إن $v_{\mathrm{B}x,\mathrm{f}}$ هي سرعة الجُسَيم B في الاتجاه x بعد التصادم، و $v_{\mathrm{A}x,\mathrm{f}}$ هي سرعة الجُسَيم A في الاتجاه x بعد التصادم، و $v_{\mathrm{B}x,0}$ هي سرعة الجُسَيم B في الاتجاه x قبل التصادم، و $v_{\mathrm{A}x,0}$ هي سرعة الجُسَيم A في الاتجاه x قبل التصادم. في حالة التصادم المركزي المائل، لا يُستخدم معامل الارتداد في الاتجاه y لأن اتجاهي السرعتين في الاتجاه y لا يتغيَّران.



الشكل 18.6: تصادم مركزي مباشر بين الجُسَيمين A وB. القوة التي تنشأ أثناء التصادم هي $\vec{F}$.



الشكل 19.6: تصادم مركزي مائل بين الجُسَيمين A وB. مصدر الشكلين:
Bedford A an Fowler W, *Engineering Mechanics: Statics and Dynamics*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.

تُعتبر معادلة انحفاظ الزخم الخطي، مع معادلة الطاقة الحركية والمعلومات عن معامل الارتداد، كافية لحل منظومة تتضمن اصطداماً مرناً بين جُسَيمين.

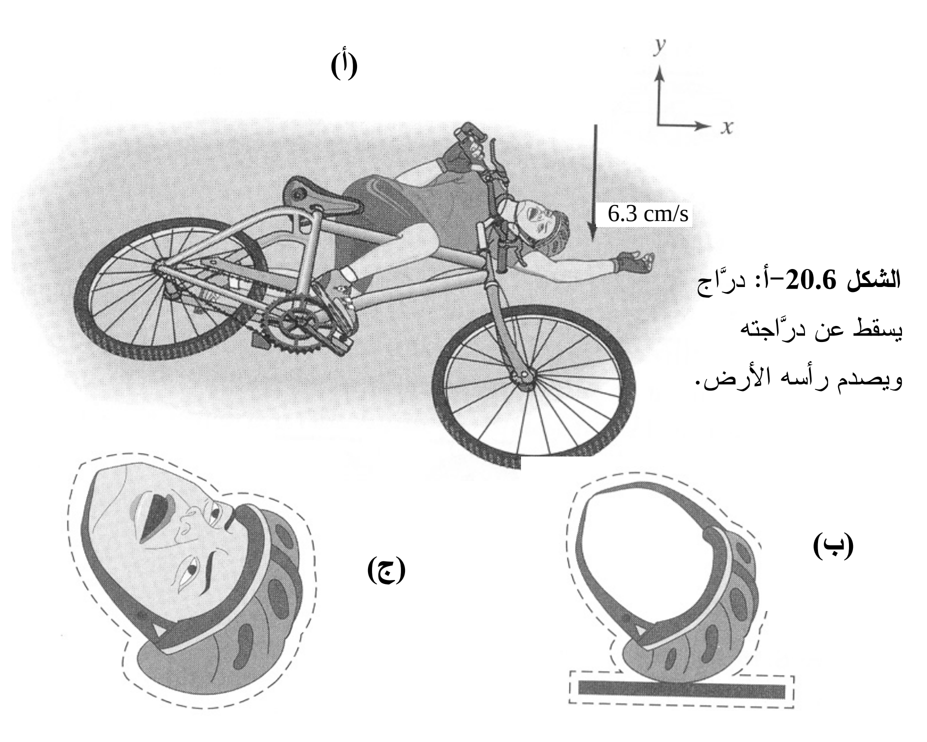
المثال 11.6 صدم الخوذة

مسألة: تُعتبر حماية الرأس بالخوذة من أكبر اهتمامات الدرَّاجين المحترفين والدراجين الهواة. ومن حسن طالعك أنك كنت ترتدي خوذتك حينما فقدت توازنك وأنت على الدراجة، ثم اصطدم رأسك بالأرض بسرعة 6.3 متراً في الثانية (الشكل 20.6–أ). لا تُثبَّت الخوذة على الرأس تماماً، بل هي مصممة بحيث يحصل اصطدامان منفصلان حين السقوط. أولاً تصدم الخوذة الأرض، ثم حين ارتدادها عن الأرض تصدم الرأس.

احسب سرعتي خوذتك ورأسك بعد الاصطدامين. افترض أن كتلة رأسك تساوي 5 كلغ، وأن كتلة الخوذة تساوي 330 غراماً، وأن معامل الارتداد يساوي 0.82 في حالة الاصطدام بين الخوذة والأرض، و0.17 في حالة اصطدام الخوذة بالرأس (المعامل الأول أكثر مرونة، والثاني أكثر لدانة. وهذا معقول لأن الجانب الخارجي من الخوذة قاس ويرتد حين الاصطدام بالأرض، والجانب الداخلي طري يخفِّف من وطأة الصدمة على الرأس). وافترض أن مفاعيل الثقالة ومقاومة الهواء والاحتكاك مهملة.

الحل: نرسم منظومتين (الشكلان 20.6 ب وت)، ونُجري عدداً من الافتراضات:

- المنظومتان في حالة مستقرة.
- لا تجتاز مادة حدود المنظومة.
- لا تؤثِّر في المنظومتين قوى خارجية مثل ردة فعل الرقبة.
- كلا الاصطدامين اصطدام مركزي مباشر.
- جميع الحركات (أي السرعات) وقيم معاملات الارتداد تحصل في الاتجاه y.
- مفاعيل الثقالة ومقاومة الهواء والاحتكاك مهملة.



الشكل 20.6–أ: درّاج يسقط عن درّاجته ويصدم رأسه الأرض.

الشكل 20.6–ب: المنظومة 1: الخوذة والأرض. **الشكل 20.6–ج:** المنظومة 2: الخوذة والرأس.

نرمز بـــ H للخوذة وبـــ G للأرض وبـــ D للرأس. ويرمز الدليل 0 لما قبل الاصطدام، و f لما بعد الاصطدام.

المنظومة 1: في حالة المنظومة المبينة في الشكل 26.6–ب، نستقصي الاصطدام بين الخوذة والأرض، ونفترض أن $v_{G,0} = v_{G,\mathrm{f}} = 0$. باستعمال معادلة معامل الارتداد 7.6 – 5-a ينتُج:

$$e = 0.82 = \frac{v_{H,\mathrm{f}} - v_{G,\mathrm{f}}}{v_{G,0} - v_{H,0}} = \frac{v_{H,\mathrm{f}}}{-v_{H,0}}$$

$$v_{H,\mathrm{f}} = 0.82\left[0 - \left(-6.3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\right] = 5.2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

إذاً تكون سرعة الخوذة بعد الاصطدام الأول 5.2 متراً في الثانية في الاتجاه y الموجب.

قد يبدو أن افتراض أن الأرض ثابتة يخرق مبدأ انحفاظ الزخم. في الواقع، يتغيَّر زخم الأرض لموازنة التغيُّر الحاصل في زخم الخوذة. إلا أن كتلة الأرض الكبيرة تجعل تغيُّر زخمها

مهملاً. لذا يمكننا افتراض أن الأرض ثابتة دون خرق مبادئ هذا الفصل.

المنظومة 2: في الاصطدام المبين في الشكل 20.6–ت، نحلِّل المنظومة المكوَّنة من الخوذة والرأس، ونلاحظ أن السرعة الابتدائية للخوذة قبل الاصطدام بالرأس هي سرعتها نفسها بعد اصطدامها بالأرض (أي إنها تبتعد عن الأرض بسرعة $\vec{v}_{H,0} = 5.2\,\mathrm{m/s}$). وسرعة الرأس قبل الاصطدام بالخوذة تساوي سرعة الخوذة قبل اصطدامها بالأرض (أي إنه يتجه نحو الأرض بسرعة $\vec{v}_{D,0} = 6.3\,\mathrm{m/s}$). بتطبيق معادلة معامل الارتداد 7.6 – a-5 على المنظومة 2 ينتُج:

$$e = 0.17 = \frac{v_{H,\mathrm{f}} - v_{D,\mathrm{f}}}{v_{D,0} - v_{H,0}} = \frac{v_{H,\mathrm{f}} - v_{D,\mathrm{f}}}{-6.3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 5.2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

$$-2.0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = v_{H,\mathrm{f}} - v_{D,\mathrm{f}}$$

حيث توازي جميع السرعات المحور y.

ولحساب قيمتي السرعتين، تُبسَّط معادلة انحفاظ الزخم الخطي لتصبح المعادلة 7.6–1، لأن المنظومة في حالة مستقرة، ولا تتدفق كتلة عبر حدودها، ولا توجد قوى خارجية فاعلة في المنظومة الكلية:

$$0 = \vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - \vec{p}_0^{\,\mathrm{sys}}$$

$$0 = m_H\,\vec{v}_{H,\mathrm{f}} + m_D\,\vec{v}_{D,\mathrm{f}} - (m_H\,\vec{v}_{H,0} + m_D\,\vec{v}_{D,0})$$

$$0 = (0.330\,\mathrm{kg})(\vec{v}_{H,\mathrm{f}}) + (5\,\mathrm{kg})(\vec{v}_{D,\mathrm{f}}) - \left((0.330\,\mathrm{kg})\left(5.2\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + (5\,\mathrm{kg})\left(-6.3\vec{i}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\right)$$

$$-29.8\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}} = (0.330\,\mathrm{kg})\,(\vec{v}_{H,\mathrm{f}}) + (5\ \mathrm{kg})\,(\vec{v}_{D,\mathrm{f}})$$

وهذه معادلة ثانية تمكِّن من حساب المجهولين $v_{H,\mathrm{f}}$ و $v_{D,\mathrm{f}}$. بالتعويض من المعادلة الأولى في الثانية ينتُج:

$$-29.8\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}} = (0.330\,\mathrm{kg})\,(\vec{v}_{D,\mathrm{f}} - 2.0\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}) + (5\ \mathrm{kg})\,(\vec{v}_{D,\mathrm{f}})$$

$$\vec{v}_{D,\mathrm{f}} = \frac{-29.8\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}} + 0.66\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}}}{(5\ \mathrm{kg}+0.330\ \mathrm{kg})} = -5.5\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\vec{v}_{H,\mathrm{f}} = \vec{v}_{D,\mathrm{f}} - 2.0\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -5.5\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2.0\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -7.5\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

بعد اصطدام الرأس بالخوذة، يتجه نحو الأرض بسرعة 5.5 متراً في الثانية، وتتجه الخوذة نحو الأرض بسرعة 7.5 متراً في الثانية. لو لم تكن ثمة خوذة على الرأس، لضرب الرأس الأرض بسرعة تساوي 6.26 متراً في الثانية، وهي السرعة التي صدمت بها الخوذة الأرض. إذاً تنجح الخوذة في تقليل مفعول الصدمة في الرأس أثناء الوقوع. فهي توزع مفعول الاصطدام على اصطدامين.

8.6 النظم المستقرة مع حركة كتلة عبر حدود المنظومة

إن حركة الكتلة عبر حدود المنظومة شائعة جداً في النظم التي تتضمن جسم الإنسان والتجهيزات الطبية الحيوية المصممة لمساعدة أعضاء الجسم على أداء وظائفها. يُضاف إلى ذلك أن تجهيزات المعالجة الحيوية تُشغَّل غالباً في ظروف تتدفق فيها المادة في الجهاز وتخرج منه. **وكلما اجتازت كتلةٌ حدودَ المنظومة بتدفق سائل، انتقل زخم إلى المنظومة أو خرج منها**. من أمثلة النظم التي ينتقل فيها الزخم بوساطة سائلٍ تدفقُ الدم عبر القلب أو عبر أداة مساعدة مثل جهاز مساعدة البُطَين الأيسر. ويمكن للزخم أيضاً أن يدخل المنظومة أو يغادرها حين اجتياز مقدار معين من الكتلة حدود المنظومة. راجع الفصل 3 للاطلاع على مناقشة تفصيلية لحركة الكتلة عبر حدود المنظومة.

وفي حالة النظم ذات السوائل (الموائع أو الغازات) التي تعبر حدود المنظومة بمعدَّل معيَّن، تكون الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي هي الملائمة. تذكَّر المعادلة 3.6−3 الواردة في المقطع 3.6 التي تصف منظومة متعددة تيارات الدخل والخرج:

$$\sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i - \sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j + \sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \qquad (1-8.6)$$

وفي حالة المنظومة المستقرة، ينعدم حد التراكم وتصبح هذه المعادلة:

$$\sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i - \sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j + \sum \vec{F} = 0 \qquad (2-8.6)$$

تُستعمل هذه المعادلة غالباً عندما تدخل كتلة المنظومة أو تغادرها على شكل سائل متدفق بمعدَّل معين.

ويمكن للزخم أيضاً أن يدخل المنظومة أو يغادرها على شكل مقدار منفصل. وغالباً ما تدخل

الكتلة المنظومة أو تغادرها بسرعة معينة. لذا تكون الصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي ملائمة لحساب الزخم الداخل إلى المنظومة. مثلاً، حينما تصدم كرة البيزبول قفاز البيزبول، تمتلك الكرة الواردة كتلة وسرعة معينتين وتُسهم في زخم منظومة القفاز حين التقاطها. ويمكن أيضاً لمقادير متقطعة من الكتلة أن تدخل المنظومة وتغادرها محمولة ضمن سائل. ومن أمثلة ذلك في المجال الحيوي الانسداد بالخثرة الذي يحصل عندما يُنتزع جُسَيم من خثرة دم ويدور محمولاً ضمن تيار الدم حتى يصل إلى جزء آخر من الوعاء الدموي ويسده. ويتدفَّق الجُسَيم المنتزع من الخثرة داخلاً إلى جزء آخر من الوعاء الدموي (المنظومة) بسرعة معينة ويُسهم في زخم المنظومة.

تذكَّر الصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي 3.6−6 في منظومة متعددة تيارات الدخل والخرج:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{\vec{p}}_i \, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{\vec{p}}_j \, dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F} \, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \, dt \qquad (3-8.6)$$

بمكاملة حدود معدَّلات الزخم ينتُج:

$$\sum_i \vec{p}_i - \sum_j \vec{p}_j + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F} \, dt = \vec{p}_{\text{f}}^{\,\text{sys}} - \vec{p}_0^{\,\text{sys}} \qquad (4-8.6)$$

$$\sum_i m_i \vec{v}_i - \sum_j m_j \vec{v}_j + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F} \, dt = \vec{p}_{\text{f}}^{\,\text{sys}} - \vec{p}_0^{\,\text{sys}} \qquad (5-8.6)$$

وتُختزل هذه المعادلة في حالة المنظومة المستقرة إلى:

$$\sum_i m_i \vec{v}_i - \sum_j m_j \vec{v}_j + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F} \, dt = 0 \qquad (6-8.6)$$

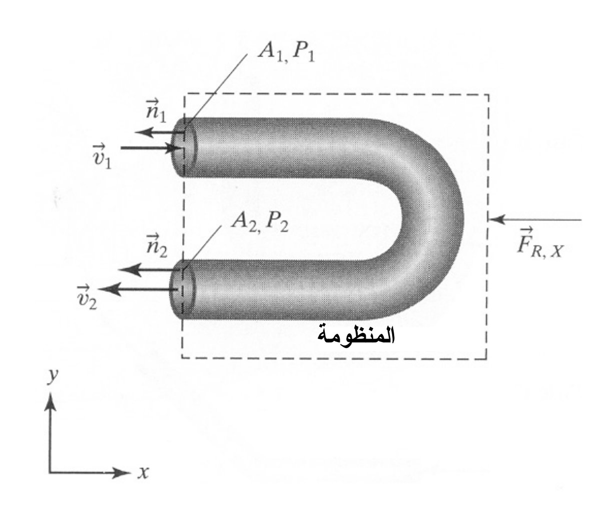
تُستعمل هذه المعادلة غالباً حينما تَعبُر الكتلة حدود المنظومة على شكل مقدار منقطع.

ويمكن لكثير من القوى الخارجية أن يُؤثِّر في المنظومة موضوع الاهتمام. والقوى السطحية، ومنها قوى الضغط، والقوى الجِسمية، ومنها قوى الثقالة، يمكن أن تُسهم في حد المعادلة الذي يعبِّر عن القوى الخارجية. وفي حالة السوائل المتدفقة، ثمة قوة أخرى تسمى القوة الموازِنة يمكن أن تكون مهمة.

حينما يتدفَّق سائل عبر أنبوب أو في مواجهة جسم مثل منصة، ثمة حاجة إلى قوة من المحيط (أي المادة الحاملة للأنبوب أو المنصة) لحمل المنظومة مع السائل المتدفق فيها. تسمى هذه القوة غالباً **القوة الموازِنة** F_R (resultant force). وحينما يغيِّر سائل متدفق في أنبوب اتجاهه، يجب

تطبيق قوة موازِنة في المحيط على كل من السائل والأنبوب لمنع الأنبوب من الحركة. ويمكن أيضاً أن يُسهم تغيُّر ضغط السائل بين الدخل والخرج أيضاً في القوة الموازِنة.و **تُعتبر القوة الموازِنة واحدة من القوى الموجودة في الحد** $\sum \vec{F}$.

ثمة حاجة عادة لأخذ القوى الموازِنة في الحسبان في النظم التي تتضمن تدفُّق موائع. وبالمقارنة، فإنها غالباً ما تُهمل في النظم التي تتضمن تدفُّق غازات لأن مطالاتها هنا مهملة. على سبيل المثال، تكون القوى الموازِنة في الرئتين لتثبيت الأوعية صغيرة جداً بسبب كثافة الهواء المنخفضة وهبوط الضغط الأصغري عبر الرئتين من الرغامى حتى الشعبتين.



الشكل 21.6: ثمة حاجة إلى قوة موازِنة لتثبيت الثنية U في مكانها.

تأمّل في الثنية U في الشكل 21.6، حيث يدخل سائل سرعته $\vec{v}_1$ أنبوباً مساحة مقطعه العرضاني عند المدخل تساوي A_1، ويخرج بسرعة تساوي $\vec{v}_2$ من مخرجه الذي تساوي مساحة مقطعه العرضاني A_2. بإهمال مفاعيل قوى الثقالة، نجد أن ثمة قوتين: قوة ضغط السائل $\vec{F}_P$ والقوة الموازِنة $\vec{F}_R$ اللازمة لتثبيت الأنبوب. وإذا افترضنا أن الضغطين في الدخل والخرج هما P_1 و P_2، يمكن اختزال المعادلة 8.6−2 في الاتجاه x لتصبح:

$$\dot{m}_1 v_{1,x} - \dot{m}_2 (-v_{2,x}) + \sum (\vec{F}_P + \vec{F}_{R,x}) = 0 \qquad (7-8.6)$$

سنستعمل المعادلة 2.6−5 لوصف القوة $\vec{F}_P$، ونُعرِّف الشعاع $\vec{n}$ الناظمي الخارج من المنظومة في الاتجاه السالب للمحور x لكل من تياري الدخل والخرج. بالتعويض في المعادلة 2.6−5 ينتُج:

$$\sum \vec{F}_P = -P_1 (-\vec{i}) A_1 - P_2 (-\vec{i}) A_2 \qquad (8-8.6)$$

بافتراض أن كثافة السائل ρ ثابتة، يمكننا التعويض عن معدّل تدفُّق الكتلة النوعية وعن قوة الضغط ثم حساب القوة الموازِنة:

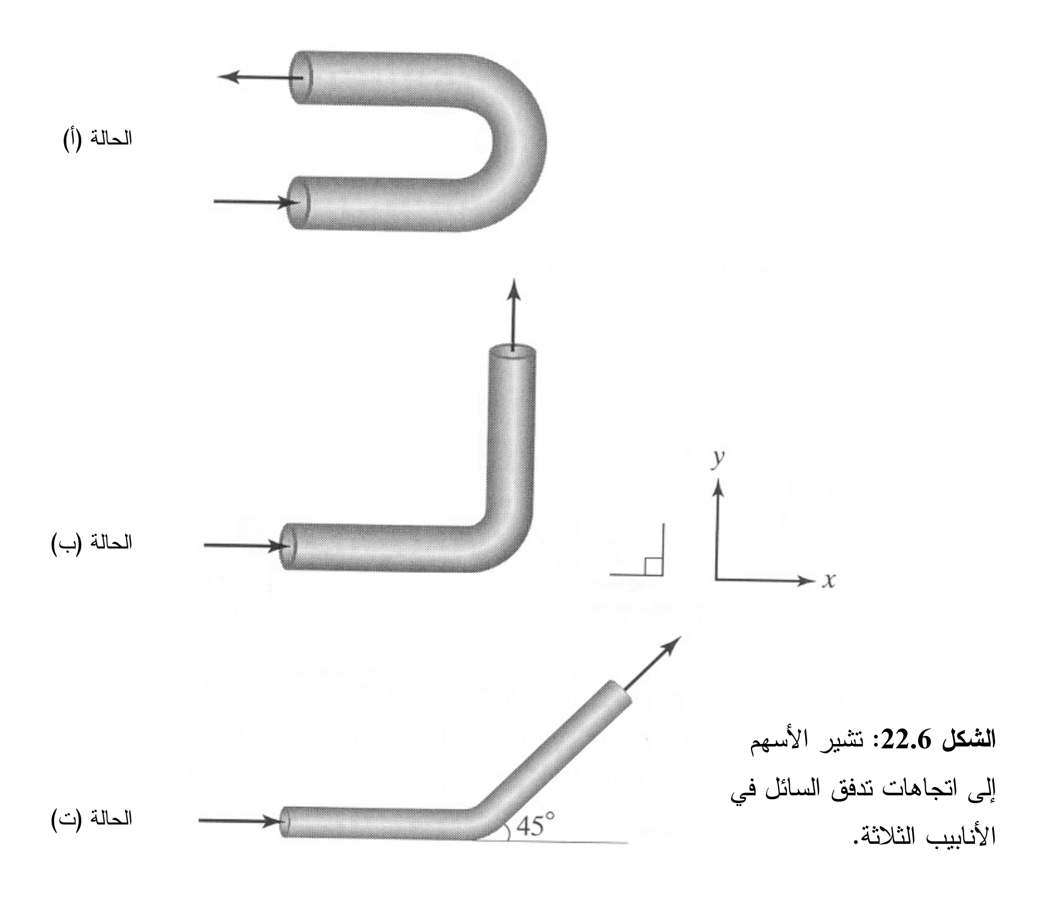
$$\dot{m}_1 v_{1,x} + \dot{m}_2 v_{2,x} + P_1 A_1 + P_2 A_2 + F_{R,x} = 0 \qquad (9-8.6)$$

$$\rho A_1 v_1^2 + \rho A_2 v_2^2 + P_1 A_1 + P_2 A_2 + F_{R,x} = 0 \qquad (10-8.6)$$

$$F_{R,x} = -\rho A_1 v_1^2 - \rho A_2 v_2^2 - P_1 A_1 - P_2 A_2 \qquad (11-8.6)$$

تصف $F_{R,x}$ القوة التي يجب تطبيقها على جدران الأنبوب المحني لتثبيته في مكانه. لاحظ أن اتجاهات حدود الزخم والضغط معاكسة لاتجاه القوة الموازِنة. ونظراً إلى عدم وجود فرق في الضغط عند حدود المنظومة، أو انتقال للمادة عبرها في الاتجاه y، لا حاجة إلى قوى موازِنة لتثبيت الأنبوب في مكانه في الاتجاه y.

يمكن استعمال الطريقة السابقة التي استُخرجت بها معادلة القوة الموازِنة في نظم أخرى. لكن غالباً ما يكون من الضروري أخذ القوى الفاعلة في كل من الاتجاهين x و y في الحسبان. وفي بعض الحالات، لا حاجة إلى الاهتمام إلا بإسهامات تدفق السائل، لأنه لا حاجة إلى الاهتمام بقوى الثقالة أو الضغط، ومن أمثلتها قوى الضغط التي لا تتغيَّر على طول الأنبوب.



الشكل 22.6: تشير الأسهم إلى اتجاهات تدفق السائل في الأنابيب الثلاثة.

المثال 12.6 القوى الموازِنة عبر انحناءات الأنابيب

مسألة: تأمّل في الأنابيب الثلاثة المبينة في الشكل 22.6. يساوي معدّل تدفُّق كتلة السائل في جميع الحالات $\dot{m}$، وتساوي السرعة الخطية لتيار الدخل $v\vec{i}$. ما هي القوى الموازِنة اللازمة لتثبيت الأنابيب، وكيف يبدو بعضها مقارنة بالأخريات؟ افترض أن النظم جميعاً في حالة مستقرة، وأن أقطار الأنابيب ثابتة على طولها. أهمل مفعولي الثقالة والضغط.

الحل: يحدُّ كلاًّ من النظم الثلاثة الحدود المادية الطبيعية للأنابيب المبينة في الشكل. والنظم في حالة مستقرة، ولذا سنستعمل المعادلة 8.6−2. والضغط وقوى الثقالة مهملة، ولذا فإن القوة الوحيدة موضوع الاهتمام هي القوة الموازِنة. بالنظر في كل حالة على حدة ينتُج:

الحالة أ:
$$\dot{m}\,(v\vec{i}\,) - \dot{m}\,(v\,(-\vec{i}\,)) + \vec{F}_R = 0$$
$$\vec{F}_R = \dot{m}v\,(-2\vec{i}\,)$$

الحالة ب:
$$\dot{m}\,(v\vec{i}\,) - \dot{m}\,(v\vec{j}\,) + \vec{F}_R = 0$$
$$\vec{F}_R = \dot{m}v\,(-\vec{i} + \vec{j}\,)$$

الحالة ت:
$$\dot{m}\,(v\vec{i}\,) - \dot{m}\left(v\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)\right) + \vec{F}_R = 0$$
$$\vec{F}_R = \dot{m}v\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)$$

لاحظ أن القوة اللازمة لتثبيت الأنبوب الموازِنة في كل حالة هي مجموع مركّبتي قوة في الاتجاهين x و y. وتساوي إحدى مركِّبتي القوة في المطال وتعاكس في الاتجاه معدل الزخم في تيار الدخل، وتساوي الثانية معدّل الزخم في تيار الدخل. وهذا منسجم مع قانون نيوتن الثالث لأن تدفق كتلة السائل يولِّد قوة تؤثِّر في جدار الأنبوب، ولذا يُبدي الأنبوب قوة موازِنة تجاه السائل لإبقاء الأنبوب ثابتاً.

يعتمد المدى الذي تتراكب فيه مركِّبات القوى معاً على زاوية الانحناء. في الحالة (أ)، تيارا الدخل والخرج متعاكسان في الاتجاه، ولذا كان اتجاه مركِّبتي القوة هو نفسه، وجُمع مطالاهما. ولو كان علينا دراسة قطعة مستقيمة من الأنبوب مع الافتراضات نفسها التي أجريناها في الحالات الثلاث، لأفنت مركِّبتا القوة بعضهما كلياً، ولكانت القوة الموازِنة صفراً. وتقع الحالتان

(ب) و(ت) في ما بين هاتين الحالتين المتطرفتين، حيث يقع مطالا قوتيهما الناشئتين الصافيتين بين الصفر و $2\dot{m}v$.

المثال 13.6 الجريان حول منعطف في قلب صناعي

مسألة: صُمِّم القلب الصناعي طراز AbioCor™ القابل للزرع في الجسم للحلول محل القلب الطبيعي حين توقفه عن أداء وظيفته. وتُنتِج شركة ABIOMED طرازاً ذا حجرتين يستطيع ضخ 5 ليتراتٍ في الدقيقة بمعدَّل 80 نبضة في الدقيقة. ويظهر الشكل 23.6 اتجاهات افتراضية لجريان الدم عبر أربعة أوعية دموية توصل بنموذج توضيحي للقلب الصناعي. ويحتوي الجدول 2.6 على مساحات المقاطع العرضانية لتلك الأوعية. حدِّد القوى الناجمة عن تغيُّر حركة الدم في كل من المنظومة الرئوية (من الوريد الأجوف إلى الشريان الرئوي) ومنظومة الجسم (من الوريد الرئوي إلى الشريان الأبهر) التي يجب على القلب الصناعي تحمُّلها. واحسب أيضاً مطالات تلك القوى. لا تهتم بالقوى الأخرى الناجمة عن ضخ الدم في حساباتك هذه.

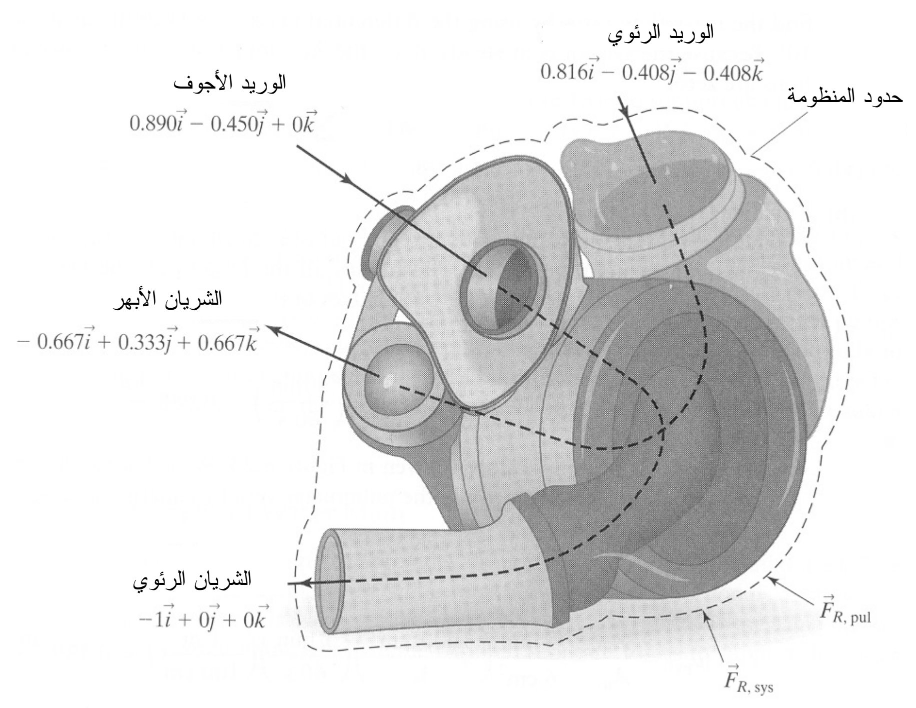
الحل:

1. تجميع
   (أ) احسب مطال القوة واتجاهها التي يُبديها الجسم من أجل تحمُّل تغيُّر اتجاه تدفُّق الدم.
   (ب) المخطط: انظر الشكل 23.6. تحتوي حدود المنظومة على القلب الصناعي كله، وتَعبُرها الأوعية الدموية الأربعة. والقوة الموازِنة تظهر من الجسم تجاه القلب الصناعي.

2. تحليل
   (أ) فرضيات:
   - المنظومة في حالة مستقرة (أي لا يتراكم دم في القلب الصناعي).
   - معدَّلات تدفُّق الدم وسرعاته ثابتة (أي غير نبضية).
   - لا يحصل تسرب من القلب الصناعي.
   - لا توجد تفاعلات في الدم أو عند الملتقى بين الدم والجدار.
   - لا توجد ضياعات احتكاكية.
   - جميع مفاعيل القوى الأخرى، أي الثقالة وتغيُّرات الضغط، والقوى الناجمة عن انقباض القلب، مهملة.

الجدول 2.6: مساحات المقاطع العرضاني للأوعية الدموية القلبية.

المنظومة	الوعاء	مساحة المقطع العرضاني cm^2
الدورة الجسمية	الوريد الرئوي	6.0
	الشريان الأبهر	2.5
الدورة الرئوية	الوريد الأجوف	8.0
	الشريان الرئوي	4.0



الشكل 23.6: اتجاهات جريان الدم في نموذج القلب الصناعي.

(ب) بيانات إضافية: تساوي كثافة الدم $1.056\,g/cm^3$.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- pv: الوريد الرئوي.
- ao: الشريان الأبهر.
- vc: الوريد الأجوف.

- pa: الشريان الرئوي.
- sys: الدورة الدموية الجسمية.
- pul: المنظومة الرئوية.
- استعمل: kg, m, s, N .

3. حساب

(أ) المعادلات: يمكن تبسيط معادلة انحفاظ الزخم الخطي التفاضلية 8.6−1 بحيث تحتوي على دخل واحد وخرج واحد. ونظراً إلى أن المنظومة لاتفاعلية، يمكننا حساب معدَّلات تدفق الكتلة باستعمال الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الكتلة 3.3−10. ونظراً إلى أن المنظومة في حالة مستقرة، تنعدم حدود التراكم:

$$\dot{m}_i\vec{v}_i - \dot{m}_j\vec{v}_j + \sum \vec{F} = 0$$

$$\dot{m}_i - \dot{m}_j = 0$$

(ب) الحساب:

- نحسب أولاً معدّل تدفُّق الكتلة الداخلة إلى كل حجرة من حجرات القلب الصناعي والخارجة منها. وبافتراض أن كل نبضة قلب تضخ جميع الدم إلى الخارج، يجب أن يساوي تدفُّقُ الكتلة الداخلة إلى كل من نصفي القلب تدفُّقَ الكتلة الخارجة منهما:

$$\dot{m}_i - \dot{m}_j = \rho\dot{V}_i - \rho\dot{V}_j = 0$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}_j = \left(1.056\,\frac{\text{kg}}{\text{L}}\right)\left(5\,\frac{\text{L}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}\right) = 0.088\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

- اتجاه تدفُّق السائل مبين في الشكل 23.6. نحسب مطال سرعة السائل في الوريد الرئوي بواسطة المعادلة 2.3−4:

$$|v| = \frac{\dot{V}}{A}$$

$$|v_{\text{pv}}| = \frac{\dot{V}_{\text{pv}}}{A_{\text{pv}}} = \frac{5\dfrac{\text{L}}{\text{min}}}{6\,\text{cm}^2}\left(\frac{1000\,\text{cm}^3}{\text{L}}\right)\left(\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}\right)\left(\frac{1\,\text{m}}{100\,\text{cm}}\right) = 0.139\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{v}_{\text{pv}} = 0.139\,\frac{\text{m}}{\text{s}}(0.816\,\vec{i} - 0.408\,\vec{j} - 0.408\,\vec{k})$$

وتُحسب سرعات الأوعية الأخرى بطريقة مشابهة:

$$\vec{v}_{\text{ao}} = 0.333(-0.667\,\vec{i} + 0.333\,\vec{j} + 0.667\vec{k})\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{v}_{\text{vc}} = 0.104(0.89\,\vec{i} - 0.45\,\vec{j} + 0.0\vec{k})\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{v}_{\text{pa}} = 0.208(-1.0\,\vec{i} + 0.0\,\vec{j} + 0.0\vec{k})\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تُحسب القوتان الناشئتان للمنظومتين الجسمية والرئوية كلٌّ على حدة باستعمال معادلات موازنة الزخم في الاتجاهات x و y و z. في ما يخص المنظومة الجسمية، تُحسب القوة الموازِنة كما يأتي:

$$\dot{m}_i\vec{v}_i - \dot{m}_j\vec{v}_j + \sum\vec{F}_R = 0$$

وتُحسب مركِّبتها في المحور x وفق ما يأتي:

$$\left(0.088\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)\left(0.139\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(0.816\vec{i}) - \left(0.088\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)\left(0.333\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\left(-0.667\vec{i}\right) + \sum\vec{F}_{R,x} = 0$$

$$\sum\vec{F}_{R,x} = -0.0295\,\text{N}$$

وتُحسب مركِّبتا القوة الموازِنة في المحورين y و z بطريقة مشابهة. وتكون القوة الموازِنة الكلية في المنظومة الجسمية:

$$\vec{F}_{R,\text{sys}} = (-0.0295\,\vec{i} + 0.0147\,\vec{j} + 0.0245\,\vec{k})\,\text{N}\,.$$

وبالمثل، تساوي القوة الموازِنة الكلية في المنظومة الرئوية:

$$\vec{F}_{R,\text{pul}} = (-0.0264\,\vec{i} + 0.00412\,\vec{j})\,\text{N}\,.$$

- وللحصول على مطالي القوتين، احسب الجذر التربيعي لمجموع مربعات مركِّبات كل منهما:

$$F_{R,\text{sys}} = \sqrt{(-0.0295)^2 + (0.0147)^2 + (0.0245)^2}\ \text{N} = 0.0411\,\text{N}$$

وبالمثل، $F_{R,\text{pul}} = 0.0267\ \text{N}$.

4. النتيجة

(أ) الجواب: القوتان الصافيتان اللتان يُبديهما الجسم تجاه القلب الصناعي لمواجهة التغيُّر في تدفق الدم هما:

$$\vec{F}_{R,\text{sys}} = (-0.0295\vec{i} + 0.0147\vec{j} + 0.0245\vec{k})\,\text{N}$$

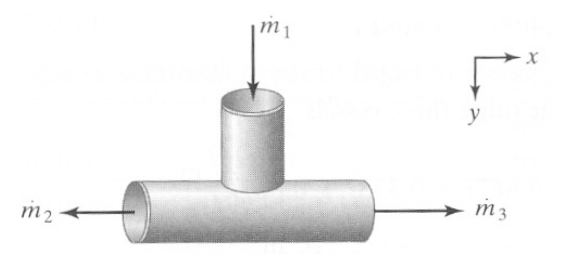
$$\vec{F}_{R,\text{pul}} = (-0.0264\vec{i} + 0.00412\vec{j})\,\text{N}$$

ويساوي مطال القوة الموازِنة الكلية للمنظومة الجسمية $0.0411\,\text{N}$، وللمنظومة الرئوية $0.0267\,\text{N}$.

(ب) التحقُّق: يبدو اتجاها القوتين الناشئتين معقولين لأنهما يعاكسان القوة الناجمة عن زخم الدم. وكل من هاتين القوتين يدفع نحو الأعلى وفي مواجهة الانحناءة في القلب الصناعي لإبقاء الأنابيب في أمكنتها. ومطال القوة التي تثبِّت أوعية المنظومة الجسمية (التي تضخ الدم في الجسم كله) أكبر من مطال قوة المنظومة الرئوية (التي تضخ الدم إلى الرئتين فقط). والمطال الصافي للقوتين الناشئتين أصغر (بمرتبتي أو بثلاث مراتب كِبَر) من القوتين اللتين تظهران حين أخذ فروق الضغط في الحسبان.

المثال 14.6 تفريع خط الماء الرئيس

مسألة: تخيَّل أنبوب ماء رئيس يوفر ماء الشرب لمنطقة سكنية. يُفرَّع الخط الرئيس عند تقاطع T من أجل توجيه الماء إلى حيَّين متجاورين وفق ما هو مبين في الشكل 24.6. افترض أن الماء يتوزَّع على الفرعين بالتساوي ليذهب في أنبوبين لهما القطر نفسه. إذا كان تيار الدخل مستمراً، ما هي القوى الموازِنة اللازمة لتحمُّل تدفُّق الماء؟



الشكل 24.6: اتجاهات معدَّلات تدفق الكتلة في مفرِّع خط الماء الرئيس.

الحل: تتضمن المنظومة دخلاً واحداً $\dot{m}_1$ وخرجين $\dot{m}_2$ و $\dot{m}_3$. وسنُعرِّف منظومة الإحداثيات بحيث يدخل السائل المنظومة بالاتجاه y الموجب. تذكَّر أن الماء يُقسَم بالتساوي بين أنبوبي

خرج لهما القطر نفسه. يمكِّننا استعمال انحفاظ الكتلة من كتابة العلاقات الآتية:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3, \quad \vec{v}_2 = -\vec{v}_3, \quad A_2 = A_3$$

والمنظومة في حالة مستقرة لأن الماء يتدفَّق باستمرار ولا يتراكم فيها. وبتعويض هذه المتغيرات في الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي في الحالة المستقرة 6.8–2، تَنتُج معادلتان تصفان معدَّل الزخم الخطي الناجم عن تدفق السائل وقوى الضغط والقوى الموازِنة في الاتجاهين x و y:

$$-\dot{m}_2(-\vec{v}_2) - \dot{m}_3\vec{v}_3 - P_2(-1)A_2 - P_3(1)A_3 + F_{R,x} = 0 \qquad :x$$

$$\dot{m}_1\vec{v}_1 - P_1(-1)A_1 + F_{R,y} = 0 \qquad :y$$

ونظراً إلى أن مطال معدَّل تدفق كتلة تيار الخرج الأول وسرعته ومساحة مقطعه العرضاني تساوي تلك التي للخرج الثاني، يمكن إعادة كتابة معادلة الاتجاه x كالآتي:

$$(P_2 - P_3)A_2 + F_{R,x} = 0 \qquad :x$$

وتعاكس القوة الموازِنة في الاتجاه y اتجاه تدفق الماء. ويساوي مطالها مجموع معدَّل الزخم الناجم عن تدفق الماء وعن قوة ضغط السائل. ويعبِّر مطال القوة الموازِنة في الاتجاه x عن الفرق بين قوى ضغط السائل في الاتجاه x، إلا أنه ليس ثمة حد لمعدَّل الزخم ناجم عن تدفق الماء. ويمكن لاتجاه القوة الموازِنة أن يكون موجباً أو سالباً بناءً على المطال النسبي لضغطي الخرج. وفي حالة كون ضغطي الخرج متساويين، لا تكون ثمة قوة موازِنة في الاتجاه x. ■

9.6 النظم غير المستقرة

في المنظومة غير المستقرة يتغيَّر في الأقل متغير من المتغيِّرات التي تصف المنظومة (مثل الضغط أو معدَّل التدفُّق) مع الزمن. وتكتسب النظم غير المستقرة أو تفقد زخماً بالنقل المادي الجَسِيم أو حينما تكون ثمة قوى خارجية فاعلة في المنظومة. لذا يكون حد التراكم مختلفاً عن الصفر دائماً. وعادة ما تُستعمل الصيغة التفاضلية أو التكاملية لمعادلة الانحفاظ (المعادلتان 3.6–3 و3.6–6). وبناءً على نص المسألة، قد تكون ثمة حاجة إلى تحديد الظرف الابتدائي أو الانتهائي أو كليهما.

وفي ما يخص النظم الخالية من الانتقال المادي الجَسِيم عبر حدود المنظومة، تُختزل الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي 3.6–3 إلى:

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt}(\vec{p}^{\,\text{sys}}) = \frac{d}{dt}(m^{\text{sys}}\vec{v}^{\,\text{sys}}) \qquad (1-9.6)$$

حيث إن $\sum \vec{F}$ هو مجموع القوى الخارجية الفاعلة في المنظومة، و m^{sys} هي كتلة المنظومة، و $\vec{v}^{\,\text{sys}}$ هي سرعتها. وتنص هذه المعادلة على أن تغيُّر زخم المنظومة مع الزمن يساوي مجموع القوى الخارجية الفاعلة في المنظومة.

وتُمكن كتابة المعادلة الأخيرة كما يأتي:

$$\sum \vec{F} = m^{\text{sys}} \frac{d\vec{v}^{\,\text{sys}}}{dt} + \vec{v}^{\,\text{sys}} \frac{dm^{\text{sys}}}{dt} \qquad (2-9.6)$$

تذكَّر أن تغيُّر السرعة مع الزمن هو تسارع المنظومة a^{sys}. وفي غياب الانتقال المادي الجَسِيم، تكون كتلة المنظومة ثابتة، ومن ثَمَّ يكون dm^{sys}/dt صفراً. لذا تصبح المعادلة 9.6–2 كما يأتي:

$$\sum \vec{F} = m^{\text{sys}} \vec{a}^{\,\text{sys}} \qquad (3-9.6)$$

تنص المعادلة 9.6–3 على **قانون نيوتن الثاني للحركة**، الذي يتناسب فيه تسارع الجسم عكساً مع كتلته، وطرداً مع القوى الموازِنة الخارجية المؤثرة في الكتلة.

المثال 15.6 القوة التي يخضع لها رائد الفضاء أثناء الإقلاع

مسألة: تجلس رائدة فضاء في مركبة الفضاء تنتظر الإقلاع (الشكل 25.6–أ). وتساوي كتلتها الكلية مع بذلة الفضاء 120 كلغ. وتتسارع المركبة أثناء الإقلاع نحو الأعلى بمقدار ثابت يساوي $6g$ (أي ستة أمثال تسارع الثقالة الأرضية).

إذا كانت المنظومة مكوَّنة من رائدة الفضاء وبذلتها (الشكل 25.6–ب)، ما هو مقدار القوة التي يُبديها الكرسي في المركبة تجاه المنظومة أثناء الإقلاع؟ في الواقع، لا يجلس رواد الفضاء كما هو مبين في الشكل 25.6–ب، بل يستلقون في وضعية أفقية تقريباً. بناءً على حلِّك، أوضح سبب الاستلقاء الأفقي.

نظراً إلى عدم تحديد مدة زمنية في المسألة، يمكن استعمال الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي 3.6–3. ونظراً إلى عدم تدفق كتلة عبر حدود المنظومة، تُختزل المعادلة إلى معادلة منظومة غير مستقرة خالية من الانتقال المادي الجَسِيم (المعادلة 9.6–1).

تتضمن القوى الفاعلة في رائدة الفضاء وبذلتها (المنظومة) الثقالة وقوة الكرسي $\vec{F}_s$. وتُحسب قوة الثقالة باستعمال المعادلة 2.6–6، وهي مكافئة لوزن رائدة الفضاء وبذلتها على الأرض W .

ونظراً إلى أن كتلة المنظومة m^{sys} لا تتغيَّر، يمكننا تبسيط معادلة موازنة الزخم الخطي لتصبح قانون نيوتن الثاني (المعادلة 9.6−3). تعمل هذه القوى مع التسارع بموازاة الاتجاه y فقط، لذا يمكن اعتبار جميع القيم سلَّمية:

$$\sum F_y = -W + F_s = m^{\text{sys}} a_y^{\text{sys}}$$

يساوي تسارع المنظومة ستة أمثال ثابت الثقالة g. بتعويض هذه القيمة في المعادلة السابقة ينتُج:

$$-(120\,\text{kg})\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) + F_s = (120\,\text{kg})\left(6\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\right)$$

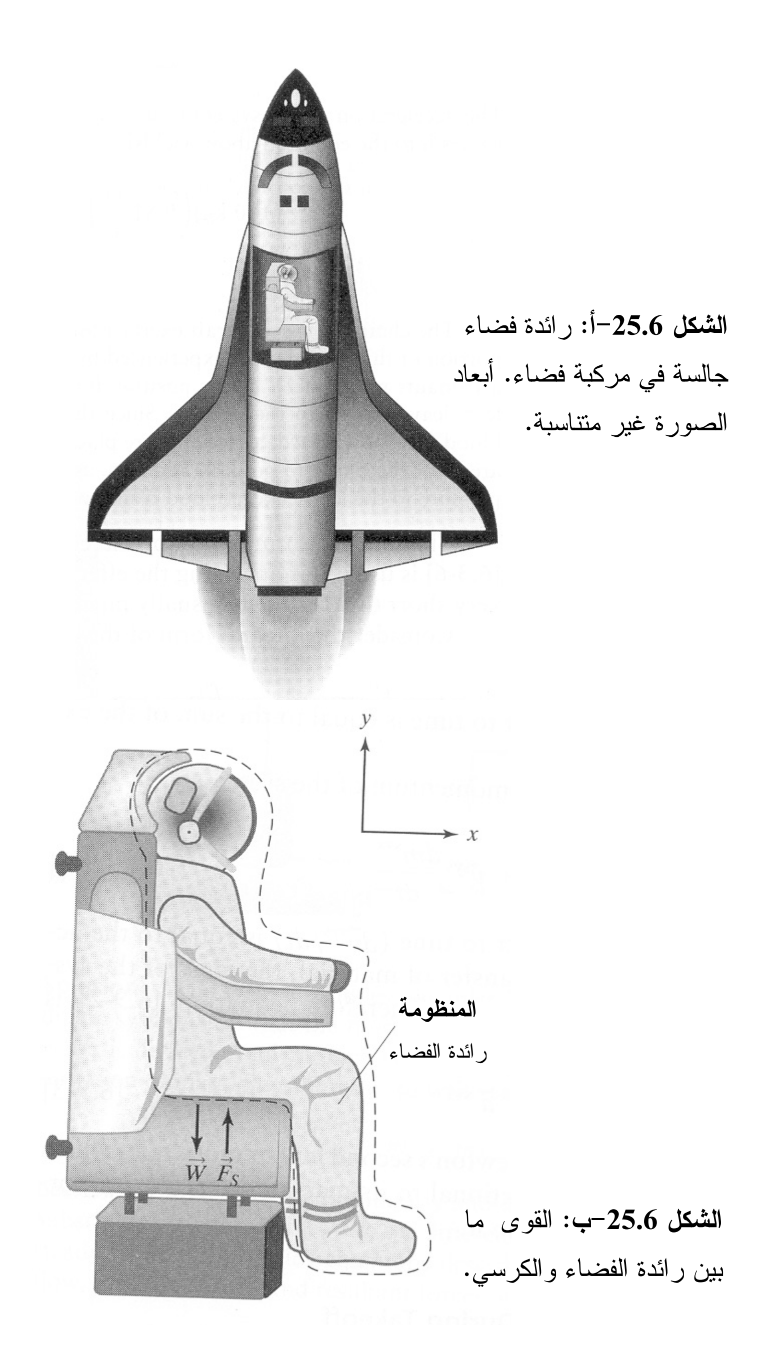
$$F_s = 8240\ \text{N}$$

يُبدي الكرسي في مركبة الفضاء قوة تساوي 8240 نيوتن تجاه رائدة الفضاء وبذلتها. ومقدار هذه القوة كبير جداً إلى حدٍّ أنه يفوق كثيراً ما يمكن أن يتحمله أي شخص. ولو جلس رواد الفضاء في المركبة بهذه الوضعية أثناء الإقلاع، لتجمَّعت دماؤهم في أرجلهم وأقدامهم، وقليل منها في رؤوسهم. لذا، ونظراً إلى أن قوة الثقالة الخارجية توجِّه تدفق الدم نحو الأسفل أثناء الإقلاع، يستلقي رواد الفضاء في وضعية أفقية تقريباً لتقليل المناطق التي يتجمع فيها الدم. يُضاف إلى ذلك أن رواد الفضاء غالباً ما يرتدون بذلات مضادة للثقالة تطبق ضغطاً على الرجلين لمنع الدم من التجمع فيهما. ■

تُعتبر الصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي 6−3.6 مفيدة في تحليل مفاعيل القوى النبضية التي تُطبَّق أثناء مدد زمنية قصيرة جداً (أصغر من ثانية واحدة عادة).

المعادلة التكاملية لانحفاظ الزخم الخطي هي:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i \, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j \, dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} dt \qquad (4-9.6)$$



الشكل 25.6–أ: رائدة فضاء جالسة في مركبة فضاء. أبعاد الصورة غير متناسبة.

الشكل 25.6–ب: القوى ما بين رائدة الفضاء والكرسي.

وفي حالة المنظومة الخالية من الانتقال المادي الجَسِيم تصبح هذه المعادلة:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} dt \qquad (5-9.6)$$

وإذا لم يكن ثمة سوى قوة واحدة ثابتة، ينتُج عن المكاملة:

$$\vec{F}\,(t_f - t_0) = \vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - \vec{p}_0^{\,\mathrm{sys}} \qquad (6-9.6)$$

$$\vec{F}\,\Delta t = \Delta\,\vec{p}^{\,\mathrm{sys}} \qquad (7-9.6)$$

حيث إن Δt هي المدة الزمنية التي تعمل القوة النبضية خلالها، و $\Delta\,\vec{p}^{\,\mathrm{sys}}$ هو تغيُّر زخم المنظومة الكلي. تُعرف هذه المعادلة **بمبرهنة الزخم النبضي** (impulse-momentum theorem).

تُفيد المعادلات التي تصف القوى النبضية حينما يتغيَّر زخم المنظومة بسرعة كبيرة عند تطبيق قوة عليها، على غرار ما يحصل في الاصطدام. وغالباً ما يُحسب حد التراكم أو تغيُّر زخم المنظومة $\Delta\,\vec{p}^{\,\mathrm{sys}}$ باستعمال المعادلة 7−9.6 في حالات القوى النبضية.

المثال 16.6 منصة القوة

مسألة: إحدى طرائق قياس القوى النبضية التي تظهر أثناء المشي والجري والقفز وأنشطة الحركة الأخرى هي استعمال منصة القوة (الشكل 26.6−أ). تسجل المنصة القوة التي تُطبَّق على سطحها العلوي وتُعطي مطال القوة على شكل تابع للزمن.

قبل اختبار عضو صناعي جديد، تُجمَع بيانات تصف القفز العادي. يُظهر الشكل 26.6−ب تسجيلاً إلكترونياً لقفز عادي. حينما يقف شخص ساكناً على المنصة، يُعايَر مقياس القوة ليشير في البداية إلى 0 kN، وبذلك يمكن إهمال مفعول الثقالة. احسب كتلة الشخص وتغيُّر زخمه حينما يُقرفص تمهيداً للقفز، واحسب سرعته العمودية حين انطلاقه (مقتبسة من Özkaya N and Nordin M, *Fundamentals of Biomechanics*, 1999).

الحل: نُعرِّف المنظومة على أنها الشخص، ونضع الافتراضات الضرورية الآتية:

- منصة القوة مُعايَرة، ولذا لا حاجة إلى الاهتمام بمفعول الثقالة.
- لا توجد قوى سطحية أو جِسْمية خارجية مؤثرة في المنظومة.
- جميع الحركات والقوى تحصل في الاتجاه y.

يمكن حساب كتلة الشخص أثناء القفزة (أي حينما يكون مرتفعاً تماماً في الهواء). تذكَّر أن

المقياس يشير إلى الصفر حينما يكون الشخص على المنصة. لذا، وحينما يقفز ويصبح معلقاً في الهواء، فإن غياب هذه القوة يمثّل قياساً للوزن. ووفقاً للشكل 26.6–ب، تساوي القوة المسجَّلة عندما يكون الشخص في الهواء هذا $-700\ \mathrm{N}$. ويُستعمل الوزن لحساب كتلة الشخص:

$$W = -700\ \mathrm{N} = mg = m\,(-9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})$$

$$m = 71.4\ \mathrm{kg}$$

ونظراً إلى أن خرج الجهاز هو قوة تابعة للزمن، يمكن حساب تغيُّر زخم المنظومة أثناء الانطلاق باستعمال مبرهنة الزخم النبضي (المعادلة 9.6–5). وتُحسب القوة بعد تحديد المساحة التي تحت المنحني خلال مدة الانطلاق في الشكل 26.6–ب. ونظراً إلى أن القوتين النبضيتين مختلفتان أثناء Δt_1 و Δt_2، يُحسب كل منهما على حدة ثم تُجمعان معاً:

$$\int_{t_0}^{t_f} \vec{F} dt = \int_0^{0.25\mathrm{s}} \vec{F}\, dt = \int_0^{0.05\mathrm{s}} \frac{\vec{F}_1^{\max}}{0.05} t\, dt + \vec{F}_2 \Delta t_2$$

$$= \frac{1}{2}\, 500\ \mathrm{N}\,(0.05\ \mathrm{s}) + 500\ \mathrm{N}\,(0.2\ \mathrm{s}) = 112.5\ \mathrm{N \cdot s}$$

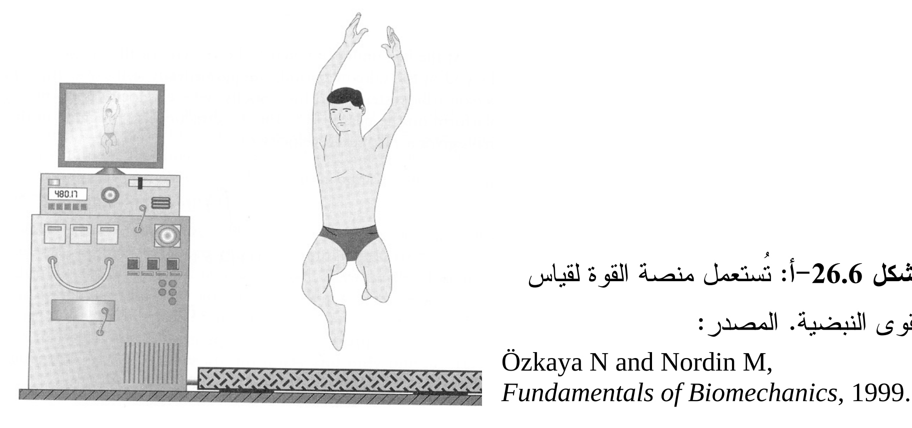
في بداية القفزة، تكون سرعة الشخص صفراً، ولذا يكون $\vec{p}_0^{\,\mathrm{sys}}$ صفراً. وفي نهاية مدة الانطلاق، يساوي زخم المنظومة حاصل ضرب كتلة الشخص (المنظومة) بسرعته التي في الاتجاه y الموجب. وقوة المنصة تجاه الشخص هي في الاتجاه y الموجب، لذا فإن التعويض بقيم القوة والكتلة يُعطي السرعة:

$$\int_{t_0}^{t_f} \vec{F}\, dt = \vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} = m_{\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}} \vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}}$$

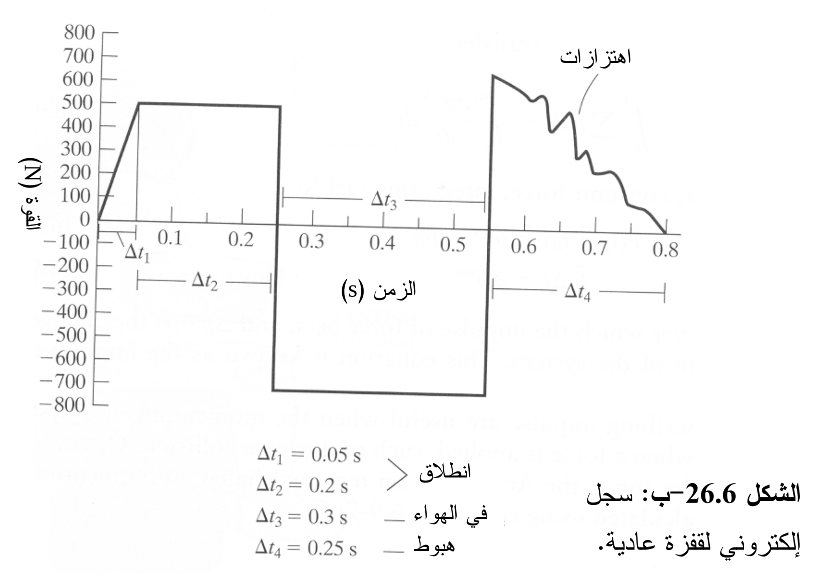
$$112.5\ \mathrm{N \cdot s} = (71.4\ \mathrm{kg})\, \vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}}$$

$$\vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} = 1.58\, \vec{j}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

إذاً، تساوي سرعة الشخص الابتدائية حين القفز 1.58 متراً في الثانية. ■



الشكل 26.6–أ: تُستعمل منصة القوة لقياس القوى النبضية. المصدر:
Özkaya N and Nordin M, *Fundamentals of Biomechanics*, 1999.



الشكل 26.6–ب: سجل إلكتروني لقفزة عادية.

ثمة حالياً نحو 1.3 مليون شخص في الولايات المتحدة وحدها أطرافهم مبتورة [3]. وتصميم وإنتاج الأطراف الصناعية يمثِّلان مهمة شاقة للمهندسين الحيويين تتجلَّى في ضرورة تكامل كثير من الاختصاصات، منها الميكانيك والإلكترونيات والمواد الحيوية. ويُعدُّ تصميم ساق صناعية معقداً خصوصاً إذا كان من اللازم تضمينها مفصل الركبة. ومن الجوانب المهمة في ذلك ضرورة فهم كيفية انتقال القوة بين الساق الطبيعية والعضو الصناعي، ومدى جودة محاكاة العضو الصناعي للساق الطبيعية، وكيفية أداء العضو الصناعي أثناء أنشطة الحركة المنتظمة. ويمكن لاستعمال منصة القوة أن يساعد المهندسين الحيويين على تحليل القوى المنغمسة في تحريك الأطراف الطبيعية وعلى استغلال معرفتهم في إنتاج عضو صناعي كامل الأداء.

كان اهتمام النص السابق وأمثلته مركَّزاً في النظم غير المستقرة مع قوى خارجية، لكن من دون انتقال كتلة. إلا أن النظم المتغيرة يمكن أن تتضمن أيضاً تدفق مادة عبر حدودها. لذا سننظر في كيفية استعمال المعادلات الرئيسة لحل النظم غير المستقرة مع تدفق مادة، لكن من دون قوى خارجية. تكتسب هذه النظم زخماً أو تفقده نتيجة للانتقال المادي الجَسِيم. وأحد الأمثلة الشائعة للمنظومة غير المستقرة التي تتضمن انتقالاً مادياً جَسِيماً هو مغادرة صاروخ لمداره حول الأرض. وثمة مثال حيوي أيضاً هو زخم حيوان الحبَّار تحت الماء (المسألة 34.6).

في حالة النظم المتغيِّرة التي لا تؤثِّر قوى خارجية فيها، تُختزل الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي 3.6−2 إلى:

$$\sum_i \dot{\vec{p}}_i - \sum_j \dot{\vec{p}}_j = \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} \qquad (8-9.6)$$

وتُختزل الصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي 3.6−6 إلى:

$$\int_{t_0}^{t_f} \sum_i \dot{\vec{p}}_i \, dt - \int_{t_0}^{t_f} \sum_j \dot{\vec{p}}_j \, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} dt \qquad (9-9.6)$$

المثال 17.6 تسارع صاروخ في الفضاء

مسألة: تخيَّل صاروخاً مستقراً في مداره في الفضاء الخارجي. في البداية، تساوي كتلة الصاروخ والوقود معاً 1000 كلغ. وخلال مدة 5 ثوان، يعمل محرك الصاروخ الذي يبدأ الحركة نحو الأمام، طارحاً الوقود المحترق بمعدَّل 5 kg/s، ويغادر الدخان فوهة المحرك بسرعة ثابتة تساوي 500 m/s. ما هي سرعة الصاروخ في نهاية رشقة الاشتعال؟ أهمل مفاعيل الحقول الثقالية.

الحل: اعتبر غلاف الصاروخ حدود المنظومة. في اللحظة الابتدائية، تتكوَّن المنظومة من الوقود والصاروخ وجميع مكوِّناته الداخلية. وفي نهاية رشقة الاشتعال (اللحظة الانتهائية)، تكون المنظومة قد فقدت بعض الوقود. ونظراً إلى أن هذه الكتلة المفقودة تغيِّر زخم المنظومة، وإلى عدم وجود قوى أخرى فاعلة فيها، تُعدّ منظومة متغيرة من دون قوى خارجية. ونظراً إلى أن المعطى هو مدة زمنية، نستخدم الصيغة التكاملية لمعادلة انحفاظ الزخم الخطي التي يمكن أن تُبسَّط إلى المعادلة 9.6−9. ليس ثمة دخل إلى المنظومة، لكن ثمة خرج واحد فقط، لذا تصبح المعادلة 9.6−9:

$$-\int_{t_0}^{t_f} \dot{\vec{p}}_j \, dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{d\vec{p}^{\,\text{sys}}}{dt} dt$$

ومعدّل زخم الوقود المطروح ثابت، لذا فإن الطرف الأيسر هو حاصل ناتج معدّل الزخم بالمدة الزمنية. لم تنص المسألة على منظومة إحداثيات معينة، لذا نُعرِّف منظومة على نحو يكون فيه اتجاه الدخان الخارج من الصاروخ في الاتجاه x الموجب، وهذا ما يمكِّن من حساب $\dot{\vec{p}}_j$:

$$-\dot{\vec{p}}_j\,(t_f - t_0) = \vec{p}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - \vec{p}_0^{\,\mathrm{sys}}$$

$$-\dot{m}_j \vec{v}_j\,(t_f - t_0) = m_{\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}}\,\vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - m_0^{\mathrm{sys}}\,\vec{v}_0^{\,\mathrm{sys}}$$

$$-\left(5\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\right)\left(500\vec{i}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(5\,\mathrm{s} - 0\,\mathrm{s}) = m_{\mathrm{f}}^{\mathrm{sys}}\,\vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} - (1000\,\mathrm{kg})\left(0\vec{i}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

ونظراً إلى أن المنظومة تبدأ العمل من حالة السكون، فإن الزخم الانتهائي يساوي تغيُّر الزخم تماماً. وتُحسب كتلة المنظومة في اللحظة الانتهائية بطرح كتلة الوقود المطروح من الكتلة الابتدائية. بناءً على ذلك نحسب سرعة الصاروخ الانتهائية:

$$-12\,500\vec{i}\ \frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}} = \left(1000\,\mathrm{kg} - \left(5\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\right)(5\,\mathrm{s})\right)\vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}}$$

$$\vec{v}_{\mathrm{f}}^{\,\mathrm{sys}} = -12.8\vec{i}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

إذاً، تساوي سرعة الصاروخ الانتهائية 12.8 متراً في الثانية في الاتجاه المعاكس لاتجاه الوقود المطروح.

صحيحٌ أن قوانين نيوتن في الحركة معروفة على نطاق واسع منذ ما قبل عدة مئات من السنين، إلا أنها لم تُفهم فهما صحيحاً إلا مؤخراً في مجال الصواريخ. لقد قام روبرت غودارد (Robert Goddard)، الذي يُعدّ مؤسس علم الصواريخ الحديث، بمعظم عمله في بدايات القرن العشرين. واعتقد كثير من الناس حينئذ أن الصاروخ لا يمكن أن يعمل في الفضاء، مستشهدين بقانون نيوتن الثالث. وعلَّلوا ذلك بأنه كي يتسارع الصاروخ نحو الأمام، يجب أن تكون ثمة مادة خارجية يمكن أن يحصل الدفع عليها. وفي الجو الأرضي، فإن الهواء كافٍ. أما في الفضاء الخالي، وفقاً لحجتهم، ليس ثمة من وسط يوفِّر رد الفعل اللازم.

لكن وفقاً لما بيَّنه غودارد، لا حاجة إلى مادة خارجية، لأن الصاروخ الذي يطرح وقوده الخاص به يستطيع توليد الفعل ورد الفعل الموافق له لتحقيق متطلبات قوانين نيوتن. إذ ما دام الوقود المحترق يغادر المحرك (المنظومة)، كان الصاروخ قادراً على التسارع. وبرغم أن بعضهم استغرق سنين لاستيعاب هذه الحقيقة، فإنه يمكننا استعراضها بسرعة مستعملين معادلات الانحفاظ، على غرار ما هو مبين في المثال 17.6.

10.6 عدد رينولدس

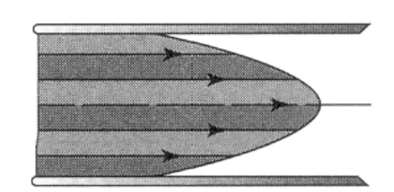
افترضنا في المعادلات التي تتضمن سرعة حتى الآن أنه يمكن نسبُ سرعة وسطى للسائل. إلا أن هيئات سرعة التدفق في الأنابيب والمجاري المغلقة الأخرى تتغيَّر تبعاً للظروف المختلفة. لذا حين تطبيق معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية (المقطع 11.6)، من المهم تحديد هيئة التدفّق التي يمكن تمييزها بواسطة عدد رينولدس (Reynolds number).

يُعدّ عدد رينولدس Re طريقة للتنبؤ رياضياً بنوع تدفق السائل ومن ثَمَّ بهيئة سرعته. في ما يخص سائلاً في أنبوب دائري:

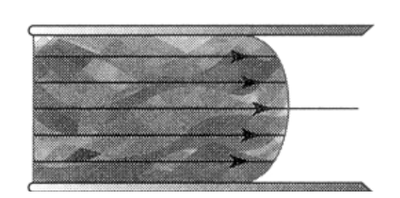
$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} \qquad (1-10.6)$$

حيث إن ρ هي كثافة السائل، و v هي سرعته الوسطية، و D هو قطر الأنبوب الذي يتدفق فيه السائل، و μ هي لزوجة السائل. لاحظ أن Re بلا وحدة، وهو نسبة قوى العطالة إلى قوى اللزوجة في السائل المتدفق. وهذا العدد موجود في معادلات أشد تعقيداً مثل معادلة نافير – ستوكس (Navier-Stokes) الخاصة بالسوائل النيوتنية المستعملة في حسابات النقل. أما في هذا الكتاب، فالاهتمام مقتصر على استعمال عدد رينولدس في تحديد الفئتين الرئيستين لتدفق السائل في الأوعية الأسطوانية: التدفق الصفيحي والتدفق المضطرب.

يمكن وصف طريقة تدفق سائل عبر أنبوب بهيئة السرعة التي يمكن أن تكشف عن خصائص محددة للسائل. وهيئة السرعة **الصفيحية** (laminar velocity profile) للسوائل النيوتنية هي هيئة تتغيَّر فيها قيمة السرعة تبعاً للموضع على قطر المجرى وفقاً لشكل القطع المكافئ (parabola) (الشكل 27.6–أ). يمكن اعتبار جميع الغازات ومعظم الموائع البسيطة سوائل نيوتنية. أما التعريف الرياضي للسائل النيوتني فهو موجود في كتب أخرى (Bird RB, Stewart WE, and Lightfoot EN, *Transport Phenomena*, 2002. Trusky GA, Yuan F, and Katz DF, *Transport Phenomena in Biological systems*, 2004).



الشكل 27.6–أ: هيئة سرعة صفيحية لسائل متجانس. تُظهر الظلال انزلاق طبقات السائل في ما بينها انزلاقاً سلساً.



الشكل 27.6–ب: هيئة سرعة مضطربة لسائل متجانس. تحصل في مستوى المقاسات الميكروية دوامات واختلاطات.

تخيَّل سائلاً يتدفق عبر وعاء أسطواني ثابت. نظراً إلى التصاق طبقة رقيقة من السائل بالجدار، تكون سرعة السائل عند الجدار صفراً. يُعبَّر عادة عن سرعة السائل بقيمة وسطى، وهذا يعني أن ثمة منطقة في المجرى تزيد فيها سرعة السائل على القيمة الوسطى، وتلك المنطقة هي تلك التي تقع عند مركز المقطع العرضاني للأنبوب، أي خط الوسط المتمثل بمحور الأنبوب. وتتناقص السرعة تدريجياً مع الاقتراب من الجدران. وكل طبقة من السائل تسير بسرعة مختلفة قليلاً عن السرعة في الطبقتين المجاورتين لها على نحو تنزلق فيه الطبقات بعضاً على طول بعض انزلاقاً سلساً. ويتحرك السائل بمجمله باتجاه واحد في الأنبوب أو المجرى بطريقة شديدة الانتظام والسلاسة. وإذا كان $Re < 2100$ في حالة التدفق في أنبوب أسطواني، اعتُبر تدفق السائل صفيحياً. ويكون تدفق السائل صفيحياً في معظم حالات جسم الإنسان،.

وفي هيئة السرعة **المضطربة** (turbulent velocity profile) تكون هيئة السرعة مسطَّحة تقريباً، ويتحرك معظم مناطق التدفق بالسرعة نفسها على طول الأنبوب (الشكل 27.6–ب). يوصف التدفق المضطرب غالباً بأنه يمتلك هيئة سرعة منتظمة. ويختلط السائل في هذه الهيئة محلياً في الأنبوب مولِّداً دوَّامات أثناء حركته على طول الأنبوب. وغالباً ما يسمَّى التدفُّق المضطرب التدفق القرصي (plug flow)، لأن السائل يتحرك على طول الأنبوب وكأنه قرص من سائل. إذا كان $Re > 4000$ لسائل يتدفق في أنبوب أسطواني، اعتُبر التدفُّق مضطرباً، وهذا النوع من التدفُّق شائع في التطبيقات الصناعية.

وفي ما بين قيمتي عدد رينولدس 2100 و4000، يُعتبر التدفق في حالة **عبور** (transition) تظهر فيها خصائص كلا نوعي التدفُّق. وقد جرى تحديد هاتين القيمتين الحديتين للتدفقين الصفيحي والمضطرب من البيانات التجريبية.

تأمَّل في سائل ذي كثافة ولزوجة ثابتتين يتدفق عبر أنبوب ذي قطر ثابت. عند السرعات المنخفضة، تكون أنماط التدفُّق سلسة ومنتظمة، ويكون تدفُّق السائل صفيحياً. ومع ازدياد السرعة، يُصبح السائل أكثر اضطراباً، وأقل انتظاماً ومختلطاً. حينئذ يكون التدفُّق مضطرباً. يمكن تغيير ρ وD و μ في المعادلة 10.6−1 لرؤية كيفية تأثير كل منها في قيمة Re.

يمكن لافتراض أن السائل يتدفَّق بسرعة وسطى أن يكون إفراطاً في التبسيط في بعض نظم السوائل المتغيِّرة المعقدة. فقد يكون من الضروري معرفة تفاصيل عن تغيُّر السرعة مع تغيُّر المواضع المكانية، على غرار ما يحصل حين تقويم تصميم صمام قلب صناعي. ويمكن أيضاً لأنماط تدفق السوائل غير النيوتنية أن تكون معقدة. في هذه الحالات، ثمة حاجة إلى معادلات نظم سوائلية متغيرة أشد تعقيداً تقوم على معادلات انحفاظ الكتلة والزخم (انظر Bird RB, Stewart WE, and Lightfoot EN, *Transport Phenomena*, 2002; Truskey GA, Yuan F, and Katz DF, *Transport Phenomena in Biological Systems*, 2004; Fournier RL, *Basic Transport Phenomena in Biomedical Engineering*, 1998).

المثال 18.6 تدفُّق الهواء في الرغامى

مسألة: حدِّد القيمة التقريبية لعدد رينولدس أثناء الشهيق وتدفُّق الهواء في الرغامى.

الحل: سنفترض ما يأتي لنتمكَّن من حل المسألة:

- المنظومة في حالة مستقرة.
- الرغامى أسطوانية الشكل.
- سرعة وخواص الهواء ثابتة على طول الرغامى.
- معدَّل تدفُّق الهواء يساوي 12 ليتراً في الدقيقة في الشهيق والزفير.
- قطر الرغامى يساوي 1.8 سم.

لحساب عدد رينولدس، يجب تحويل معدَّل التدفق الحجمي إلى سرعة خطية:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\left(12\,\frac{\text{L}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}\right)\left(\frac{1000\,\text{cm}^3}{\text{L}}\right)}{\pi\,(0.9\,\text{cm})^2} = 78.6\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

ويمكن حساب عدد رينولدس باستعمال هذه القيمة وقيمتي كثافة ولزوجة الهواء المعروفتين:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{\left(1.225\times10^{-6}\ \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}^3}\right)\left(78.6\,\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\right)(1.8\,\mathrm{cm})}{\left(1.79\times10^{-7}\ \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}}\right)} = 968$$

تدل قيمة عدد رينولدس (970) على أن التدفُّق صفيحي، وهذا منسجم مع ما نعرفه عن جسم الإنسان. لكننا لا نستطيع قول أكثر من ذلك بخصوص كون العدد معقولاً أم لا. فهو يمكن أن يختلف كثيراً من فرد إلى آخر بناء على أنشطته وطريقة تنفسه.

11.6 الطاقة الميكانيكية ومعادلات برنولي

تُعدُّ معادلة الطاقة الميكانيكية معادلة عظيمة الفائدة يمكن تطبيقها على كثير من النظم التي يوجد فيها تدفُّق سائل. لكن في حين أن الطاقة الكلية هي خاصية منحفظة، فإن الطاقة الميكانيكية ليست كذلك. لذا يجب وصف الطاقة الميكانيكية بمعادلة موازنة. ومعادلة برنولي (Bernoulli equation) هي صيغة من صيغ معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية تنطبق على مجموعة معينة من الظروف. وتُستعمل هذه المعادلة لوصف وتوصيف النظم التي يوجد فيها سائل متدفِّق ضمن تلك الظروف.

1.11.6 معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية

الطاقة الميكانيكية (mechanical energy) على صلة بالحركة وانزياح السوائل والأجسام، وبالقوى التي يمكن أن تغيِّر الحركة والانزياح. وهي تساوي مجموع طاقة المنظومة الحركية وطاقتها الكامنة والعمل المصروف فيها. ومن أنواع الطاقة الأخرى الطاقة الحرارية التي تساوي مجموع الطاقة الداخلية والحرارة (الفصل 4)، والطاقة الكهربائية (الفصل 5).

ويمكن تحويل الطاقة من نوع إلى آخر. على سبيل المثال، عندما تدلك يديك معاً، تشعر بأنهما أصبحتا أدفأ، لأن تدليك اليدين يحوِّل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة حرارية بسبب الاحتكاك. تأخذ معادلة الطاقة الميكانيكية في الحسبان الطاقة الميكانيكية فقط وتحوُّلاتها من وإلى أنواع الطاقة الأخرى.

وعلى غرار الخواص التوسُّعية الأخرى، يمكن للطاقة الميكانيكية أن تدخل المنظومة أو تغادرها أو تتولَّد أو تُستهلك أو تتراكم فيها. ونظراً إلى أن الطاقة الميكانيكية غير منحفظة، فيجب استعمال معادلة الموازنة:

$$\Psi_{in} - \Psi_{out} + \Psi_{gen} - \Psi_{cons} = \Psi_{acc} \qquad (1-11.6)$$

تَنقُل حركة كتلة السائل المتدفِّقة الطاقةَ الميكانيكية إلى المنظومة ومنها على شكل طاقة حركية وطاقة كامنة وعمل متدفِّق. وعندما يكون السائل متحركاً بسرعة معينة، يمتلك طاقة حركية. وتنجم الطاقة الكامنة التي يمتلكها السائل عن موضعه في حقل ثقالي. والعمل المتدفق هو الطاقة اللازمة لدفع السائل إلى داخل المنظومة أو إلى خارجها.

ويمكن توليد الطاقة الميكانيكية من أنواع أخرى من الطاقة، ويمكن أيضاً استهلاك الطاقة الميكانيكية أو تحويلها إلى نوع آخر من الطاقة. ومن أنواع تحويلات الطاقة المتبادلة الشائعة في النظم المتدفِّقة تحويل الطاقة الميكانيكية إلى حرارية بواسطة احتكاك السائل وتمدده وتقلُّصه. وفي السوائل المتدفقة، تمثل مفاقيد الاحتكاك تحويلاً غير عكوس للطاقة الميكانيكية إلى طاقة حرارية. لاحظ أن العمل الموجب هو عمل يبذله المحيط للمنظومة، ولذا تُعدّ مفاقيد الاحتكاك عملاً سالباً (أي فقداً للطاقة الميكانيكية من المنظومة) ويُعبَّر عنها بحد الاستهلاك في معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية.

وعمل الآلة (shaft work) (غير المتدفق) هو عمل تبذله المنظومة باستعمال ضاغط أو مضخة أو عنفة أو آلة أخرى. ويمكن لعمل الآلة أن يكون موجباً أو سالباً تبعاً لكونه مبذولاً للمنظومة أو منها. وحين التعامل مع معادلة الطاقة الميكانيكية، يُعبَّر عن عمل الآلة بحد التوليد أو حد الاستهلاك. لاحظ أن هذين الحدين محجوزين للإسهامات التي تغيِّر المقدار الصافي لتلك الخاصية في الكون (الفصل 2). ونظراً إلى أن الطاقة الميكانيكية الصرف في الكون تتغيَّر حين تطبيق عمل الآلة، يُعدّ هذا العمل مولَّداً أو مستهلكاً في معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية. وهذا مختلف عن النهج المتبع في الفصل 4. في معادلة انحفاظ الطاقة الكلية، يُعامل عمل الآلة معاملة دخل أو خرج، ويُوازن كسب الطاقة الناجم عن عمل الآلة بفقد لنوع آخر من الطاقة، وهذا ما يُبقي الطاقة الكلية في الكون ثابتة. لذا يُعدّ عمل الآلة دخلاً أو خرجاً حين النظر في طاقة المنظومة الكلية، وتوليداً أو استهلاكاً حين التعامل مع الطاقة الميكانيكية.

تُستخرج معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية في سلَّم المقاسات الكبيرة من انحفاظ الزخم (للحصول على التفاصيل انظر Bird RB, Stewart WE, and Lightfoot EN, *Transport Phenomena*, 2002.). ويتطلب استخراج المعادلة دراية برياضيات معقدة نسبياً خارج نطاق اهتمام هذا الكتاب، وما عليك معرفته هنا هو أن عملية استخراج المعادلة تؤدي إلى معادلة مستقلة عن قانون انحفاظ الزخم الخطي. لذا، تُعتبر المعادلتان مستقلتين ويمكن استعمالهما معاً في

حل المسائل. وهذا هو سبب عرض معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية هنا، وليس في الفصل 4 مع معادلات الطاقة الأخرى.

ونظراً إلى تعقيد استخراج المعادلة، نقصر اهتمامنا هنا على شرحها. إن معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية في الحالة المستقرة هي:

$$\dot{m}\,(\hat{E}_{P,i}-\hat{E}_{P,j})+\dot{m}\,(\hat{E}_{K,i}-\hat{E}_{K,j})+\dot{m}\left(\frac{P_i}{\rho_i}-\frac{P_j}{\rho_j}\right)$$
$$-\dot{m}\int P\,d\hat{V}+\sum\dot{W}_{\text{shaft}}-\sum\dot{f}=0 \qquad (2-11.6)$$

حيث إن $\dot{m}$ هو معدّل تدفُّق الكتلة، و $\hat{E}_P$ هي الطاقة الكامنة النوعية (الطاقة الكامنة في واحدة الكتلة)، و $\hat{E}_K$ هي الطاقة الحركية النوعية (الطاقة الحركية التي تحملها واحدة الكتلة)، و P_i و P_j هما ضغطاً الدخل والخرج عند حدود المنظومة حيث يدخل تدفُّق الكتلة المنظومة ويخرج منها، و ρ هي كثافة السائل، و P هو ضغط المنظومة، و $\hat{V}$ هو الحجم النوعي (حجم واحدة الكتلة)، و $\sum\dot{W}_{\text{shaft}}$ هو معدّل عمل الآلة الكلي (أي غير المتدفق وغير الناجم عن التمدد)، و $\sum\dot{f}$ هي مفاقيد الاحتكاك الكلية. ويعبِّر الدليلان i و j عن رقمي الدخل والخرج. أما بُعد حدود المعادلة 2−11.6 فهو بُعد معدّل الطاقة $[\mathrm{L^2Mt^{-3}}]$.

تُستعمل المعادلة 2−11.6 على نطاق واسع بوصفها معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية، وهي مقتصرة على نظم تدفُّق السائل التي تحقِّق الصفات الآتية:

- حالة مستقرة.
- دخل واحد وخرج واحد.
- تحويلات الطاقة المتبادلة تحصل بين الطاقتين الميكانيكية والحرارية فقط.
- لا توجد تفاعلات كيميائية.

ونظراً إلى محدودية المنظومة المستقرة ذات الدخل والخرج الوحيدين، يتطلب انحفاظ الكتلة أن يكون معدل تدفق الكتلة في الدخل مساوياً معدل تدفق الكتلة في الخرج. لذا فإن معدّل تدفُّق الكتلة عبر المنظومة ثابت ويُرمز إليه بـــ $\dot{m}$ في المعادلة 2−11.6.

تُمثِّل الحدود الثلاثة الأولى في المعادلة تغيُّرات الطاقة الكامنة والحركية والعمل المتدفِّق من الدخل إلى الخرج. ويتضمن الحد التكاملي التحويل العكوس بين طاقة السائل الداخلية وطاقته الميكانيكية الناجم عن تمدد السائل أو تقلُّصه أثناء تدفقه. ويعبِّر الحدّان الأخيران عن عمل الآلة ومفاقيد الاحتكاك في المنظومة. ونظراً إلى أن المنظومة مستقرة، لا يحصل تراكم للطاقة الميكانيكية فيها.

لاحظ التشابه بين معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية (المعادلة 2−11.6) والصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية في الحالة المستقرة (المعادلة 7.4−7) التي نعيد كتابتها هنا:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \frac{P_i}{\rho_i}) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \frac{P_j}{\rho_j}) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0 \qquad (3-11.6)$$

تعبِّر هذه الصيغة لانحفاظ الطاقة الكلية عن منظومة مفتوحة مستقرة مع تغيُّرات في الطاقتين الكامنة والحركية، لكن من دون تغيُّر في الطاقة الداخلية. لاحظ أن هذه المعادلة استُخرجت من الصيغة التفاضلية لمعادلة انحفاظ الطاقة الكلية لمنظومة مستقرة فيها عمل متدفِّق ملحوظ أو تغيُّرات في الضغط أو الكثافة بين الدخل والخرج.

وتبيِّن المقارنة بين هذه المعادلة المعدَّلة لانحفاظ الطاقة الكلية ومعادلة موازنة الطاقة الميكانيكية أن كلاً منهما يتضمن تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية، إضافة إلى عمل متدفق وعمل آلة. ومع أن الاحتكاك يغيِّر طاقة المنظومة الحرارية، فإنه ليس مكافئاً للحرارة، ولا يمكن مبادلة الحدَّين في ما بينهما. ولا تأخذ معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية 2−11.6 في الحسبان إلا مفاقيد الاحتكاك. أما معادلة انحفاظ الطاقة الكلية 3−11.6 الخاصة بالنظم المستقرة التي لا توجد فيها تغيُّرات في الطاقة الداخلية فتتضمن جميع أنواع النقل الحراري. ونظراً إلى أن المعادلتين متشابهتان جداً، فإنه من الضروري التنبه إلى استعمال المعادلة الملائمة لكل مسألة. استعمل معادلة انحفاظ الطاقة الكلية حينما تكون ثمة تغيُّرات في طاقتي المنظومة الميكانيكية والحرارية. واستعمل معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية حين النظر في تغيُّرات الطاقة الميكانيكية وتحوُّلاتها فقط. وتذكَّر أن معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية تتطلب تحقُّق عدد من الظروف والقيود. ولاحظ أنه نظراً إلى احتواء المثال 10.4 على حدود طاقة ميكانيكية فقط، كان من الممكن حل تلك المسألة بمعادلة موازنة الطاقة الميكانيكية، ولو فعلنا ذلك لنتج الجواب نفسه.

يتصف السائل غير القابل للانضغاط بكثافة ثابتة ضمن مجال من قيم الضغط. وافتراض أن السائل غير قابل للانضغاط هو افتراض صحيح دائماً تقريباً في النظم الحيوية والحيوية الطبية. بالمقارنة، تتغير كثافة الغازات مع تغيُّر الضغط (لتحليل نظم ذات غازات متدفِّقة، راجع كتبا أخرى مثل Batchelor GK, *An Introduction to Fluid Dynamics*, 2000; Landau LD and Lifshitz EM , *Fluid Dynamics*, 1987). في حالة السائل غير القابل للانضغاط، يساوي الحد $\dot{m}\int P\, d\hat{V}$ صفراً، لأن حجم السائل النوعي لا يتغيَّر أثناء تدفُّقه، وهذا يجعل المعادلة 2−11.6 تُختزل إلى:

$$\dot{m}\,(\hat{E}_{P,i}-\hat{E}_{P,j})+\dot{m}\,(\hat{E}_{K,i}-\hat{E}_{K,j})+\dot{m}\left(\frac{P_i}{\rho_i}-\frac{P_j}{\rho_j}\right)$$
$$+\sum\dot{W}_{\text{shaft}}-\sum\dot{f}=0 \qquad (4-11.6)$$

ومن الشائع رؤية هذه المعادلة معدَّلة بقسمة طرفيها على $\dot{m}$:

$$(\hat{E}_{P,i}-\hat{E}_{P,j})+(\hat{E}_{K,i}-\hat{E}_{K,j})+\left(\frac{P_i}{\rho_i}-\frac{P_j}{\rho_j}\right)$$
$$+\sum\frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}}-\sum\frac{\dot{f}}{\dot{m}}=0 \qquad (5-11.6)$$

بُعد حدود المعادلة $4-11.6$ هو $[\mathrm{L^2Mt^{-3}}]$، وبُعد حدود المعادلة $5-11.6$ هو $[\mathrm{L^2t^{-2}}]$.

ثمة مزيد من التعاريف والشروحات للطاقتين الكامنة والحركية في الفصل 4. تساوي الطاقة الكامنة النوعية ما يأتي:

$$\hat{E}_P=g\,h \qquad (6-11.6)$$

وفي حالة النظم ذات هيئة سرعة منتظمة، تساوي الطاقة الحركية النوعية ما يأتي:

$$\hat{E}_K=\frac{1}{2}v^2 \qquad (7-11.6)$$

يُعتبر افتراض وجود هيئة منتظمة للسرعة افتراضاً جيداً عادة في حالة التدفُّق المضطرب في أنابيب أسطوانية. وفي بعض الحالات، يمكن للهيئة المنتظمة للسرعة أن تكون تقريباً مقبولة في حالة التدفُّق الصفيحي.

بالتعويض من هاتين المعادلتين في المعادلتين 4-11.6 و5-11.6 ينتُج:

$$\dot{m}\,(g\,h_i-g\,h_j)+\dot{m}\,(\frac{1}{2}v_i^2-\frac{1}{2}v_j^2)+\frac{\dot{m}}{\rho}\left(P_i-P_j\right)$$
$$+\sum\dot{W}_{\text{shaft}}-\sum\dot{f}=0 \qquad (8-11.6)$$

و

$$(g\,h_i-g\,h_j)+(\frac{1}{2}v_i^2-\frac{1}{2}v_j^2)+\frac{1}{\rho}\left(P_i-P_j\right)$$
$$+\sum\frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}}-\sum\frac{\dot{f}}{\dot{m}}=0 \qquad (\text{a-}9-11.6)$$

التي يمكن أن تُكتب كما يأتي:

$$\left(g\,h_i+\frac{1}{2}v_i^2+\frac{P_i}{\rho}\right)-\left(g\,h_j+\frac{1}{2}v_j^2+\frac{P_j}{\rho}\right)+\sum\frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}}-\sum\frac{\dot{f}}{\dot{m}}=0 \qquad \text{(b-9}-11.6)$$

تُعرف هذه المعادلة بمعادلة برنولي الموسَّعة (extended Bernoulli equation). وتُستعمل المعادلات 11.6−8 و11.6−9 للتعبير عن نظم مستقرة يتدفَّق فيه سائل هيئة سرعته منتظمة عبر دخل واحد وخرج واحد ويحصل فيها عمل آلة وفقد احتكاكي.

2.11.6 معادلة برنولي

تربط معادلة برنولي سرعة السائل وضغطه وارتفاع نقطتين على مساره أثناء تدفُّقه في حالة مستقرة. ويمكن اشتقاقها مباشرة من معادلة انحفاظ معادلة الزخم الخطي أو باختزال موازنة الطاقة الميكانيكية. وتُطبَّق معادلة برنولي على نظم تحقِّق قيوداً ملائمة على معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية، وعلى النظم الخالية من مفاقيد الاحتكاك أو العمل المبذول لها. إذاً، إضافة إلى اللائحة الواردة بعد المعادلة 11.6−2، يتطلب تطبيق هذه المعادلة أيضاً أن تحقِّق المنظومة المعايير الآتية:

- تدفُّق غير لزج (أي لا توجد مفاقيد طاقة لزوجة ناجمة عن الاحتكاك).
- تدفُّق غير قابل للانضغاط.
- لا يوجد عمل آلة.

حينئذ، تُختزل المعادلتان 11.6−5 و 11.6−9-a إلى ما يأتي:

$$(\hat{E}_{P,i}-\hat{E}_{P,j})+(\hat{E}_{K,i}-\hat{E}_{K,j})+\left(\frac{P_i}{\rho_i}-\frac{P_j}{\rho_j}\right)=0 \qquad (10-11.6)$$

$$(g\,h_i-gh_j)+\left(\frac{1}{2}v_i^2-\frac{1}{2}v_j^2\right)+\frac{1}{\rho}\left(P_i-P_j\right)=0 \qquad (11-11.6)$$

لاحظ أن المعادلة 11.6−11 تتطلب صفة أخرى هي أن تكون هيئة السرعة منتظمة، وهي تُكتب غالباً برموز مختلفة:

$$g\,\Delta h+\frac{1}{2}\Delta v^2+\frac{\Delta P}{\rho}=0 \qquad (12-11.6)$$

حيث إن Δh هو الفرق بين ارتفاعي تياري سائل الدخل والخرج، و Δv^2 هو الفرق بين مربعي

سرعتي الدخل والخرج، و ΔP هو الفرق بين ضغطي الدخل والخرج. لاحظ أن Δv^2 ليس مربع الفرق بين سرعتي والدخل والخرج (أي ليس $(v_i - v_j)^2$)، بل الفرق بين مربعي السرعتين (أي $(v_i^2 - v_j^2)$). تُعرف المعادلتان 11.6−11 و11.6−12 عموماً بمعادلة برنولي.

تأمّل في سائل يجري في أنبوب قطره ثابت ويساوي D. ويخضع السائل والمنظومة إلى جميع القيود الواردة في ما تقدَّم، ولذا يمكن تطبيق معادلة برنولي عليهما. دعنا نفترض أيضاً أنه ليس ثمة اختلافات في ارتفاعات الأنبوب، وهذا ما يُمكّن من اختزال المعادلة 11.6−11 إلى:

$$\left(\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{1}{2}v_j^2\right) + \frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) = 0 \qquad (13-11.6)$$

ونظراً إلى أن تدفُّق الكتلة الكلية منحفظ، وإلى أن قطر الأنبوب ثابت، تُختزل معادلة انحفاظ الكتلة 3.3−9 إلى:

$$v_i = v_j \qquad (14-11.6)$$

وبتعويض هذه النتيجة في المعادلة 11.6−13 تكون النتيجة النهائية:

$$P_i = P_j \qquad (15-11.6)$$

يمكن لهذه النتيجة أن تكون معقولة في حالة المنظومة المثالية أو إذا كان الأنبوب قصيراً. غير أنه إذا كان الأنبوب طويلاً، أو كانت المنظومة غير مثالية، فإن هذه النتيجة تتعارض مع الفهم العام. عادة، يحوِّل السائل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة حرارية بسبب مفاقيد الاحتكاك اللزج أثناء تدفُّق السائل. ولأخذ هذه المفاقيد في الحسبان، يكفي استعمال معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية مع عدم وجود تغيُّر في الطاقة الكامنة، وانعدام عمل الآلة:

$$\left(\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{1}{2}v_j^2\right) + \frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) - \sum\frac{\dot{f}}{\dot{m}} = 0 \qquad (16-11.6)$$

ونظراً إلى أن $v_i = v_j$، يساوي هبوط الضغط مفاقيد الاحتكاك:

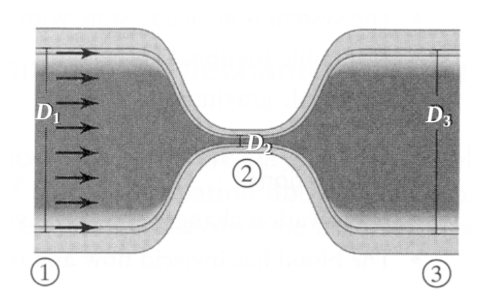
$$\frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) - \sum\frac{\dot{f}}{\dot{m}} = 0 \qquad (17-11.6)$$

تنص هذه المعادلة على أن الضغط في الأنبوب يتناقص على طول الأنبوب بسبب فقدان الطاقة الميكانيكية بالاحتكاك.

لجعل هبوط الضغط على طول الأنبوب أصغرياً، تُضاف مضخات لزيادة الطاقة الميكانيكية في المنظومة وللتعويض عن مفاقيد الاحتكاك. إذا أضفنا مضخة تُعطي عملاً إلى المنظومة، أصبحت المعادلة 11.6−17:

$$\frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) + \sum\frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}} - \sum\frac{\dot{f}}{\dot{m}} = 0 \qquad (18-11.6)$$

يمكن لأنبوب بهذه التشكيلة أن يتخلَّص بسهولة من مشكلة مفاقيد الاحتكاك وأن يحافظ على الضغط ثابتاً على طول الأنبوب.



الشكل 28.6–أ: وعاء دموي متضيِّق.

المثال 19.6 الضغط في أوعية دموية متضيقة

مسألة: يحصل تضيُّق الأوعية الدموية بسبب تراكم الشحوم والكوليسترول أو تكوُّن الخثرات الدموية. تخيَّل ثلاث نقاط على طرفي وعاء دموي وفي وسطه. قُطرا الوعاء عند الطرفين متساويان $D_1 = D_3$، وقطر الموقع المتضيِّق في الوسط D_2 يساوي عُشر D_1 (الشكل 28.6–أ). وفي النقطة 1، تساوي سرعة الدم v_1، وتساوي كثافته ρ، وتساوي لزوجته μ. بافتراض أن مفاقيد الاحتكاك مهملة:

(أ) احسب عدد رينولدس لكل من النقاط الثلاث. ماذا تستنتج من هذه الأعداد عن التدفق في النقاط الثلاث؟

(ب) استعمل معادلة برنولي لحساب فرق الضغط بين النقطتين 1 و2، وبين النقطتين 1 و3، بدلالة ρ والسرعة في النقطة 1. لاستعمال معادلة برنولي في حل مسألة، عليك افتراض أن هيئة السرعة منتظمة. استعمل في هذا التقريب السرعة الوسطية لأخذ سلوك السائل في الحسبان.

الحل:

(أ) **عدد رينولدس:** صحيحٌ أن الأوعية الدموية في الجسم يمكن أن تتضيَّق وتتوسَّع تبعاً لاختلاف الظروف، إلا أنها ذات مقطع عرضاني دائري تقريباً، ولذا نفترض أن الوعاء أسطواني، وهذا ما يمكِّن من حساب عدد رينولدس لها. ونظراً إلى أن منظومة الوعاء

الدموي في حالة مستقرة، وإلى وجود دخل واحد وخرج واحد فيها فقط، فإن معدّل التدفّق الكتلي الكلي الداخل يجب أن يساوي الخارج، وذلك بموجب معادلة انحفاظ الكتلة 4.3−3. بالنظر إلى النقطتين 1 و2 في الشكل 28.6−ب:

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = 0$$

$$\rho v_1 \pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 - \rho v_2 \pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 = 0$$

$$v_1 D_1^2 - v_2 D_2^2 = 0$$

ومن معرفة أن $D_2 = 0.1 D_1$، يمكن حساب السرعة في النقطة 2:

$$v_2 = \frac{v_1 D_1^2}{(0.1 D_1)^2}$$

$$v_2 = 100\, v_1$$

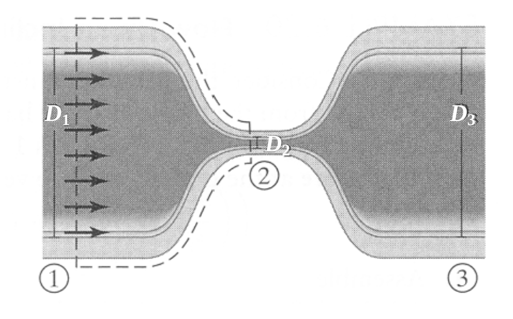
ونظراً إلى أن معدّل التدفق الكتلي في الدخل يجب أن يساوي ذاك الذي في الخرج، نجد أنه من المعقول أن تزداد السرعة حينما يُرغم الدم على الجريان عبر مقطع عرضاني مساحته أصغر. وبالتعويض في المعادلة 10.6−1 عن السرعة والقطر في النقطة 2 بوصفهما تابعين للقيم عند النقطة 1، ينتُج عدد رينولدس عند النقطة 2:

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{\rho v_2 D_2}{\mu} = \frac{\rho\,(100 v_1)\,(0.1 D_1)}{\mu} = \frac{10\,\rho v_1 D_1}{\mu}$$

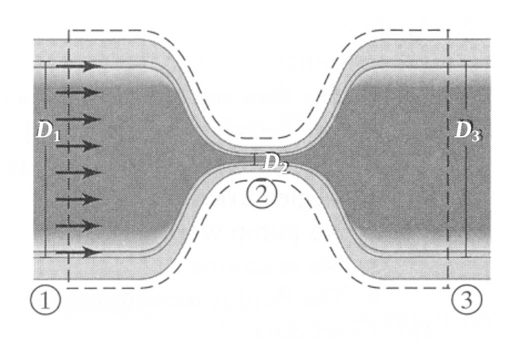
القطران عند النقطتين 1 و3 متساويان، وهذا يعني أن عددي رينولدس عند النقطتين متساويان ويُعطيان بدلالة متغيرات النقطة 1 وفق ما يأتي:

$$\mathrm{Re}_1 = \mathrm{Re}_3 = \frac{\rho v_1 D_1}{\mu}$$

يساوي عدد رينولدس عند النقطة 2 عشرة أمثال ذاك الذي عند النقطتين 1 و3. إذا حسبنا أعداد رينولدس مستعملين بيانات واقعية، لوجدنا أن معدّل التدفّق عند النقطتين 1 و3 سوف يكون صفيحياً، على غرار ما هو موجود في معظم الأوعية الدموية، وأنه يتصف عند النقطة 2 بخصائص مضطربة. وهذه النتيجة تتعارض مع افتراضنا أن هيئة السرعة منتظمة عبر المنظومة. غير أنه ومع أن الحل تقريبي، فإنه يصف التغيُّرات التي يُعرف أنها موجودة في الأوعية المتضيِّقة وصفاً جيداً. وفي معظم أنحاء الجسم، يمكن للتدفّق طويل الأمد ذي الخصائص المضطربة أن يؤدي إلى مفاعيل وظيفية ضارة مثل حدوث الخثرات.



الشكل 28.6–ب: منظومة تحتوي على النقطتين 1 و2 في الوعاء المتضيِّق.



الشكل 28.6–ت: منظومة تحتوي على النقاط الثلاث في الوعاء المتضيِّق.

فروق الضغط: يجب تحديد منظومتين من أجل حساب هبوطين مختلفين للضغط. تحتوي المنظومة الأولى على النقطتين 1 و2 (الشكل 28.6–ب)، وتحتوي الثانية على النقاط الثلاث (الشكل 28.6–ت).

سنفترض ما يأتي:

- هيئة سرعة التدفق في الوعاء الدموي منتظمة.
- الوعاء الدموي أسطواني.
- المنظومة في حالة مستقرة مع دخل واحد وخرج واحد.
- مفاقيد الاحتكاك مهملة.
- مفاعيل الثقالة مهملة.
- لا يوجد عمل آلة.
- لا توجد تفاعلات.
- لا توجد تغيُّرات في ارتفاعات الوعاء.
- يتدفَّق الدم تدفُّقاً غير لزج، وهو غير قابل للانضغاط.

ونستعمل معادلة برنولي بسبب عدم وجود عمل آلة أو مفاقيد احتكاك. ونظراً إلى افتراضنا أن

جميع النقاط تقع على الارتفاع نفسه بالنسبة إلى المستوي الثقالي (أي $h_i = h_j$)، تُختزل معادلة برنولي إلى:

$$(\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{1}{2}v_j^2) + \frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) = 0$$

وبالتعويض عن قيمة السرعة في النقطة 2 بدلالة السرعة في النقطة 1 ينتُج:

$$\frac{1}{2}(v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{\rho}\left(P_1 - P_2\right) = 0$$

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - (100v_1)^2) = -\frac{9999}{2}\rho v_1^2$$

وسرعتا الدم عند النقطتين 1 و3 متساويتان، ولذا يكون هبوط الضغط من النقطة 1 حتى النقطة 3:

$$P_3 - P_1 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_3^2) = 0$$

إذاً، هبوط الضغط عبر المنظومة برمتها يساوي صفراً.

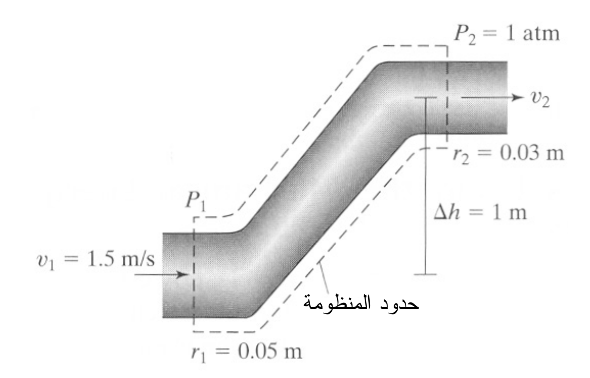
حين جريان سائل عبر أنبوب يجب أن يحصل هبوط في الضغط باتجاه التدفُّق، وهذا ما يحصل بالتأكيد على طرفي الموقع المتضيِّق من الوعاء الدموي. غير أننا حصلنا على النتيجة التي حصلنا عليها لأننا أهملنا مفاقيد الاحتكاك. ■

3.11.6 تطبيقات أخرى تُستعمل فيها معادلات برنولي والطاقة الميكانيكية

تُعدّ معادلة برنولي ومعادلة برنولي الموسَّعة أداتين عاليتي الكفاءة في تحليل نظم تدفُّق السوائل. وإذا كانت ثمة معلومات عن تغيُّرات في الارتفاع أو معدَّل التدفُّق أو الضغط، كانت هاتان المعادلتان غالباً كافيتين لوصف المنظومة.

المثال 20.6 التدفق صعوداً في أنبوب مائل

مسألة: انظر في الانتقال العمودي في أنبوب ينقل الماء (الشكل 29.6). ينتقل الماء من الفتحة التي عند القاعدة (يساوي نصف قطرها 0.05m) إلى الفتحة التي في الأعلى (يساوي نصف قطرها 0.03m). ويساوي فرق الارتفاع بين مركزي الفتحتين 1 m. إذا كان الضغط في الأعلى يساوي ضغطاً جوياً واحداً، ما هو مقدار الضغط اللازم عند القاعدة لجعل السرعة عندها تساوي 1.5 متراً في الثانية؟



الشكل 29.6: نقل الماء إلى الأعلى عبر أنبوب. المقاسات غير متناسبة.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب الضغط عند القاعدة اللازم لجعل السرعة عندها تساوي 1.5 m/s.

(ب) المخطط: المنظومة مبيَّنة في الشكل 29.6، وحدود المنظومة هي جدار الأنبوب.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- هيئة سرعة التدفق عبر الأنبوب منتظمة ($\text{Re} \cong 150\,000$).
- الوعاء أسطواني.
- المنظومة في حالة مستقرة مع دخل واحد وخرج واحد.
- مفاقيد الاحتكاك مهملة.
- لا يوجد عمل آلة.
- لا توجد تفاعلات.
- السائل غير قابل للانضغاط.

(ب) بيانات إضافية: $\rho_{\text{water}} = 1000\,\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- يشير الدليلان *base* و *top* إلى ارتفاعي الأنبوب في الأسفل والأعلى.
- استعمل kg, m, s, atm, Pa.

3. حساب

(أ) المعادلات: نستعمل معادلة برنولي 6.11−12 بسبب عدم وجود عمل آلة أو مفاقيد احتكاك:

$$g\,\Delta h + \frac{1}{2}\Delta v^2 + \frac{\Delta P}{\rho} = 0$$

(ب) الحساب:

- بناءً على افتراض أن حالة المنظومة مستقرة، نحسب سرعة الخرج بواسطة معادلة انحفاظ الكتلة مستعملين نصفي قطري الطرفين:

$$\dot{m}_{\text{base}} - \dot{m}_{\text{top}} = 0$$

$$\rho v_{\text{base}} \pi r_{\text{base}}^2 - \rho v_{\text{top}} \pi r_{\text{top}}^2 = 0$$

$$v_{\text{top}} = \frac{v_{\text{base}} r_{\text{base}}^2}{r_{\text{top}}^2} = \frac{\left(1.5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(0.05\,\text{m})^2}{(0.03\,\text{m})^2} = 4.17\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- الفرق بين مربَّعي السرعة Δv^2 يساوي $-15.1\text{m}^2/\text{s}^2$.
- بتعويض هذه القيمة في معادلة برنولي ينتُج:

$$\begin{aligned}\Delta P &= -\rho\left(g\,\Delta h + \frac{1}{2}\Delta v^2\right)\\ &= -1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\left(\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(-1\text{m}) + \frac{1}{2}\left(-15.1\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right)\right)\\ &= 1.74\times 10^4\ \text{Pa}\end{aligned}$$

- يساوي الضغط في الأعلى ضغطاً جوياً واحداً، لذا يكون الضغط عند القاعدة:

$$\Delta P = P_{\text{base}} - P_{\text{top}}$$

$$\begin{aligned}P_{\text{base}} &= P_{\text{top}} + \Delta P = 1\text{atm} + (1.74\times 10^4\ \text{Pa})\left(\frac{1\text{atm}}{1.013\times 10^5\ \text{Pa}}\right)\\ &= 1.17\,\text{atm}\end{aligned}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: كي تكون سرعة السائل عند القاعدة 1.5 متراً في الثانية عندما يساوي

الضغط في الأعلى ضغطاً جوياً واحداً، يجب أن يساوي الضغط عند القاعدة 1.17 ضغطاً جوياً.

(ب) التحقُّق: الضغط عند القاعدة أكبر من الضغط في الأعلى، وهذا منسجم مع الحدس لأن السائل يكتسب طاقة كامنة مع صعوده إلى الأعلى وطاقة حركية مع ازدياد سرعته نتيجة لانتقاله إلى أنبوب قطره أصغر. ومرتبة كِبَر هذا الضغط تساوي تقريباً تلك التي للضغط في الأعلى، وهذا معقول.

يمكن بذل عمل لمصلحة المنظومة بواسطة مضخة أو آلة أخرى. ويمثِّل القلب في جسم الإنسان مضخة ضمن الدورة الدموية. ويبين المثالان الآتيان العمل الذي يؤديه القلب لإبقاء الدم دائراً في الدورة الدموية، وكيفية تبديد الطاقة أثناء دوران الدم.

المثال 21.6 العمل الذي يؤديه القلب

مسألة: قدِّر العمل الذي يؤديه القلب لإبقاء الدم دائراً في الجسم (مقتبسة من Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, 1976).

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب العمل الذي يقوم به القلب لإبقاء الدم دائراً في الجسم.

(ب) المخطط: مبين في الشكل 30.6.

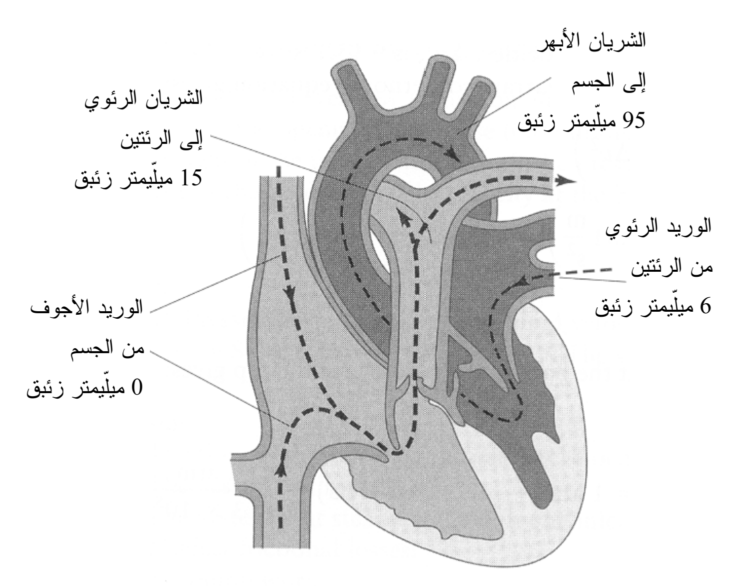
2. تحليل

(أ) فرضيات:

- هيئة سرعة السائل الذي يجري ضمن الجسم منتظمة.
- المنظومة مستقرة، وفيها دخل واحد وخرج واحد.
- مفاقيد الاحتكاك مهملة في القلب الذي يقوم بالضخ.
- لا توجد تفاعلات.
- تغيُّرات الارتفاعات في القلب مهملة (أي إن جميع نقاط القلب تقع على الارتفاع نفسه).
- الدم غير لزج وغير قابل للانضغاط.

(ب) معلومات إضافية:

- $\dot{V}_{\text{blood}} = 5.0\,\text{L/min}$
- $\rho_{\text{blood}} = 1.056\,\text{kg/L}$
- سرعات تدفق الدم المحسوبة باستعمال مساحات المقاطع العرضانية لأوعية القلب معطاة في المثال 13.6.



الشكل 30.6: ضغوط واتجاهات تدفُّق الدم في القلب. جانب منظومة الجسم الجسمية مظلَّل بلون غامق، والمنظومة الرئوية مظللة بلون فاتح. المصدر:
Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*. New York: Marcel Dekker, 1976.

- الضغوط التقريبية في الأوعية تساوي:

  الوريد الرئوي: 6 ميلّيمتر زئبق.

  الشريان الأبهر: 95 ميلّيمتر زئبق.

  الوريد الأجوف: 0 ميلّيمتر زئبق.

  الشريان الرئوي: 15 ميلّيمتر زئبق.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- pv: الوريد الرئوي.
- ao: الشريان الأبهر.
- vc: الوريد الأجوف.

- pa: الشريان الرئوي.
- استعمل: kg, cm, s, mmHg, L, hp .

3. حساب

(أ) المعادلات: نستخدم معادلة برنولي الموسَّعة 11.6−9-a لأننا يجب أن نأخذ في الحسبان الضغط وعمل الآلة:

$$(g\,h_i - g\,h_j) + (\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{1}{2}v_j^2) + \frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) + \sum \frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}} - \sum \frac{\dot{f}}{\dot{m}} = 0$$

(ب) الحساب:

- تُختزل هذه المعادلة بسبب انعدام تغيُّرات الارتفاع ومفاقيد الاحتكاك إلى ما يأتي:

$$(\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{1}{2}v_j^2) + \frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) + \sum \frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}} = 0$$

- الضغوط معطاة بوصفها ضغوطاً مُقاسة. لكن نظراً إلى أن الاهتمام هنا هو بفروق الضغط، لا حاجة إلى تحويلها إلى ضغوط مطلقة.
- يُعطي الحل في مستوى منظومة الجسم:

$$(\frac{1}{2}v_{\text{pv}}^2 - \frac{1}{2}v_{\text{ao}}^2) + \frac{1}{\rho}\left(P_{\text{pv}} - P_{\text{ao}}\right) + \sum \frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}} = 0$$

ويُعطي حد الطاقة الحركية:

$$(\frac{1}{2}v_{\text{pv}}^2 - \frac{1}{2}v_{\text{ao}}^2) = \left(\frac{1}{2}\left(13.9\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(33.3\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2\right) = -457.8\,\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}$$

ويُعطى حد العمل المتدفِّق بـــ:

$$\frac{1}{\rho}\left(P_{\text{pv}} - P_{\text{ao}}\right) = \frac{1}{1.056\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}(6\,\text{mmHg} - 95\,\text{mmHg})\left(\frac{1.01329\times10^6\,\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2}}{760\,\text{mmHg}}\right)$$

$$= -1.12\times10^5\,\frac{\text{dynes}\cdot\text{cm}}{\text{g}} = -1.12\times10^5\,\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}$$

ويُعطى عمل الآلة بـــ:

$$\sum\frac{\dot W_{\text{shaft}}}{\dot m}=-\left(-457.8\,\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}-1.12\times10^5\,\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}\right)=1.12\times10^5\,\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}$$

$$\dot W_{\text{shaft}}=\dot V\,\rho\left(1.12\times10^5\,\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}\right)$$

$$=\left(5\,\frac{L}{\text{min}}\right)\left(1.056\,\frac{kg}{L}\right)\left(1.12\times10^5\,\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}\right)\left(\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}\right)\left(\frac{1\,\text{m}^2}{10\,000\,\text{cm}^2}\right)$$

$$=0.986\,\frac{\text{J}}{\text{s}}=0.00132\,\text{hp}$$

لاحظ أن حد فرق الضغط أكبر بثلاث مراتب كِبَر من حد الطاقة الحركية. لذا يمكننا إهمال الطاقة الحركية حين حساب عمل الآلة في المنظومة الرئوية. ويساوي عمل الآلة في المنظومة الرئوية $\dot W_{\text{shaft}}=0.166\,\text{J/s}=0.000223\,\text{hp}$.

4. النتيجة

(أ) الجواب: يساوي العمل الكلي الذي يبذله القلب مجموع العمل الذي تبذله المنظومتان الجِسمية والرئوية وقيمته هي $1.15\,\text{J/s}=0.00154\,\text{hp}$.

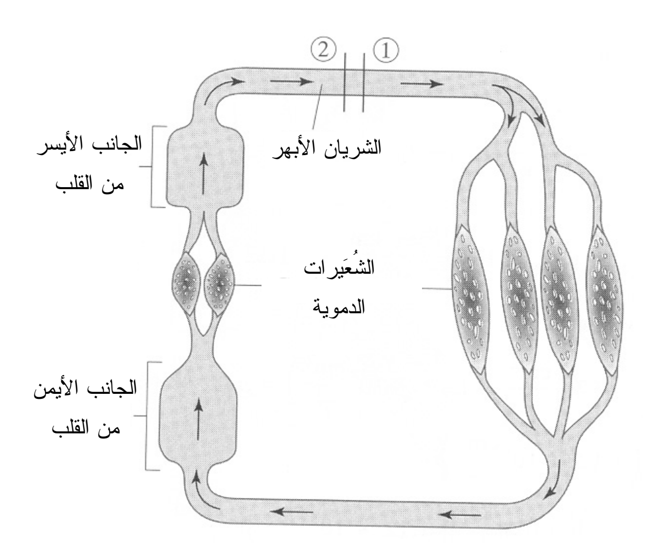
(ب) التحقُّق: تبيِّن مقارنة هذه القيمة مع القيم المعطاة في المنشورات أنهما من مرتبة الكِبَر نفسها، لذا يكون جوابنا معقولاً. لاحظ، على هامش الموضوع، أن استطاعة محرِّك قصَّاصة العشب العادية تصل حتى 5 أحصنة بخارية، أي ما يساوي نحو 3000 مثلاً من استطاعة القلب. لكن قصَّاصة العشب لا تعمل باستمرار مدة 80 عاماً أو أكثر دون استراحة!

المثال 22.6 مفاقيد الاحتكاك في الدورة الدموية

مسألة: احسب مفاقيد الاحتكاك في كامل الدورة الدموية (مقتبسة من Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, 1976).

الحل: من أجل استعمال معادلة برنولي الموسَّعة 11.6−8 لحل هذه المسالة، يجب أن تحتوي المنظومة على دخل واحد وخرج واحد فقط، لذا نختار اعتباطياً موقعين متجاورين 1 و2 من

منظومة الدورة الدموية (الشكل 31.6). ونظراً إلى أن موضعي الدخل 1 والخرج 2 في المكان تقريباً نفسه، يمكن القيام بعدة افتراضات تبسيطية مهمة:



الشكل 31.6: مخطط توضيحي لجانب من الدورة الدموية. المصدر:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*. New York: Marcel Dekker, 1976.

- لا يوجد فرق بين ارتفاعي الموقعين 1 و2 ، ولذا يكون فرق الطاقة الكامنة النوعية $\Delta\hat{E}_P$ معدوماً.
- لا يوجد فرق في سرعتي الدم في النقطتين 1 و2 ، ولذا يكون فرق الطاقة الحركية النوعية $\Delta\hat{E}_K$ معدوماً.
- لا يوجد فرق بين الضغطين في النقطتين 1 و2، ولذا يكون العمل المتدفِّق $\Delta P/\rho$ معدوماً.
- المنظومة في حالة مستقرة.

لذا يمكن تبسيط معادلة برنولي الموسَّعة إلى:

$$\sum \dot{W}_{\text{shaft}} - \sum \dot{f} = 0$$

باستعمال القيم المحسوبة في المثال 21.6، نجد أن مفاقيد الاحتكاك في منظومة الدورة الدموية تساوي:

$$\sum \dot{W}_{\text{shaft}} = \sum \dot{f} = 0.00154\,\text{hp}$$

تساوي مفاقيد الاحتكاك في منظومة الدورة الدموية العمل الذي يبذله القلب. وهذا استنتاج مهم لأنه يبيِّن أن على القلب أن يعمل باستمرار للتعويض عن الطاقة الضائعة بسبب الاحتكاك أثناء تدفُّق الدم، وبسبب التشعُّب والانعطاف وغيرها أثناء دوران الدم.

في الصناعة، تضيف المضخات والمراوح والمنافيخ والضواغط طاقة إلى المنظومة، وذلك بزيادة ضغط السائل. تُستعمل المضخات في النظم ذات السوائل، فيما تُستعمل الأنواع الثلاثة الأخرى في نظم الغازات. انتبه إلى أن مفاقيد الاحتكاك تحصل في السوائل المتدفقة لمسافات طويلة، لذا فإن إضافة مضخة إلى المنظومة يمكن أن تزيد المسافة التي يمكن للسائل أن يتدَّفق خلالها من أجل ضغط خرج معين. وتُصنع المضخات باستطاعات تحقِّق معايير التصميم، ومنها ضغط السائل في تيار الخرج.

وتعمل المراوح والمنافيخ والضواغط في نظم الغازات على غرار عمل المضخات في نظم الموائع. ومع ذلك تختلف طرائق زيادة ضغط تيار الخرج في ما بين الآلات الثلاث. إن الوظيفة الرئيسة للمروحة هي تحريك الغاز، ولذا تكون قادرة على توليد تغيُّرات ضغط طفيفة فقط. وحين الحاجة إلى مزيد من ضغط الغاز، يمكن استعمال المنفاخ. تعمل المنافيخ كالمراوح، غير أنها تستطيع زيادة ضغط الغاز بنحو ضغط جوي واحد. ولتحقيق مزيد من زيادة ضغط الغاز، تُستعمل الضواغط عادة.

وتوجد آلات أيضاً لتحقيق وظائف معاكسة، أي لإزالة طاقة ميكانيكية من المنظومة. وتُستعمل العنفات لتحويل طاقة الغاز أو المائع الميكانيكية إلى نوع آخر من الطاقة. مثلاً، يمكن للسائل أن يحصل على طاقة حرارية من مصادر مثل سخان في محطة توليد كهرباء. وتعمل هذه الطاقة الحرارية على تسخين الماء لتحويله إلى بخار، ويدخل البخار العنفة فيجعلها تدور لتُدوِّر محرِّكاً مرتبطاً بها يحوِّل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة كهربائية. إن البخار في هذا المثال هو طاقة تدفق السائل التي تعمل وسيطاً بين الطاقتين الحرارية والكهربائية. وباستعمال مضخة وعنفة في آن واحد في طرفين متقابلين من المنظومة، يمكن نقل الطاقة الميكانيكية عبرها بواسطة السائل.

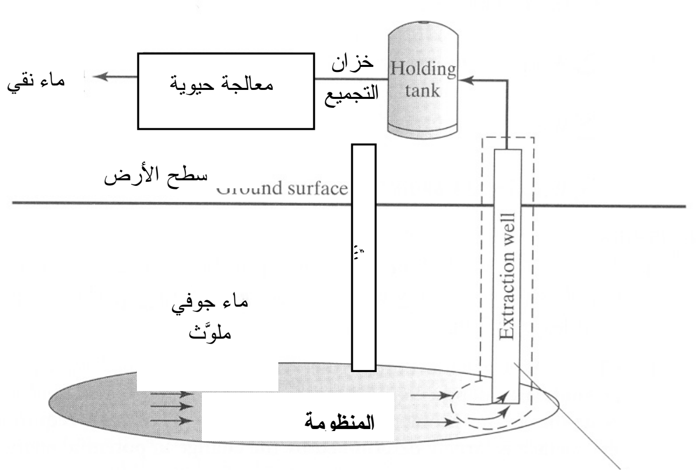
تتطلب وحدات المعالجة الحيوية والمصانع كثيراً من هذه الآلات. إن أي مفاعل حيوي تقريباً يحتاج إلى تيار دخل مستمر، وهذا يحتاج أيضاً إلى مضخة. وتُستعمل مضخات الطرد المركزي

التي تعمل بتغيرات ضغط صغيرة في الآلات التي تصل القلب بالرئتين متجاوزة الأوعية الدموية. وتُستعمل مضخات الحقن بمعدّل ثابت في تزويد المرضى بالأدوية، ومنها الإنسولين. والقلب الصناعي هو مضخة مفصَّلة لتحاكي بقدر الإمكان مواصفات قلب الإنسان الذي يُعتبر مضخة بحد ذاته.

المثال 23.6 تنقية المياه بالمعالجة الحيوية

مسألة: تلوَّثت بعض مناطق المياه الجوفية بإيثر ميثيل بوتيل ثالثي (methyl tertiary-butyl ether MTBE). وهو إضافة ملوِّثة للبيئة قابلة للانحلال في الماء ولا تتفكَّك حيوياً بيسر في الظروف الطبيعية، وقد أضيفت إلى وقود البنزين بصفتها مؤكسدة وقود محسِّنة للأوكتان، بدءاً من عام 1979 حتى عام 2000 حين قلَّص أو أوقف كثير من حكومات الولايات الأميركية استعماله. وكان أحد مقترحات تنقية مياه الشرب المستخرجة من المياه الملوَّثة بالــ MTBE استعمال طريقة تُدعى الضخ والمعالجة، حيث يُستخرج الماء الملوَّث باستعمال مضخة ويُعالَج في منظومة تنقية فوق الأرض.

افترض أن بئر استخراج الماء ومحيطها هي المنظومة (الشكل 32.6)، واحسب العمل الذي تبذله المضخة بدلالة المتغيرات الأخرى لرفع المياه الجوفية إلى السطح لمعالجتها. ثم احسب العمل الذي تبذله المضخة لرفع المياه الجوفية التي تقع على عمق 150 قدماً في الخزان الجوفي تحت سطح الأرض عبر أنبوب قطره 6 إنشات إلى السطح بمعدَّل تدفُّق يساوي 80 غالوناً في الدقيقة.



الشكل 32.6: ضخ المياه الجوفية من بئر. المصدر:

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب العمل الذي تبذله المضخة لرفع الماء الجوفي إلى السطح.

(ب) المخطط: يُظهر الشكل 32.6 مخطط المنظومة.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- سطح الأرض مرجع الارتفاع، أي إن ارتفاعه يساوي صفراً($h_{out} = 0$).
- يتحرك الماء بالقرب من قاع البئر ببطء شديد ($v_{in} \cong 0$).
- الفرق بين ضغطي قاع البئر وسطح الأرض مهمل.
- هيئة السرعة في البئر منتظمة.
- البئر أسطواني.
- المنظومة في حالة مستقرة، وهي وحيدة الدخل والخرج.
- مفاقيد الاحتكاك مهملة.
- لا تحصل تفاعلات في المنظومة.
- السائل غير قابل للانضغاط.
- تساوي كثافة السائل المتدفِّق نحو البئر كثافة السائل الخارج منه:

.($\rho_{in} = \rho_{out} = 1.0\,\text{kg/L}$)

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيِّرات والرموز والوحدات:

- يشير الدليل *in* إلى قاع البئر حيث يدخل الماء الملوَّث المنظومة، ويشير الدليل *out* إلى سطح الأرض حيث ينتقل الماء من البئر إلى خزان التجميع.
- استعمل hp, L, s, kg .

3. حساب

(أ) المعادلة: المعادلة الملائمة هي معادلة برنولي الموسَّعة 11.6−8 لأننا يجب أن نهتم بعمل آلة:

$$\dot{m}\,(g\,h_i - gh_j) + \dot{m}\,(\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{1}{2}v_j^2) + \frac{\dot{m}}{\rho}\left(P_i - P_j\right) + \sum \dot{W}_{\text{shaft}} - \sum \dot{f} = 0$$

(ب) الحساب:

- وفقاً لافتراضنا أن الارتفاع المرجعي وتدفق الماء الجوفي يساويان صفراً، يمكن تبسيط حدَّي الطاقتين الكامنة والحركية. ونظراً إلى افتراضنا أن فرق الضغطين عند سطح الأرض وقاع البئر مهمل، وأنه ليس ثمة مفاقيد احتكاكية، يمكن حذف الحدَّين الخاصين بهما. وهذا يُبسِّط معادلة برنولي الموسَّعة التي يمكن إعادة ترتيبها لحساب عمل الآلة وفقاً لما يأتي:

$$\dot{m}\,g\,h_{\text{in}} - \frac{1}{2}\dot{m}v_{\text{out}}^2 + \sum \dot{W}_{\text{shaft}} = 0$$

$$\sum \dot{W}_{\text{shaft}} = -\dot{m}\,(g\,h_{\text{in}} - \frac{1}{2}v_{\text{out}}^2)$$

- لحساب العمل الذي تبذله المضخة من أجل استخراج المياه الجوفية، يُحسب معدَّل التدفُّق الكتلي للماء من معدَّل التدفُّق الحجمي، والنتيجة هي $5.05\,\text{kg/s}$. ولحساب سرعة الخروج، نعتبر المجرى أسطوانياً ونحسب مساحة مقطعه بالمعادلة 2.3−4. ونتيجة لذلك تساوي سرعة الخرج $v_{\text{out}} = 0.277\,\text{m/s}$.
- يجب رفع الماء الجوفي مسافة 150 قدما من قاع البئر. لاحظ أن الارتفاع سالب، أي إن $h_{\text{in}} = -150\,\text{ft}$، لأن سطح الأرض هو مرجع الارتفاع. يساوي العمل الذي تبذله المضخة حينئذ:

$$\sum \dot{W}_{\text{shaft}} = -\dot{m}\,(g\,h_{\text{in}} - \frac{1}{2}v_{\text{out}}^2)$$

$$= -\left(5.05\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)\left(\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(-150\,\text{ft})\left(\frac{3.2808\,\text{m}}{1\,\text{ft}}\right) - \frac{1}{2}\left(0.277\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\right)$$

$$= 24\,380\,\text{W} = 32.7\,\text{hp}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: يُعطى العمل الذي تبذله المضخة لرفع الماء من قاع البئر إلى سطح الأرض بالمعادلة الآتية: $\sum \dot{W}_{\text{shaft}} = -\dot{m}\,(g\,h_{\text{in}} - 1/2 v^2_{\text{out}})$. ويجب أن تكون استطاعة المضخة 32.7 حصاناً بخارياً.

(ب) التحقُّق: وفقاً لقاعدة التصميم العامة، يعتمد العمل الذي تبذله المضخة على عمق المياه الجوفية، وعلى معدَّل تدفُّق السائل ومفاقيد الاحتكاك ومقاسات البئر. وفي هذه المسألة تحدَّدت طاقة العمل الميكانيكية اللازمة لضخ الماء إلى السطح بتغيُّر الطاقة الكامنة في المقام الأول.

تنشأ مفاقيد الاحتكاك حينما يتدفق السائل عبر الأنابيب والمجاري الأخرى. ومع مقاومة السائل للجريان وتعرُّضه للقص، تتحوَّل طاقة ميكانيكية إلى طاقة حرارية. ويمكن لمفاقيد الاحتكاك أن تحصل أثناء جريان السائل في الأنابيب المستقيمة، وحول المنعطفات، ومن خلال التمدُّدات والتقلصات، ومن خلال ملء الحيِّز وغير ذلك من التشكيلات.

ويمكن تقدير القيم العملية لمفاقيد الاحتكاك باستعمال العلاقات التي طُوِّرت باستعمال النظرية والقياسات التجريبية. فقد جرى وضع علاقات تقدِّر عامل الاحتكاك f بدلالة عدد من خصائص المنظومة التي يمكن أن تتضمن كثافة السائل ولزوجته وقطر الأنبوب وطوله وخشونة سطحه وسرعة السائل الوسطية، إضافة إلى عوامل تتعلق بشكل الأنبوب الهندسي. تنشأ عوامل الشكل الهندسي عادة حين تقدير مفاقيد الاحتكاك الناجمة عن التقلُّص والتمدُّد وملء الحيز والصمامات والمنعطفات (المِرفق مثلاً).

في التدفق الصفيحي، يعتمد عامل الاحتكاك f على عدد رينولدس فقط:

$$f = \frac{16}{\text{Re}} \qquad (19-11.6)$$

وفي التدفُّق المضطرب أو العابر (حيث $2100 < \text{Re} < 100\,000$) في أنبوب مستقيم ناعم تجاه السوائل، يساوي عامل الاحتكاك تقريباً:

$$f = \frac{0.0791}{(\mathrm{Re})^{1/4}} \qquad (20-11.6)$$

وفي التدفق المضطرب في أنبوب مستقيم ذي سطح خشن، يُعطى عامل الاحتكاك في مخططات تحتاج إلى معرفة عدد رينولدس والخشونة النسبية لسطح الأنبوب. راجع كتب ديناميك السوائل للحصول على إرشادات عن حساب عامل الاحتكاك في حالة التدفق المضطرب في الأنابيب الخشنة (Bird RB, Stewart WE, and Lightfoot EN, *Transport Phenomena*, 2002).

بعدئذ يمكن ربط عامل الاحتكاك f بفقد الطاقة الاحتكاكي $\dot{f}$. لحساب الفقد الاحتكاكي على طول أنبوب مستقيم ذي تدفُّق مضطرب، تُستعمل العلاقة الآتية:

$$\frac{\dot{f}}{\dot{m}} = \frac{1}{2}\langle v \rangle^2 \frac{4L}{D} f \qquad (21-11.6)$$

حيث إن $\langle v \rangle^2$ هو مربَّع السرعة الوسطية، و L هو طول الأنبوب، و D قطره، و f عامل الاحتكاك. طبعاً من المنطقي أن يكون مقدار الفقد الاحتكاكي متناسباً مع طول الأنبوب. وبعدئذ تُستعمل القيمة التقديرية لمفاقيد الاحتكاك $\dot{f}$ في معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية ومعادلة برنولي.

المثال 24.6 مفاقيد الاحتكاك في أنبوب النفط العابر لمنطقة ألاسكا

مسألة: تُستعمل في أنبوب النفط العابر لمنطقة ألاسكا، والممتد من خليج برودهو (Prudhoe Bay) على الساحل الشمالي لألاسكا حتى ميناء فالدِز (Valdez) على ساحلها الجنوبي، مضخات لنقل النفط الخام مسافة 800 ميل عبر قفار ألاسكا. وقد شمل تصميم أنبوب النفط الأصلي اثنتي عشرة محطة ضخ تحتوي كل منها على أربع مضخات لتوفير عمل الآلة اللازم للتعويض عن مفاقيد الاحتكاك في الأنبوب. ويختلف عدد المضخات التي تعمل مع اختلاف عمليات تشغيل أنبوب النفط، ومازال معظمها مستعملاً حالياً.

يحتاج أنبوب النفط العابر لألاسكا إلى عمل آلة للحفاظ على تدفُّق السائل مسافة طويلة. صحيحٌ أن مسار الأنبوب يتضمن بعض الاختلافات في الارتفاع، إلا أن المبرر الرئيس لوجود المضخات هو التعويض عن مفاقيد الاحتكاك أثناء تدفُّق النفط. احسب مفاقيد الاحتكاك في الأنبوب.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب مفاقيد الاحتكاك التي تنتُج عن نقل النفط الخام بواسطة أنبوب النفط العابر لألاسكا.

(ب) المخطط: يُظهر الشكل 33.6 مخططاً لأنبوب النفط.

2. تحليل

(أ) فرضيات

- الأنبوب أسطواني ومستقيم وناعم تجاه السوائل.
- التدفق عبر الأنبوب مستمر، ومعدّل التدفق الحجمي اليومي يُطابق تدفُّقاً للنفط طوال 24 ساعة عند سرعة ثابتة.
- التدفُّق في الأنبوب مضطرب ويتصف بهيئة سرعة منتظمة.
- المنظومة في حالة مستقرة، وهي وحيدة الدخل والخرج.
- لا توجد تفاعلات في المنظومة.
- السائل غير قابل للانضغاط.

(ب) بيانات إضافية:

- طول الأنبوب: 800 ميل أو 4.2×10^{6} ft.
- قطر الأنبوب: 4 أقدام.
- معدّل التدفُّق الحجمي: 1.3 مليون برميل (منتوجات نفطية) في اليوم.
- لزوجة النفط التقريبية: $0.5\ \mathrm{lb_m}/(\mathrm{ft}\cdot\mathrm{s})$.
- كثافة النفط التقريبية: $51\ \mathrm{lb_m}/\mathrm{ft}^3$.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات: استعمل $\mathrm{hp, gal, min, ft, lb_m}$.

3. حساب

(أ) المعادلات: نستخدم معادلة عدد رينولدس 10.6−1 لتحديد إن كان التدفُّق مضطرباً. ونظراً إلى أننا نتعامل مع أنبوب مستقيم ناعم تجاه السوائل ذي تدفُّق مضطرب، سنستخدم المعادلتين 11.6−20 و11.6−21 لإيجاد عامل الاحتكاك ومفاقيد الاحتكاك على طول أنبوب النفط :

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho v D}{\mu}$$

$$f=\frac{0.0791}{(\mathrm{Re})^{1/4}}$$

$$\frac{\dot{f}}{\dot{m}}=\frac{1}{2}\langle v\rangle^{2}\frac{4L}{D}f$$

(ب) الحساب:

- نحسب أولاً معدّل التدفق الحجمي ومن ثَمَّ السرعة الخطية من أجل حساب عدد رينولدس:

$$\dot{V} = \left(1.3\times10^{6}\,\frac{\text{barrel}}{\text{day}}\right)\left(\frac{42\,\text{gal}}{\text{barrel}}\right)\left(\frac{\text{ft}^3}{7.48\,\text{gal}}\right)\left(\frac{\text{day}}{86\,400\ \text{s}}\right) = 84.5\,\frac{\text{ft}^3}{\text{s}}$$

$$v = \langle v \rangle = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{84.5\,\frac{\text{ft}^3}{\text{s}}}{\pi(2\,\text{ft})^2} = 6.72\,\frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{\left(51\,\frac{\text{lb}_\text{m}}{\text{ft}^3}\right)\left(6.72\,\frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)(4\,\text{ft})}{\left(0.5\,\frac{\text{lb}_\text{m}}{\text{ft}\cdot\text{s}}\right)} = 2742$$

- تُشير قيمة عدد رينولدس هذه إلى أن التدفُّق عابر، لذا سنستخدم لحساب f المعادلة نفسها المستعملة في حالة التدفق المضطرب لأنها تنطبق على الحالتين:

$$f = \frac{0.0791}{(\text{Re})^{1/4}} = \frac{0.0791}{2742^{1/4}} = 0.0109$$

(لاحظ أنه لو اعتبرنا التدفق صفيحياً لنتجت قيمة مشابهة لـــ f).

- بتعويض هذه القيمة في المعادلة 21−11.6 ينتُج:

$$\frac{\dot{f}}{\dot{m}} = \frac{1}{2}\langle v \rangle^2\,\frac{4L}{D}f = \frac{1}{2}\left(6.72\,\frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)^2\,\frac{4\,(4.2\times10^{6}\,\text{ft})}{4\ \text{ft}}(0.0109) = 1.03\times10^{6}\,\frac{\text{ft}^2}{\text{s}^2}$$

ولإيجاد المفاقيد الاحتكاكية، نحسب أولاً معدّل التدفُّق الكتلي:

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = \left(51\,\frac{\text{lb}_\text{m}}{\text{ft}^3}\right)\left(84.5\,\frac{\text{ft}^3}{\text{s}}\right) = 4310\,\frac{\text{lb}_\text{m}}{\text{s}}$$

وتساوي مفاقيد الاحتكاك على طول المنظومة كلها:

$$\dot{f} = \left(1.03\times10^{6}\,\frac{\text{ft}^2}{\text{s}^2}\right)\dot{m}$$

$$= \left(1.03\times10^{6}\ \frac{\text{ft}^2}{\text{s}^2}\right)\left(4310\frac{\text{lb}_\text{m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{\text{lb}_\text{f}\cdot\text{s}^2}{32.2\ \ \text{lb}_\text{m}\cdot\text{ft}}\right)\left(\frac{1.34\times10^{-3}\ \text{hp}}{0.738\,\frac{\text{lb}_\text{f}\cdot\text{ft}}{\text{s}}}\right)$$

$$= 2.5\times10^{5}\ \text{hp}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: تساوي مفاقيد الاحتكاك الكلية في أنبوب النفط العابر لألاسكا نحو 250000 حصان بخاري.

(ب) التحقُّق: ثمة نحو عشر محطات ضخ على طول مسار أنبوب النفط كل منها مزوَّد عموماً بعدة مضخات. وتبلغ استطاعة أو قدرة كل مضخة 18000 حصان بخاري، ولذا يمكن للاستطاعة الكلية المتوفرة على طول أنبوب النفط أن تصل حتى 500000 حصان بخاري [4]. أي إن ثمة طاقة كافية لمنظومة أنبوب النفط للتعويض عن مفاقيد الاحتكاك من الرتبة التي حسبناها.

وتُستعمل معادلات موازنة وانحفاظ الكتلة وموازنة الطاقة الميكانيكية غالباً معاً لتحليل النظم. إن استعمال تلك المعادلات معاً مفيد على وجه الخصوص في حل النظم المتعددة المجاهيل التي تتطلب عدة معادلات مستقلة.

المثال 25.6 خانق التدفُّق

مسألة: تُستعمل مقاييس الضغط التفاضلية لقياس تغيُّر الضغط بين مقطعين من أنبوب في مفاعل حيوي أو في أي تطبيق آخر. تأمَّل في خانق التدفُّق (flow constrictor) المبيَّن في الشكل 34.6. يتناقص قطر الأنبوب من 0.5 متر حتى 0.3 متر، وتساوي كثافة السائل الذي يجري قياس ضغطه $\rho_f = 1.0\ \text{g/mL}$، وتساوي كثافة سائل مقياس الضغط $\rho_m = 1.3\ \text{g/mL}$. بافتراض أن فرق ارتفاع سائل المقياس في شعبتيه يساوي 0.3 متر، احسب القوة الأفقية التي يجب تطبيقها على خانق التدفُّق لإبقائه مستقراً.

الحل:

1. تجميع

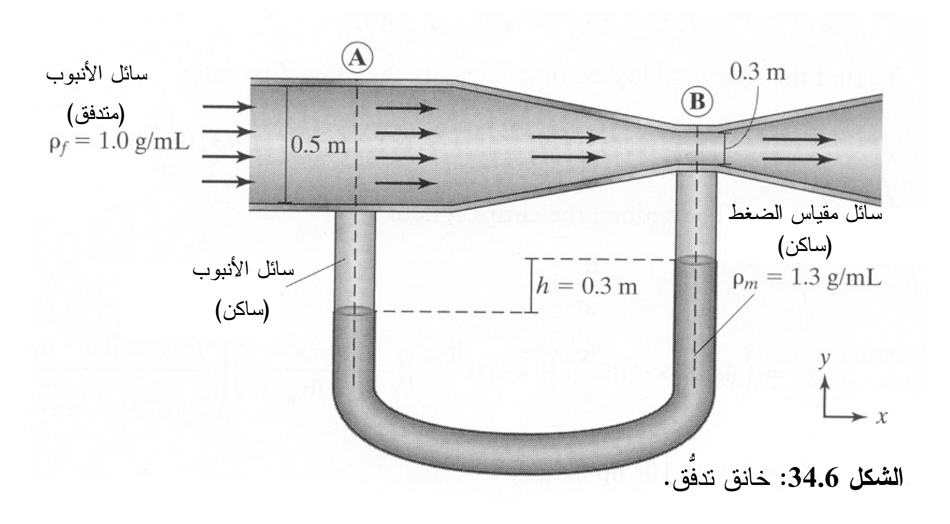
(أ) احسب القوة الأفقية اللازمة لإبقاء خانق التدفُّق مستقراً.

(ب) المخطط: يُظهر الشكل 34.6 خانق التدفُّق.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- لا توجد مفاقيد احتكاك عبر الخانق.
- تدفُّق السائل مستمر عبر الخانق.
- هيئة سرعة السائل المتدفِّق في الأنبوب منتظمة.
- لا وجود لعمل آلة في المنظومة.
- المنظومة مستقرة، وهي وحيدة الدخل والخرج.
- لا توجد تغيُّرات في ارتفاع السائل المتدفِّق.
- التفاعلات معدومة.
- السائل المتدفِّق غير قابل للانضغاط.
- سائلا مقياس الضغط والأنبوب لا يمتزجان.



الشكل 34.6: خانق تدفُّق.

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- الدليلان A و B يدلان على موقعين في المنظومة.
- استعمل kg, m, s, N.

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى اهتمامنا بالقوة الأفقية اللازمة لجعل خانق التدفُّق مستقراً، نستعمل معادلة انحفاظ الزخم الخطي 3.6−3 لحساب تلك القوة. ونستعمل معها أيضاً معادلة

برنولي 6.11–11 لتوصيف السائل، ومعادلة السوائل الساكنة لوصف مقياس الضغط:

$$\sum_i \dot{m}_i \vec{v}_i - \sum_j \dot{m}_j \vec{v}_j + \sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}^{\text{sys}}}{dt}$$

$$(g\, h_i - g h_j) + \left(\frac{1}{2} v_i^2 - \frac{1}{2} v_j^2\right) + \frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) = 0$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g\,(h_2 - h_1)$$

(ب) الحساب:

- ما نحتاج إلى حسابه هي القوة الأفقية فقط. ونظراً إلى أن المنظومة في حالة مستقرة، نستخدم انحفاظ الزخم الخطي في الاتجاه x:

$$\dot{m}_A v_A - \dot{m}_B v_B + \sum F_{R,x} = 0$$

ويقتضي انحفاظ الكتلة أن يكون $\dot{m}_A = \dot{m}_B$، ولذا:

$$\sum F_{R,x} = \dot{m}_A (v_B - v_A)$$

- ولحساب السرعة الخطية للسائل عند النقطة A، يمكن استعمال انحفاظ الكتلة الكلية:

$$\dot{m}_A - \dot{m}_B = \rho_f v_A A_A - \rho_f v_B A_B = 0$$

ونظراً إلى أن الكثافة ثابتة في المنظومة، فإن:

$$\pi (0.25\,\text{m})^2 v_A - \pi (0.15\,\text{m})^2 v_B = 0$$

$$v_A = 0.36 v_B$$

- وفي ما يخص مقياس الضغط، تُستعمل معادلة السوائل الساكنة 6.6–9 لتحديد الفرق بين الضغطين عند النقطتين A و B:

$$P_B - P_A = -\rho_m\, g\,(h_B - h_A)$$

$$= -\left(1300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.3\ \text{m}) = -3826 \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2}$$

- وتُحسب متغيِّرات سائل الأنبوب باستعمال معادلة برنولي. يساوي تغيُّر ارتفاع السائل المتدفِّق صفراً، وهذا ما يُبسِّط المعادلة. وبتعويض القيم المعلومة فيها ينتُج:

$$\frac{1}{2}(v_A^2 - v_B^2) + \left(\frac{P_A - P_B}{\rho_f}\right) = \frac{1}{2}(v_A^2 - v_B^2) + \left(\frac{3826\,\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2}}{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\right) = 0$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 7.65\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

وبتعويض $v_A = 0.36\,v_B$ ينتُج:

$$v_B^2 - (0.36 v_B)^2 = 7.65\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$v_B = 2.96\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad v_A = 1.07\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- ويمكن استعمال أيٍّ من السرعتين لحساب معدَّل التدفق الكتلي:

$$\dot{m}_A = \rho_f v_A A_A = \left(1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left(1.07\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\left(\pi(0.25\ \text{m})^2\right) = 210\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

- ونحصل على القوة المطلوبة بتعويض قيم السرعتين ومعدَّل التدفق الكتلي في معادلة $\sum F_{R,x}$:

$$\sum F_{R,x} = \dot{m}_A(v_B - v_A) = 210\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}\left(2.96\,\frac{m}{s} - 1.07\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 398\ \text{N}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: تساوي القوة الأفقية اللازمة لإبقاء مقياس الضغط مستقراً 398 نيوتن، وهي تؤثر باتجاه تيار الخرج.

(ب) التحقُّق: مع تدفُّق السائل إلى منطقة ذات قطر أصغر، يجب أن يتحرك بسرعة أكبر للحفاظ على قيمة معدَّل تدفُّق الكتلة. ونظراً إلى تدفُّق كمية المادة نفسها من المنظومة بسرعة أكبر من سرعة دخولها فيها، يجب تطبيق قوة خارجية باتجاه التدفُّق، وهذا منطقي. إلا أنه من الصعب أن نقول شيئاً عن مطال القوة بناء على الحدس. عملياً، من السهل تطبيق قوة مقدارها 398 نيوتن (90 ليبرة ثقلية) باستعمال بضعة براغي قوية.

الخلاصة

استُهِلَّ هذا الفصل بأنواع الزخم التي يمكن أن تؤثِّر في المنظومة، ومنها تدفُّق المادة الجَسِيمة

وتطبيق القوى. وجرت صياغة انحفاظ الزخمين الخطي والزاوي بمعادلات تفاضلية وتكاملية. ونوقِش تطبيقان لمعادلات الانحفاظ لنظم مستقرة ساكنة ذات أجسام جاسئة أو سوائل ساكنة. واستُقصيت الطريقة التي يُغيِّر بها انتقال المادة الجَسِيمة والقوى الخارجية زخم المنظومة في حالة النظم المستقرة والنظم غير المستقرة. وجرى التطرُّق إلى القوى الموازِنة والتصادمات المرنة واللدنة، وإلى معامل الارتداد أيضاً. واستُخرج قانونا نيوتن الثاني والثالث من معادلة انحفاظ الزخم الخطي لحالات خاصة. وشُرح مغزى التدفُّق الصفيحي والتدفُّق المضطرب في سياق تعريف عدد رينولدس. وأخيراً، استُعرضت كيفية استعمال معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية ومعادلة برنولي مع انحفاظ الزخم في حل كثير من نظم تدفُّق السائل.

الجدول 3.6: ملخص الحركة والتوليد والاستهلاك والتراكم في معادلتي موازنة الزخم والطاقة الميكانيكية.

تراكم	**دخل − خرج**		**+ توليد − استهلاك**	
الخاصية التوسعية	انتقال مادة جَسيمة	تماس مباشر وغير مباشر	تفاعلات كيميائية	تحويل بين أنواع الطاقة
الطاقة الميكانيكية	×	×		×
الزخم الخطي	×	×		
الزخم الزاوي	×	×		

يُؤكِّد الجدول 3.6 أن الزخمين الخطي والزاوي يمكن أن يتراكما في المنظومة بسبب الانتقال المادي الجَسِيم عبر حدود المنظومة. ويمكن للطاقة الميكانيكية أن تتراكم في المنظومة بسبب الانتقال المادي الجَسِيم عبر حدود المنظومة أيضاً، وبسبب التحوُّلات في ما بين أنواع الطاقة. انظر الجداول التي تلخِّص الفصول الأخرى من أجل المقارنة.

المراجع

References

1. Gregor Rj. and Conconi F., *Road Cycling*. Boston: Blackwell Publishing, 2000.
2. Burke ER, ed. *High-Tech Cycling.* Champaign, IL: Human Kinetics Publishers, 1995.
3. Grose TK. «Smart parts.» ASEE Prism 2002, 11:16-21.
4. Armistead RF. «Alyeska system upgrade set to kick off in early March.» McGraw-Hill’s enr.com January 12,2004. http://enr.construction.com/news/powerindus/archives/040112.asp (accessed January 11, 2005).
5. Anderson EJ. and DeMont ME. «The mechanics of Locomotion in the squid *Loligo pealei*: Locomotory function and unsteady hydrodynamics of the jet and intramantle pressure.» J Exp Biol 2000, 203 Pt 18:2851-63.

مسائل

1.6 يتدرَّب فريق البيزبول القومي تحضيرا لدورة بطولة. يستطيع الرامي قذف كرة كتلتها 145 غراماً بسرعة 90 ميلا في الساعة. ما هو مقدار الزخم الخطي للكرة المقذوفة؟ وإذا غادرت الكرة المضرب بسرعة 110 أميال في الساعة، ما هو مقدار زخمها الخطي بعد ضربها؟

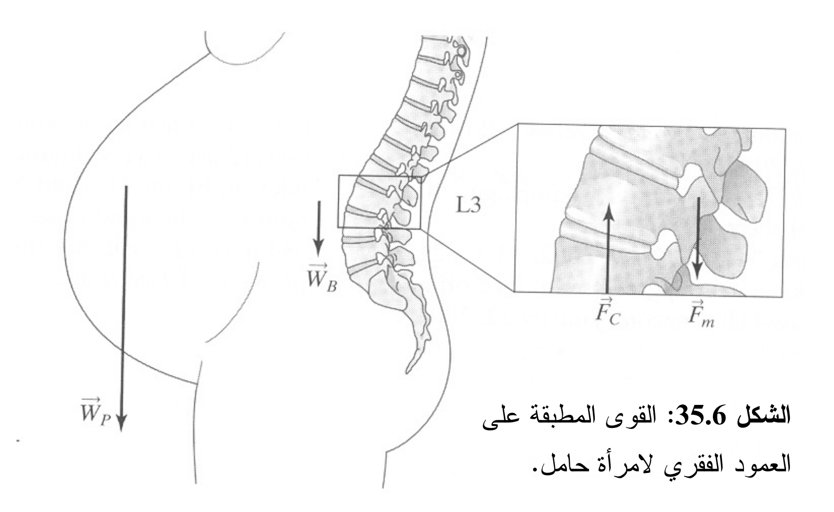
2.6 التصقت حصاة كتلتها 0.50 غرام بدولاب دراجة عادية مكوِّنة علامة عليه. وحين وصول الحصاة ذروة مسارها، تكون سرعتها 10 أميال في الساعة بالنسبة إلى المحور. ويساوي نصف قطر الدولاب 8 إنشات. ما هو مقدار الزخم الخطي والزخم الزاوي للحصاة حول محور الدولاب؟

3.6 يُعتبر الزرَق (الماء الأزرق) من أكثر أسباب العمى شيوعاً، وهو ينجم عن ارتفاع في ضغط العين. تقع قيم ضغط العين المُقاس الطبيعي بين 13 و17 ميلّيمتر زئبق، وقيم الضغط التي تزيد على 20 ميلّيمتر زئبق خطيرة، ولذا يفحص أطباء العيون مرضاهم بانتظام بتقنية تسمى قياس ضغط العين (tonometry). ثمة تقنيات مختلفة لقياس ضغط العين، إلا أنها تشترك بسمة واحدة تتضمن تطبيق قوة ضعيفة على العين. ويُقاس ضغط العين بوصفه تابعاً لانزياح القرنية.

ومقياس غولدمان (Goldman) هو جهاز متخصص لقياس ضغط العين بتلك الطريقة. وهو يتضمن قطعة يساوي قطرها نحو 3.0 ميلّيمترات تلامس العين مباشرة. ما هو مقدار القوة التي يجب تطبيقها على تلك القطعة من الجهاز لموازنة ضغط عين شخص سليم في منطقة التلامس؟

4.6 يشكو كثير من النسوة من ألم في أسفل الظهر أثناء الحمل. وأنت بصفتك طبيبا ومهندسا حيويا متمرِّسا، قرَّرت تقدير القوة المطبقة على أسفل ظهر إحدى مرضاك أثناء الحمل. وتُركِّز اهتمامك في الفقرة القطنية الثالثة من أسفل العمود الفقري (الشكل 35.6). وأنت تعلم أن العضلات الموسِّعة الممتدة على طول خلف العمود الفقري تُوازن وزن الجسم في منطقتي الصدر والأحشاء. ولحل هذه المشكلة، تقوم بعدد من الافتراضات التبسيطية:

- كان وزن المرأة قبل الحمل 130 ليبرة ثقلية.
- يساوي وزن الجسم $\vec{W}_B$ فوق الفقرة القطنية الثالثة 55% من وزن الجسم الكلي (لا تحمل الفقرة القطنية الثالثة وزن الجسم بكامله).
- تؤثر القوة $\vec{F}_m$ التي تُبديها العضلات الموسِّعة على بعد إنشين خلف مركز الفقرة.



الشكل 35.6: القوى المطبقة على العمود الفقري لامرأة حامل.

- يؤثر وزن الجسم $\vec{W}_B$ الواقع فوق الفقرة القطنية الثالثة على بعد إنشين أمام مركز الفقرة.
- تؤثر القوة الضاغطة $\vec{F}_C$ في مركز الفقرة.

(أ) احسب القوة $\vec{F}_m$ التي تؤثِّر بها العضلات الموسِّعة في الفقرة القطنية الثالثة قبل الحمل وأثناءَه.

(ب) احسب القوة الضاغطة $\vec{F}_C$ التي تشعر بها الفقرة القطنية قبل الحمل وأثناءَه .

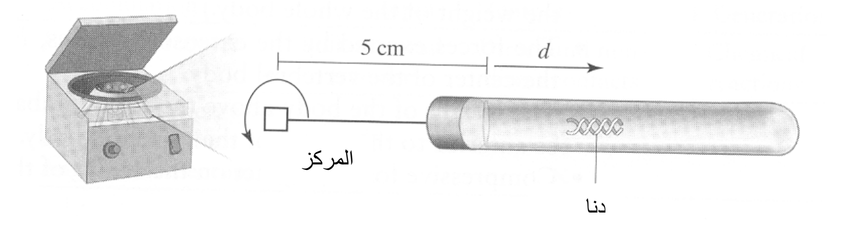
5.6 أنت تفصل شريطي DNA في أنبوب يحتوي على هلام سكر/أغاروز باستعمال الطرد المركزي الشديد (الشكل 36.6). وقد حُضِّر الهلام بكثافة متدرِّجة وفق ما يأتي:

$$\rho_{\text{gel}} = 1.1 + 0.004\, d^2$$

حيث إن d هي المسافة عبر الهلام في الأنبوب (وحدة ρ_{gel} هي g/cm^3 حينما تُقدَّر d بالسنتيمتر). وتساوي كتلة الــ DNA $3.2\times10^{-12}\ \text{g}$، ويساوي حجمه $2.56\times10^{-12}\ \text{cm}^3$. وتساوي المسافة بين مركز جهاز الطرد المركزي وأعلى الهلام 5 cm. ويدور الجهاز بسرعة 12000 دورة في الدقيقة.

انتبه إلى أن تسارع الــ DNA في الاتجاه القطري يساوي مجموع تسارع الجذب المركزي والتسارع الخطي باتجاه نهاية الأنبوب. أهمل الكبح بحيث تكون القوة الوحيدة المؤثِّرة في الــ DNA هي قوة دافعة أرخميدس في الهلام. وحين معاينة قوة دافعة أرخميدس، اقتصر على تسارع الجذب المركزي للهلام.

عند أي عمق يتوقف الــ DNA؟ بعبارات أخرى عند أي نقطة تولِّد دافعة أرخميدس تسارع الجذب المركزي تماما؟



الشكل 36.6: فصل شريطَي DNA باستعمال الطرد المركزي الشديد. الأبعاد ليست متناسبة.

6.6 أنت تساعد أخاك الصغير على الإمساك بكرة بولينغ تساوي كتلتها 8 ليبرات كتلية أثناء انتظارك لدورك في اللعب، وتُمسك بالكرة وفق ما هو مبيَّن في الشكل 37.6، حيث تصنع قوة يديك 45° مع الأفق ($\theta = 45^\circ$). ما هو مقدار القوتين اللتين تطبِّقانهما أنت وأخوك على الكرة عندما تكون ساكنة؟ وماذا تُصبح القوتان إذا كنت مُمسكاً بالكرة بقوة تصنع 60° مع الأفق؟

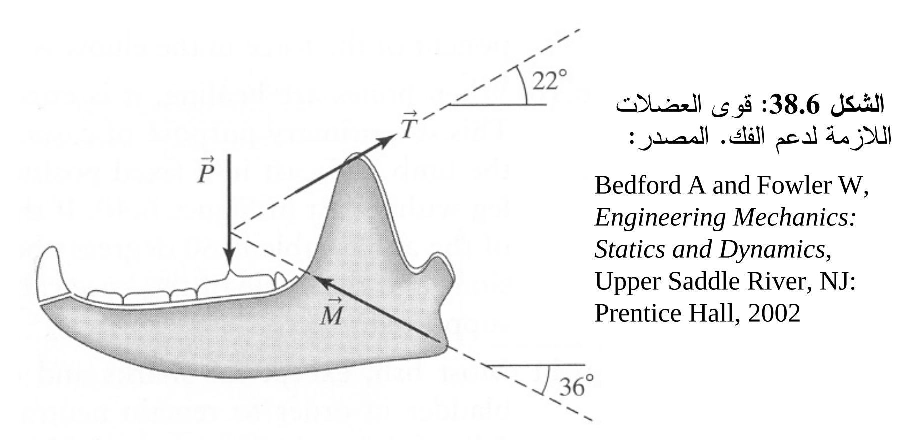
7.6 يُقدِّر عالِم حيوانات أن فك الأسد يخضع لقوة $\vec{P}$ تصل قيمتها حتى 800 نيوتن (الشكل 38.6). ما هو مقدار القوتين $\vec{T}$ و $\vec{M}$ اللتين يجب أن تُبديهما العضلة الصدغية والعضلة الماضغة لمواجهة هذه القيمة لـــ $\vec{P}$؟ (من: Bedford A and Fowler W, *Engineering Mechanics: Statics and Dynamics*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002).

8.6 تتطلب رياضة الجمباز كلاًّ من القوة الجسدية والتدريب الكثيف على التوازن. والصليب الحديدي هو تمرين يُنفَّذ على حلقتين معلَّقتين يقبض عليهما اللاعب بيديه. افترض أن لاعباً ذَكَراً تساوي كتلته 125 ليبرة كتلية يرغب في تنفيذ حركات الصليب الحديدي وفق ما هو مبيَّن في الشكل 39.6. افترض أن كل حلقة تحمل نصف وزن اللاعب، وأن وزن الواحدة من ذراعيه تساوي 5% من وزن جسمه الكلي. وتساوي المسافة بين مفصل كتفه ونقطة قبضه على الحلقة 56 سم. وتساوي المسافة من يده حتى مركز كتلة ذراعه 38 سم. وتساوي المسافة الأفقية من كتفه حتى وسط صدره، مباشرة فوق مركز كتلة جسمه 22 سم. إذا كان اللاعب ساكناً، فما هو مقدار القوة والعزم المطبَّقين على مفصلَي كتفيه؟

9.6 أعدْ معالجة المثال 6.6 الوارد في النص الذي يهتم بعضلات الذراع. احسب القوى نفسها إذا كان ثمة وزن يساوي 5.0 ليبرة ثقلية محمولاً باليد. يبعد مركز كتلة القطعة المحمولة



الشكل 37.6: الإمساك بكرة بولينغ.



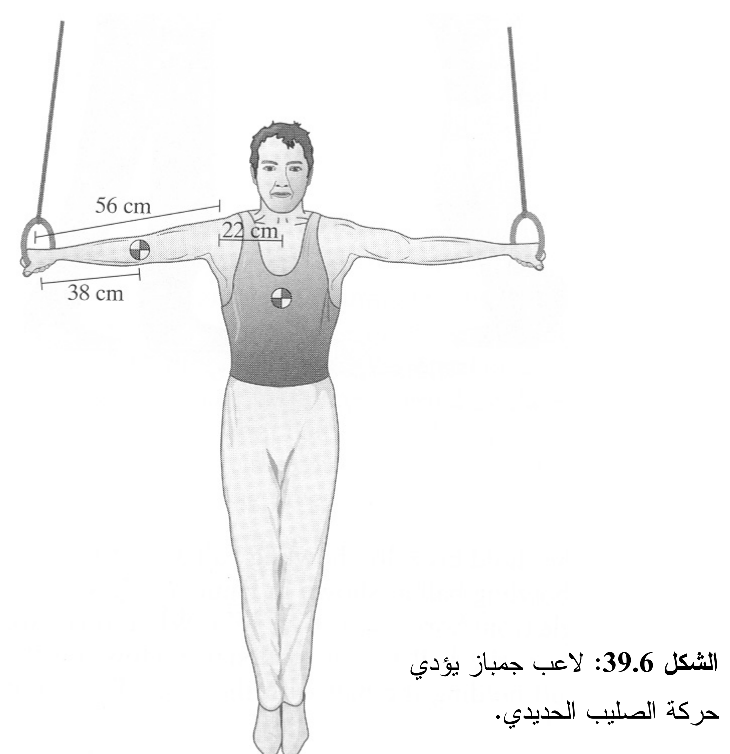
الشكل 38.6: قوى العضلات اللازمة لدعم الفك. المصدر:

Bedford A and Fowler W, *Engineering Mechanics: Statics and Dynamics*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002

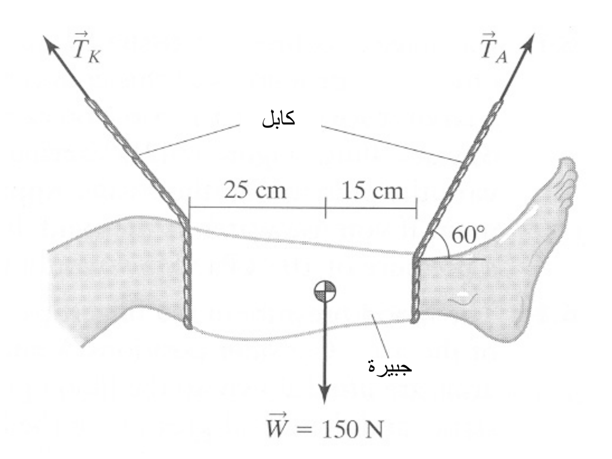
عن المرفق. وتساوي مركبة القوة التي في المرفق 24 نيوتن في الاتجاه x.

10.6 حين تكون العظام في طور الالتئام، من الضروري أن تكون مثبتة تثبيتاً جيداً. وهذا أحد أغراض الجبائر الرئيسة. ومن الضروري أحياناً أيضاً تعليق الذراع أو الساق مع الجبيرة في وضعية ثابتة. تأمَّل في الكابلين اللذين يحملان الساق المجبَّرة المبيَّنة في الشكل 40.6. إذا كان وزن الساق والجبيرة 150 نيوتن، وكانت زاوية كابل الكاحل تساوي 60 درجة مع الأفق، احسب قوتي الشد في الكابلين وزاوية كابل الركبة مع الأفق بحيث تبقى الساق معلَّقة.

11.6 تَستعمل معظم الأسماك، باستثناء سمكة القرش وفصيلتها، عضواً يسمى حويصلة هوائية كي تبقى طافية دون عناء. احسب القوة الصافية التي تحمل سمكة تساوي كتلتها 5 ليبرات كتلية في ماء مالح ($\rho=1.024 g/cm^3$)، بافتراض أن حجمها يساوي 135.1



الشكل 39.6: لاعب جمباز يؤدي حركة الصليب الحديدي.

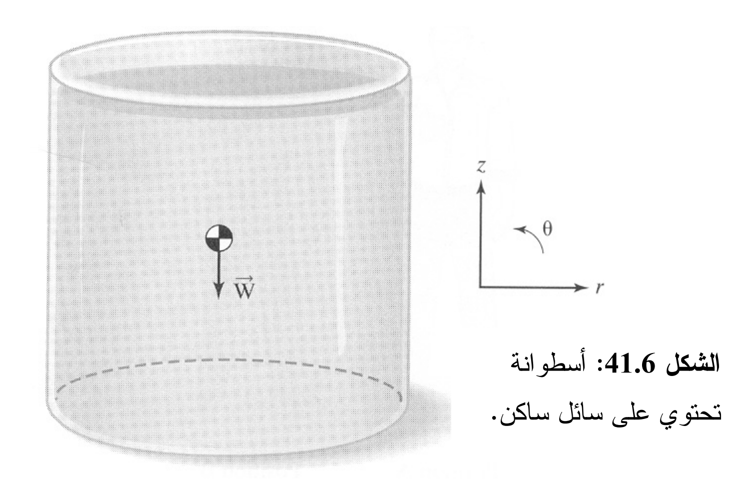


الشكل 40.6: كابلان يحملان ساقاً مجبَّرة.

إنشاً مكعباً، ثم افترض أن ثمة مشكلة في حوصلة الهواء تؤدي إلى تنفيسها وإلى نقصان حجم السمكة بمقدار 4%. احسب القوة الصافية التي تؤثر في السمكة في هذه الحالة، معتبراً أن كتلتها بقيت ثابتة.

12.6 لتكن ثمة أسطوانة فيها سائل ساكن تساوي كثافته ρ (الشكل 41.6). باستعمال منظومة الإحداثيات الأسطوانية، حدِّد تغيُّر الضغط بوصفه تابعاً لتغيُّر الموضع ذي الإحداثيات r و z و θ. اتبع نوع التحليل نفسه الوارد في المقطع 6.6.

13.6 تستحوذ البكتيريا التي تعيش بالقرب من الفجوات المائية الحارة على الاهتمام لأنها تتحمَّل درجات حرارة وضغوطاً عالية. وتُعدُّ إنزيماتها ذات فائدة في آلات تفاعل البلمرة المتسلسل (Polymerase chain reaction) لأن ظروف العمل داخل هذه الآلات تشبه الظروف في موطن البكتيريا الأصلي. افترض أن ماء المحيط هو سائل ساكن، وأن الفجوات توجد على عمق بين 2000 و2500 قدم تحت سطح البحر. ما هو المقدار التقريبي للضغط



الشكل 41.6: أسطوانة تحتوي على سائل ساكن.

الذي تعيش عنده تلك البكتيريا؟

14.6 يتحرك الماء والمغذيات الأخرى إلى الأعلى في جذوع الأشجار حتى تصل إلى الأغصان والأوراق، ويطرح علماء النبات السؤال: "كيف يصعد الماء إلى الأعلى في جذوع بعض الأشجار الكبيرة؟". من الممكن إثبات أن المفعول الشعري وضغط الجذور غير كافيَين لدفع الماء إلى أعلى شجرة يبلغ طولها 120 متراً. افترض أن الضغط عند أعلى عمود من الماء يساوي صفراً تقريباً. ما هو مقدار الضغط اللازم عند قاعدة الشجرة كي يُبقي عمود الماء بذلك الارتفاع؟ (في الواقع، القوة أكبر من القوة التي ستُحسب لأنه يجب دفع الماء إلى الأعلى، لا مجرد إبقائه عند ذلك الارتفاع). قُم ببعض البحث في نظرية التماسك (cohesion theory) لفهم هذه الظاهرة.

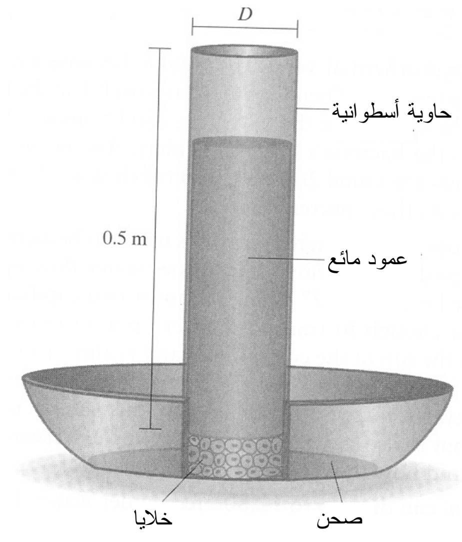
15.6 تستطيع الغواصة *Alvin* الغوص تحت الماء حتى تصل إلى أعماق تصل إلى 12800 قدم، والغرض من هذه الغواصة هو استكشاف الأعماق التي يصل فيها الضغط السكوني إلى حدٍّ لا يمكن للإنسان تحمُّله. ما هو الضغط الأعظمي الذي تستطيع الغواصة تحمُّله؟ اسرد بعض الأفكار عن الكيفية التي يمكن لك بها تصميم مثل هذه الغواصة.

16.6 الغضاريف هي أنسجة رابطة توجد في جسم الإنسان بين بعض العظام. وإحدى خواص هذه الأنسجة هي مقدرتها على تحمُّل القوى. وفي إحدى التجارب المخبرية، يمكن محاكاة تأثير القوة في الغضروف بعمود من الماء الساكن (الشكل 42.6). بتغيير مقدار السائل الموجود فوق النسيج يتغيَّر الضغط عليه. ويمكن ملء الأسطوانة حتى ارتفاع يصل إلى

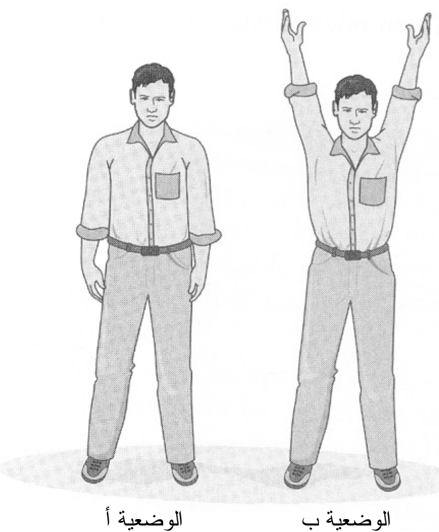
نصف متر تقريباً. فإذا كان الماء هو السائل، ما هو ارتفاع عمود الماء الذي يولِّد ضغطاً على نسيج يساوي 105 كيلوباسكال؟ وكيف يمكن إجراء محاكاة لضغط يساوي 110 كيلوباسكال؟

17.6 يمكن لضغط الدم في رؤوس الأصابع أن يختلف باختلاف وضعية الذراع. تأمَّل في الوضعيتين (أ) و(ب) في الشكل 43.6. افترض أن الذراعين رُفعتا ببطء يسمح لضغط الدم فيهما بالاستقرار، وافترض أن الدم ساكن، وأن ضغطه في الرأس يبقى ثابتاً. ما هو مقدار الفرق بين ضغطي الدم في الشعيرات الدموية في رؤوس الأصابع في الوضعيتين (أ) و(ب)؟ (**ملاحظة:** لتحديد طول الذراع، قِس طول ذراع زميلك في الغرفة أو الصف).

18.6 يُظهر المثال 9.6 أن القوتين المطبَّقتين على المنطقتين السفليَّتين من الحاويتين المرسومتين في الشكل 16.6 متساويتان. إلا أنك تلاحظ أن هذه القيمة تزيد على وزن الماء في الحاوية R. ويمكن التخلُّص من هذا التناقض الظاهري بالأخذ في الحسبان للقوى التي تعمل عبر جدران الوعاء والموازِنة من الأعلى. بيِّن أن مجموع القوى الناجمة عن الضغوط المؤثرة في جميع السطوح الأفقية تساوي تماماً وزن الماء الذي في الوعاء. وللمقارنة، أجرِ



الشكل 42.6: عمود سائل ساكن يُحاكي قوة مطبَّقة على خلايا غضروف. الأبعاد غير متناسبة.



الشكل 43.6: وضعيتان مختلفتان للذراعين.

نفس الحسابات للحاوية S.

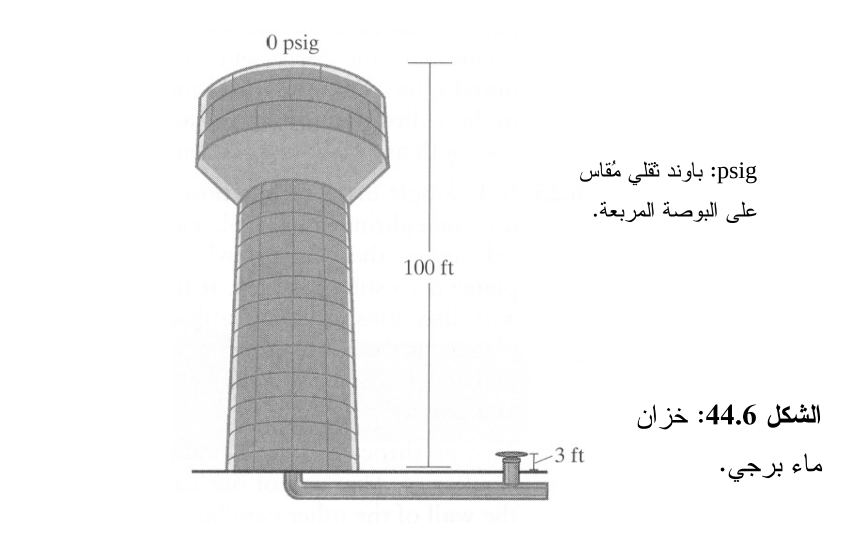
19.6 مُلئ خزان ماء برجي بالماء حتى ارتفاع 100 قدم (الشكل 44.6). ما هو مقدار ضغط الماء عند الصنبور الذي يقع على ارتفاع 3 أقدام فوق الأرض؟

20.6 ضُغط خزان يحتوي على ماء مقطَّر يُستعمل في مفاعل حيوي حتى ضغط يساوي 25 psig عند صمام الخرج (الشكل 45.6). ما هو مقدار الضغط في أعلى الخزان على ارتفاع 4 أقدام فوق صمام الخرج؟

21.6 ما هو مقدار الفرق بين الضغطين عند الكتف والكاحل عندما يستلقي الشخص على سطح أفقي؟

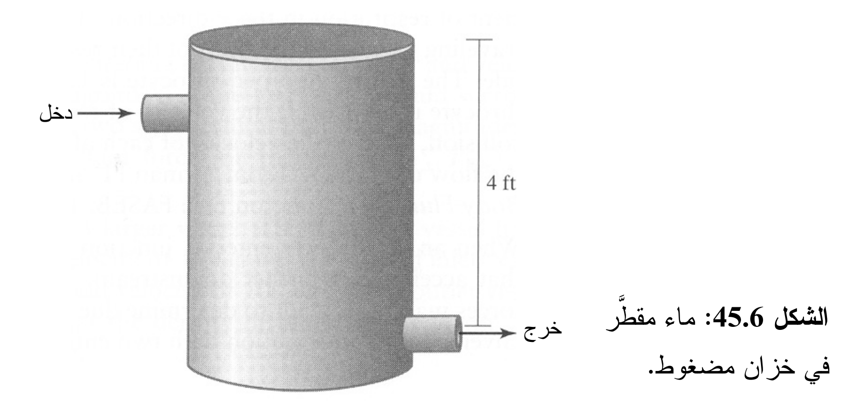
22.6 أثناء موسم التزاوج، تَجذب ذكور حيوان الرنَّة الإناث بالاقتتال في ما بينها بقرونها وحوافرها. تخيَّل مشهداً يهاجم فيه مباشرة الجريءُ، الذي تساوي كتلته 300 ليبرة كتلية، الراقصَ الذي تساوي كتلته 400 ليبرة كتلية. قبل الاصطدام مباشرة، تساوي سرعة الجريء 25 ميلاً في الساعة، وتساوي سرعة الراقص 20 ميلاً في الساعة.

(أ) افترض أن الجريء والراقص يتصادمان ويرتدان عن بعضهما دون فقد حراري للطاقة أو تشوُّهي (اصطدام تام المرونة). ما هو مقدار سرعتيهما بعد الاصطدام.



psig: باوند ثقلي مُقاس على البوصة المربعة.

الشكل 44.6: خزان ماء برجي.



الشكل 45.6: ماء مقطَّر في خزان مضغوط.

(ب) تتشابك قرون حيوانات الرنَّة أحياناً أثناء الاقتتال. إذا تشابكت قرون الجريء والراقص معاً، ما هو مقدار سرعتيهما بعد الاصطدام مباشرة؟

(ت) مرة أخرى، بافتراض أن قرونهما تتشابك، ما هي السرعة التي يجب أن يتحرك بها الراقص قبل الاصطدام كي تصبح سرعتاهما بعد الاصطدام مباشرة صفراً؟

23.6 أدى القلق المتزايد بشأن أمان السيارات إلى إدخال تعديلات في تصميمها. مثلاً، تُصمَّم السيارات الآن بحيث تتجعد وتُمتص الطاقة بدلاً من ترك قوة السيارة بكاملها تؤثِّر في السائق.

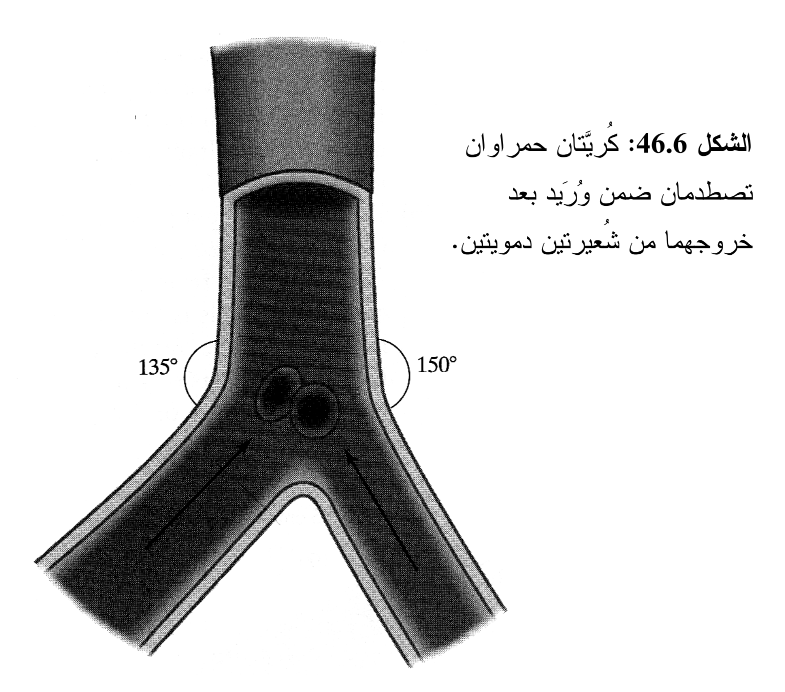
دخلت ديبورا التي تجهل شوارع المدينة في شارع وحيد الاتجاه في الاتجاه المعاكس، فاصطدمت بتشارلز الذي كان يسير بسرعة 20 ميلاً في الساعة في لحظة الاصطدام.

وكانت سرعة ديبورا الابتدائية 12 ميلاً في الساعة. وتساوي كتلة سيارة تشارلز 1500 كلغ، وتساوي كتلة سيارة ديبورا 2100 كلغ. ويساوي معامل الارتداد في الاصطدام 0.4. ما هو مقدار سرعتي السيارتين بعد الاصطدام مباشرة؟

24.6 يقود دانيال دراجة عادية تساوي كتلتها 20 ليبرة كتلية بسرعة 10 أميال في الساعة باتجاه الشمال. وتقود فيكتوريا دراجة كتلتها 30 ليبرة كتلية بسرعة 7 أميال في الساعة باتجاه يصنع مع الشمال زاوية قدرها 30 درجة نحو الشرق. تساوي كتلة دانيال 150 ليبرة كتلية، وكتلة فيكتوريا 100 ليبرة كتلية. وفي حادث مؤسف، يصطدم دانيال وفيكتوريا معاً. بافتراض أن اصطدامهما لدن تماماً (أي إن معامل الارتداد يساوي صفراً)، ما هو مقدار سرعتيهما بعد الاصطدام مباشرة؟ وإذا كان معامل الارتداد يساوي 0.2 بدلاً من صفر في الاتجاه x، فما هو مقدار سرعتيهما؟ افترض أن الاصطدام ناعم ومائل، وأهمل القوى الخارجية مثل الثقالة.

25.6 كان الغرض من التجربة في المثال 10.6 تحديد إن كان الإبينيفرين يُؤدي إلى التصاق صُفَيحات الدم معاً. وحُسبت في المسألة سرعتا صُفيحتَين عندما كان الإبينيفرين ناجحاً في جعلهما تلتصقان معاً. لكن إذا لم تلتصق الصُفيحتان، اختلفت سرعتاهما واتجاهاهما بعد الاصطدام. احسب سرعة كل صُفَيحة إذا لم يؤدِّ الإبينيفرين إلى التصاقهما، مُفترضاً أن اصطدام الصُفَيحتين مائل وتام المرونة. أهمل مقاومة الماء والثقالة.

26.6 تصطدم كُريَّتا دم حمراوان معاً في وُرَيد دقيق بعد الخروج من شُعَيرتين دمويتَين مختلفتين. ويصنع جدار الشُعيرة الأولى 135 درجة مع جدار الوُرَيد، ويصنع جدار الشُعَيرة الثانية 150 درجة مع ذلك الجدار وفق ما هو مبيَّن في الشكل 46.6. افترض أنه يمكن نمذجة الكُريَّات الحمراء بأسطوانات جاسئة ناعمة، وأن الكُريَّتين تصطدمان اصطداما مائلاً عند سطحيهما المحدبين بمعامل ارتداد في الاتجاه x يساوي 0.8. وافترض أن الكريَّتَين تتحركان بموازاة جدارَي شُعيرتيهما قبل اصطدامهما مباشرة. تساوي كثافة الكريَّات الحمراء في الدم $1.093\ \text{g/mL}$، ويبلغ حجم الكريَّة $86\ \mu\text{m}^3$. إذا كانت سرعة كل كريَّة $0.05\ \text{cm/s}$ مباشرة قبل الاصطدام، فما سرعة كل منهما بعد الاصطدام؟ أهمل جميع مفاعيل البلازما الأخرى (مقتبسة من Altman PL and Dittmer DS, eds., *Blood and Other Body Fluids*, Washington DC, FASEB, 1961, pp. 110-111).



الشكل 46.6: كُريَّتان حمراوان تصطدمان ضمن وُرَيد بعد خروجهما من شُعيرتين دمويتين.

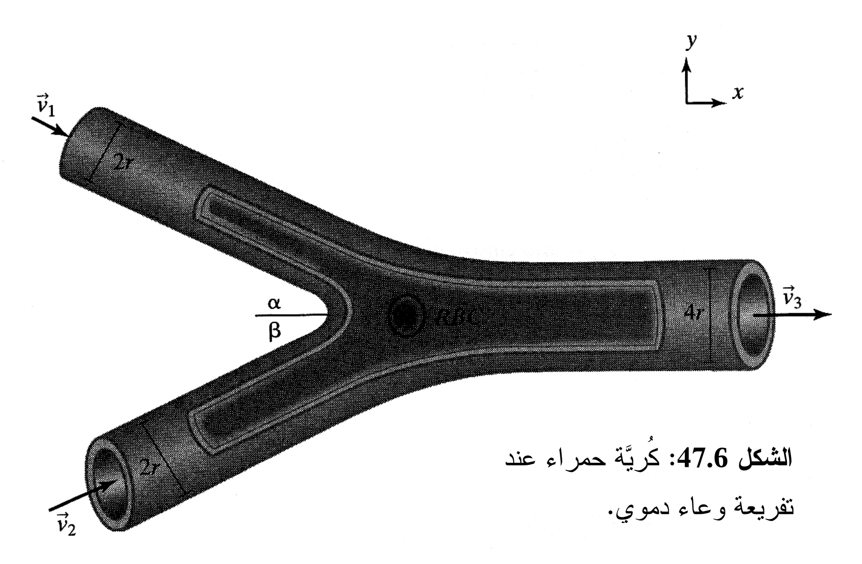
27.6 حينما تدخل كريَّة حمراء تفريعة في وعاء دموي، تخضع إلى قوى تجعلها تتسارع باتجاه تيار الدم. وقد يكون من الصعب تحديد مطالات واتجاهات تلك القوى بسبب أنماط تدفُّق الدم المعقَّدة. بافتراض أن دخل الوعاء الدموي يتكوَّن من تيارين قطر كل منهما يساوي r وسرعتاهما تساويان $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$، وأن قطر خرجه يساوي $2r$، وأن سرعته تساوي $\vec{v}_3$ (الشكل 47.6)، حدِّد مطال قوة السائل المحيط بالخلية في منطقة تلاقي تياري الدخل بدلالة مطالات السرعات الثلاث (v_3, v_2, v_1) و r والقوتين الناشئتين على الوعاء $(F_{R,x}, F_{R,y})$ و ρ. افترض أنّ $\alpha = 30^\circ$ و $\beta = 60^\circ$.

28.6 يلتقي وعاءان دمويان معاً لتكوين وعاء أكبر. يبلغ قطر الوعاء الأول 0.5 cm، وتبلغ سرعة الدم فيه $100\,\text{cm/s}$، ويبلغ قطر الثاني $0.75\,\text{cm}$، وتبلغ سرعة الدم فيه $100\,\text{cm/s}$. أما قطر وعاء الخرج فيساوي $1.0\,\text{cm}$. بافتراض أن كثافة الدم $1.0\ \text{g/cm}^3$، وأن المنظومة في حالة مستقرة:

(أ) احسب مجموع القوى الخارجية $\sum \vec{F}$ في الاتجاهين x و y الفاعلة في المنظومة في الشكل 48.6–أ (يصف حدُّ القوة الذي تحسبه جميع القوى الخارجية ومن ضمنها قوى الضغط والثقالة والقوى الموازِنة وغيرها). أعطِ جوابك مقدَّرا بـــ $\text{g}\cdot\text{cm/s}^2$.

(ب) أثناء عملية جراحية، تثقب إبرتك ثقباً يساوي قطره $0.75\,\text{cm}$ في وعاء الدم المبيَّن في

الشكل 48.6–ب. وتقيس سرعة تيار الخرج من الثقب فتجد أنها تساوي 30 cm/s.
افترض أن ضغط وعائَي الدخل يساوي 800 ميلّيمتر زئبق، وأن الضغط عند الثقب يساوي الضغط الجوي، وأن القوة الموازِنة في الاتجاه x تساوي $340000\ \text{g}\cdot\text{cm/s}^2$، وأن مفعول الثقالة مهمل. احسب ضغط وعاء الخرج (المُشار إليه بالتيار 4).



الشكل 47.6: كُريَّة حمراء عند تفريعة وعاء دموي.

29.6 تقترن بالسعال قوى ضعيفة مع تدفق كتلة. وينتقل زخم إلى خارج الجسم على شكل تيار من الهواء المطروح من الرئتين. تأمّل في منظومة الجسم أثناء السعال. هل هذه المنظومة مفتوحة أو مغلقة أو معزولة؟ ما هي القوى الموجودة؟ هل المنظومة مستقرة أو متغيِّرة؟ اكتب معادلة موازنة عامة للزخم أثناء السعال وناقش القيم النسبية لحدودها.

30.6 الملقط الضوئي هو أداة تَستعمل الليزر المبأَّر لتداول الأشياء المجهرية. ونظراً إلى أن الخلايا تتصف بكثافة ضوئية مختلفة عن تلك التي للماء، ينكسر الضوء حين عبوره إياها. ويؤدي ذلك إلى تغيُّر في الزخم وظهور لقوة. وخلافا لطرائق التداول الأخرى، تنعدم هنا مخاطر التلوُّث لأن الأداة تتكوَّن من مجرد فوتونات تحمل زخماً. احسب القوى التي تُبديها حزمة ليزرية عادية (الشكل 49.6) يساوي قطرها 1 ميكرون، وتبلغ استطاعتها أو قدرتها 500 ميلّي واط، ويساوي طول موجتها 1060 نانومتراً. تدخل حزمة الليزر بزاوية تساوي 45 درجة مع الأفق، وتخرج بزاوية تساوي 78 درجة مع الأفق.

(أ) باستعمال المعادلة $p_{\text{photon}} = h/\lambda$، احسب p_{photon} في حالة فوتون وحيد يعبر الخلية

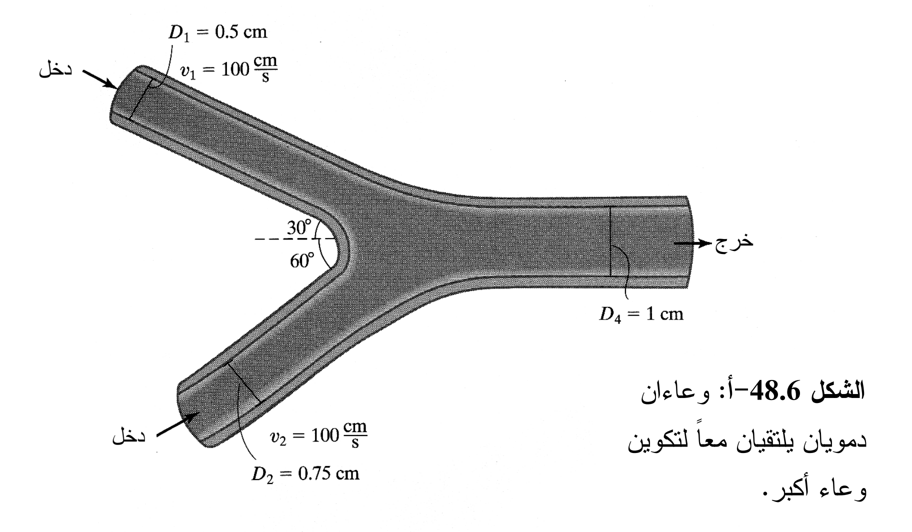
(يساوي ثابت بلانك $h = 6.626\times10^{-34}$ J·s).

(ب) احسب عدد الفوتونات N التي تعبر حزمة الملقط الضوئي في كل ثانية باستعمال المعادلة الآتية:

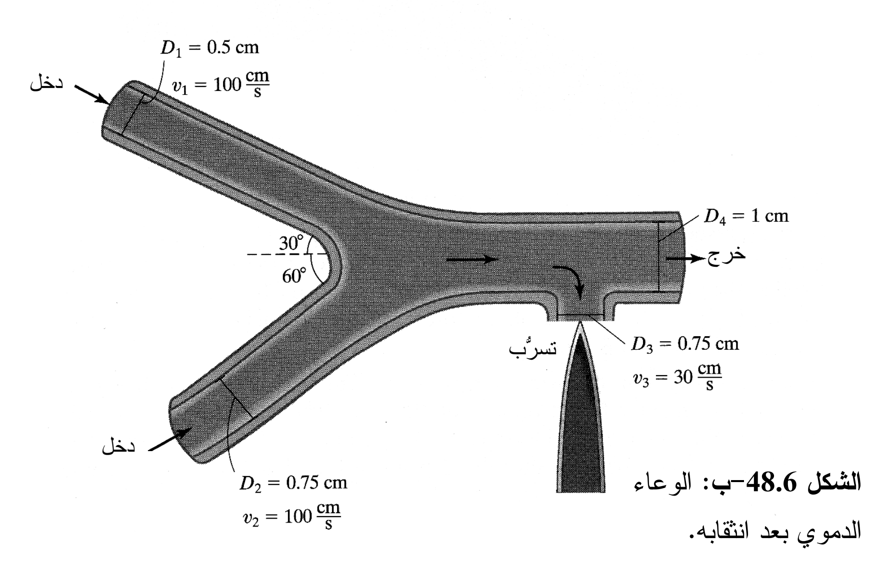
$$P = Nhf$$

حيث إن P هي استطاعة الحزمة، و f هو التردد.

(ت) احسب القوة الثابتة التي تُطبِّقها حزمة الليزر على الخلية (**ملاحظة:** القوة المطبَّقة على الخلية تعاكس القوة اللازمة لإبقاء الخلية في مكانها).



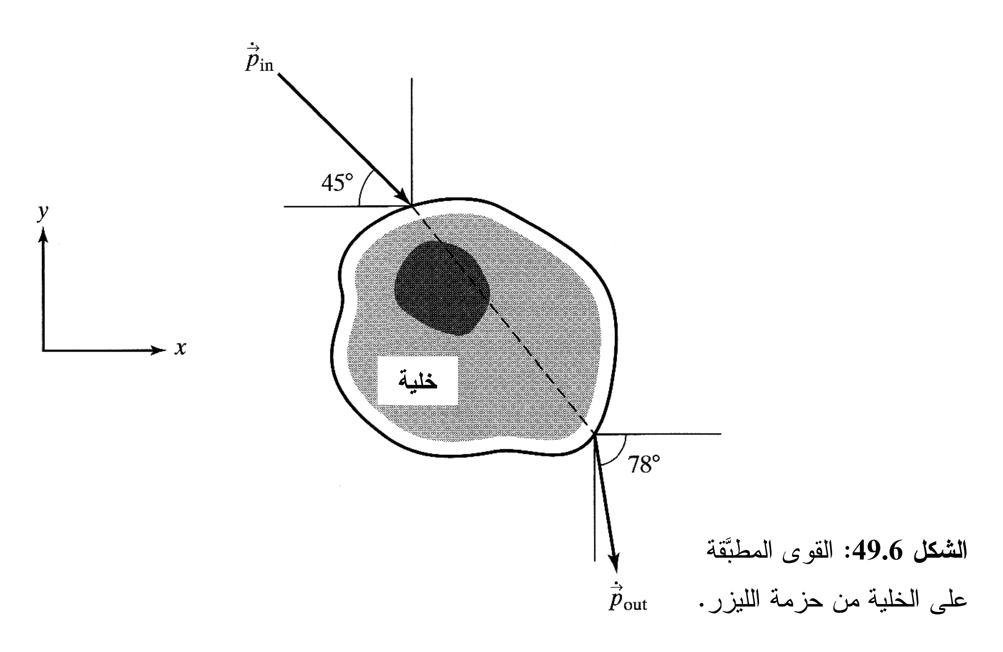
الشكل 48.6–أ: وعاءان دمويان يلتقيان معاً لتكوين وعاء أكبر.



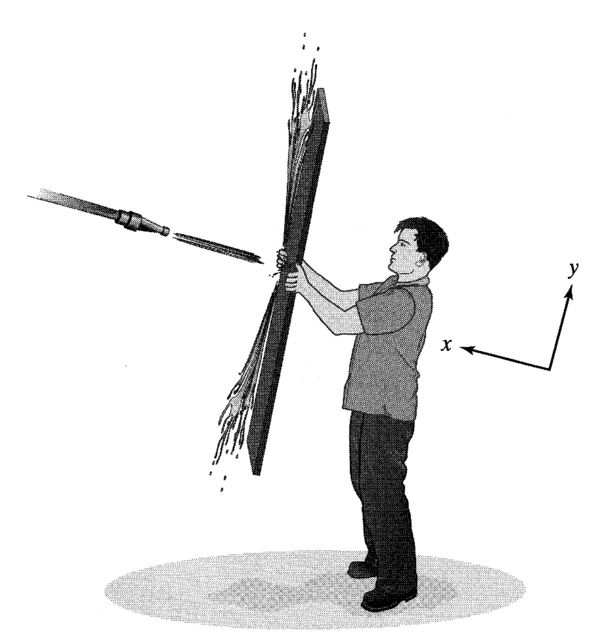
الشكل 48.6–ب: الوعاء الدموي بعد انثقابه.

31.6 يستخدم رجال الشرطة خراطيم ماء يتدفق بغزارة كبيرة للسيطرة على مثيري الشغب. افترض أنه قد جرى تركيب خرطوم على سيارة وأُطلق الماء منه على مشاغب مزوَّد بترس واقٍ من الماء (الشكل 50.6). يخرج الماء من الخرطوم بسرعة 150 غالوناً في الدقيقة، وتبلغ سرعة تيار الماء 100 قدم في الثانية. ويحمل المشاغب ترساً في مواجهة تيار الماء بحيث ينحرف الماء بزاوية تساوي 90 درجة في جميع الاتجاهات بكميات وسرعات متساوية. ما هو مقدار القوة التي على المشاغب إظهارها لإبقاء الترس في مكانه؟ أهمل وزن الترس.

32.6 افترض في المسألة السابقة أن المشاغب يحمل الترس فوق رأسه موازياً للأرض (الشكل 51.6). تساوي كتلة الترس 5 kg، ويُطلِق الخرطومُ الماءَ على الترس بسرعة ومعدَّل تدفق الكتلة المفترضين نفسهما في المسألة السابقة، لكن بزاوية تساوي 30 درجة بالنسبة إلى الأرض. بافتراض أن كل الماء يرتد عن الترس بزاوية تساوي 150 درجة بالنسبة إلى الأرض (تذكَّر أن زاوية الورود تساوي زاوية الانعكاس)، ما هو مقدار القوة التي على المشاغب أن يستخدمها لإبقاء الترس ثابتاً؟ قارن بين هذا الجواب وجواب المسألة السابقة.



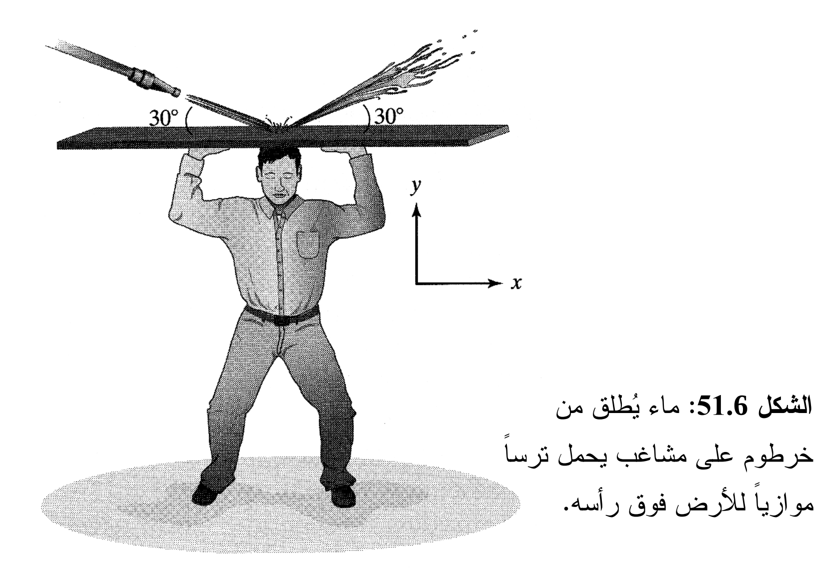
الشكل 49.6: القوى المطبَّقة على الخلية من حزمة الليزر.



الشكل 50.6: ماء يُطلق من خرطوم على مشاغب يحمل ترساً متعامداً مع تيار الماء.

33.6 إن أُنَيبوبي البول في الكلية ليسا مستقيمين، بل إنهما منحنيان وملتفان على بعضهما. ويسمح هذا التصميم بترشيح السائل عبر مسافة خطية طويلة ضمن الأُنَيبوب المحشور ضمن حيِّز ضئيل (الشكل 52.6–أ). تأمَّل في قطعة طولها 1 ميلّيمتر من الأنَيبوب الأقصى، المنمذج في الشكل 52.6–ب، الذي يساوي قطره 20 ميكروناً. تبلغ سرعة الرُشاحة الداخلة إلى المقطع 420 سنتيمتراً في الدقيقة، ويُفترض أن الثقل النوعي للرشاحة يساوي 1.02. بافتراض أن المنظومة في حالة مستقرة، ما هو مقدار القوة التي على الجسم أن يُبديها تجاه ذلك المقطع من الأُنَيبوب الأقصى لإبقائه ساكناً؟ أعطِ جوابك مقدَّراً بالدينات.

34.6 يَستعمل المخلوق المائي المعروف بالحبَّار الدفع النفاث ليتحرك [5]، فهو يأخذ الماء في فجوته الرئيسة، ثم ينفثه عبر فوهة نفث يمكن أن توجهه في اتجاهات مختلفة. توجد في حبَّارٍ تساوي كتلته 0.20 كلغ فجوة تتسع لــ 68 ميلّيليتراً من الماء، وحينما يحتاج إلى الحركة يُقلِّص حجم تلك الفجوة بمقدار 40%، فيُمكِّنه الماء المنفوث من الوصول إلى سرعة قصوى تساوي 1.25 متراً في الثانية. بافتراض أن الحيوان يقذف الماء من فوهته بمعدَّل 6.7



الشكل 51.6: ماء يُطلق من خرطوم على مشاغب يحمل ترساً موازياً للأرض فوق رأسه.

غالون في الثانية وبسرعة تساوي 3.8 متراً في الثانية، ما هو مقدار القوة الخارجية اللازمة لمنع الحبَّار من التسارع؟

35.6 تستطيع المقاتلات النفاثة الحديثة الطيران بسرعة تساوي ضعفي سرعة الصوت بسهولة. لذا فإن الطيارين معرَّضون لمخاطر معدَّلات التسارع العالية، شأنهم شأن روَّاد الفضاء (انظر المثال 15.6). حين الخروج من الغوص، يمكن أن يتعرَّض الطيار إلى تسارع يصل إلى $9g$ يدفعه إلى الأعلى. بافتراض أن كتلة الطيار تساوي 200 ليبرة كتلية، ما هو مقدار القوة الشاقولية التي تُطبِّقها الطائرة عليه إذا وصل تسارع الطائرة إلى $9g$؟

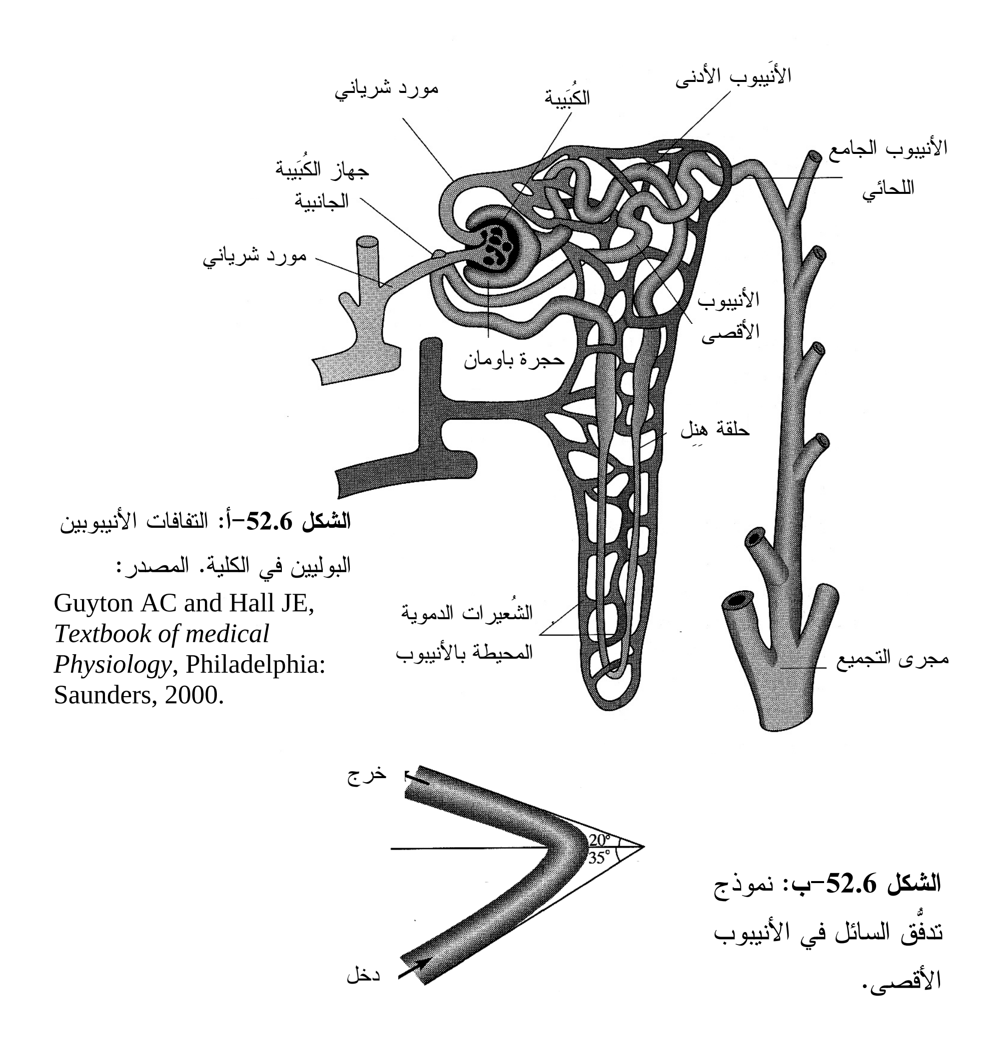
36.6 غالباً ما تُهمل مقاومة الهواء (أي مقاومة الحركة في الهواء) حين نمذجة النظم على الأرض. غير أنه حين سقوط الأشياء بسرعات كبيرة عبر الجو، لا يمكن إهمال مقاومة الهواء. وقد أقنعت صديقتك التي تساوي كتلتها 60 كلغ بالقفز من الطائرة وإجراء بعض القياسات على جسمها.

(أ) حينما قفزت صديقتك من الطائرة، كانت سرعتها في البداية صغيرة إلى حد أن مقاومة الهواء لحركتها كانت مهملة. في تلك اللحظة، سقطت بتسارع يساوي $9.81\ \mathrm{m/s^2}$. ارسم منحنياً بيانياً للقوة الناجمة عن مقاومة الهواء بوصفها تابعة للتسارع بدءاً من لحظة مغادرتها الطائرة إلى أن تبلغ سرعة نهائية ثابتة.

(ب) بعد نحو 12 ثانية، وصلت إلى سرعة نهائية ثابتة (هي تعلم ذلك لأن مقياس التسارع الذي تحمله يشير إلى الصفر). ما هو مقدار القوة الناجمة عن مقاومة الهواء في هذه اللحظة؟

37.6 تأمَّل في رائدة الفضاء في المثال 15.6. في الواقع، تسارع مركبة الفضاء ليس ثابتاً، فالتسارع أثناء اشتعال المحرك الدافع الأول، الذي يُشغَّل مدة 1.5 ثانية تقريباً، يمكن أن يُقرَّب باستعمال المعادلة $a = 3.1t^2 + 2$، حيث إن t هو الزمن مقدَّرا بالثانية، و a هو التسارع مقدَّرا بـــ g ($1g = 9.8\ \text{m/s}^2$) ومتجهاً نحو الأعلى. احسب القوة التي تطبِّقها المركبة على رائدة الفضاء بوصفها تابعة للزمن.

38.6 صُمِّم حاقن الجينات طراز Helios لزرع بلازميدات الـــ DNA في الخلايا في تطبيقات المعالجة الجينية. تكوِّن بلازميدات الـــ DNA طبقة طلاء حول جسيم ذهبي يُحقن في الخلية بدفعه برشقة من غاز الهليوم. في المثال 12.1، وجدنا أن الزخم الخطي لجسيم ذهبي مغطى بالـــ DNA تساوي كتلته $8.09\times10^{-11}\ \text{g}$ ويتحرك بسرعة تساوي $1100\ \text{mph}$، يساوي $3.98\times10^{-11}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$. ويمكن لرشقة الهليوم أن تجعل الجُسَيم يتسارع من الصفر حتى سرعته النهائية خلال $3.4\ \mu\text{s}$. ما هو مقدار القوة التي يدفع بها الهليوم الجُسَيم الذهبي؟ حينما يغادر الجُسَيم حاقن الجينات ويدخل الجسم، يتوقف عن التسارع بالهليوم، وتبدأ المادة بين السطح والخلية المستهدَفة بتبطيئه بواسطة قوى التصادم والاحتكاك. بافتراض أن سرعة الجُسَيم تنخفض إلى الصفر حين بلوغه الخلية المستهدَفة، وأن المدة التي يستغرقها للوصول إليها تساوي $4.1\ \mu\text{s}$، ما هو المقدار الوسطي للقوة المطبَّقة على الجُسَيم داخل الجسم؟



الشكل 52.6–أ: التفافات الأنيبوبين البوليين في الكلية. المصدر:
Guyton AC and Hall JE, *Textbook of medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000.

الشكل 52.6–ب: نموذج تدفُّق السائل في الأنيبوب الأقصى.

39.6 انتشر فن قتال الكاراتيه – دو الشرقي (تعني الكلمة كارتيه – دو باليابانية اليد الفارغة) في جميع أنحاء العالم، ويعتمد هذا الفن على التركيز والقوة والفيزياء لتحقيق بطولات تبدو خارج إمكانات البشر. ويستعمل أحد أبطال العالم المشهورين، الحائز على الحزام الأسود، الكاراتيه لكسر ألواح خشبية سميكة ولبِنات فلزية.

(أ) يستطيع هذا الشخص تحقيق ضربة بسرعة تساوي 14 متراً في الثانية بيده التي تساوي كتلتها 1 كلغ خلال مدة صدم تساوي 5 ميلّيثانية، فهل يستطيع كسر لبنة فلز تتحمَّل $2.5\times10^{6}\ \mathrm{N/m^{2}}$؟

(ب) خلافاً للكاراتيه، الغرض من الملاكمة هو ضرب الخصم، لا كسره. ما هو مقدار

السرعة التي على الملاكم تحريك يده بها لكسر لبِنة الفلز إذا كانت مدة الصدمة تساوي 20 ميلّيثانية؟

40.6 أنت تقوم بنمذجة القوى المطبَّقة على سيارة أثناء اصطدام. وفي المحاكاة التي تُجريها، تصدم سيارة تساوي كتلتها 2000 ليبرة كتلية جداراً بسرعة 20 ميلاً في الثانية. افترض أن سرعة السيارة في نهاية الاصطدام تساوي صفراً، وأن المدة المنقضية من لحظة الاصطدام حتى لحظة بلوغ السرعة قيمة الصفر تساوي 0.37 ثانية. ما هو مقدار القوة المطبَّقة على السيارة؟

41.6 عُد إلى منصة القوة موضوع المثال 16.6 حيث يُظهر الشكل 26.6–ب السجل الإلكتروني لقفزة عادية. في هذا الاختبار، ينطلق الشخص من المنصة (مدة الإقلاع تساوي 0.25 ثانية)، ويبقى في الهواء مدة قصيرة (نحو 0.3 ثانية)، ثم يهبط على المنصة جاثياً (مدة الهبوط تساوي 0.25 ثانية). احسب سرعة هبوط الشخص.

42.6 تعتمد الصواريخ على انحفاظ الزخم كي تنطلق بقوة كبيرة في الفضاء. وكان أكبر صاروخ جرى صنعه حتى الآن هو الصاروخ ساتورن V (Saturn V) الذي بلغت كتلته 3×10^{6} kg والذي حمل أول مهمة مأهولة إلى القمر. وعند بدء الإقلاع، حينما أشعلت مجموعة المراقبة المحركات، اشتعل الوقود بمعدَّل 13.84×10^{3} kg/s، وخرجت غازاته بسرعة تساوي 4300 m/s بالنسبة إلى المَركبة. وأدى هذا إلى تطبيق قوة هائلة على المركبة ورواد الفضاء. إذا كان الحمل المفيد يمثِّل 46% من المَركبة ساتورن V، وكان الباقي وقوداً، ما هو مقدار التسارع الذي يشعر به رواد الفضاء أثناء عمل المحركات؟ افترض أن سرعة المركبة عند انتهاء الاحتراق تساوي 6700 km/hr.

43.6 أنت تشرب الماء بقصبة طولها 20 سم. والمقطع الأخير من القصبة الذي يبلغ طوله 3 سم محني باتجاه فمك، ولذا لا يُسهم في ارتفاعها. ويتدفق الماء في فمك بسرعة تقريبية تساوي 0.050 متراً في الثانية. افترض أن سرعة الماء عند النهاية المغطَّسة من القصبة في الماء تساوي صفراً. ما هو مقدار فرق الضغطين عند طرفي القصبة؟

44.6 إن إحدى طرائق إزالة السوائل من الحاويات دون استعمال مضخة هي ما يسمى السيفون (siphon)، وهو ببساطة أنبوب يُغطَّس أحد طرفيه في حاوية السائل وتوضع النهاية الأخرى في حاوية أخفض من الأولى. وعندما يُحقَّق بدء التدفُّق، يخرج السائل عبر السيفون باستمرار حتى تُصبح الحاوية فارغة.

تُملأ حاوية بالماء حتى ارتفاع يساوي 0.75 متراً، وقاعدة الحاوية مرتفعة عن الأرض بمقدار 1 متر. ويُستخدم سيفون قطره 1 سم لتفريغ الحاوية من الماء. بافتراض أن النهاية الحرة من الأنبوب موجودة عند الأرض، استعمل معادلة برنولي لحساب معدَّل التدفُّق الحجمي عبر السيفون.

45.6 يتحرَّض تدفُّق البول من المثانة عبر الإحليل إلى خارج الجسم بضغط في المثانة ينجم عن انقباض عضلة حولها، إضافة إلى استرخاء عضلات الإحليل. ويمكن تقدير الضغط الوسطي في المثانة باستعمال سرعة البول أثناء طرحه من الجسم. بافتراض أن المثانة تقع فوق فتحة الإحليل الخارجية بـــ 5 سم (يختلف هذا الارتفاع من الذكور إلى الإناث)، يمكن وصف معدَّل تدفُّق البول من المثانة تقريبياً بالمعادلة الآتية، حيث إن t هو الزمن مقدَّراً بالثانية، و $\dot{V}$ هو معدَّل التدفُّق مقدراً بالميلّيليتر في الثانية:

$$\dot{V} = -0.306 \times (t-7)^2 + 15 \qquad 0 \le t \le 12$$

$$\dot{V} = -3 \times \sqrt[3]{t-12} + 7.35 \qquad 12 < t \le 26.7$$

(أ) ما هو مقدار حجم البول الكلي المطروح خلال هذه المدة الزمنية؟

(ب) ضع معادلات لسرعة البول أثناء خروجه من الجسم. افترض أن قطر الإحليل يساوي 5.6 ميلّيمتراً.

(ت) استخرج علاقة للضغط الوسطي في المثانة بوصفه تابعاً للزمن (**ملاحظة:** في الواقع، تتقلَّص العضلات التي تحيط بالمثانة وتسترخي بسرعة مؤدية إلى تغيُّرات سريعة في ضغط المثانة).

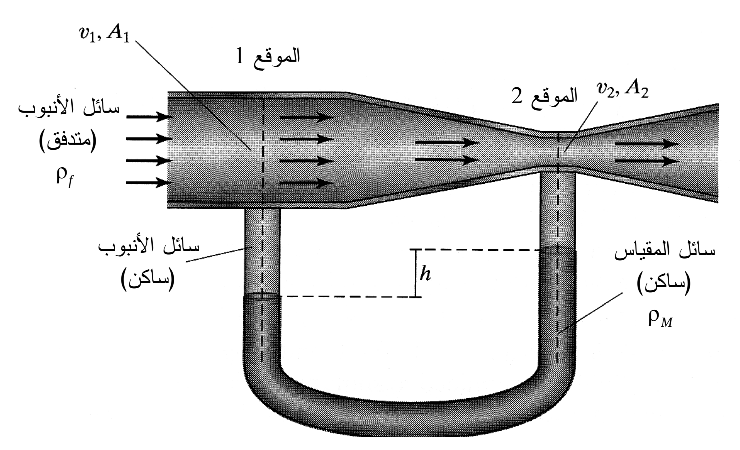
46.6 غالباً ما يستعمل الأطباء الحقن الوريدي لإعطاء المريض السوائل والدواء بسرعة. ويتحدَّد معدَّل تدفُّق السائل في الوريد إلى حد ما بارتفاع كيس السائل فوق المريض. افترض أن السائل يدخل جسم المريضة عبر وريدها، وأن الضغط المُقاس في الوريد يساوي 80 ميلّيمتر زئبق، أي ما يُكافئ ضغطاً مطلقاً يساوي 112 كيلوباسكال، وأن تدفُّق السائل عبر الأنبوب ذو هيئة سرعة منتظمة:

(أ) إذا احتوى كيس السائل على نصف ليتر من السائل، وكان يصب السائل في أنبوب قطره 0.2 سم، ما هو الارتفاع الذي يجب أن يوضع الكيس عنده كي يتفرَّغ خلال 10 دقائق؟

(ب) صمِّم منظومة حقن وريدي تضم حاملاً لكيس السائل وأنبوباً يصل الكيس بالمريض،

إضافة إلى المريض. يجب أن تكون المنظومة قادرة على حقن محتوى كيس حجمه 0.5 ليتر خلال مدة تساوي ما بين 10 دقائق و8 ساعات. ومن العملي أن تكون ثمة أنابيب ذات قطرين أو ثلاثة أقطار مختلفة (لا أكثر) متاحة للاستعمال. (**ملاحظة:** انتبه إلى ضرورة استيعاب مفعول حد الطاقة الحركية في معادلة برنولي). يجب أن يكون حلك منطقيا وقابلاً للتطبيق.

47.6 تُستعمل مقاييس فنتوري لقياس معدَّلات تدفق السوائل المضطربة في الأنابيب الصغيرة. ويُصمَّم مقياس فنتوري على نحو تزداد فيه سرعة السائل وينخفض ضغطه عبر تضيُّق في الأنبوب. وبقياس فرق الارتفاع h لسائل مقياس الضغط في الموقعين 1 و2 في الشكل 53.6، يمكن تحديد سرعة سائل الأنبوب قبل منطقة التضيُّق.



الشكل 53.6: مقياس فنتوري مع سائل لقياس الضغط.

يوصل مقطعا الأنبوب، قبل منطقة التضيُّق وعندها، بمقياس ضغط له الشكل U مملوء بمائع كثافته ρ_M. أما كثافة سائل الأنبوب الأصلي فهي ρ_F. وتساوي مساحة المقطع العرضاني لأنبوب السائل قبل التضيُّق A_1، وتساوي سرعة السائل فيه v_1. وعند التضيُّق، تساوي مساحة المقطع العرضاني A_2، وتساوّي سرعة السائل v_2.

اكتب معادلة للسرعة v_1 بدلالة ρ_M و ρ_F و h و g (ثابت الثقالة) و A_1 و A_2، مفترضاً أن الضغط عند الموقع 1 هو P_1، وعند الموقع 2 هو P_2، وأنه لا توجد قوى أخرى فاعلة في المنظومة، وأن سائل مقياس الضغط ساكن.

48.6 الوحدة الوظيفية في الكِلية هي النفرون nephron، وثمة نحو مليون نفرون في الكلية.

يُصفَّى الدم في الكُبَيبة، ثم ينتقل عبر منظومة مكوَّنة من عدد الأُنَيبوبات والمجاري. احسب عدد رينولدس لكل بنية معطاة في الجدول 4.6. تساوي كثافة الرُشاحة كثافة البلازما تقريباً، أي 1.02 g/mL. افترض أن لزوجة الرُشّاحة مكافئة تقريباً للزوجة الماء، أي إنها تساوي $1.793 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/(m \cdot s)}$، وحدِّد نوع التدفُّق عبر كل بنية، صفيحياً كان أم مضطرباً.

الجدول 4.6: أقطار بنى الكلية ومعدَّلات التدفُّق فيها*.

البنية	القطر (ميكرون)	مجال معدَّل التدفُّق الكلي (ميلّيليتر في الدقيقة)
الأنَيبوب الأدنى	30	125−24
حلقة هنِل	12	24−17
الأنيبوبَ الأقصى	20	17−7
مجرى التجميع	100	7−1

* البيانات من: Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976

49.6 تتفرَّع الأوعية الدموية الكبيرة في الدورة الدموية لدى الإنسان إلى وعائين صغيرين أو أكثر على نحو مطرد انطلاقاً من الشريان الأبهر، مروراً بالشرايين الصغيرة، وانتهاء بالشُّعيرات الدموية. وفي طريق عودة الدم إلى القلب، تنضم الشعيْرات معاً لتكوِّن الأوردة الصغيرة، ويستمر التجمع حتى الوصول إلى الوريد الأجوف. يتضمن الجدول 5.6 أقطار الأنواع المختلفة من الأوعية الدموية مع سرعة تدفُّق الدم فيها. وتساوي لزوجة الدم 0.035 بويز. هل التدفُّق عبر كل من هذه الأوعية صفيحي أم مضطرب أم عابر؟

الجدول 5.6: أقطار الأوعية الدموية لدى الإنسان وسرعة الدم فيها*.

البنية	القطر (سنتيمتر)	سرعة الدم (سنتيمتر في الثانية)
الشريان الأبهر	2.0	45
الفروع الشريانية الرئيسة	0.3	23
الشرايين الصغيرة	0.002	0.3
الشعيرات الدموية	0.0008	0.07
الأوردة الصغيرة	0.003	0.1
فروع الأوردة الرئيسة	0.5	15
الوريد الأجوف	2.0	11

* البيانات من: Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976; Guyton AC and Hall JE, *Textbook of medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000.

50.6 تجب تنقية مياه الصرف الصحي، التي تُضخ إلى خليج بوغِت ساوند (Puget Sound) من مدينة سياتل (Seattle)، أولاً من الشوائب التي تتراكم فيها أثناء استعمال الناس لها. وتُعالِج إحدى محطات معالجة المياه نحو 133 مليون غالون من مياه الصرف الصحي يومياً. أما خطوات المعالجة فهي مُدرجة في المثال 13.3.

(أ) يجلب أنبوبان مياه الصرف الصحي المحلية إلى محطة المعالجة، ويبلغ قطر أحدهما 144 إنشاً، ويبلغ قطر الثاني 88 إنش. بافتراض أن الماء موزَّع بالتساوي بين الأنبوبين، ما هو مقدار عدد رينولدس للتدفُّق في كل أنبوب؟

(ب) افترض أن مرفق معالجة المياه يبعد ميلين من موقع المصب النهائي في خليج بوغت ساوند. لحساب مفاقيد الاحتكاك منسوبة إلى معدّل تدفق الكتلة في أنبوب ناعم، استعمل المعادلة الآتية:

$$\frac{\dot{f}}{\dot{m}} = 0.005\, v^{2} \frac{L}{r}$$

حيث إن v هي سرعة السائل في الأنبوب، و L طول الأنبوب، و r نصف قطره (من Bird RB, Stewart WE, and Lightfoot EN, *Transport Phenomena*, New York: John Wiley, 2002.). بافتراض أن قطر أنبوب المصب يساوي 144 إنشاً، احسب مفاقيد الاحتكاك في الأنبوب.

(ت) يحتوي خط الأنابيب من محطة المعالجة إلى بوغت ساوند مضخة استطاعتها 200 حصان بخاري. افترض أن مرفق معالجة المياه موجود عند مستوى سطح البحر. ما هو أقصى ارتفاع فوق مستوى سطح البحر يمكن لخط الأنابيب أن يكون عليه؟

7 – دراسات حالة

يتضمن هذا الفصل ثلاث دراسات حالة تصل بين الخواص المنحفظة المختلفة المتمثلة بالكتلة والاندفاع والشحنة والطاقة وتَكاملها معاً. وتتركَّز دراسة الحالة (أ) في نمذجة رئتي الإنسان وفي تصميم آلة قلبية رئوية صناعية. وتهتم الدراسة (ب) بقلب الإنسان وبتصميم قلب صناعي كامل. وتشتمل الدراسة (ت) على نمذجة الكِلية البشرية وعلى تصميم آلة غسيل الكلى. وتستند هذه الأمثلة إلى ظواهر فيزيائية في مستويات الخلية والنسيج والجسم كله.

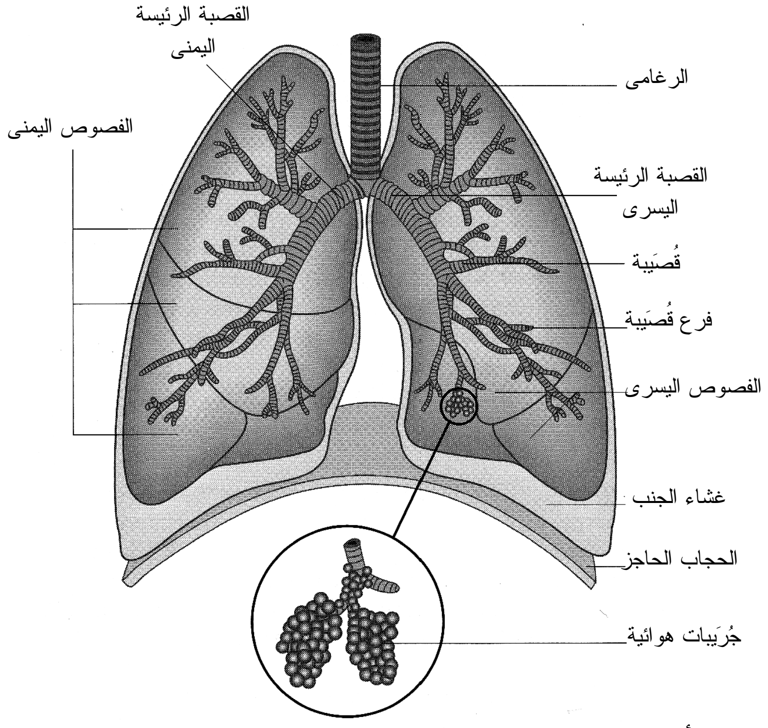
ونقدِّم في كل دراسة بعض المعلومات الوظيفية الحيوية الأساسية عن المنظومة، إضافة إلى مثالين أو ثلاثة أمثلة محلولة. وثمة في نهاية كل دراسة كثير من مسائل النمذجة والتصميم التي مازالت قيد البحث. وقد عُرِّفت المسائل بأحرف تدل على المعرفة المطلوبة لحل المسألة في مجال الكتلة (ك)، والطاقة (ط)، والشحنة (ش)، والاندفاع (ع)، أو المعرفة العامة (م). ويجري في دراسات الحالة هذه تجميع وتأكيد المواضيع التي قُدِّمت في الفصول 1–6، وتقديم أمثلة هندسية وحيوية وطبية أكثر اكتمالاً والتصاقاً بالواقع.

دراسة الحالة (أ)

تَنفَّس بهدوء: رئتا الإنسان

المهمة الرئيسة للرئتين هي المبادلة المستمرة للغازات بين دم الجسم والهواء الخارجي أثناء التنفس. في الرئتين، يأخذ الدم الأكسجين من الهواء وينقله إلى الأنسجة التي تحتاج إليه. ويتطلب الاستقلاب الهوائي وجود الأكسجين لتفكيك الغذاء ومن ثَمَّ توفير الطاقة الضرورية لأنشطة الخلايا، ومنها تركيب البروتينات وتقلُّص العضلات ومضاعفة جزيئات الـ DNA. وتُبعِد الرئتان أيضاً غاز ثاني أكسيد الكربون، وهو من مخلفات الاستقلاب في الخلايا، إضافة إلى كونه مكوِّناً كيميائياً مهماً للحفاظ على توازن الأحماض والأسُس في الدم.

يبدأ كل نفَس بحركة الحجاب الحاجز (الشكل 7أ.1). أثناء الشهيق، يتقلَّص الحجاب الحاجز



الشكل 1.7أ: رئتا الإنسان والحجاب الحاجز.

مؤدياً إلى شد السطح السفلي للرئتين نحو الأسفل. ويؤدي ذلك إلى ازدياد حجم الرئتين الذي يؤدي إلى انخفاض الضغط فيهما، فيتولَّد فرق بين الضغط في داخل الرئتين وضغط الهواء المحيط. فيسحب فرق الضغط هذا الهواء من الخارج إلى داخل الرئتين لتعديل تدرُّج الضغط، وهي عملية تسمى التنفس بالضغط السالب. ويدخل الهواء إلى المنظومة الرئوية عبر الأنف أو الفم أو كليهما عابراً الرغامى التي تتفرَّع إلى قصبتين. وتتفرع القصبتان إلى أوعية أصغر تسمى القُصَيبات. وتستمر القُصَيبات بالتفرع المتتالي إلى فرعين أو ثلاثة فروع لتكوِّن شجرة قُصَيبات متشعبة حتى تنتهي إلى الجُرَيبات الهوائية. وفي ملايين الجُرَيبات تلك، تحصل مبادلة الأكسجين الموجود في الرئة بثاني أكسيد الكربون الموجود في الدم. وينشأ عن التفرُّع المتتالي سطح كبير المساحة (نحو 70 متراً مربعاً) يحصل فيه تبادل الغازين.

وأثناء الزفير، يسترخي الحجاب الحاجز والرئتان، فيؤدي تراجع الرئتين اللدن المدعوم بجدار الصدر والبنية البطنية إلى انضغاطهما ومن ثَمَّ إلى نقصان حجميهما وازدياد الضغط فيهما الذي يدفع الهواء إلى الخارج. وفي ظروف الراحة، يحصل في النَفَس الواحد مبادلة

500 mL من الهواء، تُسمى الحجم التناوبي (tidal volume). أما معدّل التنفس عند الشخص البالغ المعافى فيساوي عادة نحو 12 نفَساً في الدقيقة.

وتنقل الشرايين الصغيرة المتفرعة من الشريان الأبهر في الدورة الدموية الجسمية الدم الغني بالأكسجين إلى أنسجة الرئتين ومنها إلى النسيج الرابط وجدران الجُرَيبات والقُصَيبات الصغيرة والكبيرة. أما الشريان الرئوي الذي يحمل دماً فقيراً بالأكسجين، فيمتد من القلب إلى الرئتين ثم يتفرَّع إلى أوعية أصغر فأصغر حتى يصل الدم إلى الشُعَيرات الدموية الرئوية حيث تحصل مبادلة الأكسجين بغاز ثاني أكسيد الكربون. ويتغلغل ثاني أكسيد الكربون من الدم الرئوي عبر الشُعَيرات الدموية وجدران الجُرَيبات الهوائية إلى تلك الجُرَيبات. ويتغلغل الأكسجين من الجُرَيبات الهوائية في الشُعَيرات لإغناء الدم الرئوي المنضب من الأكسجين. ويعود الدم الغني بالأكسجين إلى القلب عبر الأُذَين الأيسر لتوزيعه على أعضاء الجسم وأنسجته.

المثال 7أ.1 مفاقيد الاحتكاك في الرئتين

مسألة: يدخل الدم الرئتين من الشريان الرئوي بضغط وسطي يساوي 15 ميلّيمتر زئبق. وبعد مروره في الرئتين، يعود إلى الأُذَين الأيسر من القلب عبر الوريد الرئوي بضغط وسطي يبلغ 2 ميلّيمتر زئبق. احسب مفاقيد الاحتكاك الكلية $\dot{f}$ في الرئتين، وأعطِ أمثلة لأحداث في دورة الدم الرئوية يمكن أن تُسهم في مفاقيد الاحتكاك. يمكن تعديل معادلة برنولي الموسَّعة لتنطبق على سائل غير قابل للانضغاط من دون تغيُّر في الطاقة الكامنة ومن دون عمل آلة:

$$\frac{1}{2\alpha}\dot{m}\,(v_1^2 - v_2^2) + \dot{m}\left(\frac{P_1 - P_2}{\rho}\right) - \dot{f} = 0$$

حيث إن α تساوي 0.5 في حالة التدفق الصفيحي.

الحل:

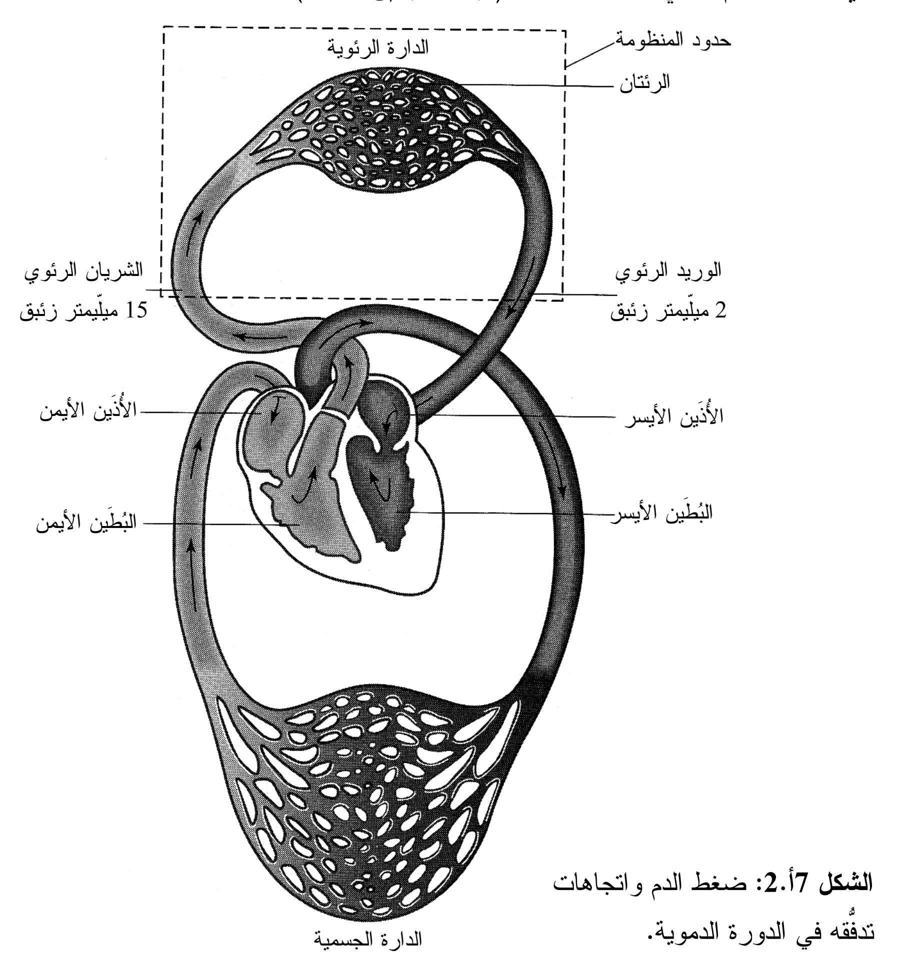
1. تجميع
   (أ) احسب مفاقيد الاحتكاك الكلِّية في الرئتين.
   (ب) المخطط مبيَّن في الشكل 7أ.2.

2. تحليل
   (أ) فرضيات:
   - لا توجد تغيرات في ارتفاعات الأوعية الدموية (أي لا تغيُّر في الطاقة الكامنة).

- لا يوجد عمل غير متدفق (عمل آلة) مبذول للمنظومة.
- يمكن نمذجة جميع الأوعية بأنابيب أسطوانية.
- الدم غير قابل للانضغاط.

(ب) بيانات إضافية:

- خرج القلب يساوي 5 ليترات في الدقيقة.
- يساوي قطر الشريان الرئوي 2.5 سم، ويساوي قطر الوريد الرئوي 3.0 سم.
- تساوي كثافة الدم الكلِّي $1.056\ \mathrm{g/cm^3}$.
- تساوي لزوجة الدم الكلِّي 3.0 سنتيبواز ($0.03\ \mathrm{g/(cm \cdot s)}$).



الشكل 7أ.2: ضغط الدم واتجاهات تدفُّقه في الدورة الدموية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- PA: الشريان الرئوي.

- PV: الوريد الرئوي.
- استعمل: L، min، cm، g، J، mmHg.

(ث) الأساس: باستعمال كثافة الدم وخرج القلب، يمكن حساب معدّل تدفُّق كتلة الدم الذي نستعمله أساساً:

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = \left(1.056\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(5\,\frac{\text{L}}{\text{min}}\right)\left(1000\,\frac{\text{cm}^3}{1\text{ L}}\right) = 5280\,\frac{\text{g}}{\text{min}}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: يمكن استعمال معادلة برنولي المعطاة لحساب مفاقيد الاحتكاك لسائل عديم الانضغاط صفيحي التدفُّق. وللتيقُّن من أن تدفُّق الدم في الشريان والوريد الرئويين صفيحي، يمكن استعمال معادلة عدد رينولدس 10.6−1:

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu}$$

غير أن سرعتي الدم في هذين الوعائين ليستا معطاتين في المسألة، لذا نحسبهما من المعادلة 2.3−4:

$$\dot{V} = Av = \frac{\dot{m}}{\rho}$$

(ب) الحساب:

- كي نستطيع استعمال معادلة برنولي المعطاة، علينا أولاً التيقُّن من أن تدفُّق الدم في الأوعية الرئوية صفيحي. في ما يخص الوريد الرئوي:

$$v_{\text{PV}} = \frac{\dot{V}}{A_{\text{PV}}} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{5\,\frac{\text{L}}{\text{min}}}{\frac{\pi}{4}(3.0\text{ cm})^2}\left(\frac{1000\text{ cm}^3}{1\text{ L}}\right) = 707\,\frac{\text{cm}}{\text{min}}$$

$$\text{Re}_{\text{PV}} = \frac{\rho v_{\text{PV}} D_{\text{PV}}}{\mu} = \frac{\left(1.056\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(707\,\frac{\text{cm}}{\text{min}}\right)(3.0\text{ cm})}{\left(0.03\,\frac{\text{g}}{\text{cm}\cdot\text{s}}\right)\left(\frac{60\text{ s}}{1\text{ min}}\right)} = 1244$$

ونحسب بالطريقة نفسها عدد رينولدس للشريان الرئوي، فنجد أنه يساوي 1490.

من الواضح أن العددين يقعان ضمن مجال التدفُّق الصفيحي.

- نظراً إلى أن تدفُّق الدم صفيحي، يمكن تبسيط معادلة برنولي الموسَّعة المعطاة بالتعويض عن α بـــ 0.5:

$$\dot{m}\,(v_1^2 - v_2^2) + \dot{m}\left(\frac{P_1 - P_2}{\rho}\right) - \dot{f} = 0$$

بتعويض القيم المعلومة في هذه المعادلة يمكن حساب مفاقيد الاحتكاك:

$$\dot{f} = \dot{m}\,(v_1^2 - v_2^2) + \dot{m}\left(\frac{P_1 - P_2}{\rho}\right)$$

$$\dot{f} = \left(5280\,\frac{\text{g}}{\text{min}}\right)\left(\left(1018\,\frac{\text{cm}}{\text{min}}\right)^2 - \left(707\,\frac{\text{cm}}{\text{min}}\right)^2\right)$$

$$+\left(5280\,\frac{\text{g}}{\text{min}}\right)\left(\frac{15\ \text{mmHg} - 2\,\text{mmHg}}{1.056\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}\right)$$

$$\times\left(\frac{101325\ \text{Pa}}{760\,\text{mmHg}}\right)\left(\frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2}}{\text{Pa}}\right)\left(\frac{1000\,\text{g}}{\text{kg}}\right)\left(\frac{1\text{m}}{100\,\text{cm}}\right)\left(\frac{60\ \text{s}}{\text{min}}\right)^2$$

$$\dot{f} = \left(3.09\times10^{11}\ \frac{\text{g}\cdot\text{cm}^2}{\text{min}^3}\right)\left(\frac{1\ \text{kg}}{1000\ \text{g}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}}{100\ \text{cm}}\right)^2\left(\frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right)^3$$

$$\dot{f} = 0.143\ \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

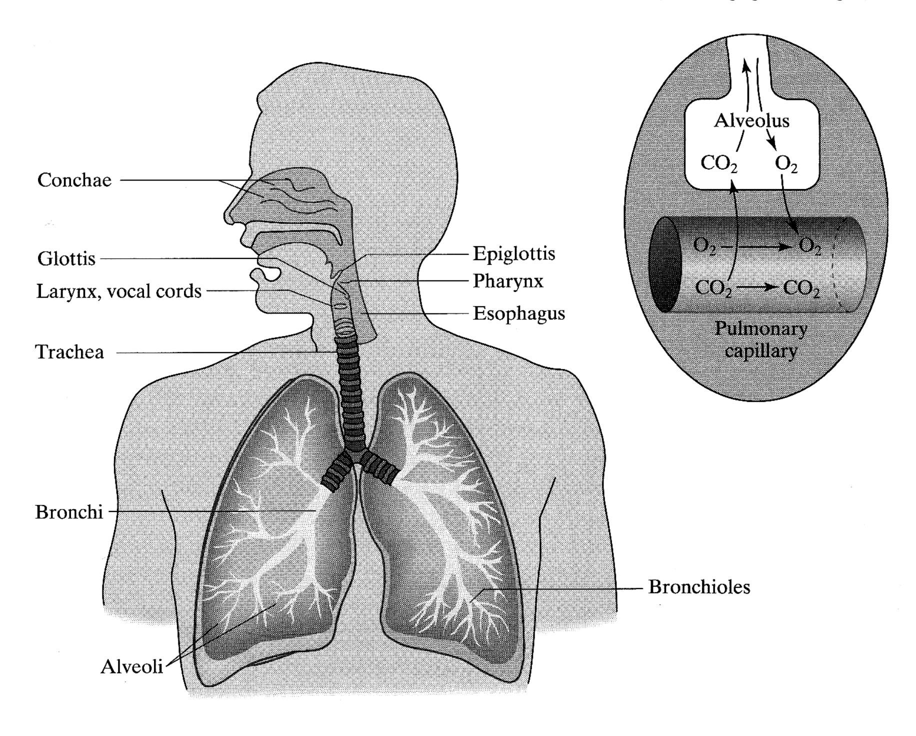
4. النتيجة

(أ) الجواب: تخضع الأوعية الدموية إلى التقلُّص والتمدُّد والانعطاف والتفرُّع، ويُسهم كل ذلك في مفاقيد الاحتكاك في الرئتين. ويُقدَّر أن تلك المفاقيد تساوي 0.14 جول في الثانية.

(ب) التحقُّق: في المثالين 21.6 و22.6، قُدِّرت مفاقيد الاحتكاك الكلية في الدورة الدموية كلها بـــ 1.15 جول في الثانية، لذا من المعقول أن تكون مفاقيد الاحتكاك في الرئتين أقل من تلك القيمة.

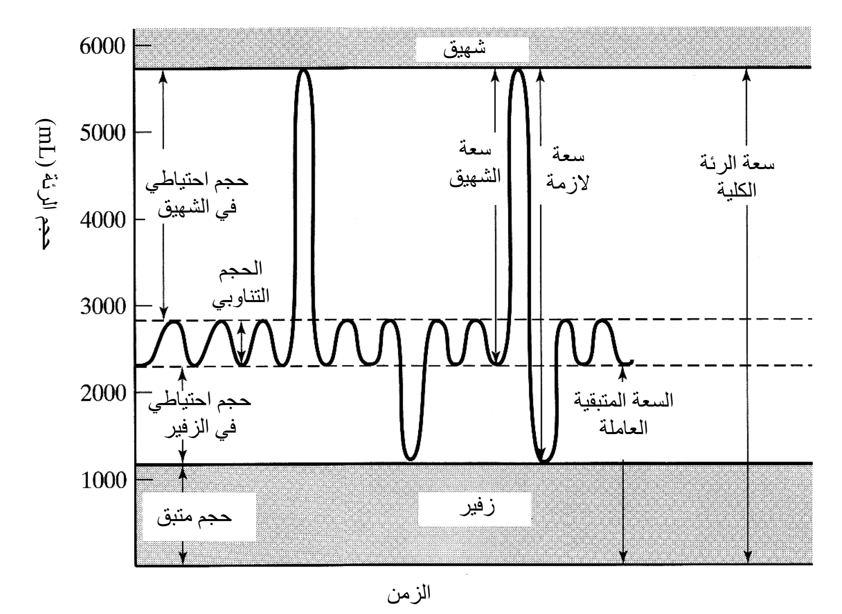
يتكوَّن الهواء الذي نتنفسه من النيتروجين بنسبة 79 في المئة والأكسجين بنسبة 21 في المئة، إضافة إلى نسب ضئيلة من ثاني أكسيد الكربون وبخار الماء، وتدخل جميع هذه المكوِّنات إلى الجهاز التنفسي بكامله. ويتناسب الضغط الجزئي للغازات في الجهاز التنفسي مباشرة مع تراكيز جزيئاتها المولية. وتساوي الضغوط الجزئية للغازات، مقدَّرة بالميلّيمتر زئبق، عند $23^\circ C$ ما يأتي: 597 للنيتروجين، و159 للأكسجين، و0.3 لثاني أكسيد الكربون. ويساوي ضغط بخار الماء المشبع 21.1 ميلّيمتر زئبق عند $23^\circ C$، و47 ميلّيمتر زئبق عند $37^\circ C$.

تتغلغل جزيئات الأكسجين وثاني أكسيد الكربون عبر أغشية الجُرَيبات الهوائية أثناء التنفس (الشكل 7.3أ). وتماماً كما يدفع فرق الضغط الهواء إلى داخل الرئتين، يؤدي تدرُّج الضغط الجزئي عبر أغشية الجُرَيبات الهوائية، التي تفصل داخل الجُرَيبة عن الدم، إلى مبادلة الغاز. وكي يحصل تغلغل الأكسجين، يجب أن يتجاوز تدرُّج ضغط الأكسجين عبر الأغشية عتبة مقدارها 34 ميلّيمتر زئبق. من ناحية أخرى، يكفي فرق ضغط جزئي مقداره 1.0 ميلّيمتر زئبق لابتداء تغلغل ثاني أكسيد الكربون عبر أغشية الجُرَيبات الهوائية. ويحصل تغلغل الأكسجين عبر الدم عند الضغط ودرجة الحرارة الحيويين اللذين يساويان 1 atm و $37^\circ C$، بمعدَّل وسطي يبلغ 284 mL/min. ويخرج ثاني أكسيد الكربون من الدم بمعدَّل يساوي 227 mL/min عند الضغط ودرجة الحرارة الحيويين.

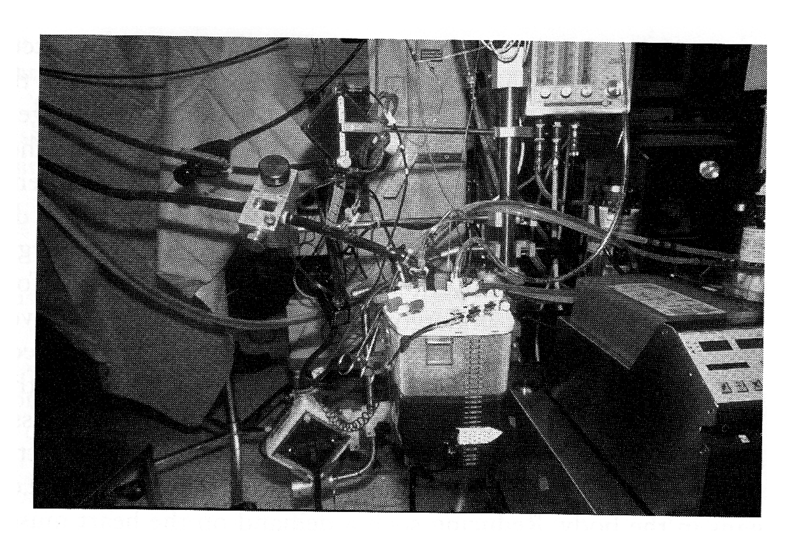


وتُمكِن نمذجة رئتي الإنسان بمستويات مختلفة من التعقيد. ويتطرّق الجزء II من المسائل في نهاية هذا المقطع إلى تطوير نموذج لها متعدِّد الحجرات.

سيرورة تبادل الغاز عبر أغشية الجُرَيبات الهوائية هي سيرورة مستمرة. ولتحقيق الاستمرارية يبقى مقدار من الغاز يساوي 2.3 ليتراً، مماثل للهواء الجوي في تركيبه ويُسمى الكمية العاملة المتبقية، في المجاري الهوائية الانتهائية بعد كل نفَس لضمان تعريض أغشية الجُرَيبات للهواء الغني بالأكسجين تعريضا ثابتاً. فإذا تغيَّر معدّل التنفس فجأة (أثناء الأنشطة الجسدية الزائدة مثلاً)، وفَّر هذا الهواء المتبقي مصدراً ثابتاً للأكسجين في الجُرَيبات الهوائية. وتساوي سعة الرئتين الكلية، أي الحجم الأعظمي الذي تستطيعان استيعابه، نحو 5.8 ليتراً من الهواء (الشكل 7أ.4).

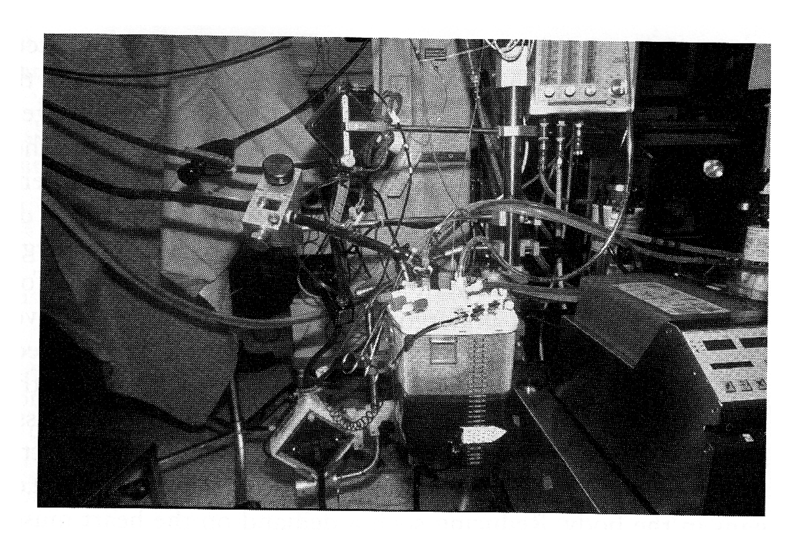


الشكل 7أ.4: سعات الرئة أثناء التنفس الطبيعي، وأثناء الشهيق والزفير الأعظميين. المصدر:
Guyton AC and Hall JE, *Textbook of medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000.



الشكل 7أ.5: آلة التجاوز القلبية الرئوية.

وأثناء جراحة القلب المفتوح (تبديل الشريان التاجي، مثلاً)، يجب أن تكون منطقة الجراحة ساكنة ونظيفة من الدم، ولذا يجب إيقاف القلب أحياناً أو منعه من النبض. يُضاف إلى ذلك أنه يُستعاض عن مبادلة الغازات ضمن جُرَيبات الرئتين الهوائية أثناء الجراحة القلبية بمبادل غازي خارجي يحاكي وظيفة تلك الجُرَيبات. في تلك الحالات، يمكن استعمال آلة التجاوز القلبية الرئوية (cardiopulmonary bypass) للتعويض عن وظيفة القلب والرئتين (الشكل 7أ.5). تولِّد مضخة ميكانيكية تدفُّق دم بمعدَّل ثابت يساوي أو يقل قليلاً عن ذاك الذي للمريض، وتُرسل الدم الفقير بالأكسجين الخارج من الوريد الأجوف إلى جهاز التزويد بالأكسجين، وتُعيد الدم الغني بالأكسجين إلى الشريان الأبهر. ويتطلب ذلك مقداراً ضئيلاً من الدم أو من محلول متساوي الضغط التناضحي (isotonic) للتشغيل الأولي للآلة لدرء أي انقطاع لتدفُّق الدم.

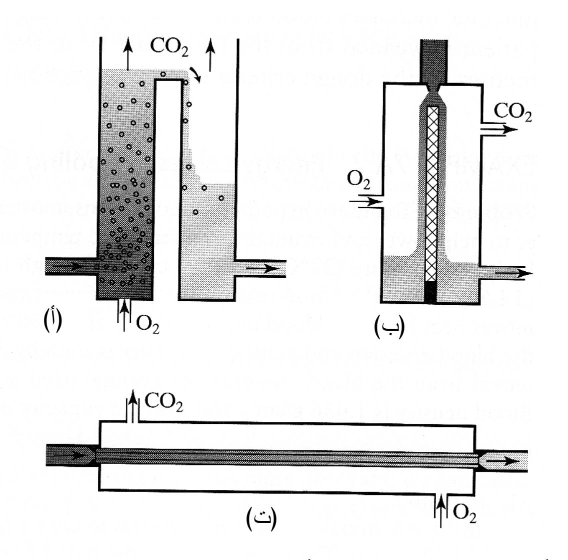


الشكل 7أ.5: آلة التجاوز القلبية الرئوية.

كان جون جيبسون (John Gibbson) أول من صنع آلة قلبية رئوية، وذلك في أواسط خمسينيات القرن العشرين. ومنذئذٍ، جرى تطوير تصاميم مختلفة للمبادلات الغازية (الشكل 7أ.6). وفي أول تصميم يعمل بالفقاعات، أُدخِلت فقاعات الأكسجين مباشرة في الدم المنضب من الأكسجين. إلا أن ذلك تطلب ترشيح الدم ترشيحاً كافياً لإزالة فقاعات الغاز منه قبل إعادته إلى جسم المريض، لأن وجود فقاعات الغاز في وعاء دموي يمكن أن يؤدي إلى انسداده (أي إلى إعاقة حركة الدم الطبيعية فيه) ومن ثَمَّ إلى تكوُّن جلطة. وكان ثمة نموذج آخر هو المزوِّد بالأكسجين ذو غشاء الدم الرقيق (blood thin film oxygenator)، وفيه يجري تعريض غشاء رقيق من الدم إلى جو غني بالأكسجين. إلا أن الغشاء الذي لم يكن رقيقاً بقدر كافٍ لم يستطع التوازن توازناً صحيحاً مع الطور الغازي المحيط به. لذا جرى تعريض الدم للدوران، وأدى ذلك إلى ترقيق الغشاء وإلى زيادة كفاءة نقل الأكسجين إليه، إلا أنه أدى أيضاً إلى إتلاف خلايا الدم.

واليوم، يُعدّ المزوِّد الغشائي بالأكسجين (membrane oxygenator) أوسع المبادلات الغازية انتشاراً. وتماماً كما تفصل الجُرَيبة الهوائية بين الدم والأكسجين، ينقل المزوِّد الغشائي الأكسجين إلى الدم على نحو غير مباشر، لأنه كان قد اكتُشف سابقاً في التصاميم الأولى أن الدم الذي يكون على تماس مباشر مع الأكسجين يسبب أذيَّات دموية، مثل تفسُّخ البروتينات (protein denaturation) وانحلال كريات الدم الحمراء (hemolysis) وتكوُّن الفقاعات وترسُّب الفيبرين (fibrin deposition). يُحاكي المبادل الغازي في المزوِّد الغشائي بالأكسجين الجُرَيبة الهوائية

من ناحيتين مهمتين تمكِّنان من تغلغل الغاز بمعدَّلات عالية: (أ) مساحة سطح كبيرة، و(ب) جدار غشاء نَفوذ. وبوجود مساحة سطحية كبيرة، يمكن مبادلة مقدار أكبر من الغاز. لكن مقارنة بالمساحة $70\ m^2$ المتوافرة في الرئتين الطبيعيتين، لا تتجاوز تلك المساحة في المبادل الغشائي 2–10 أمتار مربعة. إلا أن الآلة القلبية الرئوية تعوِّض عن مساحة التبادل الصغيرة بتدرُّج أكسجين أكبر ومدة أطول لعبور الدم.



الشكل 7أ.6: ثلاث فئات أساسية للرئة الصناعية: (أ) الفقاعية، (ب) ذات غشاء الدم الرقيق، (ت) الغشائية. المصدر:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, 1976.

والأشكال مقتبسة أصلاً من:

Galletti PM and Brecher GA, *Heart-Lung Bypass*, New York: Grune and stratton, 1962.

يمكِّن جدار الغشاء النَفوذ من حدوث التبادل الغازي مع احتمال ضئيل لانحلال الكريَّات الحمراء. ونظراً إلى أن الغشاء الصناعي أسمك كثيراً من نظيره الذي في الرئتين، ولذا أقل نفوذية منه، فإن المبادل الغازي يعمل عند ضغط جزئي أعلى للأكسجين كي يتغلغل في الدم. وتُفضِّل الأغشية الصناعية تغلغل ثاني أكسيد الكربون على تغلغل الأكسجين، ولذا يعتمد انتقاء نوع الغشاء الصناعي الذي سوف يُستعمل على معدَّل النقل اللازم طبياً لثاني أكسيد الكربون.

إن المهمة الرئيسة للآلة القلبية الرئوية هي الحفاظ على تدفُّق الدم الغني بالأكسجين في جسم

المريض بعد إيقاف القلب عن العمل. ولمزيد من تخفيض مخاطر تكوُّن الجلطة، يمكن إعطاء المريض الذي يخضع إلى الجراحة القلبية الهيبارين (heparin)، وهو مضاد تخثُّر ومُميِّع للدم. ثم توصل الآلة القلبية الرئوية مع جسم المريض. ولإيقاف القلب عن ضخ الدم، يُعالج بمحلول يشل حركته ويحتوي عادة على البوتاسيوم الذي يوقف الأنشطة الكهربائية. ويُبرَّد الدم في الآلة القلبية الرئوية، فيؤدي ذلك إلى انخفاض درجة حرارة الجسم، وإلى تقليص حاجة أعضاء الجسم الأخرى إلى الأكسجين. ويؤدي تقليص حاجة عضلات القلب إلى الأكسجين إلى حفظ خلايا تلك العضلات مدة تصل حتى 6 ساعات، وهذا ما يوفّر متسعاً من الوقت لإجراء الجراحة[1]. وحين انتهاء العملية الجراحية، يُعاد تشغيل القلب ويرفع سخان في الآلة درجة حرارة الدم لاستعادة درجة حرارة الجسم الطبيعية قبل فصل الآلة عن جسم المريض. يُسلِّط الجزء IV من المسائل في نهاية هذا المقطع الضوء على معايير تصميم الآلة القلبية الرئوية.

المثال 7أ.2 مفاقيد الطاقة في تبريد الدم

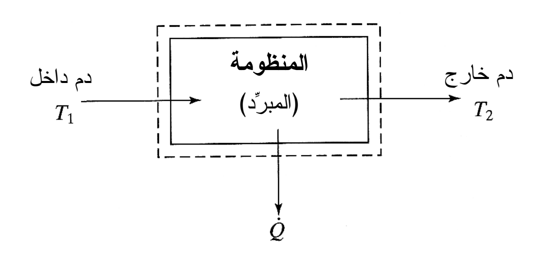
مسألة: لإثارة حدوث هبوط درجة الحرارة، يُستعمل في معظم الآلات القلبية الرئوية مبرِّد للمساعدة على خفض درجة حرارة الدم والحفاظ عليها منخفضة. يدخل الدم في البداية إلى المبرِّد ودرجة حرارته تساوي $37^{\circ}\mathrm{C}$، ثم يمر عبر المبرِّد بمعدَّل التدفُّق القلبي (خمسة ليتراًت في الدقيقة) حتى تصل درجة حرارته إلى الدرجة المطلوبة. في حالة الشخص البالغ العادي، يُزيل المبرِّد الحرارة من الجسم حتى تصبح درجة حرارته $30^{\circ}\mathrm{C}$. بافتراض أن الفرق بين درجة حرارة الدم الداخل إلى المبرِّد ودرجة حرارة الدم الخارج منه في البداية كان خمس درجات، احسب المعدَّل الأولي لإزالة الحرارة من الدم. افترض أن حجم الدم لدى الشخص البالغ العادي يساوي نحو خمسة ليترات، وأن كثافة الدم تساوي $1.056\,\mathrm{g/cm^3}$، وأن السعة الحرارية للدم الكلِّي تساوي $3.740\ \mathrm{J/(g\cdot{}^{\circ}C)}$.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب المعدَّل الأولي لإزالة الحرارة من أجل تبريد دم المريض.

(ب) المخطط: يُظهر المخطط 7أ.7 المنظومة التي تساوي فيها درجة حرارة الدم الداخل T_1، وتساوي درجة حرارة الدم الخارج T_2. أما معدَّل إزالة الحرارة من الدم فيساوي $\dot{Q}$.



الشكل 7.أ7: مخطط توضيحي لفرق درجة الحرارة وإزالة الحرارة في منظومة تبريد الدم.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- المنظومة في حالة مستقرة (أي لا يوجد تراكم للطاقة في المبرِّد).
- لا يوجد ضياع للحرارة في الأنابيب أو الأجزاء الأخرى من الآلة القلبية الرئوية.
- لا توجد تغيُّرات في طاقتي المنظومة الكامنة والحركية.
- لا يوجد عمل غير متدفِّق.
- تساوي سعة الدم الحرارية سعة الماء الحرارية (ليست هذه فرضية جيدة، لكنها ضرورية للتبسيط!).

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات: استعمل L، min، °C ، g، J.

(ث) الأساس: يساوي معدَّل تدفُّق كتلة الدم عبر المبرِّد معدَّل التدفُّق القلبي. باستعمال كثافة الدم ومعدَّل تدفُّقه الحجمي يمكننا الحصول على معدَّل تدفقه الكتلي:

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = \left(1.056\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(5\frac{\text{L}}{\text{min}}\right)\left(1000\frac{\text{cm}^3}{\text{L}}\right) = 5280\frac{\text{g}}{\text{min}}$$

وهذه قيمة يمكن أن تُستعمل أساساً.

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى أننا نحسب حرارة، وهي نوع من الطاقة، يجب استعمال معادلة انحفاظ الطاقة الكلية. والقيم التي بين أيدينا هي معدَّلات، ولذا نستعمل الصيغة التفاضلية 3.4−10:

$$\sum_i \dot{m}_i(\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{H}_i) - \sum_j \dot{m}_j(\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{H}_j)$$
$$+\sum\dot{Q} + \sum\dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

ويمكننا حساب المحتوى الحراري للدم باستعمال المعادلة 5.4−20:

$$\Delta\hat{H} = C_p(T_2 - T_1)$$

(ب) الحساب:

- افترضنا عدم وجود تغيُّرات في طاقتي المنظومة الكامنة والحركية، وعدم وجود عمل غير متدفِّق فيها. لذا تنعدم هذه الحدود في المعادلة. وتعني الحالة المستقرة أيضاً عدم تراكم الطاقة في المبرِّد، ولذا يُصبح الحد dE_T^{sys}/dt صفراً. وهذا ما يُبسِّط المعادلة التفاضلية لانحفاظ الطاقة إلى:

$$\sum_i \dot{m}_i \hat{H}_i - \sum_j \dot{m}_j \hat{H}_j + \sum \dot{Q} = 0$$

ونظراً إلى أن $\dot{m}_i = \dot{m}_j = \dot{m}$، يكون $\Delta\hat{H} = \hat{H}_j - \hat{H}_i$ مساوياً للفرق بين المحتويين الحراريين النوعيين لتياري الدخل والخرج:

$$\dot{m}\, C_p(T_1 - T_2) + \dot{Q} = 0$$

- وبإعادة ترتيب المعادلة والتعويض بمعدَّل التدفُّق الكتلي الذي يمثِّل الأساس، يمكن حساب المعدَّل الأولي لإزالة الحرارة، لأن فرق درجة الحرارة الأولي معلوم ويساوي $5\,^\circ\mathrm{C}$:

$$\dot{Q} = -\dot{m}\, C_p(T_1 - T_2)$$

$$= -\left(\frac{5280\ \mathrm{g}}{\mathrm{min}}\right)\left(\frac{3.740\ \mathrm{J}}{\mathrm{g}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}\right)(5\,^\circ\mathrm{C})\left(\frac{1\ \mathrm{kJ}}{1000\,\mathrm{J}}\right) = -98.7\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{min}}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: يساوي المعدَّل الأولي للتسخين -98.7 kJ/min، أي إن معدَّل التبريد يساوي 98.7 kJ/min.

(ب) التحقُّق: الإشارة السالبة لمعدَّل التسخين منسجمة مع فكرة إزالة الحرارة (فقد الطاقة)، إلا أن هذا النموذج يمثِّل تقريبياً لآلة التبريد الفعلية حيث لا يوجد معدَّل ثابت لإزالة الحرارة، أو فرق ثابت بين درجتَي حرارة تياري الدخل والخرج. عندما يبرد الدم ويُعاد من الآلة إلى الجسم، يمتزج الدم المبرَّد مع دم الجسم ويبدأ بتبريده، ويذهب مزيد من الدم إلى الآلة. لذا فإن درجة حرارة الدم الداخل إلى الآلة T_1 تكون في البداية $37\,^\circ\mathrm{C}$ وتتناقص تدريجياً حتى تصبح $30\,^\circ\mathrm{C}$، في حين أن درجة حرارة الدم

الخارج من الآلة تتناقص من $32^\circ C$ حتى $30^\circ C$. هذا يعني أن فرق درجة الحرارة $(T_1 - T_2)$ ليس ثابتاً عند $5^\circ C$.

حتى لو كانت الآلات القلبية الرئوية جيدة من الناحية التقنية، فإن الجوانب المتعلقة بالأمان والصحة يجب ألا تغيب عن البال أثناء تصميمها واستعمالها. تقوم إدارة الغذاء والدواء الأميركية، ووزارة الصحة والخدمات الإنسانية وغيرهما من الوكالات الأخرى بوضع تشريعات خاصة بكيفية صنع أجزاء الآلة المختلفة وبكيفية بناء الآلة ذاتها. فتقليص التسرب وكمية الجُسَيمات الغريبة والخثرات الدموية وفقاعات الهواء في جميع أجزاء الآلة وأنابيبها شيء ضروري، لأن هذه الملوِّثات يمكن أن تؤدي إلى ضياع دم المريض أو إصابته بجلطة أو سكتة قلبية. ولتحقيق وظيفة الرئتين على نحو سليم، يجب أن يحقِّق مبادل الغاز متطلبات صارمة. يُضاف إلى ذلك أنه يجب أن تحافظ المضخة على معدَّل تدفُّق ثابت وضغط مماثل لضغط تيار دم المريض.

يجب أن تحقِّق الآلة القلبية الرئوية معايير تصميم معينة، فهي يجب أن توفِّر سطحاً شديد النفوذية لتسهيل مبادلة الغاز. ونظراً إلى أن جراحة القلب المفتوح يمكن أن تدوم مدة بين 20 دقيقة وعدة ساعات، يجب أن تحافظ الآلة على مستويات عالية من الدم المشبع بالهيموغلوبين (95–100 في المئة) لحمل الأكسجين إلى الجسم بمعدَّل قلبي منتظم (5 ليترات في الدقيقة). ويجب أن تزيل الآلة في الوقت نفسه قدراً من ثاني أكسيد الكربون (بضغط جزئي P_{CO_2} يساوي 40 ميلّيمتر زئبق) يكفي للحفاظ على مستوى pH ملائم وظيفياً. والتداول الناعم للدم ضروري لدرء انحلال خلايا الدم وتفسُّخ البروتينات اللذين يمكن أن يؤديا إلى تكوُّن الجلطة. ويجب أن تكون مواد الآلة ومبادل الغاز متوافقة حيوياً لتقليص احتمال ردة الفعل السلبية للجهاز المناعي. وتعقيم الآلة شديد الأهمية لسلامة المريض، ولذا تُستعمل فيها أنابيب معقَّمة مرة واحدة ثم تُرمى مع النفايات. إن إجراءات السلامة كهذه هي على قدر أهمية الجوانب التقنية نفسها الخاصة بتصميم وتصنيع الآلة القلبية الرئوية.

مراجع:

1. Baldwin JC, Elefteriades JA, and Kopf GS. "Heart Surgery." BL Zaret, M Moser, and LS Cohen, eds. *Yale University School of Medicine Heart Book*. New York: Hearst Books, 1992.

مسائل

الجزء I– تدفق الهواء في الرئتين

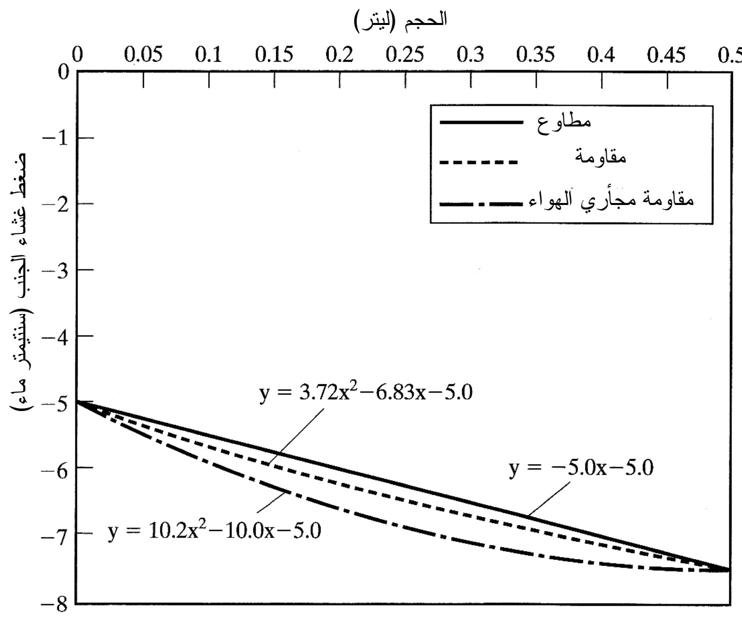
7أ.1 (ك) ارسم مخططاً للرغامى والرئتين، واكتب معادلة موازنة الهواء المستنشق في مستويات الرئتين 0–3 من أجل تحديد السرعة الخطية للهواء في المستوى 3 (الـــ 0 يمثِّل الرغامى). افترض عدم وجود قوى خارجية تغيِّر اتجاه الهواء، واحسب السرعة الخطية للهواء في فروع القُصَيبة والجُرَيبات الهوائية باستعمال القيم المدرجة في الجدول 7أ.1.

الجدول 7أ.1: أبعاد المسارات عبر تفرعات الرئتين.

مستوى التفرُّع	الاسم	القطر (cm)	العدد في الرئتين
0	الرغامى	1.8	1
1		1.2	2
2		0.8	4
3		0.6	8
6		0.32	115
12	فرع القُصَيبة	0.08	8000
18		0.05	500000
24	الجُرَيبة الهوائية	0.02	300000000

7أ.2 (ك، ع) احسب عدد رينولدس للتفرعات المدرجة في الجدول 7أ.1. قارن مراتب كِبَر الاختلافات في قيم القطر والسرعة وعدد رينولدس في مستويات التفرُّع المختلفة.

7أ.3 (ط) يجب أن تقدِّم عضلات التنفس عملا للرئتين كي تحصل عملية التنفس. ويمكن تقسيم العمل المبذول للتنفس إلى ثلاث فئات: (1) عمل مطاوع، أي العمل الذي يوسِّع الرئتين في مواجهة القوى المرنة للرئتين والصدر، و(2) عمل تجاه مقاومة الأنسجة، أي العمل اللازم للتغلب على لزوجة بُنى جدران الرئتين والصدر، و(3) عمل تجاه مقاومة مجاري الهواء، أي العمل اللازم للتغلب على المقاومة الناجمة عن حركة الهواء في الرئتين. باستعمال منحنيات الضغط والحجم المبيَّنة في الشكل 7أ.8، احسب الأنواع المختلفة من العمل اللازمة لاستنشاق 0.5 ليتر من الهواء عند الضغط الجوي.



الشكل 7أ.8: الضغط مقابل الحجم لفئات العمل الثلاث في التنفس.

7أ.4 (م) ما هو خافض التوتر السطحي؟ ما هو دور خافض التوتُّر السطحي الموجود في الرئتين في تنظيم التوتُّر السطحي للماء داخل الجُرَيبة الهوائية؟ إذا كان خافض التوتُّر السطحي غير موجود أو كان مقداره أقل من الطبيعي، فإن مشكلات صحية قد تحصل (مثل تلف الجُرَيبات الهوائية). اشرح كيفية تأثير انعدام خافض التوتر السطحي أو نقصان كميته في التوتُّر السطحي والضغط في الجُرَيبات الهوائية.

7أ.5 (ط) يساوي التوتُّر السطحي لسائل طبيعي بوجود مقدار طبيعي من خافض التوتُّر السطحي الذي يُبطِّن الجُرَيبات الهوائية 5−30 دينة للسنتيمتر. ويساوي التوتُّر السطحي لسائل طبيعي من دون خافض التوتُّر السطحي الذي يُبطِّن الجُرَيبات الهوائية 50 دينة للسنتيمتر. والعلاقة بين التوتُّر السطحي والضغط هي:

$$P = \frac{2\sigma}{r}$$

حيث إن σ هو التوتُّر السطحي و r هو نصف قطر الجُرَيبة الهوائية. ويساوي قطر الجُرَيبة الهوائية لدى الأطفال الخدَّج عادة ربع قطره لدى البالغين العاديين. ونظراً إلى أنه لا يبدأ توفُّر خافض التوتُّر السطحي عادة في الجُرَيبات الهوائية حتى الشهر السادس من الحمل،

لا يكون لدى الخدَّج عادة خافض توتر سطحي. احسب العمل اللازم لنفخ رئتي خديج بتعديل الشكل 7أ.8. افترض أن التوتُّر السطحي يساوي 25 دينة للسنتيمتر بوجود مستويات طبيعية من خافض التوتُّر السطحي، وأن سعة رئتي الطفل تساوي 8 ملم.

7أ.6 (ك) انظر في مبادلة الغاز في مستوى الجُرَيبة الهوائية. ارسم نموذجاً للجُرَيبة الهوائية يُظهر الملتقى بينها وبين الشُعَيرات الدموية، مفترضاً أن هواء الجُرَيبة يحتوي على نسبة موْلية من الأكسجين تساوي 15.4 في المئة. احسب مقدار الأكسجين المتاح للمبادلة مقدَّراً بالمول في الدقيقة. ونظراً إلى وجود هذا الحجم الكبير من الهواء في الجُرَيبة الهوائية، يمكن الافتراض أن تركيز كل غاز في الجُرَيبة ثابت. وعندما يكون الجسم في حالة راحة، يحتوي الدم الوريدي على 14.4 ميلّيليتر من الأكسجين المُحتَجَز بضغط جزئي P_{O_2} يساوي 40 ميلّيمتر زئبق. أما الدم الموجود في الشرايين فيحتوي على 19.4 ميلّيليتر من الأكسجين المُحتَجَز بضغط جزئي P_{O_2} يساوي 100 ميلّيمتر زئبق. احسب مقدار الأكسجين الذي يحتاج إليه الجسم في حالة الراحة مقدَّراً بالمول في الدقيقة، وقارن مقدار الأكسجين المتاح للمبادلة بالمقدار الذي يحتاج الجسم إليه. ما هو سبب وجود الاختلاف؟

7أ.7 (ش) إن تركيز الأكسجين ليس مهماً نسبياً من حيث التحكُّم المباشر في مركز التنفس. وفي الواقع، تؤدي مستويات ثاني أكسيد الكربون في الدم دوراً رئيساً في تحديد معدَّلات التنفس.

(أ) اشرح هذه الظاهرة الوظيفية الحيوية للتحكُّم في التنفُّس. أين يحصل التحكم؟

(ب) يتفاعل ثاني أكسيد الكربون في الدم مع الماء لتكوين حمض الكربون H_2CO_3. ويتفكَّك حمض الكربون بعدئذٍ إلى أيونات الهيدروجين والبيكربونات. أي حينما يزداد تركيز ثاني أكسيد الكربون في الدم، يتحرَّر مزيد من أيونات الهيدروجين.

$$CO_2 + H_2O \quad H_2CO_3 \quad H^+ + HCO_3^-$$

ويساوي ثابت التفكُّك المتوازن K_a في التفاعل الثاني 4.3×10^{-7} M. ويساوي معامل هنري لثاني أكسيد الكربون $17.575\,\text{mmHg}/\mu\text{M}$. افترض أن التفاعل الأول تامٌّ، وافترض أيضاً أن جميع أيونات الهيدروجين والبيكربونات في المنظومة قد أتت فقط من تفكُّك حمض الكربون. إذا كان الضغط الجزئي الأولي P_{CO_2} لثاني أكسيد الكربون يساوي 40 mmHg، ما هو مقدار عامل الحموضة pH؟ يساوي عامل حموضة الدم عادة 7.4. لماذا تختلف قيمة عامل الحموضة المحسوبة هنا عن عامل حموضة الدم؟

الجزء II– نمذجة الرئتين

7أ.8 (ك) صمِّم وارسم نموذجاً لرئتي الإنسان متعدد الحجرات. يجب أن يتضمن نموذجك ثلاث حجرات في الأقل، ويمكن أن يتضمن أكثر من ذلك. صِف الحجرات، وعلِّل اختيارك لها والافتراضات ذات الصلة بها معتمداً على الحجج الوظيفية الحيوية. ما هو حجم كل حجرة؟

7أ.9 (ك) هدفك هو تصميم نموذج واقعي من الناحية الوظيفية الحيوية لانتقال الغاز ومبادلته في رئتي الإنسان. وبسبب تعقيد هذه المهمة، أوردنا في ما يأتي خطة حاسوبية لتطوير نموذج بسيط ومن ثَمَّ إلغاء بعض الافتراضات الأساسية. في كل حالة من الحالات، أكمل معادلات موازنة كتل الغازات المهمة في الهواء في كل حجرة من الرئتين، واحسب الضغط الجزئي والحجم والتركيب النسبي المئوي لكل غاز في كل حجرة لكامل الدورة التنفسية (شهيقاً وزفيراً). علِّق على مقدار المزج ضمن كل حجرة.

جميع الحالات

افترض الخصائص الآتية للهواء في الجو المحيط: الرطوبة النسبية 17.6 في المئة، درجة الحرارة $23^{\circ}C$، الضغط 1.0 ضغط جوي، الضغط الجزئي للنيتروجين 597 ميلّيمتر زئبق، الضغط الجزئي للأكسجين 159 ميلّيمتر زئبق، الضغط الجزئي لثاني أكسيد الكربون 0.3 ميلّيمتر زئبق. يجب تضمين معدَّلَي التفاعل والمبادلة لثاني أكسيد الكربون والأكسجين في الجُرَيبة الهوائية.

الحالة 1

افترض أن كل الهواء المستنشق قد انتقل إلى داخل الجُرَيبات الهوائية (أي لا يوجد حيِّز غير فاعل)، وأن الضغط داخل الرئتين يساوي دائماً الضغط الجوي (أثناء الشهيق والزفير)، وأن المنظومة مستقرة.

الحالة 2

ألغِ فرضية أن الضغط داخل الرئتين يساوي دائماً الضغط الجوي، وافترض ضغطين واقعيين داخل الرئتين في حالتي الشهيق والزفير. كيف يؤثِّر هذا التغيير في تركيب الهواء ضمن الجُرَيبة والهواء المطروح؟ افترض أن المنظومة في حالة مستقرة.

الحالة 3

خُذْ في الحسبان الحيِّز غير الفاعل في المبادلة الموجود في الرغامى والرئتين. لماذا يختلف تركيب الهواء في الجُرَيبات عن الهواء المطروح إلى الخارج؟ ما هو مقدار تأثير هواء الحيِّز غير الفاعل في تركيب الهواء المطروح؟ افترض أن المنظومة في حالة مستقرة.

استعمل **الحالة 2** (ضغطان واقعيان) منطلَقاً لهذا الحساب.

الحالة 4

عملياً، إن التنفس هو سيرورة مستمرة ذات تدفُّق ثابت للهواء في الرئتين، شهيقاً وزفيراً. بافتراض أن مدتي الشهيق والزفير مختلفتان، احسب معدّل تدفُّق الغازات المهمة أثناء الشهيق والزفير. استعمل **الحالة 3** منطلقاً لهذا الحساب (أي افترض ضغطين واقعيين وحيِّزاً غير فاعل) .

7أ.10 (ك) أثناء التنفس، ما هو مدى ثبات أو استقرار الضغطين الجزئيين للأكسجين وثاني أكسيد الكربون في الجُرَيبات الهوائية؟ هل يُظهر نموذجك ذلك؟ فصِّل إجابتك.

7أ.11 (ك) كيف يمكن تحسين نموذجك؟ بعبارات أخرى، ما هي التغييرات التي يمكن إدخالها في النموذج لجعله أكثر دقة وقابلية للتطبيق في مجال واسع من الحالات؟

الجزء III– أمراض الرئتين

أثناء دورة التنفس العادية، يبقى مقدار كبير من الهواء في الرئتين يُسمى الحجم المتبقي. والحجمان، المتبقي والتناوبي، على درجة من الأهمية في المسائل 7أ.12–14.

7أ.12 (ك) افترض وجود مادة يتحسَّس منها الجسم على شكل هباب (بنسبة 1.0 غرام في ليتر الهواء) ويمكن استنشاقها وطرحها بمعدّل تنفس الهواء العادي نفسه. وبعد مدة كافية من تنفسها، يُصبح تركيزها المتوازن في الرئتين 1.0 غرام في ليتر الهواء. بافتراض انتهاء التعرُّض للهواء المحتوي على الهباب، اكتب معادلات تصف زوال المادة من رئة عادية. كم من الوقت سوف يستغرق نقصان تركيز المادة في الجُرَيبات الهوائية حتى يُصبح بنسبة 1.0 في المئة أقل من التركيز الذي كان أثناء الاستنشاق (أي حتى يُصبح أقل من 0.010 غرام لليتر الهواء)؟ ارسم منحنياً بيانياً لتغيُّر تركيز المادة المسبِّبة للتحسس في الرئة مع الزمن، واستعمل معادلة موازنة الكتلة التكاملية لتدقيق الجواب.

7أ.13 (ك) افترض أن المادة التي تسبب الحساسية المذكورة في المسألة السابقة تسبب الربو الذي يجعل المجاري الهوائية تتضيَّق بمقدار 50 في المئة. بافتراض أن المادة التي تسبب الحساسية هي هباب في الهواء (بتركيز يساوي 1.0 غرام في كل ليتر من الهواء) يُستنشق ويُطرح بمعدّل استنشاق الهواء وطرحه نفسه، وأنه يصل إلى تركيز متوازن في الرئة يساوي 1.0 غرام في كل ليتر من الهواء، اكتب معادلات تصف تناقص تركيز المادة في الرئة المصابة بالربو بافتراض انتهاء استنشاقها (**ملاحظة:** ماذا يحصل للحجم التناوبي

وللحجم المتبقي أثناء أزمة الربو؟). ما هي المدة التي يستغرقها انخفاض تركيز المادة في الجُزَيئات الهوائية حتى يُصبح أقل من 1.0 في المئة من التركيز الذي كان أثناء استنشاقها (أي حتى يُصبح أقل من 0.010 غرام في كل ليتر من الهواء)؟ ارسم منحنياً بيانياً لتغيُّر تركيز المادة المسبِّبة للتحسس في الرئة مع الزمن، واستعمل معادلة موازنة الكتلة التكاملية لتدقيق إجابتك.

7أ.14 (ك) تتعرَّض رئة نظيفة إلى مادة تسبب الحساسية بتركيز يساوي 1.0 غرام في كل ليتر هواء. بافتراض عدم حصول نوبة ربو، اكتب معادلة تصف ما يدخل الرئة من كتلة تلك المادة. احسب تركيز التوازن لمادة الحساسية في الرئة وكتلتها الكلية، واحسب المدة اللازمة للوصول حتى 50 في المئة و99 في المئة من قيمة التوازن. استعمل معادلة موازنة الكتلة التكاملية لتدقيق إجابتك.

7أ.15 (ك) ناقش أوجه شبه واختلاف المعادلات الموضوعة في المسائل 7أ.12–7أ.14

7أ.16 (م) ما هي نسبة التهوئة إلى التروية (ventilation/ perfusion ratio)؟ هل تعتمد هذه النسبة على الموقع في الرئة؟ علِّل إجابتك.

7أ.17 (م) اذكر ثلاثة أمراض رئوية، وبيِّن الأسباب الوظيفية الحيوية لنقصان مبادلة الغاز في كل منها. كيف تتأثَّر نسبة التهوئة إلى التروية بتلك الأمراض؟

7أ.18 (م) ناقِش تقانتين مختلفتين لتصوير الرئتين والفوارق بينهما من ناحية تشخيص أمراض الرئة.

7أ.19 (م) صف مقياس التنفس (spirometry). كيف تُقاس الحجوم الرئوية المختلفة باستعمال مقياس التنفس وما هي أنواع أمراض الرئة التي يمكن الكشف عنها به؟

الجزء IV– الآلة القلبية الرئوية

يُظهر الشكل 7أ.9 مخططاً للآلة القلبية الرئوية لاستعماله في الإجابة عن أسئلة هذا الجزء.

7أ.20 (ط) احسب الطاقة التي تصرفها المضخة الوريدية الشريانية لتحريك الدم عبر المنظومة. افترض أن الطاقة المفقودة في التأثيرات المتبادلة مع النسيج والمزوِّد بالأكسجين الغشائي تساوي 62 جولاً في الدقيقة، وأن ضغط الدم الداخل إلى نسيج الجسم هو الضغط نفسه في الشريان الأبهر، وأن ضغط الدم الخارج من الجسم هو الضغط نفسه في الوريد الأجوف، وأن أبعاد الأنابيب متماثلة في كامل المنظومة.

7أ.21 (م) ما هو الملح (أو الأملاح) الموجود في خط شل القلب؟ وكيف يوقف القلب عن النبض؟

7أ.22 (ك، ط) لاحظ أن ثمة وحدتي تسخين – تبريد (أُشيرَ إليهما بماء ساخن – بارد) في المنظومة، وهما تستعملان في معظم الحالات لتبريد الدم وخطوط إيقاف القلب.

(أ) عادة، يجب تبريد دم الوريد بسرعة عالية (خلال أقل من 5 دقائق). حدِّد موسطات المسخِّن – المبرِّد لتحقيق ذلك، ومن ضمنها درجة حرارة ماء دارة التبريد والتسخين، ومعدَّل النقل الحراري بين الماء والدم، ومعدَّل تدفُّق الماء في الدارة. واحسب المدة اللازمة لتبريد دم شخص بالغ عادي حتى 28–30 درجة مئوية. يجب أن يكون هذا الحساب أكثر تفصيلاً من ذاك الذي ورد في المثال 7أ.2.

(ب) كي تعمل الآلة بأعلى كفاءة، يجب ملء أنابيبها في البداية بنحو 750 ميلّيليتراً (وإلا سوف يكون كثير من دم المريض خارج الجسم أثناء العملية الجراحية). وتُملأ الأنابيب بمحلول وريدي ملحي سكري (crystalliod) (ديكتروز ولاكتات الدكستروز) أو بدم متبرَّع به. ما هي درجة الحرارة التي يجب أن تكون للمحلول الوريدي أو الدم المتبرَّع به الذي تُملأ به الأنابيب؟ وكيف تؤثِّر في المدة اللازمة لتبريد دم المريض حتى 28–30 درجة مئوية؟

(ت) يجب أن تكون درجة حرارة خط شل القلب بين 28 و30 درجة مئوية أيضاً. ما هي موسطات المسخِّن – المبرِّد اللازمة لتحقيق درجة الحرارة تلك، ومن ضمنها درجة حرارة ماء دارة التسخين والتبريد، وما هو معدَّل النقل الحراري بين الماء والدم، ومعدَّل تدفُّق ماء الدارة. افترض أن أكياس سائل شل القلب كانت مجمَّدة قبل الجراحة.

7أ.23 (ك) عند درجة الحرارة المنخفضة هذه، لا يكون الهيموغلوبين مفيداً في نقل الأكسجين إلى الأنسجة. لماذا؟ وفي منظومة الآلة القلبية الرئوية، يكفي استعمال الأكسجين المنحل في البلازما لتزويد الأنسجة بالأكسجين أثناء العملية الجراحية. اكتب معادلات موازنة كتل غازات الدم الموجود في أنابيب الآلة الرئيسة. ما هو مقدار التغيُّر في تركيز الأكسجين اللازم في المبادل الغازي الغشائي؟ احسب تدفُّق الهواء وضغط الأكسجين الجزئي اللذين يجب تقديمهما إلى مبادل الغاز الغشائي لتحقيق ذلك التغيُّر (**ملاحظة:** راجع المعلومات عن إنزيمات Q_{10} في كتب الكيمياء الحيوية). افترض أن قابلية انحلال الأكسجين تساوي 0.0023 ميلّيليتر لكل ميلّيليتر من الدم.

7أ.24 (م) صِف التصميم العام لمبادلات الغاز الغشائية المستعملة في هذه الآلة. ما هي خصائص جُزَيئات الهواء العامة التي يحاكيها هذا التصميم؟ ما هو مقدار كفاءة نقل الأكسجين إلى الدم في هذه الآلة؟

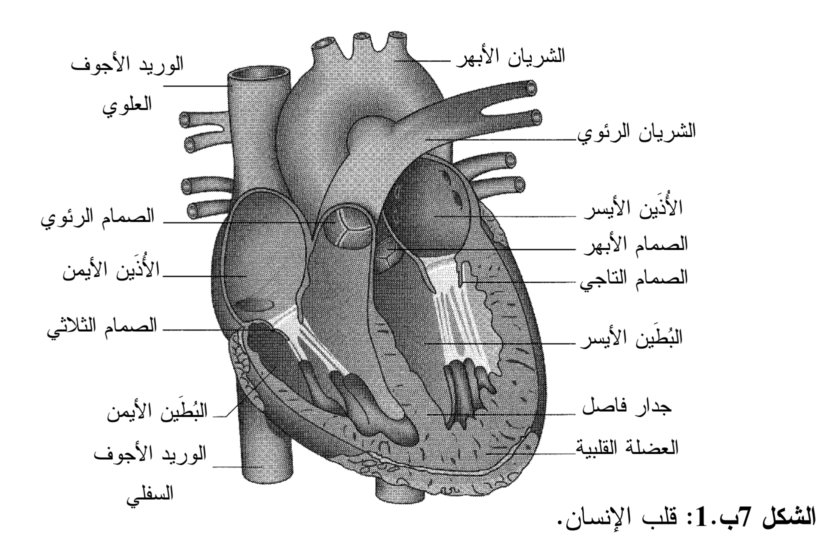
7أ.25 (م) إضافة إلى الخواص المذكورة في هذا الكتاب، اذكر خاصتين مهمتين أخريين للمواد المستعملة في المضخات، وخاصتين مهمتين للمواد المستعملة في مبادل الغاز الغشائي، وعلِّل الإجابة. هل المواد المعدنية أو البوليمرية (البلاستيك) أكثر ملاءمة للاستعمال في هذين التطبيقين؟

7أ.26 (م) ما هي مصادر القلق الثلاثة الخاصة بالسلامة في الآلة القلبية الرئوية التي لم تُناقش في ما سبق؟

دراسة الحالة (ب)

نبض القلب

إن قلب الإنسان (الشكل 7ب.1) هو العضو الأساسي الذي يدفع الدم في منظومة الدورة الدموية، ويضخه عبر شُعَيرات الدم الدقيقة وأنسجة الجسم المختلفة. والقلب هو المسؤول عن ضخ الدم الفقير بالأكسجين إلى المنظومة الرئوية لمبادلة الغازات ذات الصلة بتنفس الخلايا، وعن ضخ الدم الغني بالأكسجين عبر الدورة الدموية الجسمية لتزويد أعضاء الجسم بالمغذيات والأكسجين وتخليصه من الفضلات. أما كيفية ضخ القلب للدم عبر حجراته وعبر الجسم فهي عملية معقدة تتحكَّم فيها انقباضات عضلية وتُزامِنها إشارات كهربائية وتدرُّجات ضغطية.



الشكل 7ب.1: قلب الإنسان.

يجري الدم عبر مسار محدَّد في القلب مع كل نبضة من نبضاته. ويتجمع الدم الفقير

بالأكسجين الوارد من الدورة الدموية الجسمية في الجزأين العلوي والسفلي من الوريد الأجوف، ثم ينتقل منه إلى الأُذَين الأيمن. ويدفع انقباض الأُذَين الدم عبر الصمام الثلاثي إلى البُطَين الأيمن حيث يدفع انقباض ثانٍ الدم إلى المنظومة الرئوية. وبعد تزويد الدم بالأكسجين في الرئتين، ينتقل الدم منهما إلى الأُذَين الأيسر. وحين انقباض هذا الأخير، يتدفق الدم عبر الصمام التاجي إلى البُطَين الأيسر حيث يدفعه الانقباض البُطَيني إلى الشريان الأبهر، ومن ثَمَّ إلى الدورة الدموية الجسمية لتوزيع الأكسجين على أنسجة الجسم وأعضائه. صحيحٌ أن آليات تحريك الدم ليست مفهومة تماماً، إلا أنه يُعتقد أن هذا التدفُّق النبضي يساعد على درء تراكم تكتلات خلوية في الشرايين المريضة، وعلى تجنب تكوُّن الجلطات. إن الجلطة يمكن أن تعيق وأن توقف تدفق الدم، وهذا يمكن أن يؤدي إلى سكتة أو احتشاء للعضلة القلبية، وإلى كثير من الحوادث ذات الصلة بالأوعية الدموية القلبية.

يرتفع ضغط الدم في القلب في كل مرة ينقبض القلب فيها، ويرتفع معه مباشرة ضغط الدم خارج القلب. ومن أجل الحفاظ على جريان الدم عبر الجسم، يوجد تدرُّج في الضغط يساوي نحو 100 ميلّيمتر زئبق من الجانب الشرياني للقلب حتى الجانب الوريدي منه. ومقاومة تدفُّق الدم، أو المقاومة المحيطية، هي طاقة تضيع على شكل مفاقيد احتكاكية تتبدَّد حين احتكاك الدم مع جدران الأوعية الدموية.

وينجم الصوت الفريد "لَبْ-ضَبْ" الذي يُسمع عند كل نبضة عن طورَي انبساط القلب وانقباضه. ويمكن الاعتماد على هذين الطورين في تحديد الحُجرة القلبية التي يوجد فيها الدم في لحظة معينة. ويدل الانبساط على المدة الزمنية التي يسترخي فيها كلا البُطَينين معاً، ويدل الانقباض على المدة التي ينقبضا فيها معاً ويدفعا الدم الموجود فيهما إلى الخارج. ويدوم الانبساط مثلَي مدة الانقباض عادة. وفي نهاية الانبساط، يحصل انقباض شرياني. وحين استرخاء الشريان، ينقبض البُطَينان. وحجم الدم المدفوع في انقباض واحد هو حجم الدفقة (stroke volume)، وحجم الدم المدفوع في دقيقة واحدة (الذي نحصل عليه بضرب عدد النبضات في الدقيقة بحجم الدفقة) هو **الخرج القلبي**. ويساوي الخرج القلبي الوسطي لشخص معافى 5 ليترات في الدقيقة.

المثال 7ب.1 العمل الذي يبذله القلب

مسألة: احسب العمل الذي يبذله جانبا القلب، الأيمن واليسر، في ساعة واحدة. افترض أن الخرج القلبي يساوي 5 ليترات في الدقيقة، وأنه لا يحصل ضياع للطاقة بسبب الاحتكاك بجدران حجرات القلب. يتضمن الجدول 7ب.1 الضغط عند المداخل والمخارج المختلفة من القلب

(مقتبسة من Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, 1976.).

الحل:

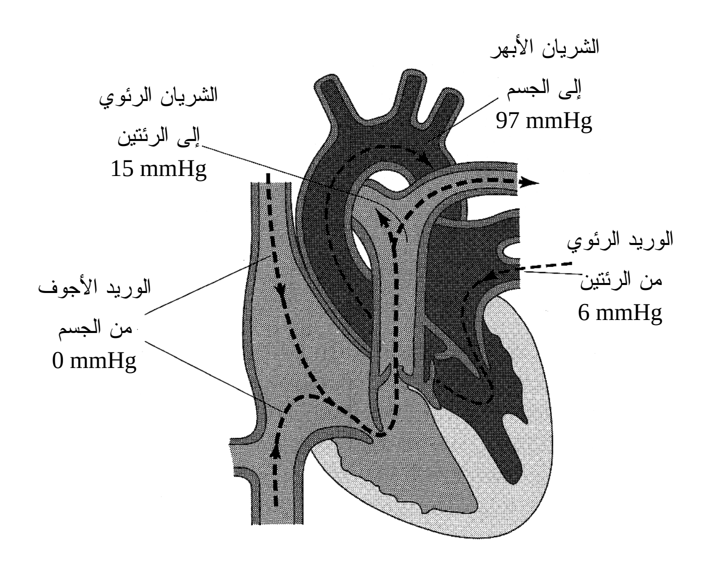
1. تجميع

(أ) احسب العمل الذي يبذله جانبا القلب الأيمن والأيسر خلال ساعة واحدة.

(ب) المخطط: يحتوي الجانب الأيمن من القلب على دم فقير بالأكسجين استكمَل دورته في الدورة الدموية الجسمية ولما يُرسل إلى الرئتين لإعادة تزويده بالأكسجين (الشكل 7ب.2) . ويحتوي الجانب الأيسر من القلب على دم غني بالأكسجين عائد من الرئتين وجاهز للإرسال إلى أنسجة الجسم وأعضائه.

الجدول 7ب.1: ضغوط الأوعية عند الوصلات مع القلب.

الجانب	الموقع	الضغط (ميلّيمتر زئبق)
الأيمن	الوريد الأجوف	0
	الشريان الرئوي	15
الأيسر	الوريد الرئوي	6
	الشريان الأبهر	97



الشكل 7ب.2: الجانبان الأيمن والأيسر من القلب. المنظومة الجسمية مظلّلة باللون الغامق، والمنظومة الرئوية مظلّلة باللون الفاتح.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- القلب وحده هو الذي يبذل عمل مضخة.
- ارتفاعات جميع الأوعية الدموية بالنسبة إلى نقطة مرجعية متساوية.
- لا توجد مفاقيد طاقة بسبب الاحتكاك أو المؤثِّرات الأخرى.
- تغيُّرات الطاقتين الحركية والداخلية ضمن المنظومة مهملة.
- معدَّل التدفُّق عبر الأوعية الأربعة يساوي 5 ليترات في الدقيقة.
- كثافة الدم ثابتة.
- المنظومة في حالة مستقرة.

(ب) بيانات إضافية: تساوي كثافة الدم 1.056 غرام للميلّيليتر.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- RS: الجانب الأيمن من القلب.
- LS: الجانب الأيسر من القلب.
- vc: الوريد الأجوف.
- pa: الشريان الرئوي.
- pv: الوريد الرئوي.
- ao: الشريان الأبهر.
- استعمل: J، L، mmHg، min.

(ث) الأساس: يمكننا استعمال معدَّل تدفُّق الدم (5 L/min) أساساً:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \left(\frac{1.056\ \text{g}}{\text{mL}}\right)\left(\frac{5\ \text{L}}{\text{min}}\right)\left(\frac{60\ \text{min}}{\text{hr}}\right)\left(\frac{1000\ \text{mL}}{\text{L}}\right) = 316\ 800\,\frac{\text{g}}{\text{hr}}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: استعملنا معادلة برنولي الموسَّعة 11.6−9-b لحل المثال 21.6، وسنستعمل هنا المعادلة التفاضلية لانحفاظ الطاقة 3.4−5 لحل هذه المسألة:

$$\sum_i \dot{m}_i (\hat{E}_{P,i} + \hat{E}_{K,i} + \hat{U}_i) - \sum_j \dot{m}_j (\hat{E}_{P,j} + \hat{E}_{K,j} + \hat{U}_j) + \sum \dot{Q} + \sum \dot{W} = \frac{dE_T^{sys}}{dt}$$

(ب) الحساب:

- القلب في حالة مستقرة، ولذا لا تتغيَّر الطاقة الكلية فيه مع الزمن، وينعدم حدُّ التراكم في المعادلة. ولا تتغيَّر الطاقة الكامنة في المنظومة، ولذا ينعدم حدُّها في المعادلة. ومع أن الطاقة الحركية تتغيَّر ضمن المنظومة (بسبب تغيُّرات سرعة الدم)، إلا أنه يمكن إثبات أن تغيُّراتها مهملة، ولذا ينعدم حدُّها في المعادلة أيضاً (انظر المثال 21.6). وافترضنا عدم وجود مفاقيد احتكاك، ولذا تنعدم حدودها، وتُختزل معادلة انحفاظ الطاقة إلى:

$$\dot{W} = 0$$

حيث تتألف $\dot{W}$ من عمل متدفق وعمل غير متدفق:

$$\dot{W}_{\text{flow}} + \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0$$

- يساوي العمل المتدفِّق حاصل ضرب الضغط بالحجم النوعي وبمعدَّل تدفُّق الكتلة. وباستعمال العلاقة بين الحجم النوعي والكثافة، يمكننا التعويض عن هذه المتغيِّرات في حد العمل المتدفِّق:

$$\dot{W}_{\text{flow}} + \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{\dot{m}}{\rho}(P_{\text{in}} - P_{\text{out}}) + \dot{W}_{\text{nonflow}} = 0$$

- وباستعمال فوارق الضغط المعطاة وكثافة الدم ومعدَّل تدفُّق الكتلة الذي يمثل الأساس، يمكننا حساب عمل المضخة (غير المتدفِّق) الذي يبذله الجانب الأيمن من القلب $\dot{W}_{\text{RS}}$، الذي يضخ الدم من الوريد الأجوف ($P_{\text{vc}} = 0$ mmHg) إلى الشريان الوريدي ($P_{\text{pa}} = 15$ mmHg):

$$\dot{W}_{\text{RS}} = \dot{W}_{\text{nonflow}} = \frac{-\dot{m}}{\rho}(P_{\text{vc}} - P_{\text{pa}})$$

$$= \left(\frac{-316800 \dfrac{\text{g}}{\text{hr}}}{1.056 \dfrac{\text{g}}{\text{mL}}} \right)(0 \text{ mmHg} - 15 \text{ mmHg})$$

$$\dot{W}_{\text{RS}} = 4500000 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{mL}}{\text{hr}} \left(\frac{1.01325 \times 10^5 \text{ N}}{760 \text{ mmHg} \cdot \text{m}^2} \right)$$

$$\times \left(\frac{1 \text{ m}^3}{1 \times 10^6 \text{ mL}} \right)(1 \text{hr})$$

$$\dot{W}_{\mathrm{RS}} = 600\,\mathrm{N \cdot m} = 600\ \mathrm{J}$$

- وتُطبَّق الطريقة نفسها على الجانب الأيسر الذي يضخ الدم من الوريد الرئوي ($P_{\mathrm{pv}} = 6$ mmHg) إلى الشريان الأبهر ($P_{\mathrm{ao}} = 97$ mmHg)، فينتُج أن العمل المبذول في الجانب الأيسر في ساعة واحدة يساوي 3640 جولاً.

4. النتيجة

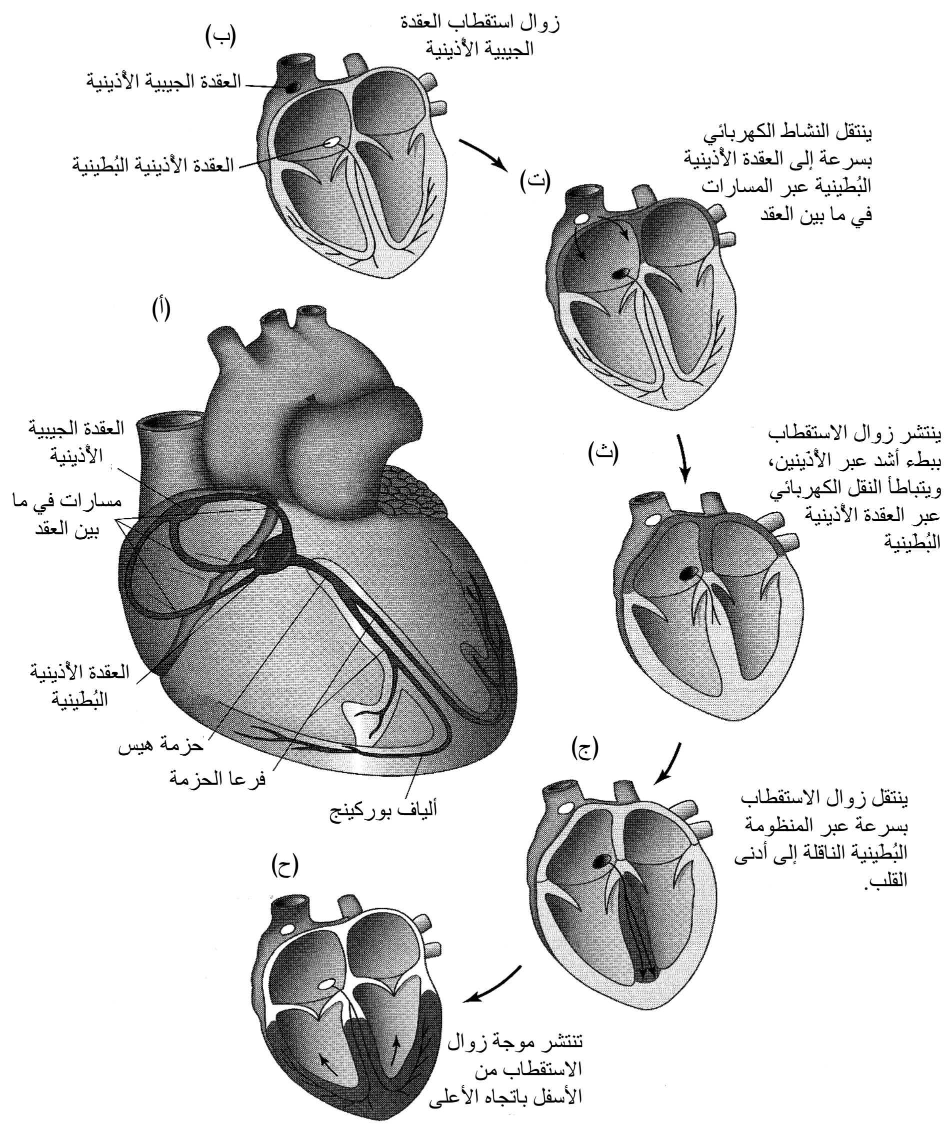
(أ) الجواب: يبذل الجانب الأيمن من القلب عملاً مقداره 600 جول في الساعة، ويبذل الجانب الأيمن عملاً مقداره 3640 جولاً في الساعة.

(ب) التحقُّق: يجب أن يبذل الجانب الأيسر من القلب عملاً أكبر كثيراً مما يبذله الجانب الأيمن لأنه مسؤول عن ضخ الدم عبر الدورة الدموية كلها. وتبدو هاتان النتيجتان أفضل من تقديرات العمل في المثال 21.6. إن مقدار العمل الكبير الذي يبذله الجانب الأيسر من القلب هو سبب استعمال الأطباء أحياناً أجهزة المساعدة البُطَينية اليسرى لتوفير احتياجات ضخ الدم عند المرضى الذين ينتظرون زراعة قلب.

وتمتلك خلايا العضلة القلبية كمون راحة كهربائياً سالباً، وهذا يعني أن الشحنة داخل الخلية سالبة بالمقارنة مع شحنة محيطها. ويُصبح هذا الكمون موجباً دورياً ويُحرِّض الخلايا على الانقباض في ظاهرة تسمى زوال الاستقطاب. وأثناء عودة الاستقطاب، يعود الكمون إلى قيمته السالبة وتسترخي خلايا القلب من انقباضها. وتسمى عملية إرسال النبضات الكهربائية، أثناء زوال استقطاب الخلايا وعودة الاستقطاب كمون الحدث. وتتصف خلايا العضلة القلبية بالتلقائية، وهي خاصية تجعلها تقدح تلقائياً ودورياً. إلا أن منطقة واحدة فقط في القلب الطبيعي تتصف بالنشاط الكهربائي التلقائي من أجل مزامنة نبض القلب.

وبهدف مزامنة زوال استقطاب نسيج العضلة في الأذَينَين والبُطَينَين واستعادته على نحو صحيح، تتحرَّض انقباضات القلب بواسطة منظومة كهربائية ناقلة متأصلة فيه. تحمل ألياف ناقلة متخصصة إشارات التحريض القلبية إلى جميع خلايا العضلة القلبية بترتيب معين (الشكل 7ب.3). ويسمى منظم نبض القلب العقدة الجيبية الأُذَينية (sinoatrial node)، وهي متوضعة خلف جدار الأُذَين الأيمن بالقرب من فتحة الوريد الأجوف الأعلى.

وتنتقل الإشارة الكهربائية بسرعة عبر وصلات فجوة العضلة القلبية لإزالة



الشكل 7ب.3: منظومة النقل الكهربائي في قلب الإنسان. (أ) أجزاء المنظومة الناقلة (ب)-(ح) تمثل سيرورة زوال الاستقطاب. المصدر:

Silverthorn DH, *Human Physiology*, 2nd ed, Prentice Hall, 2001.

استقطاب الأُذَينين وجعلهما ينقبضان ليدفعا بالدم الموجود فيهما إلى البُطَينين. وتنتقل الإشارة بعدئذٍ عبر الأذَينَين والجدار الفاصل إلى العقدة الأُذَينية البُطَينية المتوضعة بين الأُذَينَين والبُطَينَين. ويسمح هذا التأخير الزمني للبُطَينَين بالامتلاء بالدم. وبعد مرور إشارة التحريض الكهربائية عبر

العقدة الأُذَينية البُطَينية، تُسرع عبر نسيج ناقل يُسمى حزمة هيس (Bundle of His) التي تنقسم إلى فرعي الحزمة الأيسر والأيمن، وفي النهاية إلى ألياف بوركينج (Purkinje). ويُؤدي تحريض ألياف بوركينج إلى زوال استقطاب وانقباض بُطَيني متزامنين، وهذا ما يجعل الدم الموجود في البُطَينَين يندفع إلى دورتي الدم الجسمية والرئوية. وإذا لم تُصدِر العقدة الجيبية الأُذَينية إشارات تحريض، تستطيع خلايا العضلة القلبية أن تولِّد تحريض تلقائي وأن تعمل عمل منظم النبض. إلا أن هذا يؤدي عادة إلى اضطراب في القلب، لأن قدح كمون الحدث قد لا يكون متناسقاً.

المثال 7ب.1 شحن وتفريغ مزيل الخفقان

مسألة: الخفقان البُطَيني هو حالة لا تعمل فيها الألياف العضلية الإفرادية في البُطَين بانسجام معاً (أي إن بعضها ينقبض وبعضها الآخر ينبسط)، وهذا ما يمنعه من ضخ الدم بكفاءة. وإذا لم يتوفّر علاج سريع للخفقان، مات الشخص المصاب به. لذا يُستخدم جهاز حيوي طبي يُسمى مزيل الخفقان (defibrillator) لإرسال صدمة كهربائية قوية عبر القلب تُعيد تزامن جميع الألياف العضلية. يعمل الجهاز بشحن مكثفة من بطارية ثم تمرير تلك الشحنة المتراكمة في الجسم.

الجدول 7ب.2: شحن مكثفة مزيل الخفقان.

الزمن (ثانية)	الشحنة (كولون)
0.0	0
0.5	0.0410
1.0	0.0706
1.5	0.0917
2.0	0.1068
2.5	0.1177
3.0	0.1254
3.5	0.1308
4.0	0.1349
4.5	0.1375
5.0	0.1398
5.5	0.1413
6.0	0.1423
6.5	0.1432
7.0	0.1436
7.5	0.1440
8.0	0.1443
8.5	0.1445
9.0	0.1446
9.5	0.1447
10.0	0.1448

الجدول 7ب.3: تفريغ مكثفة مزيل الخفقان.

الزمن (ثانية)	الفولتية
0	0
0.001	2857
0.002	4443
0.003	4990
0.004	4779
0.005	4080
0.006	3142
0.007	2147
0.008	1231
0.009	475
0.010	-87
0.011	-454
0.012	-647
0.013	-700
0.014	-658
0.015	-550
0.016	-415
0.017	-276
0.018	-151
0.019	-50
0.020	24

(أ) يبيِّن الجدول 7ب.2 سيرورة شحن المكثفة. ضع معادلة رياضية تصِف تراكم الشحنة في المكثفة.

(ب) تساوي سعة المكثفة 30 ميكروفاراد. ما هو مقدار الفولتية الذي تُشحن إليه المكثفة؟ وحين تطبيقها على الجسم، ما مقدار الطاقة التي تُحرِّرها فيه؟

(ت) يُري الجدول 7ب.3 تغيُّر فولتية المكثفة أثناء تفريغها مع الزمن. ويمكن التعبير عن هذه البيانات بصيغة عامة هي:

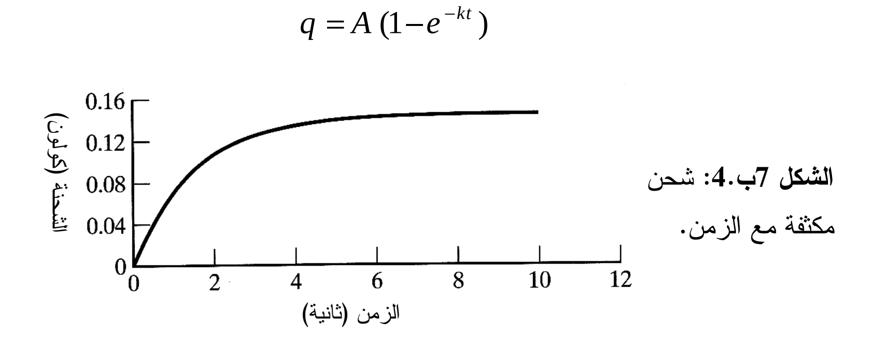
$$v(t) = \alpha (e^{-ht}) \sin(\beta t)$$

حيث إن v هو الفولتية التابعة للزمن. احسب الموسطات α و β و h لتُعطي أفضل تطابق مع البيانات. ارسم منحنياً بيانياً لكل من البيانات والعلاقة السابقة. ما مقدار الفولتية الأعظمية؟

الحل:

(أ) يُعطي رسم البيانات الواردة في نص المسألة باستعمال ماتلاب أو إكسل أو غيرهما من البرامج المنحني المبيَّن في الشكل 7ب.4. تتزايد الشحنة في البداية بسرعة، ثم تستقر. ومعادلة شحن المكثفة هي من الشكل:

$$q = A(1 - e^{-kt})$$



الشكل 7ب.4: شحن مكثفة مع الزمن.

حيث إن q هي الشحنة، و A و k هما موسطا تطابق المعادلة مع بيانات المنحني، وأفضل قيمتين لهما هما $A = 0.145\ \text{C}$ و $k = 0.666\ 1/\text{s}$. إذاً، إن النموذج الرياضي الصحيح الذي يصِف شحن مكثفة مزيل الخفقان هو:

$$q = 0.145\,(1 - e^{-(0.666\ 1/\text{s})\,t})\ \text{C}$$

(ب) لحساب فولتية المكثفة المشحونة، يمكننا استعمال العلاقة بين السعة والشحنة المعطاة في المعادلة 7.5−7. في البيانات المعطاة، تصل شحنة المكثفة حتى 0.145 كولون بعد 10 ثوان، وسعة المكثفة تساوي 30 ميكروفاراد. لذا تساوي فولتية المكثفة حينئذٍ:

$$v_c = \frac{q}{c} = \frac{0.145\ \text{C}}{30\times10^{-6}\ \text{F}} = 4830\ \text{V}$$

تُفرَّغ جميع الطاقة المخزونة على شكل شحنة في الجسم (المنظومة). ولحساب مقدار الطاقة المفرَّغة في الجسم حين تفريغ مزيل الخفقان، يمكننا استعمال المعادلة الجبرية لانحفاظ الطاقة 3.4−15. إذا افترضنا عدم خروج أي طاقة من المنظومة، وعدم وجود تسخين أو عمل فاعل في المنظومة، تُختزل المعادلة إلى ما يأتي:

$$E_{T,i} = E_{T,\text{f}}^{\text{sys}} - E_{T,0}^{\text{sys}}$$

إذاً، تساوي الطاقة المفرَّغة في الجسم:

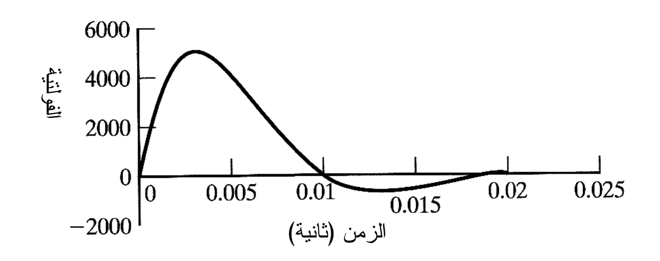
$$E_{T,i} = \frac{1}{2} C v_c^2 = \frac{1}{2}(30\times10^{-6}\ \text{F})(4830\ \text{V})^2 = 350\ \text{J} = E_{T,\text{f}}^{\text{sys}} - E_{T,0}^{\text{sys}}$$

إذاً، تساوي الطاقة التي تتراكم في الجسم أثناء تفريغ المكثفة 350 جولاً، وهي طاقة كافية لمزامنة جميع الألياف العضلية.

(ت) يمكننا استعمال المعادلة المعطاة في نص المسألة أداة لنمذجة البيانات (الشكل 7ب.5). باستعمال برنامج مثل ماتلاب أو ما شابهه يتبيَّن أن أفضل توافق بين البيانات والمعادلة يحصل عند القيم $\alpha = 11000\ \text{V},\ \beta = 320\ 1/\text{s},\ h = 200\ 1/\text{s}$. لذا تكون المعادلة الكاملة لفولتية مزيل الخفقان التي تتوافق مع البيانات:

$$v(t) = (11000\ \text{V})\left(e^{-(200\frac{1}{\text{s}})t}\right)\sin\left(\left(320\ \frac{1}{\text{s}}\right)\ t\right)$$

ووفقاً للبيانات المرسومة، تحصل أكبر قيمة للفولتية 4990 فولتاً في اللحظة 0.003 ثانية. ويمكننا أيضاً تحديد وهذه القيمة المحسوبة قريبة جداً من القيمة المأخوذة من المنحني 0.003 ثانية.



الشكل 7ب.5: تغيُّر فولتية المكثفة أثناء تفريغ مزيل الخفقان مع الزمن.

اللحظة التي يكون الفولتية عندها أعظمياً بجعل مشتق معادلة الفولتية يساوي صفراً:

$$\frac{dv(t)}{t} = (11000\ \text{V})\left(-\left(200\frac{1}{\text{s}}\right)e^{-(200\frac{1}{\text{s}})t}\right)\sin\left(\left(320\ \frac{1}{\text{s}}\right)t\right)$$

$$+(11000\ \text{V})e^{-(200\frac{1}{\text{s}})t}\left(\left(320\ \frac{1}{\text{s}}\right)\cos\left(\left(320\ \frac{1}{\text{s}}\right)t\right)\right) = 0$$

$$(11000\ \text{V})\left(\left(200\frac{1}{\text{s}}\right)e^{-(200\frac{1}{\text{s}})t}\right)\sin\left(\left(320\ \frac{1}{\text{s}}\right)t\right)$$

$$= (11000\ \text{V})e^{-(200\frac{1}{\text{s}})t}\left(\left(320\ \frac{1}{\text{s}}\right)\cos\left(\left(320\ \frac{1}{\text{s}}\right)t\right)\right)$$

$$t = 0.00288\ \text{s}$$

وهذه القيمة المحسوبة قريبة جداً من القيمة المأخوذة من المنحنى 0.003 ثانية.

تعمل تدرُّجات الضغط عبر القلب مقترنة بأنشطته الكهربائية للحفاظ على تدفُّق الدم. وحين مناقشة الضغوط في الدورة الدموية، تُستعمل الضغوط المُقاسة عادة (لا الضغوط المطلقة). تأمَّل في الجانب الأيسر من القلب. أثناء الانبساط، يساوي الضغط في شرايين الدورة الجسمية نحو 80 ميلّيمتر زئبق. وحين بدء الانقباض، يزداد الضغط داخل البُطَين جاعلاً الصمام التاجي يُغلق فجأة بحيث يدرأ عودة الدم إلى الأُذَينين. ويستمر الضغط داخل البُطَين الأيسر بالازدياد حتى يصبح أعلى من الضغط في الشريان الأبهر (ضغط انقباضي يساوي نحو 120 ميلّيمتر زئبق) مؤدياً إلى فتح صمام الشريان الأبهر، وإلى تدفُّق الدم. ويبدأ الانبساط حينما ينخفض ضغط البُطَين الأيسر إلى ما دون الضغط الشرياني، فيُغلق الصمام الشرياني. ويستمر الضغط في الشريان الأبهر بالانخفاض السريع حتى 80 ميلّيمتر زئبق، ويقترب ضغط البُطَين الأيسر من 0 ميلّيمتر زئبق أثناء ملء الدم الوريدي للأُذَينين. وحينما ينخفض ضغط البُطَين الأيسر إلى ما دون الضغط

الأُذَيني، يفتح الصمام التاجي ويملأ الدم البُطَين بسرعة. وينقبض الأُذَينان عندئذٍ لدفع الدم الموجود فيهما، وتتكرر الدورة القلبية.

توفِّر منظومة الدورة الدموية مسارات لانتقال الدم إلى جميع أنسجة الجسم. وتتصف الأوعية الدموية التي تتكوَّن منها منظومة الدورة الدموية بخواص مميِّزة ملائمة على وجه الخصوص لوظيفة كل منها. وأوعية الدم الرئيسة هي الشريان الأبهر، والشرايين، والشُرَينات والشُعَيرات الدموية والوُرَيدات والأوردة والوريد الأجوف. ويتضمن الجدول 7ب.4 خصائص بعض هذه الأوعية.

الجدول 7ب.4: خصائص الأوعية الدموية.

الوعاء	القطر (سنتيمتر)	سرعة الدم (سنتيمتر في الثانية)
الشريان الأبهر الصاعد	3.2−2.0	63
الشريان الأبهر النازل	2.0−1.6	27
الشُرَينات	0.6−0.2	50−20
الشُعَيرات	0.001−0.0005	0.1−0.05
الأوردة	1.0−0.5	20−15
الوريد الأجوف	2.0	16−11

وحين خروج الدم من البُطَين الأيسر، يدخل إلى الشريان الأبهر، وهو أكبر شريان في الجسم. توجد في الشريان الأبهر طبقة عضلية سميكة ناعمة تستطيع تحمُّل ضغط وسطي عالٍ ملائم للضخ المتواصل للدم من القلب. ويتفرَّع الشريان الأبهر إلى شرايين ذات جدران وعائية قوية تنقل الدم بسرعة. ويحصل مزيد من التفرُّع الشرياني إلى شرايين أصغر ذات جدران عضلية قوية يمكن أن تُغلق الشريان الصغير تماماً أو توسِّعه بعدة أمثال لتغيير تدفُّق الدم إلى الشُعَيرات استجابة إلى حاجة الأنسجة. وتُمرِّر الشرايين الصغيرة (الشُرَينات) الدم إلى الشُعَيرات الدموية التي تساوي سماكات جدرانها سماكة خلية بطانة الأوعية الدموية لتسهيل مبادلة السائل والمغذيات والكهرليتات والهرمونات والغازات بين الدم وسوائل الأنسجة الداخلية. وينتقل الدم من الشُعَيرات إلى الوُرَيدات ومنها إلى الأوردة. ونظراً إلى أن الضغط في المنظومة الوريدية منخفض جداً (نحو 0 ميلّيمتر زئبق)، كانت جدران الأوردة رقيقة جداً. ومع ذلك، فإن الأوردة تحتوي على مكوِّن كبير نسبياً من بروتين الإلاستين (بروتين الألياف المرنة)، وهذا يمكِّن من الاستجابة الانقباضية أو التوسُّعية لتحقيق متطلبات دوران الدم في الدورة الدموية. على سبيل المثال، حينما يزداد الخرج القلبي أثناء الرياضة، تتمدد جدران الأوردة لاستيعاب الحجم الزائد من الدم المتدفِّق. وتُمرِّر الأوردة الدم في النهاية إلى الوريد الأجوف كي يعود إلى القلب حيث يُنقل إلى الرئتين

لتزويده بالأكسجين وتخليصه من ثاني أكسيد الكربون، ومن ثَمَّ إعادته إلى منظومة الدورة الجسمية ثانية.

ينتقل كل دم الجسم عبر الشريان الأبهر مرة كل دورة، فبعد تزويد الشريان التاجي بالأكسجين اللازم لتغذية القلب نفسه، يمتد الشريان الأبهر نحو الأعلى باتجاه الرقبة لتغذية الفروع التي تحمل الدم إلى الرأس والذراعين. ويحمل فرعان من الشريان الأبهر، يسميان الشريان السباتي الأيمن والشريان السباتي الأيسر، الدم إلى العينين والدماغ، وتحصل الذراعان على الدم من الشريانَين اللذين يقعان تحت الترقوتين. ويتفرع الشريان الأبهر أيضاً نحو الأسفل موجهاً الدم إلى المنظومة الشريانية الصدرية. وينتقل الدم عبر فتحة في الحجاب الحاجز تسمى الفجوة الأبهرية إلى شبكة شريانية كثيفة في البطن لنقل الدم إلى الكبد والمعدة والكِليتين والأمعاء والخصيتين والأعضاء الأخرى. وينقل الشريانان الحرقفيان الدم إلى الساقين.

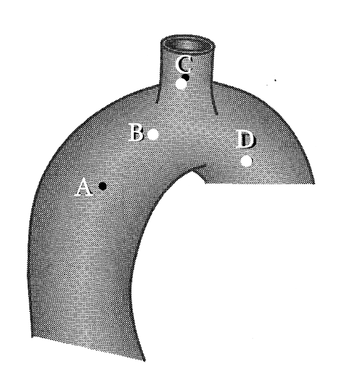
يسهِّل الدم، وهو الموزِّع الأكثر تكاملاً في الجسم، نقل المغذِّيات والغازات والفضلات. وتنقل الكُريَّات الحمراء، التي تمثِّل 45 في المئة من حجم الدم، الأكسجين إلى الأنسجة وتأخذ منها ثاني أكسيد الكربون. أما الـــ 55 في المئة المتبقية من الدم المتمثلة بالبلازما فتحمل الفيتامينات والأملاح المعدنية. وتتكوَّن البلازما من الماء (92 في المئة)، والزلال وبروتينات الفيبرينوجين (6 في المئة)، إضافة إلى كربوهيدرات وهرمونات وأيونات وفضلات متنوِّعة. أما تراكيز أيونات الدم الضرورية للحفاظ على أنشطة الجسم الكهربائية، فتقاس غالباً بالمكافئ (equivalent) (eq) الذي يساوي مولية الأيون مضروبة بعدد الشحنات التي تحملها الأيون. ومن أيونات الدم الصوديوم (135–145 ميلّيمكافئ في الليتر) والكلور (100–108 ميلّيمكافئ في الليتر)، والكالسيوم (4.3–5.5 ميلّيمكافئ في الليتر)، والبوتاسيوم (3.5–5 ميلّيمكافئ في الليتر).

المثال 7ب.3 سرعات الدم في قوس الأبهر

مسألة: بعد الانبثاق من القلب مباشرة، يتقوَّس الشريان الأبهر نحو الأسفل مكوِّناً ما يسمى عموماً قوس الأبهر (الشكل 7ب.6). ويتفرَّع معظم الشرايين من قوس الأبهر. ومعدَّلات التدفُّق الكتلية والضغوط في الشريان الأبهر وقوس الأبهر أكبر من نظيراتها في جميع الأوعية الدموية في الجسم. وبافتراض أن المنظومة في حالة مستقرة، وأن هيئات السرعة منتظمة في جميع النقاط، وأنه ليس ثمة مقاومة للتدفُّق، احسب الضغط والسرعة الملائمين في كل موقع من الوعاء لاستكمال الجدول 7ب.5أ.

الجدول 7ب.5أ: هيكل جدول لموسطات التدفُّق في قوس الأبهر.

الموقع	السرعة (سنتيمتر في الثانية)	الضغط (ميلّيمتر زئبق)	القطر (سنتيمتر)
A	35	97	2.5
B		97	−
C	40		0.75
D			2.1



الشكل 7ب.6: نقاط في قوس الأبهر.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب الضغط والسرعة في كل موضع في قوس الأبهر.

(ب) المخطط: يُظهر الشكل 7ب.6 مخطط المنظومة.

(ت) الجدول: يبين الجدول 7ب.5أ هيكل الجدول المطلوب.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- المنظومة في حالة مستقرة (أي لا يتراكم دم في المنظومة).
- لا يوجد تسرب من المنظومة.
- الضغط في كل المواقع ثابت (أي إن الضغط ليس نبضيا).
- كثافة الدم ثابتة.
- هيئة السرعة منتظمة عبر المنظومة.
- لا توجد تغيُّرات في الطاقة الكامنة.
- لا توجد مفاقيد احتكاك (لا توجد مقاومة للتدفُّق).
- لا يوجد عمل مبذول للمنظومة.

- يمكن نمذجة جميع الأوعية بأسطوانات.

(ب) بيانات إضافية: كثافة الدم التام تساوي $1.056\ \mathrm{g/cm^3}$.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات: استعمل cm، s، mmHg، g.

(ث) الأساس: باستعمال قيم القطر والكثافة والسرعة المعطاة، يمكننا حساب معدّل تدفُّق الكتلة في النقطة A من القوس لاستعماله أساساً:

$$\dot{m}_{\mathrm{A}} = Av\rho = \frac{\pi}{4}D^2 v\rho = \frac{\pi}{4}(2.5\ \mathrm{cm})^2\left(35\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\right)\left(1.056\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}\right) = 181\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: يمكننا استعمال معادلة انحفاظ الكتلة 3.3−10 لحساب الكتلة في المنظومة:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \frac{dm_{\mathrm{acc}}^{\mathrm{sys}}}{dt}$$

ويمكن الربط بين السرعة والضغط والارتفاع في نقطتين على طول مسار السائل في حالة التدفُّق المستقر بواسطة معادلة برنولي 11.6−11:

$$(g\,h_i - gh_j) + \left(\frac{1}{2}v_i^2 - \frac{1}{2}v_j^2\right) + \frac{1}{\rho}\left(P_i - P_j\right) = 0$$

(ب) الحساب:

- نبسِّط أولاً معادلة انحفاظ الكتلة بحذف حد التراكم لأن المنظومة في حالة مستقرة:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = 0$$

ثم نكتب معادلات موازنة الكتلة في المناطق A، B، C، D. ونظراً إلى أن القطر والسرعة في A وC معطيين، إضافة إلى القطر في D، يمكن حساب السرعة في D:

$$\sum_i \dot{m}_i - \sum_j \dot{m}_j = \dot{m}_A - \dot{m}_C - \dot{m}_D$$

$$= 181\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}} - \frac{\pi}{4}(0.75\ \mathrm{cm})^2\left(40\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\right)\left(1.056\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}\right)$$

$$-\frac{\pi}{4}(2.1\ \mathrm{cm})^2(v_D)\left(1.056\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}\right) = 0$$

$$v_D = 44.3\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

- ونظراً إلى افتراضنا عدم وجود تغيُّر في الطاقة الكامنة، يمكننا تبسيط معادلة برنولي وإعادة ترتيبها لحساب السرعة في B:

$$\left(\frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{2}v_B^2\right) + \frac{1}{\rho}(P_A - P_B) = 0$$

$$\frac{v_A^2}{2} + \frac{P_A}{\rho} = \frac{v_B^2}{2} + \frac{P_B}{\rho}$$

بتعويض قيم الضغط المعطاة ($P_A = P_B = 97$ mmHg) ينتُج أن السرعة في B تساوي السرعة في A ومقدارها هو 35 سنتيمتراً في الثانية.

- وباستعمال القيم الناتجة للنقطتين B وC، يمكننا تطبيق معادلة برنولي المبسَّطة نفسها لحساب الضغط في C:

$$\frac{v_B^2}{2} + \frac{P_B}{\rho} = \frac{v_C^2}{2} + \frac{P_C}{\rho}$$

$$\frac{\left(\frac{35\text{ cm}}{\text{s}}\right)^2}{2} + \frac{97\text{ mmHg}\left(\frac{1.01325\text{ dynes}}{760\text{ mmHg}}\right)\left(\frac{\frac{\text{g}}{\text{cm}^2\cdot\text{s}}}{\text{dynes}}\right)}{\frac{1.056\text{ g}}{\text{cm}^3}}$$

$$= \frac{\left(\frac{40\text{ cm}}{\text{s}}\right)^2}{2} + \frac{P_C}{\frac{1.056\text{ g}}{\text{cm}^3}}$$

$$P_C = \left(\frac{129125\text{ g}}{\text{cm}^2\cdot\text{s}}\right)\left(\frac{1\text{ dyne}}{\frac{\text{g}}{\text{cm}^2\cdot\text{s}}}\right)\left(\frac{760\text{ mmHg}}{1.01325\times10^6\text{ dynes}}\right) = 96.9\text{ mmHg}$$

وبإجراء حسابات مماثلة للنقطتين B وD نجد أن الضغط في D يساوي 96.7 ميلّيمتر زئبق.

الجدول 7ب.5ب: موسطات التدفُّق في قوس الأبهر.

الموقع	السرعة (سنتيمتر في الثانية)	الضغط (ميلّيمتر زئبق)	القطر (سنتيمتر)
A	35	97	2.5
B	35	97	−
C	40	96.9	0.75
D	44.3	96.7	2.1

4. النتيجة

(أ) الجواب: الأجوبة مدرجة في الجدول 7ب.5ب.

(ب) التحقُّق: ثمة هبوط ضغط صغير جداً مع زيادات كبيرة في السرعة. على سبيل المثال، حين انتقال الدم من B إلى C تزداد السرعة بمقدار 5 سنتيمترات في الثانية، لكن انخفاض الضغط يساوي 0.1 ميلّيمتر زئبق فقط. إلا أن هبوطات ضغط ملحوظة سوف تظهر مع ازدياد التفرُّع الشرياني. ■

في القرن الماضي، ازداد انتشار مرض القلب التاجي وأصبح سبب الموت الأول في الولايات المتحدة الأميركية. لقد أدى تغيُّر أنماط الغذاء ووسائل الرفاه والراحة الحديثة إلى شيوع انخفاض الأنشطة البدنية وما رافقه من زيادة في انسداد الأوعية الدموية والسكتات القلبية والجلطات. وفي عام 2002، كان 70.1 مليون أميركي (أي شخص واحد من كل أربعة أشخاص) مصابين بمرض أوعية قلبية واحد في الأقل يمكن أن يؤدي إلى ارتفاع ضغط الدم والجلطة واحتشاء العضلة القلبية والسكتة الدماغية [1].

وفي عام 1948، سجَّل الباحثون أكثر من 5000 مريض متوسط العمر لا توجد لديه دلالات على أمراض قلبية، وذلك بهدف فحصهم كل سنتين في إطار دراسة فرامينغهام للقلب (Framingham Heart Study)، وسُجِّل أطفالهم لإخضاعهم لدراسة فرامينغهام للذرية (Framingham Offspring Study) في عام 1971. ومكَّنت هاتان الدراستان اللتان لا سابق لهما الأطباء من وضع تصنيفات لا تقدَّر بثمن للتوقع بأمراض القلب. وقد حدَّدوا عاملَي خطر رئيسين هما نسبة الكوليسترول العالية وضغط الدم المرتفع. إن أعراض مرض القلب متنوعة، إلا أنها تتضمن غالباً تدفُّقاً للدم غير كافٍ ينجم عن شرايين مسدودة تؤدي إلى ألم في الصدر والذراعين والرقبة والظهر بعد الإجهاد البدني. ومن الأعراض غير المريحة التي تلي الأنشطة البدنية ضيق النفس، والدوار والإغماء والتعرق. وفي حين أن ألم الصدر يدل عادة على الجلطة لدى الرجال، فإن النساء يتعرَّضن للدوار والتقيُّؤ على الأرجح أثناء حدوث الجلطة، ويمكن ألاَّ يشعُرن بألم الصدر، وهي ظاهرة تسمى بالجلطة الصامتة.

أما في الزمن الحاضر، فقد أصبحت أسباب أمراض القلب معروفة تماماً، ويمكن درء بعضها بسهولة. إلا أنه من غير الممكن تجنُّب بعض العوامل ومنها التقدم في السن ونوع الجنس (ذكر أم أنثى) والعامل الوراثي. غير أنه من الممكن التحكُّم في عدة عوامل خطورة رئيسة بالحفاظ على

نمط حياة صحي. وأفضل السبل إلى درء الجلطة هي الغذاء الصحي والرياضة المتكررة والامتناع عن التدخين.

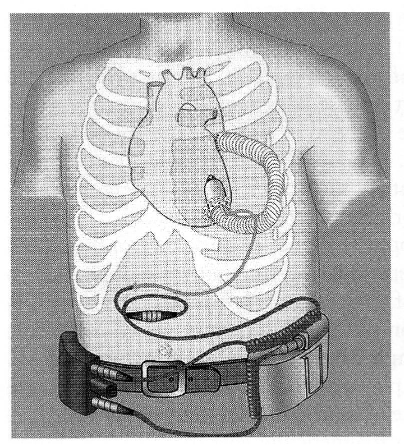
وبناءً على هذه المعرفة، طوَّر حقل الطب والهندسة الحيوية الطبية أيضاً تقانة جديدة لتأخير الموت وتحسين جودة الحياة. ففي عام 1952، أُجريَت أول عملية قلب مفتوح ناجحة، وكان ذلك بعد اختراع الآلة القلبية الرئوية التي مكَّنت من إجراء جراحات الصدر المفتوح الخطيرة التي تمتد ساعات عديدة. ومنذئذٍ أصبح عدد من الإنجازات المهمة ممكناً: أول زرع لجهاز ميكانيكي يساعد القلب المريض (1965)، وأول زرع لقلب كامل نُقل من شخص إلى آخر (1967)، وأول زرع لقلب صناعي كلياً (1982). ومازال حقل طب القلب في توسُّع مستمر لمواجهة العدد المتنامي من احتياجات مرضى القلب.

ويُعتبَر تصميم أجهزة مساعدة القلب أكثر الأمثلة جلاء لتلاقي الطب والهندسة، فقلوب المرضى الذين يعانون من قصور قلبي تُخفِق في ضخ ما يكفي من الدم لسد احتياجات الجسم. وفي حالات قصور القلب التي هي أشد سوءاً، يُحوَّل المرضى إلى عمليات الزرع حيث تُتَّخذ إجراءات لإطالة مدة عمل القلب ريثما يُعثر على متبرِّع، أو يمكن إخضاع المريض إلى المعالجة الحتمية (destination therapy)، وفيها يُزرع جهاز مساعد على نحو دائم في جسم المريض، الذي لا يتحمل جسمه زرع قلب، ليقوم بوظيفة القلب. ومن هذه التجهيزات الشائعة مساعد البُطَين الأيسر (left ventricular assist device LVAD)، وهي أداة تحاكي في عملها عمل البُطَين الأيسر، وهو الجزء من القلب الذي يُخفق أولاً على الأرجح (انظر المثال 7ب.1)، غير أنه لا يحتاج إلى إزالة القلب الأصلي. يُزرع المساعد في الجسم حيث يوصَل عادة بالقلب بواسطة أنبوب يمرِّر الدم من الأُذَين الأيسر إليه. وباستعمال مضخة تعمل بالغاز أو عنفة سابحة مغنطيسياً، يُضخ الدم من المساعد إلى الدورة الدموية الجسمية. وتتصل التجهيزة بحاسوب خارجي ووحدة تغذية كهربائية.

أنتجت الشركة Thoratec (Pleasanton, CA) تجهيزتين من هذا النوع لاستعمالهما ريثما يُزرع قلب في جسم المريض، أو في المعالجة الحتمية. تُعرف هاتان التجهيزتان بالاسم التجاري HeartMate® (أي مساعد القلب)، وهما منظومتان مختلفتان لمساعدة البُطَين الأيسر، إحداهما ذات مضخة غازية والثانية كهربائية، وقد أقرَّت إدارة الغذاء والدواء الأميركية استعمالهما طبياً. باستعمال مساعد القلب، يمكن للمرضى أن يتحسَّنوا كثيراً من قصور قلبي شديد الوطأة (يُصنَّف على أنه متاعب وأعراض يمكن أن تحصل حتى في حالة الراحة التامة) إلى قصور قلبي معتدل (يتسم بانعدام الأعراض من الأنشطة العادية التي من قبيل صعود درج). وفي غضون ذلك

يخضعون إلى إعادة تأهيل بدني. لقد بدأت التجارب الطبية على مساعد القلب في معهد القلب في تكساس (Texas Heart Institute) في عام 1986، وأقرَّت إدارة الغذاء والدواء الأميركية استعماله وتسويقه في عام 1994.

يتكوَّن مساعدا القلب من حجرات دم وأنابيب نقل ومجاري دخل وخرج. وقد صُنعت المجاري من نسيج بوليستر طراز Dacron ملحوم بصمام قلب خنزير (pig valve) يوصل بالقلب الأصلي. أما السطوح النسيجية لحجرات الدم فتقلِّص من مخاطر تكوُّن الجلطات. ويُغذَّى مساعد القلب ذو المضخة الغازية بواسطة جهاز تحكم كبير موصول بكابل طويل ويتحكم في حجم الدفقة (stroke volume) الذي يساوي 83 ميلّيليتراً، وبمعدَّل نبض أعظمي يساوي 140 نبضة في الدقيقة، وهذا ما يجعله قادراً على توفير معدَّلات تدفُّق للدم تصل حتى 12 ليتراً في الدقيقة. ويمكن للمرضى المزوَّدين بمساعد القلب ذي المضخة أن يتحركوا، لكن عليهم البقاء في المستشفى. في المقابل، يُغذَّى النوع الثاني من مساعد القلب كهربائياً، ويرافقه جهاز تحكُّم خارجي صغير مع وحدة بطاريات محمولة، وهذا ما يمكِّن المريض من التحرُّر والبقاء خارج المستشفى مدة تصل حتى 8 ساعات. ويتصف هذا المساعد بحجم الدفقة كسابقه ذي المضخة، لكن بمعدَّل نبض أعظمي أقل (حتى 120 نبضة في الدقيقة) وبخرج قلبي أقل (10 ليترات في الدقيقة). لقد زُرِع مساعد القلب الكهربائي أول مرة في عام 1991 في جسم مريض عاش عليه 505 أيام. وأعاد الجرّاحون والمهندسون تصميم الجهاز لدرء تكوُّن الخثرات وتقليص الضغوط العالية الناجمة عن صمامات المضخة، وتحسين تقنيات الزرع وتخفيض الإصابة بالعدوى. لذا يمكن للجيل الجديد من مساعد القلب طراز XVE تحسين حياة المرضى كثيراً، وهذا ما جعله ملائماً للمعالجة الحتمية إضافة إلى استعماله ريثما يحصل زرع قلب جديد.





الشكل 7ب.7: رسم توضيحي لطريقة وضع Jarvik 2000 على الجسم مع صورة مكبرة له.
(اقتُبست بعد موافقة معهد القلب بتكساس).

ثمة مساعد قلب آخر من طراز Jarvic 2000 (الشكل 7ب.7) طُوِّر في عام 1988. وهو تجهيزة غير نبضية ذات مضخة عديمة الصمامات ذات تدفُّق محوري وتغذَّى كهربائياً، وهذه المضخة هي الجزء المتحرك الوحيد في الجهاز، وهي تؤمن تدفقاً مستمراً للدم الغني بالأكسجين عبر الجسم. ويمكن زرع هذا الجهاز، الذي يبلغ حجمه حجم بطارية من الفئة C، في بُطَين المريض الأيسر نفسه. وتتحكَّم علبة تُربط على الخصر مع وحدة مراقبة في سرعة المضخة (معدَّل خرج يساوي 5 ليترات في الدقيقة بسرعات يمكن التحكُّم فيها من 8000 حتى 12000 دورة في الدقيقة)، وفي مدة حياة البطارية التي تغذِّي المحرك الكهربائي. ويَعبُر كابل جلدَ البطن لتوفير الطاقة الكهربائية لجزء الدفع الدوار من المضخة، وهو مغنطيس معلَّب في قوقعة من التيتانيوم. وبُنيَت جميع السطوح التي على تماس مع الدم من التيتانيوم المصقول صقلاً شديد النعومة. وتُصدر وحدة المراقبة إشارات صوتية ومرئية لتنبيه المريض إلى احتمال وجود بعض الاضطرابات. ويستطيع هذا الجهاز، الذي أقرَّت إدارة الغذاء والدواء الأميركية في عام 2000 استعماله ريثما يُزرع قلب للمريض، أن يساعد مرضى القصور القلبي مدة تزيد على 200 يوم.

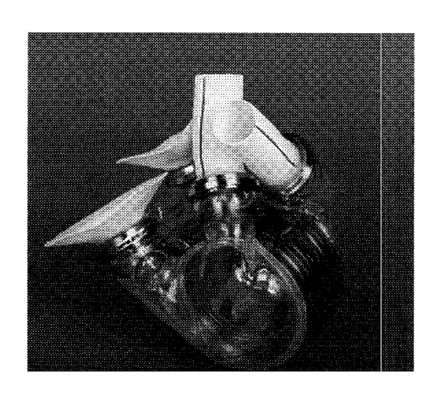
ورغم نجاح مساعدات البُطَين الأيسر، تبقى زراعة القلب أفضل الخيارات لإطالة أعمار مرضى قصور القلب. في عام 1967، أجرى د. كريستيان بارنارد (Christiaan Barnard) أول عملية لزرع القلب، وكان بذلك صانعاً للتاريخ حينما عرَّف موت المتبرِّع بأنه موت دماغه. وكرَّر العملية بعدئذٍ مباشرة جراحون آخرون مثبِتين فائدتها. غير أنه برغم نجاح زراعة القلب، يبقى في نهاية كل عام نحو 4000 مريض بحاجة ماسة لزرع قلب على لائحة الانتظار. إن عدم

وجود عدد كافٍ من المتبرعين (2200 مريض فقط يحصلون على قلوب في الولايات المتحدة في السنة)، إضافة إلى الاحتمال العالي لرفض جهاز المناعة لدى المريض للقلب المزروع، وضعا الأطباء في الموقف السابق نفسه ودفعاهم نحو البحث عن خيارات أخرى أكثر ديمومة[2].

وفي عام 1969، زرع د. دِنتون كولي (Denton A. Cooly)، من معهد القلب بتكساس، ود. دومينغو ليوتَّا (Domingo Liotta)، من كلية بايلور للطب (في هيوستون بتكساس)، أول قلب صناعي محض في جسم مريض لم يكن ليعيش طويلاً باستعمال الآلة القلبية الرئوية. وعاش المريض بالقلب الصناعي 64 ساعة إلى أن حصل على قلب متبرِّع. ومات المريض في ما بعد بمرض ذات الرئة، وقد بيَّن فحص القلب الصناعي الذي زُرع في جسمه أن أجزاءه قد احتفظت بمواصفاتها، وأنه لم تتكوَّن خثرات على أيٍّ من سطوح بطانتها الناعمة. ومع أن عملية الزرع تلك كانت مثار جدل كبير، بيَّنت هذه التجربة أنه يمكن للمرضى الاستعانة بنظم دورة دموية ميكانيكية ريثما يحصلون على قلب طبيعي.

وظهرت تصاميم لاحقة مثل Jarvik-7 واسع الانتشار (المعروف حالياً بـــ CardioWest (SynCardia Systems, Inc., Tucson, AZ))، وهي أفضل من القلوب الصناعية السابقة. وفي عام 1982، زرع الجراحون Jarvik-7 في جسم مريض عاش 112 يوماً عليه. صحيحٌ أن هذا الطراز قد زُرع لمرضى آخرين بوصفه معالجة حتمية، إلا أن حجم وحدة التحكُّم الخارجية الكبير، وتكاليف صيانته الباهظة فاقا الراحة التي يمكن أن يوفرها للمرضى، وهذا ما دفع إدارة الغذاء والدواء إلى إيقاف إنتاجه ليحل محله القلب الصناعي AbioCor™ من الشركة ABIOMED (Danvers, MA) (الشكل 7ب.8).

إن القلب الصناعي AbioCor™ هو أول جهاز من نوعه: قلب صناعي قابل للزرع ذو مضخة نبضية يخضع إلى تجارب القبول الطبية لدى إدارة الغذاء والدواء الأميركية. ويساوي وزن هذا القلب الصناعي نحو 1 كلغ ثقلي، وهو مصنوع من التيتانيوم والبوليمر ويُستخدم فيه محرك يدور بسرعة 4000–8000 دورة في الدقيقة لتحقيق التوازن السوائلي ضمن القلب الصناعي وضخ الدم عبر الجسم. وتنقل منظومة نقل للطاقة عبر الجلد الطاقة الكهربائية إليه من وحدة بطاريات خارجية دون ثقب الجلد، وهذا ما يقلِّص جداً مخاطر الالتهاب. ويمكن للبطارية الخارجية أن تعمل مدة تصل إلى نحو 4 ساعات، وهي تعمل على شحن بطارية احتياطية داخلية باستمرار يمكن أن تعمل مدة تصل حتى 20 دقيقة حينما تكون البطارية الخارجية مفصولة. ويُراقَب تدفُّق الدم ويجري التحكُّم فيه بواسطة مجموعة إلكترونية داخلية.



الشكل 7ب.8: القلب الصناعي AbioCor™ من الشركة: ABIOMED (Danvers, MA).

وفي عام 2001، بدأ العمل بدراسة جدوى لـــ AbioCor™ أقرَّتها إدارة الغذاء والدواء الأميركية عندما زرعه جراحون في لويسفيلّ (Louisville, KY) أول مرة في جسم مريض[3]. ومنذئذٍ، زرعت مستشفيات أخرى في الولايات المتحدة هذا القلب الصناعي. وفي ربيع عام 2002، جرى تقويم أول خمس عمليات زرع، وقد وُجد أن خثرات تكوَّنت على جزء منه شبيه بالقفص في صمام الدخل. وعُدِّل القلب الصناعي للتخلُّص من هذا العيب. وبحلول عام 2003، كان AbioCor™ قد زُرِع في أجسام 6 مرضى آخرين.

وحتى ذلك الحين، كانت نتائج دراسة الجدوى مشجعة، فالقلب الصناعي AbioCor™ بحد ذاته كان موثوقاً وعمل وفقاً لما صُمِّم له، فهو ينبض 150 000 مرة كل يوم، ولم يحصل إخفاق في الضخ أو نقص في نقل الطاقة إليه[3، 4]. وكانت صيانته في المنزل سهلة نسبياً، ومضخته قابلة للزرع كلياً، وهذا ما قلَّص الالتهاب تقليصاً كبيراً مقارنة بتجهيزات الدورة الدموية الميكانيكية الأخرى.

وتبيِّن نتائج الدراسات أن العيش المديد بالقلب الصناعي AbioCor™ مازال يمثِّل تحدِّياً هندسياً. فتكوُّن الجلطات مازال المشكلة الكبرى، ولذا يجب تطوير إجراءات ملائمة لمنع التخثُّر. وإذا جرى تطوير تصميم جديد يستخدم مواد مضادة للتخثُّر، فعلى المهندسين أن يتنبَّهوا إلى ضرورة أن تكون تلك المواد متوافقة حيوياً مع جهاز المناعة، وأنها لا تُتلِف كريات الدم الحمراء، من دون التخلي عن الوثوقية والاستقرار الميكانيكيين. وحجم الجهاز الكبير نسبياً يمنع زرعه في أجسام النساء والرجال الصغار الحجم والأطفال، لكن حجمه في قيد التعديل. ويُضاف إلى ذلك أن على المهندسين والأطباء أن يبذلوا قصارى جهودهم لضمان أن القلب الصناعي لا يجعل مستوى حياة المريض يتدنَّى.

ومع استمرار التطورات التقانية في إطالة العمر، ستصبح أمراض القلب أكثر شيوعاً أيضاً، وهذا ما يزيد من الحاجة إلى إيجاد طرائق تدرأ قصور القلب. وتشير العقبات التي ظهرت أثناء البحث عن طريقة لإطالة عمر عمل القلب إلى حاجة ملحَّة إلى مزيد من البحث والتحسينات تهدف إلى تصميم جهاز يمكن أن يُطيل عمر القلب ويحسِّن من حياة الآلاف من مرضى القلب.

مراجع

References

1. American Heart Association. Heart disease and stroke statistics-2005 update. 2005. http://www.americanheart.org/download /heart/1105390918119HDSStats2005U pdate.pdf, accessed January. 22, 2005.
2. United Network for organ sharing. 2003 U.S. organ procurement and transplantation network and the scientific registry of transplant recipients annual report. 2005. http://www.optn.org/AR2003/default. htm accessed January. 22, 2005.
3. Frazier OH., Dowling RD., Gray LA., Shah NA., Pool T. and Gregoric I. The total artificial heart: where we stand. *Cardiology* 2004, 101:117-21.
4. Cooley D., The total artificial heart. *Nat Med* 2003, 9:108-11.

مسائل

الجزء I – تسليط الضوء على القلب

7ب.1 (ع) حينما يضخ البُطَينان الدم، ينغلق الصمام التاجي والصمام الثلاثي، ويسمح انغلاقهما للدم بالتدفق إلى الخارج نحو الشريان الأبهر والشريان الرئوي. ويساوي قطر الصمام الثلاثي 29 ميلّيمتراً، ويساوي قطر الصمام التاجي 31 ميلّيمتراً.

(أ) قَدِّر أكبر قوة فاعلة في الصمام التاجي.

(ب) قَدِّر أكبر قوة فاعلة في الصمام الثلاثي. يساوي الضغط الأعظمي في البُطَين الأيمن 25 ميلّيمتر زئبق.

(ت) أثناء التمارين الرياضية، يمكن للضغط في البُطَين الأيسر أن يرتفع بمقدار 30 في المئة. ما هو مقدار القوة المطبَّقة على الصمام أثناء التمرين؟

(ث) انقباض الأبهر هو حالة يتقلَّص فيها قطر الصمام الأبهر ويعيق تدفُّق الدم في الشريان الأبهر. وتؤدي هذه الإعاقة إلى تزايد الضغط في البُطَين إلى مقدار يصل حتى 300 ميلّيمتر زئبق. ما هو مقدار القوة الفاعلة في الصمام التاجي في هذه الحالة المَرضية؟

7ب.2 (ط) قدِّر عدد الحُرَيرات التي تستهلكها في اليوم. سجِّل نوع طعامك وعدد وجباتك وعدد الحُرَيرات في الوجبة وعدد الحُرَيرات الكلي. ولا تنسَ تسجيل الصودا (والكافئين) التي تستهلكها كي تبقى مستيقظاً في المساء. وحدِّد معدَّل الاستقلاب الأساسي لديك مقدَّراً بالحُرَيرة

في اليوم بافتراض أن معدَّل الاستقلاب الأساسي يساوي 60 في المئة من الحُرَيرات التي تتناولها. يُبين الجدول 7ب.6 النسبة المئوية لمعدَّل الاستقلاب الأساسي في الأعضاء المختلفة. واحسب عدد الحُرَيرات التي يستعملها قلبك يومياً.

الجدول 7ب.6: النسبة المئوية لمعدَّل الاستقلاب الأساسي في الأعضاء الرئيسة.

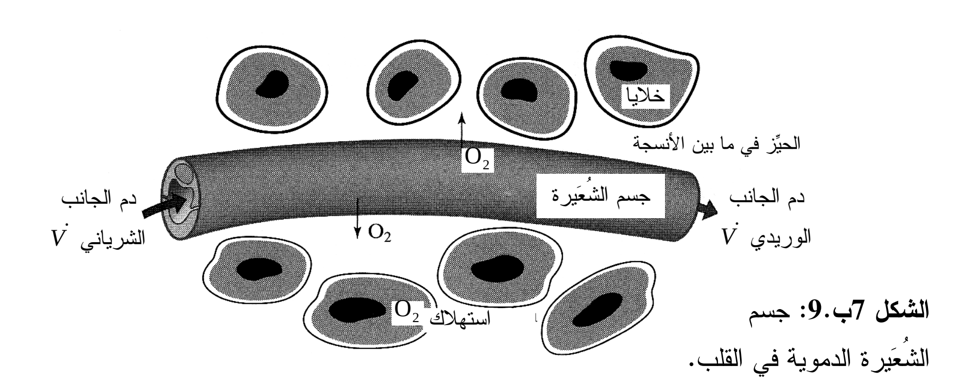
العضو	النسبة المئوية من معدَّل الاستقلاب الأساسي
الكلية الواحدة	3.85
الدماغ	16.0
الأحشاء	33.6
الرئة الواحدة	2.2
عضلات العمود الفقري	15.7
القلب	10.0
الأعضاء الأخرى	12.6

7ب.3 (ك) وظيفة الدورة الدموية التاجية هي توفير المغذِّيات الضرورية للقلب. حدِّد المعدَّل الاسمي لاستهلاك الأكسجين، أو معدَّل الاستقلاب، في نسيج موجود ضمن مجموعة الشُعَيرات الدموية في القلب، وفق ما هو مبيَّن في الشكل 7ب.9. افترض أن الأكسجين جيد التوزُّع في الحيِّز النسيجي وفي الدم في أي نقطة من الوعاء الدموي على كامل المقطع العرضاني للوعاء. وقد حُدِّدت المتغيِّرات الآتية للمساعدة على حل المسألة: V هو حجم الوعاء الدموي $[L^3]$، و C_{O_2} هو تركيز الأكسجين المنحل في الدم $[NL^{-3}]$، و $C_{Hb\text{-}O_2}$ هو تركيز الأكسجين الملتصق بالهيموغلوبين $[NL^{-3}]$، و $\dot{V}$ هو معدَّل تدفُّق الدم في النسيج $[L^3t^{-1}]$، و A هي مساحة المقطع العرضاني لجسم الشُعَيرة $[L^2]$، و P هو الضغط $[ML^{-1}t^{-2}]$، و Γ هو معدَّل الاستقلاب في النسيج $[NL^{-3}t^{-1}]$، و ω هي نفوذية الدم في جسم الشُعَيرة $[Lt^{-1}]$، و AR هو رمز الجانب الشرياني، و VE هو رمز الجانب الوريدي، و T هو رمز النسيج.

يساوي معدَّل التدفُّق الحجمي من جسم الشُعَيرة إلى النسيج ωA. ويمكن اعتبار أن معدَّل تدفُّق الأكسجين من جسم الشُعَيرة إلى النسيج يساوي المقدار $\omega A\,(C_{VE,\,O_2} - C_{T,\,O_2})$.

ويساوي الضغط الاسمي للأكسجين في الجانب الشرياني 95 ميلّيمتر زئبق، وفي الجانب الوريدي 40 ميلّيمتر زئبق. ويساوي تركيز الهيموغلوبين في الدم 2200 μM. وفي الجانب الشرياني، الهيموغلوبين مشبع بنسبة 96.6 في المئة. وفي الجانب الوريدي، الهيموغلوبين

مشبع بنسبة 66.1 في المئة. ويساوي ثابت قانون هنري للأكسجين $0.74\,\mathrm{mmHg}/\mu\mathrm{M}$.
افترض أن كتلة نسيج القلب تساوي 327 غراماً وأن معدَّل تدفُّق الدم $\dot{V}$ في النسيج يساوي 225 ميلّيليتراً في الدقيقة.



الشكل 7ب.9: جسم الشُعَيرة الدموية في القلب.

الجزء II– الأنشطة الكهربائية في القلب

7ب.4 (م) صِف كيفية انتشار النبضة الكهربائية عبر القلب.

(أ) ارسم مخططاً للأجزاء المختلفة من منظومة النقل الكهربائي في القلب وسمِّ كل جزء منها. كم تستغرق النبضة من الوقت للانتقال من العقدة الجيبية الأُذَينية إلى العقدة الأُذَينية البُطَينية، وحزمة هيس، وفرعي الحزمة، وألياف بوركينج؟

(ب) صِف البنية التشريحية للحزمة الأُذَينية البُطَينية.

(ت) لماذا يكون النقل الكهربائي أسرع في بعض أجزاء الجسم منه في غيرها؟ أين تكون السرعة أعظمية، وما هو مقدارها؟ أين تكون السرعة أصغرية، وما هو مقدارها؟

7ب.5 (ش) يتضمن الجدول 7ب.7 تراكيز الأيونات داخل وخارج الخلايا القلبية.

(أ) احسب كمونات نرنست في حالة التوازن لكل أيون: Ca^{2+}، Na^{+}، K^{+}.

(ب) تذكَّر أن الناقلية الكهربائية هي مقلوب المقاومة. نمذج غشاء الخلية بثلاثة نواقل تفرعية تمثِّل الأيونات الثلاث. ما هو مقدار الناقلية الكلية المكافئة للغشاء؟

(ت) بافتراض أن كمون الراحة في الغشاء يُحدَّد في المقام الأول بالأيونات Ca^{2+}،

Na^+ ، K^+ ، احسب كمون الراحة في غشاء الخلية.

الجدول 7ب.7: تراكيز الأيونات في الخلايا القلبية.

الأيون	التركيز خارج الخلية (mM)	التركيز داخل الخلية (mM)	الناقلية (S)
Na^+	145	10	3.0×10^{-6}
K^+	4	140	3.0×10^{-4}
Ca^{2+}	2	1×10^{-4}	3.0×10^{-6}

الجدول 7ب.8: نماذج ناقلية الأيونات المشاركة في كمون الحدث.

الأيون	الناقلية (S)	المدة (ميلّيثانية)
Na^+	3.0×10^{-6}	$0 < t \leq 10$
	$2.0 \times 10^{-4}t - 0.001997$	$10 < t \leq 15$
	$-2.0 \times 10^{-4}t + 0.004003$	$15 < t \leq 20$
	3.0×10^{-6}	$t > 20$
K^+	3.0×10^{-4}	$0 < t \leq 10$
	$3.0 \times 10^{-5}t$	$10 < t \leq 20$
	6.0×10^{-4}	$20 < t \leq 200$
	$-1.5 \times 10^{-5}t + 0.0036$	$200 < t \leq 220$
	3.0×10^{-4}	$t > 220$
Ca^{2+}	3.0×10^{-6}	$0 < t \leq 10$
	$4.97 \times 10^{-5}t + 4.94 \times 10^{-4}$	$10 < t \leq 20$
	5.0×10^{-4}	$20 < t \leq 150$
	$-9.94 \times 10^{-6}t + 0.001991$	$150 < t \leq 200$
	3.0×10^{-6}	$t > 200$

7ب.6 (ش) أثناء كمون الحدث، تتغيَّر ناقليات الأيونات Ca^{2+} ، Na^+ ، K^+ وفقاً للمعادلات المدرجة في الجدول 7ب.8.

(أ) ارسم ناقلية كل أيون خلال مدة تساوي 300 ميلّيثانية.

(ب) احسب وارسم كمون الغشاء الناتج خلال مدة 300 ميلّيثانية. افترض أن تراكيز الأيونات داخل وخارج الخلايا تبقى ثابتة أثناء كمون الحدث (برغم أنه ثمة تدفُّق للأيونات عملياً من وإلى الخلايا أثناء كمون الحدث، فإنه ليس كافياً لتغيير التراكيز. أي إن كمونات توازن نرنست لكل أيون لا تتغيَّر). يمكن لبرنامج من قبيل ماتلاب أن يكون مفيداً.

(ت) ما هو مفعول Ca^{2+} في كمون الحدث؟ كيف يمكن أن يبدو كمون الحدث إذا لم تكن

الأيونات Ca^{2+} موجودة؟

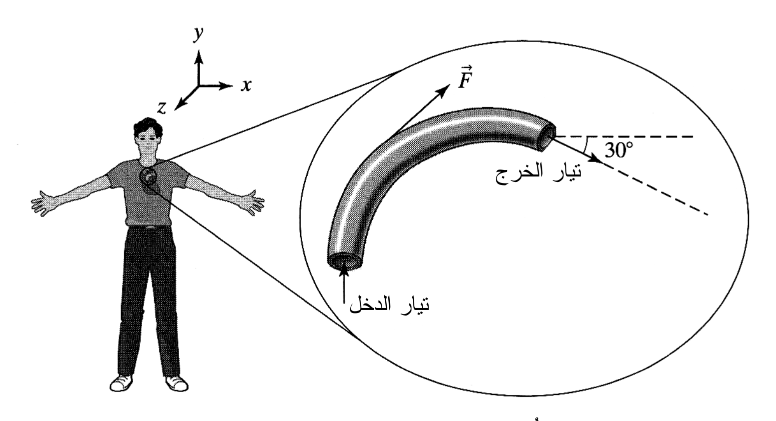
الجزء III– منظومة الدورة الدموية

7ب.7 (ك، ع) في عملية توزيع الدم الغني بالمغذِّيات في الجسم، تتفرع الأوعية الدموية الكبيرة إلى فرعين أو أكثر أصغر منها على التوالي من الشريان الأبهر إلى الشُرَينات، ومنها إلى الشُعَيرات الدموية. وفي عملية إعادة الدم إلى القلب، تتجمَّع الشُعَيرات معاً لتكوِّن الوُرَيدات مروراً بالأوردة وانتهاء بالوريد الأجوف. ويتضمن الجدول 7ب.9 قيماً شائعة لأقطار تلك الأوعية ولسرعات الدم فيها. احسب معدَّل التدفق الحجمي والكتلي وعدد رينولدس للدم في كل منها. اقترح تعليلاً للتفرُّع الكثيف في الدورة الدموية ولقيم أعداد رينولدس المنخفضة.

الجدول 7ب.9: خصائص الأوعية الدموية في جسم الإنسان.

الوعاء الدموي	القطر (سنتيمتر)	سرعة الدم (سنتيمتر في الثانية)
الشريان الأبهر الصاعد	2.6	63
الشريان الأبهر الهابط	1.8	27
الفروع الشريانية الرئيسة	0.4	35
الشرَينات	0.003	3
الشعَيرات الدموية	0.0006	0.05
الورَيدات	0.002	2
الفروع الوريدية الرئيسة	0.5	15
الوريد الأجوف	2.0	14

7ب.8 (ع) يبيِّن الشكل 7ب.10 مخططاً لقوس الأبهر. يساوي مطال سرعة الدم عبر القوس مقداراً ثابتاً هو 0.372 متراً في الثانية، ويعتمد اتجاه الاندفاع على وضعية الشخص. ويساوي حجم الدم في المنظومة 49 سنتيمتراً مكعباً. وفقاً للشكل، توجد لتيار الدخل مركِّبة في الاتجاه y. أما تيار الخرج، فله مركِّبتان في الاتجاهين x و y. تخيَّل أن قوس الأبهر هذا في جسمك وأنت واقف، وأنه موجَّه وفقاً للشكل. إن اتجاه ومطال القوة الموازِنة اللازمة للحفاظ على قوس الأبهر في مكانه يعتمد على وضعيتك. لا تهمل مفاعيل الثقالة في القوس. افترض أنك واقف، واحسب القوة الموازِنة ($\vec{F}_x$ و $\vec{F}_y$ و $\vec{F}_z$) التي يُطبِّقها الجسم على قوس الأبهر لإبقائه في مكانه. وحينما تستلقي، يتغيَّر اتجاه تدفُّق الدم بالنسبة إلى المحاور x و y و z (لا تغيِّر اتجاهات هذه المحاور). احسب القوة الموازِنة ($\vec{F}_x$ و $\vec{F}_y$ و $\vec{F}_z$) التي يُطبِّقها الجسم على قوس الأبهر لإبقائه في مكانه عندما تكون مستلقياً.



الشكل 7ب.10: رسم توضيحي لتدفُّق الدم في قوس الأبهر.

7ب.9 (ع، ش) ثمة هبوط ضغط من الجانب الأيسر إلى الجانب الأيمن من القلب.

(أ) ما هو مقدار هذا الهبوط؟

(ب) عندما يتحرك الدم في الجسم، يحصل هبوط الضغط بسبب مقاومة الأوعية، أو المقاومة المحيطية التي تنجم عن احتكاك الدم بجدار الوعاء. ما هي القيمة العددية للمقاومة المحيطية في الجسم؟ أعطِ الجواب مقدَّراً بوحدة المقاومة المحيطية PRU . peripheral resistance unit (PRU) = $\text{mmHg}\cdot\text{s}/\text{cm}^3$

(ت) أثناء الرياضة، تنخفض المقاومة المحيطية الكلِّية لدى الشخص. إذا كانت مقاومة الشخص المحيطية الكلِّية تساوي 0.47 PRU، وكان ضغطه الشرياني الوسطي 140 ميلّيمتر زئبق، ما هو مقدار خرجه القلبي؟

(ث) ناقش كمياً ونوعياً (مع معادلات) كيفية ضم المقاومات في جميع أعضاء وأجزاء الجسم معاً لتُعطي المقاومة المحيطية الكلِّية. هل المقاومة التي تُبديها الكليتان أكبر أو أصغر من المقاومة المحيطية الكلِّية؟ ولماذا؟

7ب.10 (م) لا يُرى أيُّ عضو في الجسم إلاّ جزءاً فقط من الخرج القلبي. على سبيل المثال، يحصل الدماغ على 0.7 ليتراً في الدقيقة من الدم، أي ما يساوي 14 في المئة من خرج القلب الكلي في حالة الراحة. ويتضمن الجدول 7ب.10 استهلاك بعض الأعضاء الأخرى.

(أ) أكمل الجدول 7ب.10 مستعيناً بكتب أخرى ومجلات علمية.

(ب) ما هو مقدار معدَّل تدفُّق الدم في الرئتين؟

أثناء التمارين الرياضية، يزداد خرج القلب لتمكين العضلات من الحصول على مزيد من =

الجدول 7ب.10: خرج القلب في حالة الراحة.

العضو	معدَّل تدفق الدم في العضو (ليتر في الدقيقة)	النسبة المئوية من خرج القلب
الدماغ	0.7	14
العضلات		18
الجهاز الهضمي والطحال والكبد	1.35	
الجلد	0.3	
العظام		5
الكليتان		
الأعضاء الأخرى		

الجدول 7ب.11: خرج القلب أثناء الرياضة.

العضو	معدَّل تدفق الدم في العضو مقارنة بحالة الراحة
الدماغ	نفسه
العضلات	
الجهاز الهضمي والطحال والكبد	ينخفض بـــ 50 في المئة
الجلد	يزداد أربعة أمثال
العظام	نفسه
الكليتان	ينخفض 50 في المئة
الأعضاء الأخرى	نفسه

المغذِّيات، ويتغيَّر توزُّع الدم في الجسم وفق ما هو مبيَّن في الجدول 7ب.11.

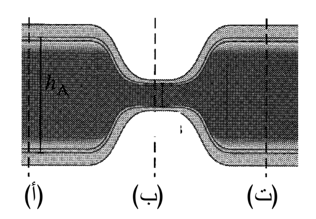
(ت) بافتراض أن خرج القلب يساوي 12.8 ليتراً في الدقيقة، ما هو مقدار تغيُّر كمية الدم التي تتدفَّق في العضلات؟

(ث) ما هو السبب الوظيفي الحيوي لازدياد تدفُّق الدم عبر الجلد أربع مرات أثناء الرياضة؟

7ب.11 (ك، ع) يُعدُّ تضيُّق الأوعية الدموية أكبر سبب لأمراض القلب والسكتة الدماغية.

(أ) اذكر ثلاثة عوامل خطورة تؤدي إلى تضيُّق الشرايين.

(ب) يُبدي الشريان الصغير المبيَّن في الشكل 7ب.11 علائم تضيُّق، والبيانات الآتية معروفة عن تدفُّق الدم في الموقع أ: القطر يساوي 0.5 سنتيمتراً، الضغط الانقباضي يساوي 110 ميلّيمتر زئبق، والضغط الانبساطي يساوي 70 ميلّيمتر زئبق، والسرعة تساوي 10 سنتيمترات في الثانية. ويساوي القطر في الموقع ب 0.1 سنتيمتراً. احسب سرعة الدم والضغطين الانقباضي الانبساطي في الموقع ب، موضِّحاً جميع افتراضاتك. ثمة طريقة أخرى لنمذجة هذه المنظومة هي أن تحسب الضغط الشرياني الوسطي (mean arterial pressure MAP)



الشكل 7ب.11: تضيُّق شرياني

بدلاً من الضغطين الانقباضي والانبساطي.

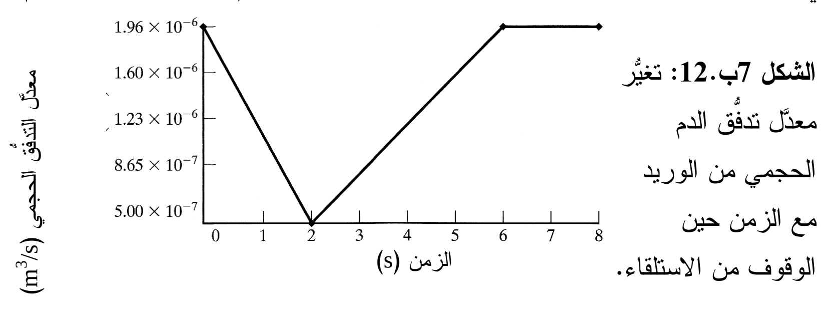
(ت) عرِّف الضغط الشرياني الوسطي بدلالة الضغطين الانقباضي والانبساطي. لماذا لا يُعتبر الضغط الشرياني الوسطي القيمة الوسطى للضغطين الانقباضي والانبساطي؟ لماذا يستخدم الأطباء غالباً الضغط الشرياني الوسطي بدلاً من الضغطين الانقباضي والانبساطي؟

(ث) احسب الضغط الشرياني الوسطي في الموقعين (أ) و(ب) باستعمال البيانات المعطاة ونتائج الحسابات السابقة.

(ج) باستعمال قيمة الضغط الشرياني الوسطي في الموقع (أ) (لا الموقع ب) المحسوبة في الفقرة السابقة، والسرعة والقطر المعطيين في الفقرة ب، احسب الضغط الشرياني الوسطي في الموقع ب. قارن النتيجة مع نتيجة الفقرة ث.

(ح) افترض أن هبوط ضغط بمقدار 0.1 ميلّيمتر زئبق قد حصل بسبب تضيُّق الوعاء الدموي، واحسب سرعة الدم في الموقع (ت) مستخدماً السرعة والضغط الشرياني الوسطي في الموقع (أ).

7ب.12 (ك) حينما يقف شخص كان مستلقياً، يزداد الضغط في أوعية ساقيه بسبب حجم ووزن الدم الموجود في الجزء العلوي من الجسم. ويؤدي ازدياد الضغط إلى ازدياد مقدار الدم الموجود في أوعية الساقين ما بقي الشخص واقفاً. افترض أن الشخص يقف في اللحظة $t = 0$، فيتناقص حجم الدم الذي يغادر جزءاً من الوريد ثم يعود إلى طبيعته وفق ما هو مبيَّن في الشكل 7ب.12. قبل الوقوف، كان قطر الوريد 0.5 سم، وكان طوله 30 سم.



الشكل 7ب.12: تغيُّر معدَّل تدفُّق الدم الحجمي من الوريد مع الزمن حين الوقوف من الاستلقاء.

(أ) ما هو مقدار تغيُّر الحجم في هذا الجزء من الوريد خلال 6 ثوانٍ؟

(ب)ما هو مقدار زيادة قطر الوريد؟

(ت)في حالة مرض الدوالي، يصبح توسُّع الأوردة مستديماً. من هم الأكثر عرضة لهذا المرض؟ وما هي التعقيدات التي تنجم عن هذا التوسُّع؟

الجدول 7ب.12: تركيز الصبغة في الدم*.

الزمن (ثانية)	التركيز (ميلّيغرام في الليتر)	الزمن (ثانية)	التركيز (ميلّيغرام في الليتر)
0.0	1.35	2.3	207.06
0.1	1.73	2.4	155.76
0.2	2.23	2.5	121.31
0.3	2.86	2.6	94.47
0.4	3.67	2.7	73.58
0.5	4.71	2.8	57.30
0.6	6.05	2.9	44.63
0.7	7.77	3.0	40.61
0.8	9.98	3.1	42.12
0.9	12.81	3.2	46.75
1.0	16.45	3.3	54.63
1.1	21.12	3.4	63.54
1.2	27.12	3.5	67.12
1.3	34.82	3.6	71.48
1.4	44.71	3.7	73.98
1.5	57.40	3.8	74.85
1.6	73.71	3.9	72.10
1.7	94.64	4.0	70.23
1.8	121.52	4.1	66.31
1.9	156.04	4.2	63.49
2.0	200.00	4.3	62.57
2.1	242.07	4.4	63.03
2.2	245.47	4.5	64.54

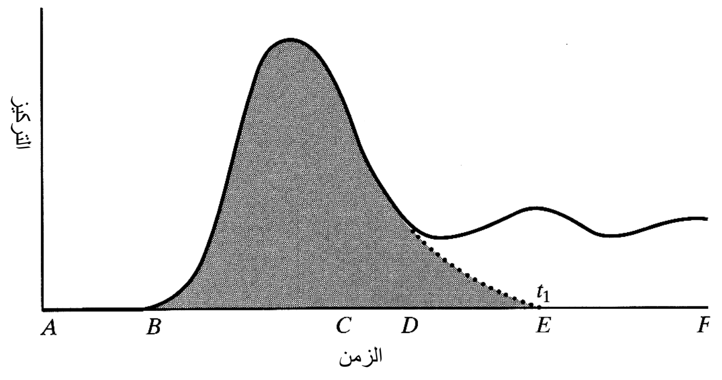
* بيانات مصطنعة.

7ب.13 (ك) إحدى طرائق قياس معدّل تدفُّق الدم هي طريقة تمديد المُشعر، وفيها تُحقن صبغة في الشريان الرئوي ويُراقب تركيزها في شريان الرسغ. يُبين الجدول 7ب.12 تغيُّر تركيز الصبغة في شريان الرُسُغ مع الزمن. يجري أول قياس تركيز للصبغة في شريان الرُسُغ في

اللحظة $t = 0$. وبعد مرور ذروة التركيز يدخل المنحني منطقة تخامد أسِّي تستمر حتى الصفر إذا لم يتكرر دوران الصبغة في الدورة الدموية. بافتراض حقن المريض بـــ 19.3 ميلّيغرام من الصبغة في الشريان الرئوي، احسب معدَّل التدفُّق الوسطي في الدورة الدموية للمريض. افترض أن كل الصبغة تبقى في الدورة الدموية وأنها لا تتفاعل أو تتخامد. وبعد 30 دقيقة، تحصل ظاهرة تسمى "الغسيل". انتبه إلى معاملة البيانات في هذه المنطقة الزمنية معاملة ملائمة (الشكل 7ب.13). حاول تضمين تركيز الصبغة في حد التراكم.

الجزء IV– تسليط الضوء على النقل في مستوى الشُعَيرات الدموية

7ب.14 (م، ع) تبلغ النسبة المئويّة للكريّات الحمراء في دم أنثى سليمة 40 في المئة حجماً. وفي بعض الحالات المرضية، مثل فقر الدم أو فرط (زيادة) الكريات الحمراء في الدم، يمكن لتلك النسبة أن تختلف كثيراً. على سبيل المثال، يمكن لنسبة الكريّات الحمراء الحجمية الوسطية أن تصل إلى 15 في المئة في حالة فقر الدم، وإلى 65 في المئة في حالة فرط الكريّات الحمراء. وتتغير لزوجة الدم مع تغيُّر تلك النسبة أيضاً



الشكل 7ب.13: منحني حقنة سريعة لتمديد مُشعر. بعد الحقن في اللحظة A، ثمة تأخير انتقال يسبق بدء التركيز بالازدياد في اللحظة B. وبعد مرور الذروة يتخامد التركيز بين النقطتين C وD، ويمكن أن يستمر بالتخامد وفقاً للمنحني المنقَّط حتى اللحظة t_1 إذا لم يتكرر دوران الصبغة في الدورة الدموية. أما تكرار الدوران فيولِّد ذروة أخرى في E قبل أن تمتزج الصبغة كلياً بالدم في F.

المصدر:

Webster JG, *Medical Instrumentation: Application and design*, 3 ed., New York,: John Wiley & Sons, 1998.

ما هو مقدار لزوجة الدم العادي؟ جِد شكلاً أو منحنياً يبيِّن تغيُّر اللزوجة مع النسبة المئويّة الحجمية للكريات الحمراء. وحدِّد لزوجة الدم في الحالتين المرضيتين.

(أ) ضع نموذجاً رياضياً متطابقاً مع المنحني المستعمل في جواب الفقرة السابقة، واحسب اللزوجة عند قيم النسب المئوية 15 في المئة و40 في المئة و65 في المئة باستعمال ذلك النموذج الرياضي. هل القيم الناتجة مختلفة كثيراً عن السابقة؟

(ب) احسب عدد رينولدس في الشريان الأبهر عند النسب الثلاثة، واذكر نوع التدفُّق (صفيحياً أم مضطرباً أو عابراً) في كل من حالتَي المرض.

(ت) ما هي النسبة المئوية الحجمية للكريات الحمراء التي تحقِّق أفضل نقل للأكسجين إلى الأنسجة عند فرق ضغط ثابت؟

الجدول 7ب.13: النسبة المئوية الحجمية لكريات الدم الحمراء في أوردة الكليتين والطحال.

	السرعة (متر في الثانية)	القطر (ميلّيمتر)	نسبة الكريات الحمراء في المئة
وريد الطحال	3	0.15	80
وريد الكلية	5	0.20	20
الوريد المشترك.		0.21	

7ب.15 (ك) تتغير نسبة الكريّات الحمراء في الدم بتغيُّر الموقع في الجسم. على سبيل المثال، تساوي تلك النسبة في الطحال 80 في المئة، وفي الكلية 20 في المئة. بافتراض أن وريدين من العضوين اجتمعا معاً، وباستعمال البيانات الواردة في الجدول 7ب.13، ما هو مقدار النسبة المئوية والسرعة في الوريد الناتج؟

7ب.16 (م، ع) تعمل الضغوط داخل الشُعَيرات الدموية وخارجها على إبقائها مفتوحة وإبقاء الدم متدفِّقاً عبر جدرانها. ويُسهم ضغط تناضح السائل الغروي في ما بين الأنسجة، وضغط الشُعَيرات، وضغط تناضح البلازما الغروية، وضغط السائل في ما بين الأنسجة في الضغط الصافي. والبيانات المتوفرة هي: ضغط تناضح السائل الغروي في ما بين الأنسجة يساوي 8 ملّيمتر زئبق، وضغط تناضح البلازما الغروية يساوي 28 ميلّيمتر زئبق، وضغط السائل في ما بين الأنسجة يساوي 3 ميلّيمتر زئبق.

(أ) أعطِ تعريفاً أو شرحاً مختصراً للضغوط الأربعة.

(ب) احسب ضغط الشُعَيرة واتجاه الضغط في الطرف الشرياني منها. يساوي الضغط

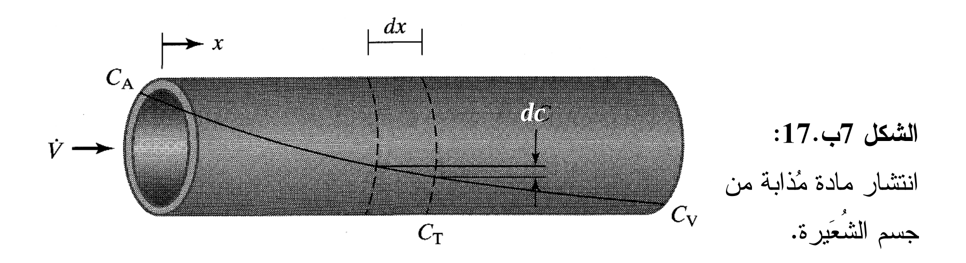
الصافي نحو الخارج في الطرف الشرياني 13 ميلّيمتر زئبق.

(ت) احسب ضغط الشُعَيرة واتجاه الضغط في الطرف الوريدي منها. يساوي الضغط الصافي نحو الداخل عند الطرف الوريدي 7 ميلّيمتر زئبق.

(ث) بافتراض أن ضغط الشُعَيرات الوسطي يساوي 17.3 ميلّيمتر زئبق، ما مقدار الضغط الصافي واتجاهه على طول الشُعَيرة؟

(ج) يساوي متوسط ضغطي الشُعَيرة عند الطرفين الشرياني والوريدي 20 ميلّيمتر زئبق. غير أن ضغط الشُعَيرة الوسطي يساوي 17.3 ميلّيمتر زئبق. فكيف يُحسب ضغط الشُعَيرة الوسطي؟ لماذا يُستعمل هذا الضغط طبياً؟

(ح) إلى أين يذهب السائل الفائض في الحيِّز ما بين الأنسجة للحفاظ على حجم مستقر لذلك الحيِّز؟



الشكل 7ب.17: انتشار مادة مُذابة من جسم الشُعَيرة.

7ب.17 (ك) تأمل في مادة مُذابة تنتشر خارجاً عبر جدار الشُعَيرة الدموية إلى النسيج وفق ما هو مبيَّن في الشكل 7ب.17. افترض أن انتشار المادة المذابة من الشُعَيرة إلى النسيج يتبع قانون فيك (Fick):

$$\dot{n} = PS\ (C - C_T)$$

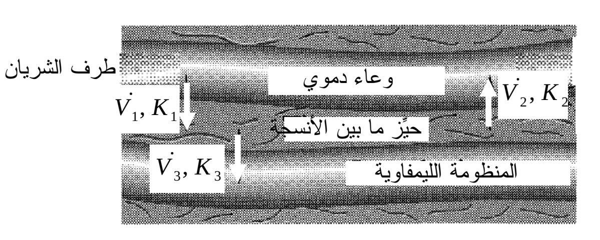
حيث إن $\dot{n}$ هي سيالة المادة المُذابة المتدفِّقة من الشُعَيرة $[Nt^{-1}]$، و P هو معامل نفاذ المادة المُذابة $[Lt^{-1}]$، و S هي مساحة سطح مقطع الشُعَيرة $[L^2]$، و C هو تركيز المادة المُذابة في الشُعَيرة $[NL^{-3}]$، و C_T هو تركيز المادة المُذابة في النسيج $[NL^{-3}]$، و X هو محور مقاس طول الشُعَيرة $[L]$، و $\dot{V}$ هو معدَّل التدفُّق الحجمي للدم $[L^3t^{-1}]$. ويرمز A إلى الطرف الشرياني، و V إلى الطرف الوريدي، و v هي سرعة الدم $[LT^{-1}]$، و L هو طول الشُعَيرة $[L]$، و r هو نصف قطر الشُعَيرة $[L]$.

(أ) ضع عبارة لتركيز المادة المُذابة C_V عند نهاية الشُعَيرة بدلالة C_A و C_T و P و r و L و $\dot{V}$ (**ملاحظة:** اكتب معادلة موازنة لتفاضل المسافة dx. وقد تحتاج إلى

استعمال تفاضل التركيز dC).

(ب) احسب التركيز C_{V} عند نهاية الشُعَيرة لمحلول الغلوكوز مستعملاً المعلومات الآتية:

$$C_{\mathrm{A}} = 5\ \mu\mathrm{mol/mL},\ v = 0.7\ \mathrm{mm/s},\ L = 1.6\ \mathrm{cm},\ r = 4\ \mu\mathrm{m},\ P = 5.76\times10^{-5}\ \mathrm{cm/s}$$



الشكل 7ب.15: تغيُّر معدَّل تدفُّق المحلول وناقليته على طول جدار الوعاء الدموي.

افترض أن تركيز المحلول في النسيج يساوي صفراً.

(ت) احسب طول الشُعَيرة اللازم لانتقال 90 في المئة و95 في المئة و99 في المئة من المحلول المذكور إلى النسيج.

7ب.18 (ك) تؤدي المنظومة الليمفاوية دوراً مهماً في تجميع سائل ما بين الأنسجة وإزالة البروتينات وجُسَيمات المادة الكبيرة من الحيِّز في ما بين الأنسجة. ويتغيَّر معدَّل تدفُّق وناقلية السائل على طول جدران الوعاء الدموي وفقاً لما هو مبيَّن في الشكل 7ب.15. ويُعرَّف معدَّل التدفُّق عبر أي موقع من جدار الوعاء بـــ:

$$\dot{V}_i = K_i\ (\Delta P_i)$$

حيث إن $\dot{V}_i$ هو معدَّل تدفُّق المحلول عبر جدار الوعاء في الموقع i $[\mathrm{L^3t^{-1}}]$، و K_i هي ناقلية المحلول عبر جدار الوعاء في الموقع i $[\mathrm{L^4tM^{-1}}]$، و ΔP_i هو فرق الضغط المطبَّق على الحاجز في الموقع i $[\mathrm{ML^{-1}t^{-2}}]$.

استخرج عبارة للضغط في الحيِّز ما بين الأنسجة بدلالة K_1 و K_2 و K_3 و P_1 و P_2 و P_3. P_1 و P_2 هما الضغطان عند الطرفين الشرياني والوريدي من الوعاء الدموي، و P_3 هو ضغط المنظومة الليمفاوية. ورغم أن الضغط يتغيَّر على طول الوعاء الدموي، افترض أن الضغوط في الحيِّز ما بين الأنسجة وفي المنظومة الليمفاوية ثابتة.

7ب.19 (ك) أثناء انتقال الأكسجين من الأوعية الدموية إلى الأنسجة، ينتقل ثاني أكسيد الكربون من الأنسجة إلى الأوعية الدموية. ويساوي الضغط الجزئي لثاني أكسيد الكربون في الطرف الشرياني من الوعاء 40 ميلّيمتر زئبق، وفي الطرف الوريدي 46 ميلّيمتر زئبق. ويساوي ثابت قانون هنري لثاني أكسيد الكربون $17.575\ \mathrm{mmHg/\mu M}$. احسب معدَّل انتقال ثاني

أكسيد الكربون من النسيج إلى الأوعية الدموية.

الجزء V– تصميم تجهيزات مساعدة القلب

7ب.20 (م) في ما يخص مساعد البُطَين الأيسر (ومثاله HeartMate®):

(أ) اذكر ثلاث مزايا لهذا الجهاز مقارنة بالتصاميم الأخرى.

(ب) اذكر ثلاثة عيوب في الجهاز مقارنة بالتصاميم الأخرى.

(ت) كيف يعمل مساعد البُطَين الأيسر؟ كم حجرة توجد في هذا الجهاز؟ صِفْ آلية الضخ، وأرفق مخططاً توضيحياً مع الإجابة.

(ث) أين يُزرع الجهاز ومتمماته؟

(ج) ما هو مقدار الدم الذي يمكن لمساعد البُطَين الأيسر أن يضخه في الدقيقة الواحدة؟

(ح) كيف يحصل مساعد البُطَين الأيسر على الطاقة اللازمة لضخ الدم باستمرار؟ صِف متممات الجهاز اللازمة لهذه الوظيفة وكيفية عملها.

7ب.21 (م) في ما يخص جهاز المضخة الدوارة (ومثالها Jarvic):

(أ) اذكر ثلاث مزايا لهذا الجهاز مقارنة بالتصاميم الأخرى.

(ب) اذكر ثلاثة عيوب في الجهاز مقارنة بالتصاميم الأخرى.

(ت) كيف يعمل جهاز المضخة الدوارة؟ صِف آلية دفع الدم، وأرفق مخططاً توضيحياً مع الإجابة.

(ث) أين يُزرع الجهاز ومتمماته؟

(ج) ما هو مقدار الدم الذي يمكن للجهاز أن يضخه في الدقيقة الواحدة؟

(ح) كيف يحصل الجهاز على الطاقة اللازمة لضخ الدم باستمرار؟ صِف متممات الجهاز اللازمة لهذه الوظيفة وكيفية عملها.

7ب.22 (م) في ما يخص القلب الصناعي المحض (ومثاله AbioCor™):

(أ) اذكر ثلاث مزايا لهذا الجهاز مقارنة بالتصاميم الأخرى.

(ب) اذكر ثلاثة عيوب في الجهاز مقارنة بالتصاميم الأخرى.

(ت) كيف يعمل هذا القلب الصناعي؟ صِف آلية دفع الدم، وأرفق مخططاً توضيحياً مع الإجابة.

(ث) أين يُزرع القلب الصناعي ومتمماته؟

(ج) ما هو مقدار الدم الذي يمكن للجهاز أن يضخه في الدقيقة الواحدة؟

(ح) كيف يحصل الجهاز على الطاقة اللازمة لضخ الدم باستمرار؟ صِف متممات الجهاز اللازمة لهذه الوظيفة وكيفية عملها.

7ب.23 (م) خُذ أحد الأجهزة المذكورة في المسائل 7ب.20-7ب.22 واذكر تحسينين أو ثلاثة تحسينات يمكن إدخالها في الجهاز، وعلِّل أهمية التحسينات المقترحة. اشرح تقنياً كيف يمكن تنفيذ هذه الأفكار لتكوين منتوج أفضل.

7ب.24 (م) بعد دراسة القلوب الصناعية قيد التطوير وفي الأسواق، تُقرِّر تصميم وتنفيذ قلب صناعي بناء على عدة أفكار مبتكرة.

(أ) اذكر خمسة معايير شديدة الأهمية يجب أخذها في الحسبان حين تصميم قلب صناعي.

(ب) اذكر خمسة معايير مهمة ليست ضرورية لكنها مرغوبة في تصميم القلب الصناعي.

(ت) اذكر 8-10 مواصفات تقنية خاصة بالقلب الصناعي. من أمثلة المواصفات التقنية الحجم ومعدّل خرج السائل وحجم الدفقة ومتطلبات الطاقة ومتانة الجهاز وغيرها. أوضح سبب اختيارك هذه القيم.

(ث) اذكر فكرتين أو ثلاثة أفكار مبتكرة يمكن أن تُضمِّنها في تصميمك للقلب الصناعي.

7ب.25 (م) يُعدُّ اختيار المواد على درجة عالية من الأهمية لأي جهاز قابل للزرع في جسم الإنسان. ما هي المواد المستعملة في الوقت الحاضر التجهيزات القابلة للزرع في الجسم؟ ما هي نقاط قوة وضعف تلك المواد؟ ما هي التحسينات الممكن إدخالها فيها؟

7ب.26 (م) بعد صنع الجهاز، عليك القيام باختباره اختبارات كثيفة لضمان أمانه وكفاءته.

(أ) اذكر عدة فئات رئيسة من الاختبارات التي يجب إجراؤها قبل زرع الجهاز.

(ب) ما هي الحيوانات التي تختبر تصميمك عليها؟ لماذا؟

(ت) ستستعمل نتائج اختباراتك على الحيوانات منطلقاً لتجارب طبية على الإنسان. ما هي الهيئة الرسمية التي تحتاج إلى موافقتها للبدء بتجاربك على الإنسان؟

(ث) ما هي القضايا الرئيسة التي يجب الاهتمام بها أثناء التجارب على الإنسان؟

7ب.27 (م) إن القلب المثالي هو القلب المهندَس من الأنسجة القلبية للشخص الذي يحتاج إلى استبدال قلبه. غير أن الباحثين مازالوا بعيدين عن ذلك الهدف.

(أ) ما هي البحوث التي أُجريَت حتى الآن في هذا المجال؟ ما هي أجزاء القلب التي يركِّز الباحثون عملهم فيها في سعيهم لهندَستها من الأنسجة لتكون قابلة للزرع في الجسم؟

(ب) أنت ترى أن قلباً مهندَساً من الأنسجة كلياً سوف يُصنع ويُزرع في جسم المريض أثناء

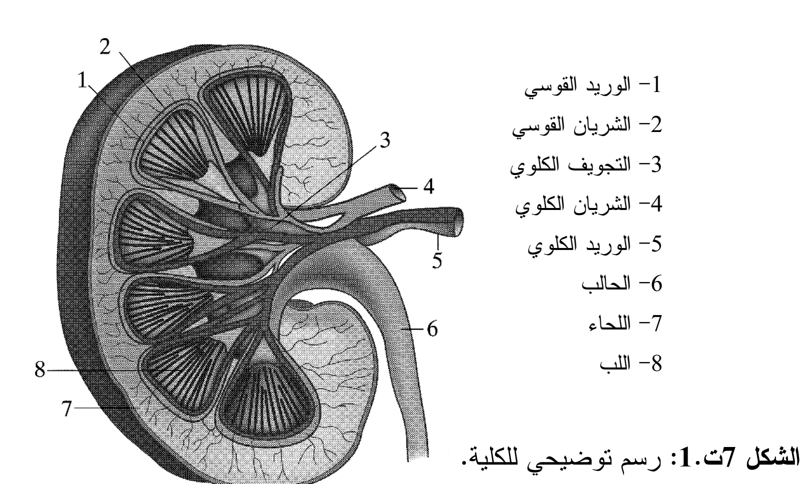
حياتك؟ لماذا، أو لِمَ لا؟ ما هي العقبات التقنية الرئيسة التي يجب تذليلها في السعي لتحقيق هذا الهدف؟

(ت) إن أحد مصادر خلايا النسيج القلبي هو الخلايا الجذعية. علِّق على الإمكانات العملية التي توفِّرها الخلايا الجذعية لبناء قلب صناعي مهندَس نسيجياً، وعلِّق على وجهات النظر الأخلاقية المختلفة التي تحيق بالخلايا الجذعية، وعلى التوجهات الحالية للحكومة الأميركية بخصوص استعمال الخلايا الجذعية؟

دراسة الحالة (ت)

أفضل من بريتا ®Brita: كليتا الإنسان

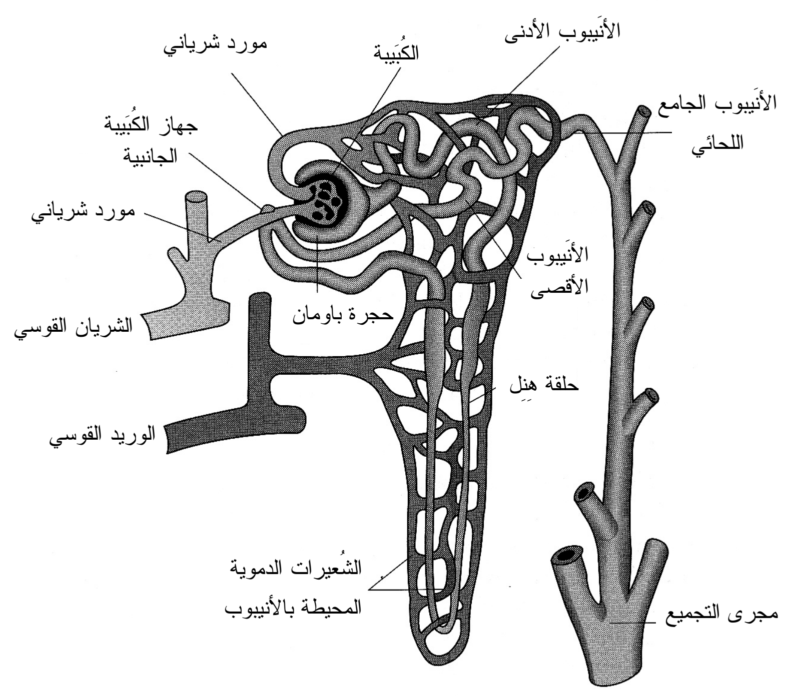
إن الكليتان هما عضوان لهما شكل حبة الفاصولياء (الشكل 7ت.1)، ومهمتهما هي تنظيم مقدار السائل في الجسم من خلال تكوين البول، وهما موجودتان في أسفل الظهر بالقرب من الجدار الخلفي للبطن على جانبي العمود الفقري، وطول كل منهما لا يتجاوز 11 سم، وكتلتها لا تتجاوز 160 غراماً. وهما مغلفتان بغشائين شفافين ليفيين يسمى الواحد منهما الحجرة الكلوية التي تقي الكلية من الأذية والالتهاب. وتتصل حجرة الكلية المقعرة بالشريان الكلوي وبالوريد الكلوي ، وهما من أهم أوعية الجسم الدموية، وبالحالب الذي ينقل البول من الكلية إلى المثانة.



الشكل 7ت.1: رسم توضيحي للكلية.

يدخل الدم الكليتين عبر الشريان الكلوي بمعدَّل تدفُّق وسطي يساوي 1.2 ليتراً في الدقيقة (نحو 25 في المئة من الخرج القلبي). ويتفرع الشريان إلى شبكة من الأوعية الدموية الصغيرة تسمى

الشُريَنات التي تنتهي إلى شُعَيرات دموية ضئيلة في النفرون، وهو الوحدة الفاعلة في الكلية والمسؤولة عن تكوين البول (الشكل 7ت.2). تحتوي الكلية على نحو مليون نفرون لتنظيف الدم بالترشيح وإعادة الامتصاص والإفراز. ويتكوَّن كل نفرون من كُبَيبة تحيط بها حجرة باومان وأُنَيبوب كلوي ومجرى تجميع. ترشِّح الكُبَيبة الدم محتفظة بكريات الدم الحمراء والبروتينات، وتمرُّ المكوِّنات المرشَّحة، التي تتألف من ماء وجزيئات أخرى منخفضة الوزن الجزيئي، إلى الأنَيبوب الكلوي. ويُعيد الأنَيبوب الكلوي، المكوَّن من أنَيبوبات ملتفة وحلقة هِنل امتصاص وإفراز الأيونات والماء والمخلَّفات. وتسمح الأغشية نصف النفوذة التي تحيط بالأنَيبوب الكلوي انتقائياً للجُسَيمات بالعودة إلى الدم (إعادة امتصاص) أو بالانتقال من الدم إلى الأنَيبوب (إفراز). وتتراكم جميع المواد المتبقية في الرُشاحة بعد مرورها في الأنَيبوب في مجرى التجميع وتخرج من الكلية بولاً. ويخرج الدم النظيف من منظومة الترشيح الكلوية عبر الوريد الكلوي بمعدَّل يقل قليلاً عن 1.2 ليتراً في الدقيقة، ويخرج البول من مجرى التجميع بمعدَّل 1.1 ميلّيليتر في الدقيقة. ويمر كلَّ يوم نحو 180 ليتراً (نحو 50 غالوناً) من الدم عبر الكليتين اللتين تُنتجان نحو 1.5 ليتراً من البول يومياً.



الشكل 7ت.2: نفرون واحد، وهو الوحدة الفاعلة في الكلية. المصدر:
Guyton AC and Hall JE, *Textbook of medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000.

يمر الدم الموجود في الكلية أولاً عبر الكُبَيبة حيث تُفصل الرُشاحة التي تحتوي على جُزيئات صغيرة غير مترابطة بالترشيح غير التفاعلي. وتَجمع بنية شبيهة بالكوب تحيط بالكُبَيبة تسمى حجرة باومان الرُشاحة، وتُفرَز الجزيئات التي في الرُشاحة انتقائياً وفقاً لحجومها في جدران الشُعَيرات الدموية، حيث تمر الجزيئات ذات الأوزان الجزيئية المنخفضة (ومنها الماء والأيونات والبولة) بسهولة ضمن الرُشاحة، في حين أن الجُسَيمات التي هي أكبر (الجُسَيمات التي تزيد أقطارها على 8 نانومترات، ومن أمثلتها خلايا الدم الحمراء والبروتينات) تبقى ضمن تيار الدم. وتتفاعل شحنات الجزيئات أيضاً مع البروتيوغليكانات (proteoglycans) ذات الشحنة السالبة في الغشاء، حيث تُرشَّح الجُسَيمات السالبة الشحنة، ومنها الألبومين (albumin)، بسهولة أكبر من ترشيح الجزيئات غير المشحونة أو الموجبة الشحنة. ويخرج الدم المرشَّح من الكُبَيبة عبر شُرَين متفرع على شكل شبكة من الأوعية الدموية المحيطة بالأنَيبوب الكلوي.

والوظيفة الرئيسة للأنَيبوب الكلوي هي الامتصاص الانتقائي للجزيئات بحيث يترك الفضلات لطرحها. وحين مرور الرُشاحة عبره، تمتص شبكة الأوعية الدموية المحيطة به على نحو تفاعلي

وغير تفاعلي الأملاح وجميع المغذِّيات عملياً، وخاصة الغلوكوز والأحماض الأمينية التي كانت قد رُشِّحت في الكُبَيبة. وبسبب فروق تركيز الملح في ما بين النفرون والوعاء الدموي، يُعاد امتصاص الماء تلقائياً من خلال التناضح. إن هذه السيرورة المهمة، التي تسمى إعادة الامتصاص الأنَيبوبي، تمكِّن الجسم من الاحتفاظ بالمواد الضرورية انتقائياً مع التخلُّص من الفضلات. وإجمالاً، يُعاد امتصاص نحو 99 في المئة من الماء والأملاح والمغذِّيات الأخرى. وبالمقارنة، يُعاد امتصاص مقادير صغيرة نسبياً من الفضلات التي تتكوَّن من البولة وحمض البول والكرياتنين وغيرها التي يبقى معظمها في الرُشاحة.

وإضافة إلى إعادة امتصاص مغذِّيات قيِّمة من رشاحة الكُبَيبة، ثمة دور أصغر للأنَيبوب الكلوي هو الطرح. تُمرَّر المواد غير اللازمة من الشُعَيرات المحيطة بالنفرون إلى الرُشاحة، ومن تلك المواد أيونات الأمونيوم والهيدروجين والبوتاسيوم وأيونات عضوية يمكن اشتقاقها من كيماويات غريبة أو من النواتج الثانوية الطبيعية لعمليات الاستقلاب في الجسم. ويُفرِّغ الأنَيبوب الكلوي في النهاية فضلاته في مجرى التجميع، وتصب مجاري التجميع الموجودة في النفرونات في الحالب. ويفرِّغ الحالبان (حالب من كل كلية) الفضلات السائلة في المثانة لخزنها حتى طرحها عبر الإحليل إلى خارج الجسم. ويتألَّف البول عادة من المواد النهائية الرئيسة الناتجة من الاستقلاب (البولة والكرياتينين وحمض البول) ومخلَّفات أخرى (كبريتات وفينولات) وأي أيونات فائضة (Na^+ ،Cl^- ،K^+) (الجدول 7ت.1).

يمكن تحديد مقدار إنتاج الكلية كمياً بمعدَّل ترشيح الكُبَيبة (glomerular filtration rate GFR) الذي يُعرَّف بحجم الدم المرشَّح في وحدة الزمن. يساوي هذا المعدَّل في الشخص العادي 10 في المئة من تدفُّق الدم في الجهاز الكلوي. ويمكن أن يؤثِّر كثير من المحفِّزات المختلفة في معدَّل ترشيح الكُبَيبة ويغيِّره. مثلاً، حين حصول انخفاض الضغط في الشُرَينات، يقل تدفُّق الدم في الجهاز الكلوي بسبب ازدياد مستويات هرمون آنغيوتنسين II (angiotensin II) الذي يسبب تضيُّق شُرَينات الجهاز الكلوي، وهذا ما يزيد الضغط على الكُبَيبات ومعدَّل ترشيح الكُبَيبة. صحيحٌ أن الاضطرابات الضئيلة في المنظومة العصبية الودية (sympathetic nervous system) تغيِّر معدَّل ترشيح الكُبَيبة قليلاً نسبياً، إلا أن المفاعيل الشديدة في الأعصاب الودية البولية يمكن أن تؤثِّر فيه كثيراً. على سبيل المثال، يمكن للنزف الشديد أن يؤدي إلى إفراز الإبينفرين (epinephrine) والنورإبينفرين (norepinephrine)، وهذا يؤدي إلى تضيُّق شُرَينات الجهاز الكلوي ومن ثمَّ إلى انخفاض معدَّل ترشيح الكُبَيبة. ويمكن لهذا المعدَّل أن يزداد أيضاً بالهرمونات التي تعمل على توسيع الأوعية الدموية من قبيل أول أكسيد الآزوت المشتق من

بطانة الأوعية الدموية، والبروستاغلاندين (prostaglandin) والبراديكينين (bradykinin). ويمكن لعوامل أخرى مثل تناول كثير من البروتينات أو ارتفاع سكر الدم أن تزيد معدَّل ترشيح الكُبَيبة.

الجدول 7ت.1: معدَّلات الترشيح وإعادة الامتصاص والطرح للمواد المختلفة في الكليتين*.

	المقدار المرشَّح	المقدار الممتص	المقدار المطروح	نسبة الامتصاص في المئة
غلوكوز (g/day)	180	180	0	100
بيكربونات (mEq/day)	4320	4318	2	99.9 <
صوديوم (mEq/day)	25560	25410	150	99.4
كلور (mEq/day)	19440	19260	180	99.1
بوتاسيوم (mEq/day)	756	664	92	87.8
بولة (g/day)	46.8	23.4	23.4	50
كرياتينين (g/day)	1.8	0	1.8	0

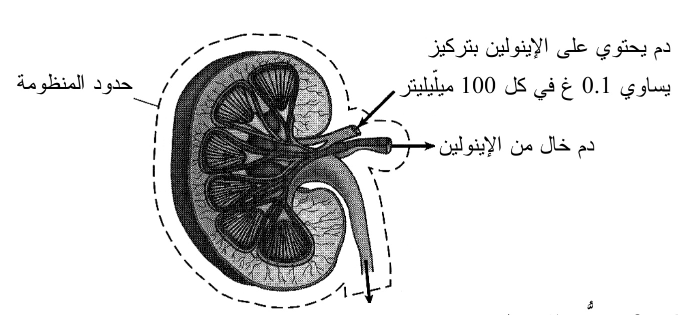
* الجدول مقتبس من: Guyton AC and Hall JE, *Textbook of medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000.

المثال 7ت.1 معدَّل ترشيح الكُبَيبة

مسألة: الإينولين (Inulin) هو سكر متعدِّد يمر بسهولة عبر الكُبَيبة من دون أن يُفرز أو يعاد امتصاصه في النفرون، وهذا ما يجعله مثالياً لتحديد معدَّل ترشيح الكُبَيبة. يُحقن الإينولين في الشخص إلى أن يصل إلى تركيز مستقر يساوي 0.1 غرام في كل 100 ميلّيليتراً من الدم. وعلى مدى ساعتين، يُجمع 180 ميلّيليتر من البول الذي يبلغ تركيز الإينولين الوسطي فيه 0.08 غرام للميلّيليتر. احسب معدَّل ترشيح الكبيْبة لدى الشخص مفترضاً أن مستوى الإينولين في الدم أثناء الاختبار يبقى مستقراً عند التركيز المعطى وأنه لا يحصل استقلاب للإينولين في الجسم وأنه لا يُطرح إلا ضمن البول.

الحل:

1. تجميع
   (أ) احسب معدَّل ترشيح الكُبَيبة.
   (ب) المخطط: المنظومة مبيَّنة في الشكل 7ت.3.
2. تحليل



الشكل 7ت.3: تدفُّق الإينولين في الكلية.

(أ) فرضيات:

- الإينولين لا يتفاعل.
- لا توجد محفزات لتغيير مستوى الإينولين (أي إن تركيز الإينولين في الدم لا يتغير وهو في حالة مستقرة).
- كل الإينولين الذي يدخل الكلية من طريق الدم يُطرح مع البول.

(ب) بيانات إضافية: لا توجد بيانات إضافية.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات: استعمل mL، min، g.

(ث) الأساس: من قيمة تركيز الإينولين في البول خلال الساعتين، يمكننا حساب كتلة الإينولين لتكون أساساً:

$$m_{\text{urine,inulin}} = C_{\text{urine,inulin}} V_{\text{urine}} = \left(\frac{0.08 \text{ g inulin}}{\text{mL urine}} \right) (180 \text{ mL urine}) = 14.4 \text{ g}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: نظراً إلى أننا نحسب معدَّل ترشيح الكُبَيبة باستعمال كتلة الإينولين المطروحة خلال مدة من الزمن، يمكننا استعمال الصيغة الجبرية لمعادلة موازنة الكتلة 3.3−3. وبناءً على افتراضنا أن الإينولين لا يتفاعل، يمكننا حذف حدَّي التوليد والاستهلاك، فنحصل على المعادلة الجبرية لانحفاظ الكتلة 3.3−9. ونظراً إلى افتراضنا أيضاً أن التركيز مستقر الحالة، يكون حدُّ التراكم معدوماً. إذاً، سنستخدم المعادلة 6.3−10 لأيٍّ من مكوِّنات التيار:

$$\sum_i m_{i,s} - \sum_j m_{j,s} = 0$$

(ب) الحساب:

- باستعمال الصيغة الجبرية لانحفاظ الكتلة يمكننا كتابة معادلة خاصة بمنظومتنا:

$$\sum_i m_{i,s} - \sum_j m_{j,s} = m_{\text{blood in, inulin}} - m_{\text{urine, inulin}} - m_{\text{blood out, inulin}} = 0$$

- افترضنا أن كل الإينولين يُطرح مع البول، أي لا يمكن له أن يعود من الكليتين إلى الدم. لذا يمكننا استعمال تراكيز الإينولين المعطاة لتحديد حجم الدم الوارد إلى المنظومة:

$$m_{\text{blood in, inulin}} - m_{\text{urine, inulin}} = C_{\text{blood out, inulin}} V_{\text{blood in}} - m_{\text{urine, inulin}} = 0$$

$$\left(\frac{0.1 \text{ g inulin}}{100 \text{ mL blood}}\right) V_{\text{blood in}} - 14.4 \text{ g} = 0$$

$$V_{\text{blood in}} = 14\,400 \text{ mL}$$

- معدَّل ترشيح الكُبَيبة GFR هو حجم الدم المرشَّح في وحدة الزمن. ودام تجميع البول مدة ساعتين، ولذا:

$$\text{GFR} = \left(\frac{14\,400 \text{ mL}}{\text{hr}}\right)\left(\frac{1 \text{hr}}{60 \text{ min}}\right) = 120 \frac{\text{mL}}{\text{min}}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: معدَّل ترشيح الكُبَيبة لدى الشخص يساوي 120 ميلّيليتراً في الدقيقة.

(ب) التحقُّق: تكشف مقارنة هذه القيمة بالقيم المنشورة أنها تساويها. ونحن نعلم أيضاً أن معدَّل ترشيح الكُبَيبة يساوي نحو 10 في المئة من تدفق الدم في الجهاز الكلوي الذي يساوي 1.2 ليتراً في الدقيقة، ولذا نتوقع أن يكون معدَّل ترشيح الكُبَيبة نحو 120 ميلّيليتراً في الدقيقة.

إضافة إلى تكوين البول، تقوم الكليتان بعدة وظائف مهمة أخرى أيضاً للحفاظ على التوازن البدني، منها:

1. **التحكُّم في حجم سائل الجسم:** إحدى المواد التي تؤثِّر في حجم سائل الجسم هي الهرمون المانع لإدرار البول الذي يُطلق في تيار الدم حينما تصبح تراكيز الأملاح والمواد الأخرى عالية جداً. يزيد الهرمون نفاذ الماء في الأنَيبوبات الكلوية ومجاري التجميع مؤدياً إلى تزايد إعادة امتصاص الماء إلى تيار الدم. بالمقارنة، تُستعمل مُدِرَّات البول لطرح السائل الفائض.

2. **تنظيم ضغط الدم من خلال تنظيم حجم بلازما الدم:** يمكن للكليتين إفراز مواد من قبيل الرِنين (rennin) التي تحفِّز إطلاق عوامل توسيع أو تضييق الأوعية الدموية، ومن أمثلتها الأنغيوتِنسين II (angiotensin II). ويمكن لهذه العوامل أن تجعل الأوعية الشريانية تتضيَّق أو تتوسَّع مُدَداً قصيرة من الزمن.
3. **تجميع فضلات الاستقلاب والكيماويات الغريبة:** تجمِّع الكليتان فضلات الجسم، ومنها البولة والكرياتينين والعقاقير والإضافات الغذائية لتخليص الجسم منها.
4. **تنظيم الكهرليات في البلازما:** تستطيع الكليتان طرح الأيونات أو الاحتفاظ بها بناءً على نوع طعام الشخص. وتؤثِّر تراكيز الأيونات في كمية الماء التي يُعاد امتصاصها في النفرونات.
5. **تنظيم التوازن الحمضي–الأساسي:** بالتضافر مع الرئتين والموقيات السائلة في الجسم، تضبط الكليتان عامل الحموضة pH بالتحكُّم في طرح الحموض والموقيات السائلة. يزيد التركيز غير الصحيح لأيونات الهيدروجين أو يخفِّض عامل الحموضة، وهذا يؤذي الجهاز العصبي المركزي. إذا انخفض عامل الحموضة إلى ما دون 7.35، تنقل الكليتان أيونات الهيدروجين الفائضة إلى البول عبر الإفراز الأنَيبوبي.
6. **تفعيل تكوُّن الغلوكوز:** على غرار الكبد، تستطيع الكليتان تركيب الغلوكوز من الأحماض الأمينية حينما يتعرَّض الجسم إلى صيام طويل المدة.
7. **المساعدة على التحكُّم في معدَّل توليد كريات الدم الحمراء:** يُعدُّ الإريثروبويتين (erythropoietin) شديد الأهمية لإنتاج الخلايا الحمراء، خاصة في ظروف عوز الأكسجين، ولذا تفرزه الكليتان. وتعالج الكليتان أيضاً فيتامين د محوِّلة إياه إلى صيغة فعالة تحفِّز تكوُّن العظام.

عندما تتعطَّل إحدى وظائف الكليتين الأساسية يصبح الحفاظ على التوازن البدني صعباً ويمكن أن يحصل قصور فيهما. ويمكن للقصور الكلوي أن يختلف من الالتهاب البسيط حتى القصور الكلوي المهدِّد للحياة. يُضاف إلى ذلك أن ارتفاع التوتر الشرياني يمكن أن يؤدي إلى القصور الكلوي، ويمكن للقصور الكلوي بدوره أن يؤدي إلى ارتفاع التوتر الشرياني، وتنتُج عن ذلك دورة مؤذية يُفاقم فيها القصور الكلوي ارتفاع التوتر الشرياني، الذي يؤدي بدوره إلى تفاقم القصور الكلوي. ويمكن أيضاً لمرض السكري أن يؤدي إلى إيذاء الكليتين لأن المستوى العالي من سكر الدم يمكن أن يؤذي الأوعية الدموية الصغيرة فيهما.

يمكن تصنيف القصور الكلوي الشديد في فئتين: قصور كلوي حاد وقصور كلوي مزمن. في القصور الكلوي الحاد تتوقف الكليتان عن العمل فجأة، مع إمكان عودتهما إلى العمل الطبيعي

ثانية. وأهم عرض لهذا النوع من القصور هو احتباس السوائل ومخلَّفات الاستقلاب والكهروليتات، فيؤدي ذلك إلى الاستسقاء (edema) (تجمُّع سائل أصفر في البطن) وارتفاع التوتُّر الشرياني. ويمكن للتركيز العالي لأيونات معينة (أيونات البوتاسيوم والهيدروجين، مثلاً) أن تؤدي إلى اختلال توازن شديد يسبب حالات مثل فرط البوتاسيوم في الدم (hyperkalemia) والحُماض الاستقلابي (metabolic acidosis). وإذا لم يُعالج المرض، يمكن للحالات الشديدة أن تؤدي إلى موت المريض خلال 8–14 يوماً. وبالمقارنة، يتميز القصور الكلوي المزمن بالضعف التدريجي اللاعكوس لوظائف الكليتين بسبب القصور المتدرِّج للنفرونات. ويمكن للنفرونات المتبقية العمل على طرح الكهروليتات والسوائل طرحاً طبيعياً إلى حدٍّ ما، إلا أن مخلَّفات الاستقلاب (الكرياتينين والبولة، مثلاً) لا يُعاد امتصاصها بسهولة وتُفقَد بمعدَّل يساوي معدَّل ترشيح الكُبَيبة. والمخلفات التي لا تُرشَّح ترشيحاً ملائماً تتراكم في الدم والأنسجة حتى مستويات سامة، وهي حالة تسمى تبَولُن الدم (uremia) (وتعني حرفياً "بول في الدم")، ويمكن أن تؤدي في النهاية إلى الموت.

إن أحد أنواع القصور الكلوي هو الحُماض الأنَيبوبي الكلوي (renal tubular acidosis RTA)، وفيه تُخفق الكليتان في طرح ما يكفي من أيونات الهيدروجين أو إعادة امتصاص البيكربونات. يتصف الحُماض الأنَيبوبي الكلوي بضعف القدرة على نقل الأيونات، وعلى وجه الخصوص أيونات الهيدروجين والبيكربونات، عبر الأنَيبوب الكلوي أو مجرى التجميع، فيؤدي ذلك إلى انخفاض عامل حموضة الدم ($pH < 7.41$) ومن ثَمَّ إلى تغيير عامل حموضة البول [1]. ثمة ثلاثة أنواع من الحُماض الأنيبوبي الكلوي: النوع I، والنوع II، والنوع VI. تُعدُّ جميع هذه الأنواع وراثية، أو يمكن أن تنشأ من إجهاد النفرونات الذي يمكن أن يحصل أثناء زرع الكلية. يؤثِّر النوع الأول في الأنَيبوب الأقصى، ويتميز بانخفاض مستوى البوتاسيوم في الدم الذي يمكن أن يؤدي إلى تكوُّن حصى في الكليتين. في هذا النوع، لا تنخفض قيمة عامل حموضة البول عن 5.5. ويؤثِّر النوع II في الأنَيبوب الأدنى، وهو يُعزى إلى مجموعة من الاضطرابات منها عوز الفيتامين د ومشاكل الغدة الدرقية والتحسُّس من الفراكتوز (fructose). ويمكن أن يظهر بوصفه عرَضا جانبياً لعقاقير معينة مثل الأسيتازولاميد (acetazolamide) والتتراسايكلين المنتهية فعاليته. وتختلف قيم عامل حموضة البول فيه من 5.5 حتى 7. ويؤثِّر النوع VI في الأنَيبوب الأقصى، لكنه يتميز بمستويات بوتاسيوم عالية في الدم وبعامل حموضة طبيعية في البول. ينشأ هذا النوع عن انخفاض مستوى هرمون الألدوسترون (aldosterone) الذي ينظم أيونات الصوديوم والبوتاسيوم والكلور، ويمكن أن يؤدي إلى مشاكل قلبية (مثل اضطراب نبض

القلب). وإذا عولِج في مراحله المبكرة، يمكن درء القصور الكلوي الدائم.

المثال 7ت.2 الحماض الأنَيبوبي الكلوي

مسألة: الحُماض الأنَيبوبي الكلوي هو اضطراب كلوي يؤدي إلى انخفاض عامل حموضة الدم ($pH < 7.41$). في هذه المسألة سنهتم بالنوع I من الحُماض الأنَيبوبي الكلوي المتمثل بضعف المقدرة على إفراز أيونات الهيدروجين في الأنَيبوب الأقصى، وهذا يؤدي إلى عامل حموضة في البول يزيد على 5.5 عادة.

في اختبار فرط الحموضة (acid load)، يتناول الشخص كلوريد الأمونيوم (NH_4Cl) من طريق الفم، ويُستخدم هذا الاختبار لكشف الإصابة بالنوع I من الحماض الأنَيبوبي الكلوي. ويعمل كلوريد الأمونيوم معطياً للهيدروجين، ولذا يخفض عامل حموضة الدم. تطرح الكليتان، لدى الشخص ذي الكليتين الطبيعيتين، أيونات الهيدروجين الفائضة، وتنخفض قيمة عامل حموضة البول إلى ما دون 5.2 خلال نحو 3–6 ساعات[1]. أما في الشخص المصاب بالنوع I من الحماض الأنَيبوبي الكلوي، فيبقى عامل الحموضة في البول أكبر من 6 أثناء المدة نفسها.

افترض أن سيدة تشتكي من أعراض ذات صلة بالحماض الأنَيبوبي الكلوي. تُظهر نتائج الاختبار قيمة تساوي 7.0 لعامل حموضة الدم لديها، و8.5 لعامل حموضة البول. بافتراض أن وظائفها الكلوية طبيعية، ما هو مقدار كلوريد الأمونيوم الذي يخفض عامل حموضة البول لديها حتى 5.2؟ وما هو عدد مولات أيونات الهيدروجين التي تتراكم في المثانة حين انخفاض عامل حموضة البول من 8.5 حتى 5.2؟ إن ثابت التفكُّك (K_a) لأيونات NH_4^+ يساوي 5.6×10^{-10} M.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب مقدار الــ NH_4Cl اللازم لخفض قيمة عامل حموضة البول من 8.5 حتى 5.2 لدى شخص وظائفه الكلوية طبيعية.

(ب) المخطط: المنظومة مبيَّنة في الشكل 7ت. 4.

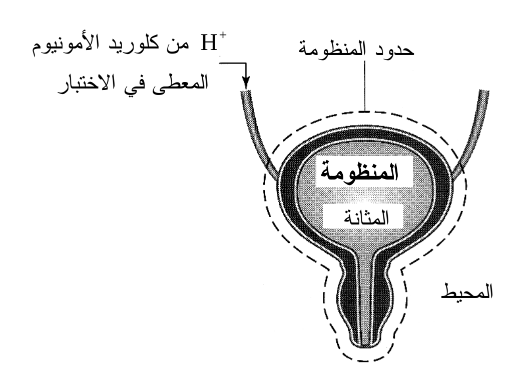
2. تحليل

(أ) فرضيات:

- الوظائف الكلوية لدى المرأة طبيعية (أي لا وجود للنوع I من الحماض الأنَيبوبي

الكلوي).

- يتفكَّك كلوريد الأمونيوم كلياً إلى NH_4^+ و Cl^-.
- تحصل زيادة أيونات الهيدروجين H^+، ويحصل معها تغيُّر عامل حموضة البول حصراً من أيونات الهيدروجين المتولِّدة من تفكُّك كلوريد الأمونيوم.
- يتكوَّن البول بمعدَّل ثابت على مدى اليوم.
- يُنمذج تغيُّراً تركيز الـ H^+ والـ NH_3 بجمعهما جمعاً مباشراً مع حجم ثابت من البول في المثانة.
- لا يوجد NH_4^+ أو NH_3 في المثانة قبل تناول كلور الأمونيوم.



الشكل 7ت.4: مخطط منظومة تدفق كلوريد الأمونيوم في المثانة.

(ب) بيانات إضافية: يساوي معدَّل تكوُّن البول ما بين 1 و1.5 ليتراً في اليوم.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات: استعمل mg وhr.

(ث) الأساس: الأساس هو المقدار الأولي من أيونات الـ H^+ في المثانة (الحسابات واردة في ما بعد).

(ج) تفاعلا التفكُّك المتوازنان هما:

$$NH_4Cl \qquad NH_4^+ + Cl^-$$

$$NH_4^+ \qquad NH_3 + H^+$$

3. حساب

(أ) المعادلات: ينحصر اهتمامنا بتغيُّر عامل الحموضة ضمن مدة محددة، لذا يمكننا استعمال الصيغة الجبرية لمعادلة الموازنة المولية 3.3−4 لحساب عدد أيونات

الهيدروجين التي تغيَّرت:

$$\sum_i n_{i,\mathrm{H}^+} - \sum_j n_{j,\mathrm{H}^+} + n_{\mathrm{gen},\mathrm{H}^+} - n_{\mathrm{cons},\mathrm{H}^+} = n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H}^+,\mathrm{f}} - n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H}^+,0}$$

وللربط بين عامل الحموضة وتركيز أيونات الهيدروجين، نستخدم المعادلة 4−9.5:

$$\mathrm{pH} = -\log[\mathrm{H}^+]$$

(ب) الحساب:

- نفترض أن كلوريد الأمونيوم يتفكَّك إلى أيونيتيه في الدم قبل دخول المثانة. ونظراً إلى عدم توليد أو استهلاك شحنة في المثانة، يمكن حذف حدَّيْ التوليد والاستهلاك من معادلة الموازنة. ونظراً إلى افتراضنا أن المرأة لا تبوِّل ضمن المدة المحددة، ينعدم حدُّ الخرج أيضاً، وتُختزل المعادلة إلى:

$$n_{\mathrm{in},\mathrm{H}^+} = n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{acc},\mathrm{H}^+} = n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H}^+,\mathrm{f}} - n^{\mathrm{sys}}_{\mathrm{H}^+,0}$$

- باستعمال قيمة pH الأولية المعطاة للبول (8.5)، يمكننا حساب تركيز أيونات الهيدروجين في منظومة المثانة:

$$(\mathrm{pH})^{\mathrm{bladder}}_0 = -\log[\mathrm{H}^+]^{\mathrm{bladder}}_0$$

$$[\mathrm{H}^+]^{\mathrm{bladder}}_0 = 10^{-(\mathrm{pH})^{\mathrm{bladder}}_0} = 10^{-8.5} = 3.16\times10^{-9}\ \mathrm{M}$$

وبالطريقة نفسها نجد أن تركيز أيونات الهيدروجين في الظرف الانتهائي (pH=5.2) يساوي $6.298\times10^{-6}\ \mathrm{M}$. ويساوي معدَّل تكوُّن البول لدى السيدة نحو 1.25 ليتراً في اليوم، ولذا يساوي مقدار البول الذي يتراكم في مثانتها خلال أربع ساعات:

$$V = \left(\frac{1.25\,\mathrm{L}}{\mathrm{day}}\right)\left(\frac{1\mathrm{day}}{24\,\mathrm{hr}}\right)(4\,\mathrm{hr}) = 0.208\,\mathrm{L}$$

ومنه يساوي المقدار الأولي لأيونات الهيدروجين في المثانة:

$$n^{\mathrm{bladder}}_{\mathrm{H}^+,0} = [\mathrm{H}^+]^{\mathrm{bladder}}_0 V = \left(3.16\times10^{-9}\ \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}}\right)(0.208\,\mathrm{L}) = 6.58\times10^{-10}\ \mathrm{mol}$$

وعلى غرار ذلك، يساوي تركيز أيونات الهيدروجين في الظرف الانتهائي $1.31\times10^{-6}\ \mathrm{mol}$. لذا يكون التغيُّر في مقدار أيونات الهيدروجين اللازم لخفض عامل حموضة البول من 8.5 إلى 5.2:

$$n_{\mathrm{acc,H^+}}^{\mathrm{bladder}} = n_{\mathrm{H^+,f}}^{\mathrm{bladder}} - n_{\mathrm{H^+,0}}^{\mathrm{bladder}}$$

$$= 1.31\times10^{-6}\ \mathrm{mol} - 6.58\times10^{-10}\ \mathrm{mol} = 1.31\times10^{-6}\ \mathrm{mol}$$

- افترضنا عدم وجود NH_3 قبل تناول كلوريد الأمونيوم، وأن الـــ NH_4^+ يتفكَّك تماماً إلى H^+ و NH_3 بنسبة 1:1 (أي يتولَّد مول واحد من NH_3 مقابل كل مول من H^+). لذا يجب أن يساوي مقدار الـــ NH_3 في البول مقدار الـــ H^+ المتراكم:

$$n_{\mathrm{acc,NH_3}}^{\mathrm{bladder}} = n_{\mathrm{acc,H^+}}^{\mathrm{bladder}} = 1.31\times10^{-6}\ \mathrm{mol}$$

$$C_{\mathrm{acc,NH_3}}^{\mathrm{bladder}} = \frac{1.31\times10^{-6}\ \mathrm{mol}}{0.208\,\mathrm{L}} = 6.298\times10^{-6}\ \mathrm{M}$$

- باستعمال القيمتين المحسوبتين لتركيزي الـــ NH_3 و H^+ (عند pH=5.2) وقيمة ثابت التفكُّك المعطى لـــ NH_4^+، نحسب التركيز المولي لـــ NH_4^+:

$$k_a = \frac{[\mathrm{H^+}][\mathrm{NH_3}]}{[\mathrm{NH_4^+}]}$$

$$[\mathrm{NH_4^+}] = \frac{[\mathrm{H^+}][\mathrm{NH_3}]}{k_a} = \frac{\left(6.298\times10^{-6}\ \mathrm{M}\right)\left(6.298\times10^{-6}\ \mathrm{M}\right)}{5.6\times10^{-10}\ \mathrm{M}} = 0.0708\,\mathrm{M}$$

- وباستعمال حجم البول المتكوِّن خلال أربع ساعات، يمكن حساب عدد مولات NH_4^+ اللازمة لخفض عامل حموضة البول حتى 5.2:

$$n_{\mathrm{NH_4^+}}^{\mathrm{bladder}} = [\mathrm{NH_4^+}]V = \left(0.0708\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}\right)(0.208\,\mathrm{L}) = 0.0147\,\mathrm{mol}$$

- افترضنا أن الـــ NH_4Cl يتفكَّك كلياً، لذا فإن كل مول منه تتناوله السيدة يعطي مولاً من الـــ NH_4^+. باستعمال الوزن الجزيئي لكلوريد الأمونيوم، يمكن حساب مقدار الكتلة الذي يجب أن تتناوله:

$$m_{\mathrm{NH_4Cl}} = n_{\mathrm{NH_4Cl}} M_{\mathrm{NH_4Cl}} = (0.0147\,\mathrm{mol})\left(53.49\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right) \times \left(\frac{1000\,\mathrm{mg}}{1\mathrm{g}}\right) = 788\,\mathrm{mg}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: لخفض عامل حموضة البول من 8.5 إلى 5.2 خلال 4 ساعات لدى شخص

تعمل كليتاه عملاً طبيعياً، يجب أن يتناول 788 ميلّيغراماً من كلوريد الأمونيوم.

(ب) التحقُّق: وفقاً للقيم الموجودة في المنشورات، يحتاج الشخص الذي تعمل كليتاه عملاً طبيعياً إلى 100 mg/kg من كلوريد الأمونيوم (نحو 6800 mg) لخفض عامل الحموضة من 8.5 إلى 5.2 خلال 4 ساعات[1]. أما في هذه المسألة، فقد قمنا بافتراضات تبسيطية بشأن كلوريد الأمونيوم قد نكون قد بالغنا فيها، ومنها عدم وجود الــ NH_4^+ والــ NH_3 في المثانة قبل تناول كلوريد الأمونيوم. وأحد الأسباب المحتملة لكون الجرعة اللازمة أكبر من الجرعة التي حسبناها هو وجود الكواشف الموقية في الدم والبول.

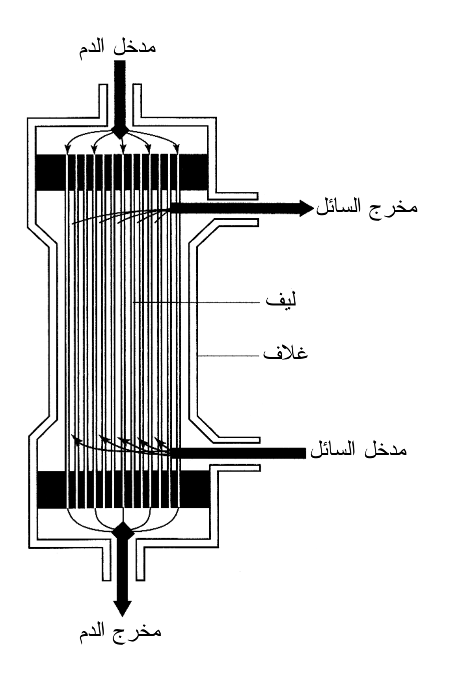
عندما تتدهور حالة الكليتين والنفرونات إلى حد لا تستطيع عنده متابعة العمل لدى مرضى القصور الكلوي المزمن، يجب أن يخضع هؤلاء المرضى إلى غسيل الكلى، أو يجب وضع أسمائهم على لائحة الانتظار لاستبدال الكلية، ويُصنَّفون بأنهم قد وصلوا إلى مرحلة تسمى المرحلة النهائية من القصور الكلوي. في عام 1978، كان عدد المرضى الذين وصلوا إلى هذه المرحلة في الولايات المتحدة 42000 مريض[2]، وتضاعف هذا العدد خمس مرات ليصبح 200000 مريض بحلول عام 1991، وتضاعف مرة أخرى ليصل إلى 400000 مريض في عام 2001. صحيحٌ أن جيل مواليد ما بعد الحرب العالمية الثانية الذي أصبح مسناً، وطول العمر يمكن أن يُسهما في زيادة عدد أولئك المرضى، إلا أن الزيادة العظمى تأتي من الازدياد المتنامي لعدد المصابين بمرض السكري الذي يُعدُّ أول سبب للمرحلة النهائية من القصور الكلوي، والمؤشر إلى ازدياد البدانة. لقد تحسنت التقانات منذ عام 1978، إلا أنه مازالت ثمة حاجة إلى طرائق وتجهيزات جديدة لتوفير الرعاية الفعالة المتوازنة من حيث الأمان والتكلفة لمرضى القصور الكلوي .

وعلى غرار مرضى القلب الذين لا علاج لهم سوى زرع قلب، يُعتبر زرع الكلية لمرضى المرحلة الأخيرة الملاذ الأخير. إن زرع الكلية هو أكثر عمليات زرع الأعضاء انتشاراً، ومعدَّلات نجاحها ممتازة. ومع أن التبرع بالكلية يمكن أن يقوم به شخص حي، لأن الكلية الواحدة يمكن أن تقوم بعمل الكليتين، ولكن عدد المتبرعين المتاحين لا يزداد بالقدر الكافي. في نهاية عام 2002، كان عدد المسجلين في قائمة الانتظار في الولايات المتحدة أكثر من 50000 مريض، وكانت مدة الانتظار الوسطية لإجراء عملية لنسبة 25 في المئة من المرشحين الجدد الذين هم بأشد حاجة إليها ما بين 107 و314 يوما [3]. والبديل الشائع لمعالجة القصور الكلوي هو غسل الكلى، وهي عملية يُمرَّر الدم فيها عبر آلة تخلِّصه من الفضلات والسوائل الفائضة

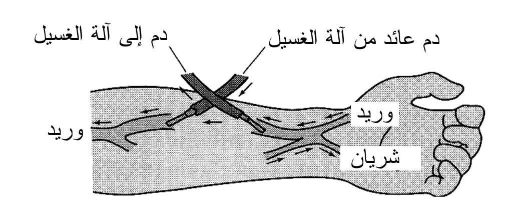
الموجودة فيه. ويعتمد بعض المرضى على الغسيل مدة قصيرة أثناء تعافيهم من مرض أو أذية، ويعتمد عليه آخرون طوال حياتهم أو إلى أن يُصبح زرع الكلية متاحاً لهم. وثمة طرائق عديدة لغسيل الكلى الصناعي، وأكثرها شيوعاً هو غسيل الدم.

يتضمن غسيل الكلى الصناعي محاولة لمحاكاة المبادئ الكيميائية التي تقوم عليها وظائف الكلية للحفاظ على التركيب الكيميائي للدم. يُعتبَر مفهوما القطبية وتدرُّج التركيز مركزيين في التغلغل عبر الأغشية نصف النفوذة، وهو آلية غسيل الكلية في كل من الكلية الطبيعية والصناعية. وفي الولايات المتحدة، أكثر آلات غسيل الدم استعمالاً هي آلة غشاء الألياف الجوفاء. وتتكوَّن وحدة الآلة الرئيسة، التي تسمى الكلية الصناعية، من حاوية أسطوانية تحمل ما بين 10000–20000 من الألياف الجوفاء المتوازية المصنوعة من أغشية سيلُّلوزية نصف نفوذة (الشكل 7ت.5). وأثناء الغسيل، يخرج الدم الممتلئ بالفضلات من الجسم إلى الآلة التي

تنظِّفه ثم تُعيده إلى الجسم. ونظراً إلى أن الغسيل يجب أن يحصل ثلاث مرات أسبوعياً مدة 3–5 ساعات كل مرة، تُحدَث في ساعد المريض قناة وريدية شريانية جراحياً



الشكل 7ت.5: بنية آلة شائعة ذات ألياف جوفاء لغسيل الكلى. المصدر: National Kidney and Urologic Diseases Information Clearinghouse, "Treatment methods for kidney failure: Hemodialysis," National Institute of Diabetes and Digestive and Kidney Diseases, National Institutes of Health.



الشكل 7ت.6: رسم توضيحي للقناة الوريدية الشريانية المستخدمة في غسيل الكلى. المصدر: Kidney Dialysis Foundation, "Dialysis: Related Care."

تنظِّفه ثم تُعيده إلى الجسم. ونظراً إلى أن الغسيل يجب أن يحصل ثلاث مرات أسبوعياً مدة 3–5 ساعات كل مرة، تُحدَث في ساعد المريض قناة وريدية شريانية جراحياً، وذلك بخياطة وريد وشريان معاً (الشكل 7ت.6). يؤدي تدفُّق الدم السريع من الشريان إلى توسيع الوريد من أجل غسيل للدم أعلى كفاءة، إضافة إلى جعل إدخال الإبرة المتكرر في الوريد أسهل. ثم يُضخ الدم عبر حجرة غشاء الألياف الجوفاء، ومنها يُعاد إلى وريد المريض. وفي الحجرة، تتيح الأغشية نصف النفوذة لسوائل الدم التي تحقِّق قيود الوزن الجزيئي (من قبيل البولة والغلوكوز وأيونات الـ Na^+ والـ Cl^-) بالمرور عبر جدران الأنابيب، وتحتفظ بالبروتينات والخلايا التي هي أكبر.

لتوليد تدرُّج التركيز اللازم لتغلغل هذه الجزيئات، تُغطَّس الألياف في سائل الغسيل (dialysate)، وهو محلول من الماء النقي يحتوي على سوائل مستخلصة ذات تراكيز تقارب أو تقل قليلاً عن التراكيز المرغوب فيها في الدم، ويساوي عامل الحموضة فيه ما بين 7 و7.8. ويجري سائل الغسيل والدم في الألياف الجوفاء باتجاهين متعاكسين. يتيح هذا التصميم ذو التيارين المتعاكسين لمزيد من السموم الانتقال من الدم إلى الكلية الصناعية. وبهذه الطريقة، تُزال المواد الفائضة غير المرغوب فيها من الدم لتذهب إلى سائل الغسيل (الجدول 7ت.2). وللحفاظ على الأنواع ذات الوزن الجزيئي المنخفض المهمة للدم، يكون تركيزها في سائل الغسيل مساوياً لتركيزها في الدم، ولذا يكون السائلان في حالة توازن. ويتحكَّم معدَّل تدفُّق الدم وسائل الغسيل بمعدَّل تبادل المخلَّفات بين التيارين. ثمة حاجة عادة إلى 120 ليتراً من سائل الغسيل لتنظيف دم مريض واحد. ويُعتبَر الدم نظيفاً عندما يصل مستوى الكرياتينين، الذي لا يمكن ترشيحه تماماً حتى بالكلية الطبيعية، إلى 1 mg/dL.

الجدول 7ت.2: تركيب سائل شائع لغسيل الدم*.

المكوِّن	التركيز (g/L)	أيون المكوِّن	التركيز (meq/L)

132	Na^+	5.8	NaCl
2.0	K^+	4.5	$NaHCO_3$
105	Cl^-	0.15	KCl
33	HCO_3^-	0.18	$CaCl_2$
2.5	Ca^{2+}	0.15	$MgCl_2$
1.5	Mg^{2+}	2.0	$C_6H_{12}O_6$

* الجدول مقتبس من: Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

المثال 7ت.3 عمل المضخة أثناء غسيل الدم

مسألة: تُهدر أثناء غسيل الدم طاقة مقدارها 20 J/min بسبب المقاومة الاحتكاكية في الأنابيب. ما هو مقدار العمل الذي يجب أن تبذله المضخة لتحريك الدم من المريض إلى الآلة ثم إعادته إلى المريض؟ يخرج الدم من الجسم عبر شريان، ويعود إليه عبر وريد، والشريان والوريد موجودان في ساعد المريض. ويساوي معدَّل تدفُّق الدم عبر آلة الغسيل 300 mL/min.

الحل:

1. تجميع

(أ) احسب مقدار العمل الذي يجب أن تبذله المضخة لتحريك الدم من جسم المريض إلى آلة غسيل الكلى ثم إعادته إلى جسم المريض.

(ب) المخطط: المنظومة مبيَّنة في الشكل 7ت.7.

2. تحليل

(أ) فرضيات:

- تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية مهملة ضمن المسافة التي يقطعها الدم في الآلة.
- العملية في حالة مستقرة.
- ثمة في المنظومة دخل واحد وخرج واحد لهما أنابيب متساوية الأقطار.
- لا يوجد كسب أو ضياع للطاقة في المنظومة بأي صيغة غير الاحتكاك.

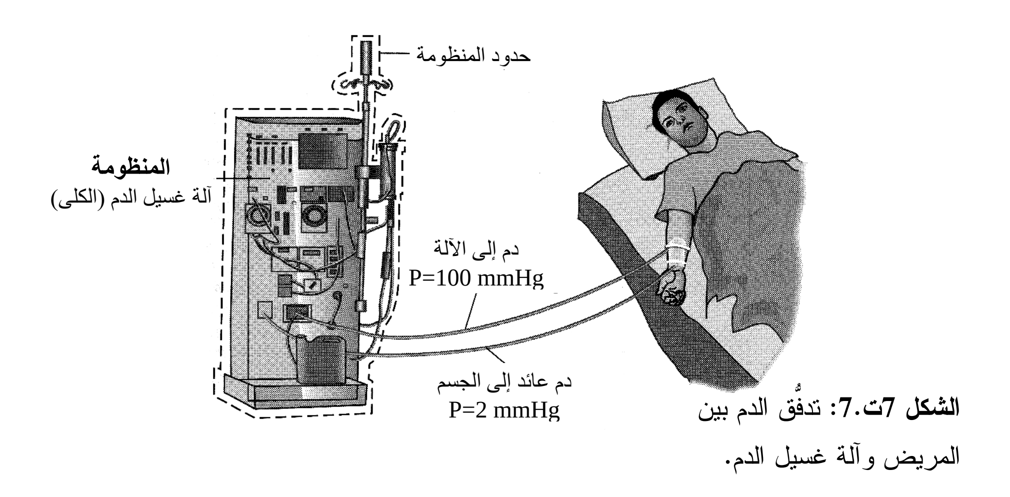
(ب) بيانات إضافية:

- كثافة الدم الكامل تساوي 1.056 g/mL.
- الضغط الوريدي المقاس يساوي 2 mmHg.
- الضغط الشرياني المقاس يساوي 100 mmHg.

(ت) المتغيرات والرموز والوحدات:

- A: الدم الخارج من الجسم عبر الشريان إلى الآلة.
- V: الدم الخارج من الآلة إلى الجسم عبر الوريد.
- استعمل J، min، mL، mmHg.

(ث) الأساس: من معدَّل تدفُّق الدم الحجمي يمكننا حساب معدَّل تدفُّق الدم الكتلي لاستعماله أساساً:



الشكل 7ت.7: تدفُّق الدم بين المريض وآلة غسيل الدم.

$$\dot{m}_{\text{blood}} = \rho_{\text{blood}} \dot{V}_{\text{blood}} = \left(\frac{1.056\,\text{g}}{\text{mL}}\right)\left(\frac{300\,\text{mL}}{\text{min}}\right) = 316.8\,\frac{\text{g}}{\text{min}}$$

3. حساب

(أ) المعادلات: يتركَّز اهتمامنا في مقدار العمل الذي يجب أن تبذله مضخة آلة غسيل الدم، ولذا يمكننا استعمال معادلة موازنة الطاقة الميكانيكية 11.6-8:

$$\dot{m}\,(g\,h_i - g\,h_j) + \dot{m}\,(\frac{1}{2}v_i^{\,2} - \frac{1}{2}v_j^{\,2}) + \frac{\dot{m}}{\rho}\left(P_i - P_j\right) + \sum \dot{W}_{\text{shaft}} - \sum \dot{f} = 0$$

(ت) الحساب:

- تغيُّرات الطاقتين الكامنة والحركية مهملة، لذا ينعدم حدَّاهما في المعادلة التي تصبح:

$$\frac{\dot{m}}{\rho}\left(P_i - P_j\right) + \sum \dot{W}_{\text{shaft}} - \sum \dot{f}$$
$$= \frac{\dot{m}_{\text{blood}}}{\rho_{\text{blood}}}\left(P_{\text{A}} - P_{\text{V}}\right) + \sum \dot{W}_{\text{pump}} - \sum \dot{f}_{\text{tubing}} = 0$$

بإعادة ترتيب المعادلة وتعويض القيم المعلومة تنتُج قيمة العمل الذي يجب أن تبذله المضخة لتحريك الدم من الجسم إلى الآلة ثم إلى الجسم:

$$\sum \dot{W}_{\text{pump}} = \sum \dot{f}_{\text{tubing}} - \frac{\dot{m}_{\text{blood}}}{\rho_{\text{blood}}}(P_{\text{A}} - P_{\text{V}})$$

$$\sum \dot{W}_{\text{pump}} = 20\,\frac{\text{J}}{\text{min}} - \frac{316.8\,\frac{\text{g}}{\text{min}}}{\left(1.056\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)}(100\,\text{mmHg} - 2\,\text{mmHg})$$

$$\times\left(\frac{101325\,\frac{\text{J}}{\text{m}^3}}{760\,\text{mmHg}}\right)\left(\frac{1\,\text{m}}{100\,\text{cm}}\right)^3$$

$$\sum \dot{W}_{\text{pump}} = 16\,\frac{\text{J}}{\text{min}}$$

4. النتيجة

(أ) الجواب: يجب على المضخة أن تبذل عملاً مقداره 16 جولاً في الدقيقة لنقل الدم من الجسم إلى الآلة، ومن ثَمَّ إلى الجسم.

(ب) التحقُّق: من الواضح أن ثمة فرقاً بين ضغطي تياري دخل وخرج المنظومة (آلة الغسيل)، ويمثل هبوط الضغط هذا طاقة تُضاف إليها. من ناحية أخرى، ثمة مفاقيد احتكاك أكبر من تلك المضافة بسبب هبوط الضغط، ولذا ثمة حاجة إلى عمل صاف غير متدفِّق يُبذل للمنظومة.

سوف يصل عدد المرضى الذين يحتاجون إلى معالجة القصور الكلوي في مرحلته النهائية في عام 2030 إلى 1.3 مليون مريض مصاب بالسكري و 945000 غير مصاب بالسكري، أي ما يساوي مجموعه 2.2 مليون مريض في الولايات المتحدة [2]. ويبلغ إنفاق هيئة الرعاية الصحية الحالي على مرضى القصور الكلوي 6.4 في المئة (22.8 مليار دولار) من ميزانيتها، وهذا المبلغ مستمر في الازدياد كل سنة. صحيحٌ أن غسيل الدم هو أفضل علاج متاح بسبب النقص الحاد في عدد المتبرعين بالكلى، إلا أنه علاج عالي التكلفة وينطوي على قضايا تصميمية كثيرة على المهندسين مواجهتها للوصول إلى مزيد من التحسين في أداء الآلة دون التضحية بتخفيض التكلفة. ومن أهم تلك القضايا:

1. **نقص السوائل:** يُعتبر تنظيم حجم السائل شديد الأهمية للحفاظ على ضغط الدم وتمكين النقل الخلوي.
2. **العدوى:** وهذا شائع عند المرضى الذين يخضعون إلى غسيل الكلى، لأن ثمة عدداً من مكوِّنات الآلة يُعاد استعماله لعدد من المرضى ولذا يجب تعقيمها تعقيماً جيداً. وثمة أيضاً حقن متكرِّر عبر الجلد بواسطة الإبر، وهذا ما يزيد من احتمال دخول الجراثيم والعوامل الممرضة الأخرى إلى الجسم.
3. **تدفُّق السوائل:** تتحدَّد مدة غسيل كليتي كل مريض بمساحة مقاطع أنابيب الآلة وبسرعة تدفُّق سائل الغسيل والدم فيها لتنظيف الدم مع الحفاظ على ضغط الدم.
4. **التوافق الحيوي:** يجب ألاَّ تكون المواد التي يلامسها الدم مصدراً يهدِّد سلامة المريض.
5. **ترشيح مستخلص الفضلات:** لا تعبر السموم ذات الوزن الجزيئي المتوسط بسهولة غشاء الكلية الصناعية، وتراكمها في الدم ضار بالمريض.
6. **تعويض الهرمونات:** يجب التعويض عن كثير من الهرمونات والسوائل التي ترشِّحها آلة الغسيل، ومن تلك الهرمونات الألدوستيرون (aldosterone). على سبيل المثال، يُعتبر حقن المريض بالإيريثروبويتين (erythropoietin) صعباً، والهيموغلوبين البديل يفسد بسرعة أو يتخثر، وهذا ما يقلِّل خلايا الدم الحمراء المتاحة لأخذ الأكسجين ويؤدي إلى فقر الدم والإجهاد.
7. **تنقية الماء لاستعماله سائل غسيل:** يجب أن يكون سائل الغسيل نقياً، ويجب أن يُمنَع من الركود، وإزالة الكلور منه تجعله عرضة لتكاثر الجراثيم فيه.
8. **التخلُّص من الفضلات والتعقيم:** آلة الغسيل قابلة لإعادة الاستعمال عموماً، أما مكوِّناتها التي تلامس الدم، ومنها وحدة الغسيل والأنابيب، فيجب أن تكون مخصصة لكل مريض على حدة. وبعض هذه المكوِّنات يُرمى ولا يُعاد استعماله، ومنها سائل الغسيل، أما بعضها الآخر فيُطهَّر. غير أنه غالباً ما تفوق مساوئ المدة والتكلفة اللازمتين للتطهير تطهيراً جيداً مزايا تجنب عدم استعمالها ثانية.

إن هذا الانتشار المتوسِّع لقصور أعضاء الجسم، ومنها الكليتان والقلب والرئتين والكبد والبنكرياس وغيرها، يتطلَّب اهتمام وخبرات المهندسين الحيويين المهرة. ومع ازدياد معرفتنا بطرائق إخفاق أعضاء أجسامنا، علينا الإسراع في ابتكار تقانات جديدة لمواجهة الضغوط التي نضعها على أجسادنا من أجل تحسين مستوى حياتنا وإطالة أعمارنا.

المراجع

References

1. «Genitourinary disorders.» Beers MH. and Berkow R., eds. *The Merck Manual of Diagnosis and therapy,* 17th ed. Whitehouse Station, NJ: Merck Research Laboratories, 1999.
2. US.Renal Data System. «USRDS 2003 annual data report: Atlas of end-stage renal disease in the United States.» National Institutes of Health, National Institutes of Diabetes and Digestive and Kigney Diseases. Bethesda, ND, 2003.
3. United Network for Organ Sharing. «2003 U.S. Organ Procurement and Transplantation Network and the Scientific Registry of Transplant Recipients Annual Report.» 2005. http://www.optn.org/AR2003/defalt. htm (accessed January 22, 2005).
4. Fleck C. and Braunlich H. «Kidney function after unilateral nephrectomy.» Exp Patbol 1984, 25:3-18.

مسائل

الجزء I− وظيفة الكلية

7ت.1 (م) ارسم مخططاً للكلية ومداخلها ومخارجها الرئيسة وضع عليه تسميات أجزائها. ما هو مقدار معدَّلات تدفُّق السائل في تيارات الدخل والخرج الرئيسة تلك؟

7ت.2 (م) اذكر خمس وظائف مهمة للكلية، وناقش درجة أهمية كل منها في الحفاظ على التوازن البدني.

7ت.3 (ك) يستهلك الرياضيون المتنافسون كميات كبيرة من الماء لدرء التجفاف أثناء التمارين الرياضية المجهدة. افترض أن عدَّائَين متنافسَين يحتاجان إلى تزويد جسميهما بالماء بسرعة بعد إكمالهما لماراثون مرهق. يُفضل الناس عادة مشروبات باردة بعد التمرين، إلا أن المشروبات الباردة تجعل المريء يتضيَّق مؤدياً إلى انخفاض معدَّل دخول الماء إلى المعدة، وهذا ما يؤخر تزوُّد الجسم بالماء. افترض أن العدَّائَين يرغبان في شرب حجم V من الماء. ويقرِّر أحدهما شرب ماء صقيع، ويُقرِّر الآخر شرب ماء درجة حرارته تساوي درجة حرارة الغرفة. استخرج معادلة تعبِّر عن مدة الشرب القصوى في حالة المريء المتضيِّق بدلالة مدة الشرب القصوى في حالة المريء غير المتضيِّق، ونصف قطر المريء غير المتضيِّق، ونصف قطر المريء المتضيِّق. افترض أن السرعة الخطية للسائل هي نفسها في حالتي المريء المتضيِّق وغير المتضيِّق، وأن نصف قطر المريء يقل بـــ 10 في المئة حين شرب ماء بارد. احسب مدتي الشرب في حالتي التضيُّق وعدم التضيُّق وقارن بينهما.

7ت.4 (ك) يُفرِّغ جون مثانته بعد صباح طويل من العمل في الخارج، ويشرب 24 أونصة من الماء، ثم يأكل ثلاث شرائح من البيتزا ويشرب علبتي شراب خلال الساعتين التاليتين، وفقاً لما هو مبيَّن في الجدول 7ت.3. في يوم مشرق درجة حرارته معتدلة ورطوبته منخفضة،

يتعرَّق جون بمعدّل $0.1\text{mL}/(\text{m}^2 \cdot \text{min})$. وبعد ساعتين يذهب جون ثانية لإفراغ مثانته. حدِّد مقدار السائل الذي يطرحه جون ليعود إلى الحالة التي كان عليها قبل الأكل والشرب. بافتراض أن مقدار السائل الكلي في جسمه لا يتغيَّر، كيف تؤثِّر درجة حرارة الهواء ورطوبته في معدَّل تعرُّقه ومن ثَمَّ في الحجم الكلي للسائل الذي يطرحه ليعود إلى حالته الأولية؟

7ت.5 (م) تؤثِّر المشروبات المختلفة في الكلى بطرائق مختلفة. مثلاً، يشرب بعض الطلاب القهوة لمساعدتهم على تحمُّل سهر الليل وهم يدرسون تحضيراً لاختبارات الهندسة الحيوية. ويتصف الماء والقهوة بخصائص فيزيائية متشابهة (ومن أمثلتها الكثافة واللزوجة)، إلا أنهما يختلفان من ناحية التأثير في وظيفة الكلية: فالقهوة مُدرَّة للبول، وأما الماء فليس مدراً. اشرح كيفية عمل مُدرٍّ البول وماذا على متناوله أن يتوقَّع من حيث وظيفة الكلية. ماذا يحصل في المستويين الخلوي والكيميائي الحيوي حين يتناول الشخص مُدرٍّ للبول؟

الجدول 7ت.3: ملخَّص لاستهلاك جون.

المادة المستهلكة	الوزن أو الحجم	النسبة المئوية للماء في المادة
ماء	24 أونصة	100
بيتزا، 3 شرائح	0.5 كيلوغرام للشريحة	20
كوكا كولا	8 أونصات	100
صودا	4 أونصات	100

7ت.6 (م) تحدِّد الكلية الجزيئات التي تبقى في الدم والجزيئات التي تُطرح مع البول. ويسمح الترشيح الانتقائي للجزيئات بانتقالها بين الدم والسائل المطروح. وشحنات وحجوم الجزيئات هي التي تحدِّد تلك التي ترشِّحها الكلية. اذكر خمسة مكوِّنات مختلفة للدم، وحدِّد إن كان المكوِّن يُرشَّح (يدخل ضمن التيار المطروح) أو لا يُرشَّح (يبقى في الدم). يجب أن تتضمن لائحتك كلا النوعين من المكوِّنات.

7ت.7 (ك) سبق أن بيَّنا أن الإينولين هو جزيء مثالي لتحديد معدَّل ترشيح الكُبَيبة GFR (المثال 7ت.1). افترض أنه قد حُقن الإينولين في شخص حتى الوصول إلى تركيز مستقر يساوي 0.1 غرام لكل 100 ميلّيليتر من الدم. وبعد الوصول إلى الحالة المستقرة، يوقف حقن الإينولين. وباستعمال قثطرة وأدوات أخذ عينات، تستطيع قياس تركيز الإينولين في البول آنياً، إضافة إلى وسطي تركيز العينات للإينولين في البول (وسطي تركيز العينات هو

التركيز الوسطي لجميع العينات التي تُؤخذ حتى وقت معين). وخلال مدة تساوي ساعتين، يُجمع 180 ميلّيليتراً من البول متوسط تركيز الإينولين فيها يساوي 0.08 g/mL.

(أ) حدِّد المدة اللازمة حتى ينخفض مستوى الإينولين الآني في الدم إلى عُشر تركيزه الأصلي.

(ب) استعمل معادلة موازنة الكتلة التكاملية لبيان أن كتلة الإينولين الكلية المطروحة مع البول مكافئة لكتلة الإينولين الأولية في الدم.

(ت) استخرج معادلة تصف وسطي تركيز عينات الإينولين بوصفه تابعا للزمن ولحجم الدم ومعدَّل ترشيح الكبَيبة وحجم البول المجمَّع، وللمتغيرات الأخرى التي تجدها ضرورية.

(ث) متى يصبح وسطي تركيز عينات الإينولين مساوياً لتركيز الإينولين الآني؟

(ج) متى يُصبح وسطي تركيز عينات الإينولين مساوياً مثلَيْ تركيز الإينولين الآني؟

7ت.8 (ك) أصبح استئصال الكلية شائعًا خلال العقد الماضي. وحين إجراء استئصال كلية جزئي (استئصال كلية واحدة)، تقوم الكلية الأخرى بالتعويض عن ذلك بزيادة كثير من أنشطتها. وعلى وجه الخصوص، تزيد الكلية المتبقية معدَّل ترشيح الكُبَيبة فيها حتى 75 في المئة من معدَّل ترشيح الكُبَيبة الأصلي للكليتين[4]. حدِّد المدة التي تنقضي حتى ينخفض تركيز الإينولين الآني في الدم إلى عُشر تركيزه لدى مريض استُؤصلت إحدى كليتيه. قارن بين هذه المدة والمدة المحسوبة لشخص تعمل كليتاه طبيعياً. استعمل بيانات وحسابات المسألة 7ت.7.

الجزء II– نمذجة النفرون

سوف تُطوِّر في هذا الجزء نموذجاً معقداً للنفرون، حيث تَستعمل مبادئ الهندسة وسيروراتها لتحديد وحدات ذلك النموذج، وتُعرِّف المكوِّنات الكيميائية الرئيسة وتجري متابعتها عبر النفرون. إن فهم كيفية معالجة المكوِّنات الكيميائية يلقي الضوء على كيفية عمل الكلية.

7ت.9 (م) يُعتبر النفرون الوحدة الفاعلة الرئيسة في الكلية. ارسم مخططاً للنفرون يتضمن وحداته الوظيفية الرئيسة وضع تسمياتها عليه، وصِف دور كل وحدة رئيسة.

7ت.10 (م) نمذج النفرون بمنظومة متعددة الوحدات تحتوي على 6–10 وحدات. مثلاً، يمكن لحجرة باومان أن تكون وحدة. حدِّد الوظيفة الهندسية الأساسية (أي الترشيح أو إعادة

الامتصاص..إلخ) التي تحصل في كل وحدة من وحدات نموذج النفرون. وناقش السمات أو الخصائص الرئيسة التي أدت إلى انتقاء كل وحدة.

7ت.11 (م) ارسم مخططاً مناسباً للتيارات المتدفقة في ما بين الوحدات، واحسب معدَّل تدفُّق كل تيار (قد تحتاج إلى جمع بيانات وظيفية من الكتب والمجلات).

7ت.12 (ك) اذكر 8–10 مكوِّنات كيميائية رئيسة من مكوِّنات الدم التي تُعالَج في النفرون، آخذاً في الحسبان الماء والبيكربونات والصوديوم والبولة، واكتب معادلة موازنة الكتلة لكل من المكوِّنات الكيميائية، وحدِّد تركيز كل منها في التيار (ستحتاج هنا أيضاً إلى جمع معلومات من الكتب والمجلات. ويمكن لاستعمال حاسوب أن يكون مفيداً). قدِّم بياناتك بطريقة مختصرة على شكل جدول مثلاً.

7ت.13 (ك) هل يمكن تصنيف المكوِّنات الكيميائية موضوع المسألة 7ت.12 في فئات من المركَّبات اعتماداً على أنماط حركتها عبر النفرون؟ بيِّن كيفية إجراء ذلك إذا كان الجواب إيجابياً.

7ت.14 (ك) جمِّع وحدات النموذج البالغ عددها 6–10 وحدات في نموذج مكوَّن من 2–4 وحدات، وصِف كل وحدة والوظيفة الهندسية التي تحصل فيها، وعلِّل ما اخترته في ضوء استنتاجات المسألة 7ت.13.

الجزء III– أمراض الكلى وآلة غسيل الدم

7ت.15 (ش) يُعدّ الحماض الأنَيبوبي الكلوي اضطرابا كلوياً يؤدي إلى انخفاض عامل حموضة الدم ($pH<7.41$) وإلى تغيُّر عامل حموضة البول. والنوع II من هذا المرض يتمثل بانخفاض إعادة امتصاص أيونات البيكربونات في الأنَيبوب الأدنى. ويساعد اختبار المعايرة الحجمية للبيكربونات على كشف النوع II من الحُماض الأنَيبوبي الكلوي. يعطى بيكربونات الصوديوم ($NaHCO_3$) إلى الشخص من طريق الفم أو الوريد لزيادة تركيز البيكربونات في دمه. إذا كانت كليتا الشخص طبيعيتين، تعمل البيكربونات عمل بالوعة لأيونات الهيدروجين الموجبة، ويزداد معامل حموضة الدم. أما إذا كان مصاباً بالنوع II من الحماض الأنَيبوبي الكلوي، فتظهر البيكربونات في الدم بسرعة ويلي ذلك ازدياد أبطأ في عامل حموضة الدم وتركيز البيكربونات فيه.

تدخل جوان مكتبك شاكية من أعراض تقترن بالحُماض الأنَيبوبي الكلوي. تفحص مباشرة

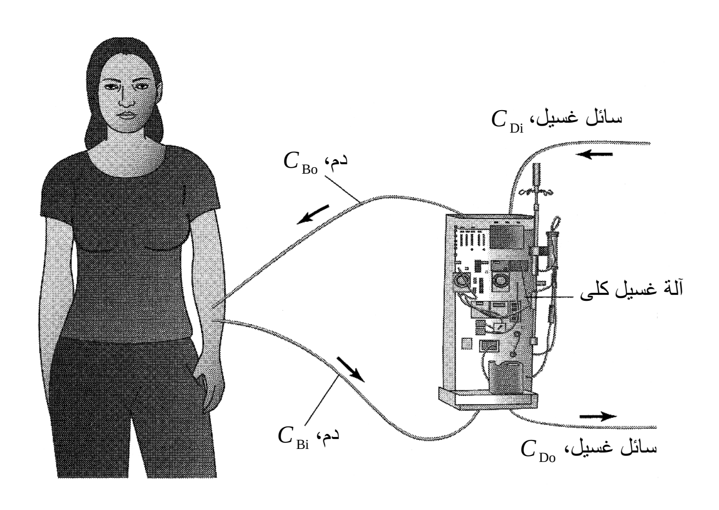
عاملي حموضة دمها وبولها. ويُظهر الاختبار أن عامل حموضة الدم يساوي 7.0، وأن عامل حموضة البول يساوي 8.5. افترض أن وزن جوان يساوي 150 ليبرة ثقلية، وأنها تطرح بولاً بمعدّل 1−1.5 ليتراً في اليوم.

(أ) حدِّد أعراض النوع II من الحُماض الأنَيبوبي الكلوي وجوانبه المرضية الوظيفية.

(ب) حدِّد مقدار بيكربونات الصوديوم اللازم لزيادة عامل حموضة دم جوان ليصبح طبيعياً (7.41)، بافتراض أنها غير مصابة بالنوع II من الحماض الأنَيبوبي الكلوي، وأن $0.014\,\text{meq/min}$ من البيكربونات تخرج مع البول.

(ت) حدِّد مقدار بيكربونات الصوديوم اللازم لزيادة عامل حموضة دم جوان ليصبح طبيعياً (7.41)، بافتراض أنها مصابة بالنوع II من الحماض الأنَيبوبي الكلوي. وأما في ما يخص الشخص ذا الكليتين الطبيعيتين، فيُعاد امتصاص $0.48\ \text{meq/min}$ من البيكربونات في الأنَيبوب الأدنى، وأما الشخص المصاب بالنوع II من الحُماض الأنَيبوبي الكلوي، فيطرح $0.48\ \text{meq/min}$ من البيكربونات مع البول.

(ث) كيف تبدو القيم المحسوبة في (ب) و(ت) مقارنة بالقيم الموجودة في المنشورات الطبية؟ ناقش التشابهات والاختلافات.



الشكل 7ت.8: تدفُّق الدم وسائل الغسيل في عملية غسيل الدم.

7ت.16 (ك) تخضع مريضة لغسيل الكليتين (الشكل 7ت.8)، والمعادلة الآتية تصِف تركيز الكرياتينين C_{Bo} في دمها بعد الغسيل:

$$C_{\text{Bo}} = C_{\text{Bi}} \exp\left(\frac{-KA}{\dot{V}_{\text{B}}}\right)$$

حيث إن C_{Bo} هو تركيز الكرياتينين في تيار الدم الخارج من الآلة إلى المريض، و C_{Bi} هو تركيز الكرياتينين في تيار الدم الخارج من المريض إلى الآلة، و K معامل نقل كتلة الكرياتينين عبر الكلية الصناعية، و A هي مساحة سطح التبادل في الكلية الصناعية، و $\dot{V}_B$ هو معدَّل التدفُّق الحجمي للدم من المريض إلى الآلة ومنها إلى المريض.

ضع معادلة موازنة متغيرة لمعدَّل تدفُّق كتلة الكرياتينين، ومعادلة لتركيز الكرياتينين في دم المريض بوصفه تابعاً للزمن وارسم منحني النتيجة. يبدأ المريض الغسيل عند تركيز للكرياتينين في الدم يساوي $10\,\text{mg/dL}$. إضافة إلى المتغيرات التي سبق ذكرها، يمكن للحل أن يتضمن المتغيرات الآتية: مدة عملية الغسيل t، وحجم الدم في الجسم V، والتركيز الأولي للكرياتينين C_{Bi}^{0} في الدم الخارج من المريض إلى آلة الغسيل.

7ت.17 (ك) يستمر تشغيل آلة غسيل الكلى حتى يصل تركيز الكرياتينين في الدم إلى 1mg/dL. لماذا لا يستمر تشغيلها حتى يزول الكرياتينين نهائياً؟

7ت.18 (ك) انظر في تركيز الكرياتينين في سائل الغسيل أثناء مدة الغسيل. تَصِف المعادلة التالية كتلة الكرياتينين المنتقلة من الدم إلى سائل الغسيل في الآلة:

$$\dot{W} = KA\left[\frac{(C_{\text{Bi}} - C_{\text{Di}}) - (C_{\text{Bo}} - C_{\text{Do}})}{\ln\left(\dfrac{(C_{\text{Bi}} - C_{\text{Di}})}{(C_{\text{Bo}} - C_{\text{Do}})}\right)}\right]$$

حيث إن $\dot{W}$ هو معدَّل كتلة الكرياتينين المزالة من الدم في آلة الغسيل، و C_{Di} هو تركيز الكرياتينين في تيار سائل الغسيل الداخل إلى آلة الغسيل، و C_{Do} هو تركيز الكرياتينين في تيار سائل الغسيل الخارج من الآلة.

باستعمال المعلومات المحسوبة في المسألة 7ت.16، احسب تركيز الكرياتينين في سائل الفضلات الخارج من الآلة C_{Do} بوصفه تابعا للزمن، وأعطِ قيمة عددية له. إضافة إلى المتغيِّرات المذكورة يمكن للحل أن يحتوي على معدَّل التدفق الحجمي $\dot{V}_{\text{D}}$ لسائل الغسيل.

7ت.19 (ك) اعتماداً على نتائج المسألة 7ت.18، ارسم واشرح منحنيي تغيُّرات C_{Bo} و C_{Do} نتيجة لموسطَي التشغيل $\dot{V}_{\text{B}}$ و $\dot{V}_{\text{D}}$.

7ت.20 (ك) اعتماداً على نتائج المسألة 7ت.18، ارسم واشرح منحنيي تغيُّرات C_{Bo} و C_{Do}

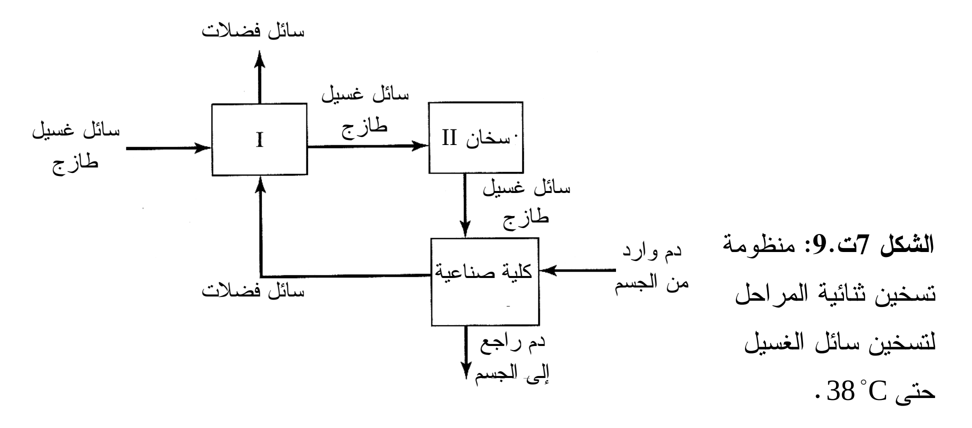
بوصفهما تابعين لمساحة السطح A.

7ت.21 (ع) احسب أعداد رينولدس في الإبرة التي في ساعد المريض، وفي الأنابيب التي تصل المريض بآلة الغسيل، وفي أنابيب غشاء الألياف الجوفاء. هل التدفُّق صفيحياً أم مضطرباً في كل منطقة؟ تُدخل إبرة مقاس 15 في ساعد المريض، ويتضمن الجدول 7ت.4 القياسات الخاصة بالآلة وأنابيب الوصل.

الجدول 7ت.4: مكوِّنات آلة كِلية صناعية.

المنظومة المركزية طراز Cobe 3	
معدّل تدفُّق الدم	200−300 ميلّيليتر في الدقيقة
معدّل تدفُّق سائل الغسيل	500 ميلّيليتر في الدقيقة
مرشِّح الكلية الصناعية طراز Toray	
عدد الأنابيب الداخلية	11000
قطر الأنبوب الداخلي	225 ميكروناً
مساحة السطح	2.1 متر مربع
طول الأنابيب	13.5 سنتيمتر
أنابيب المريض	
قطر أنبوب سائل الغسيل	0.5 إنش
قطر أنبوب الدم	0.375 إنش

7ت.22 (ط) يجب أن تكون درجة حرارة سائل الغسيل الذي يتبادل المواد مع الدم مساوية تقريباً لدرجة حرارة الدم لدرء تسخين أو تبريد الدم قبل عودته إلى جسم المريض. لذا تُستعمل منظومة تسخين ثنائية المراحل لتسخين سائل الغسيل من درجة حرارة الغرفة حتى $38\,^{\circ}C$ (الشكل 7ت.9). تزداد درجة حرارة السائل غير المستعمل حين مروره عبر المبادل الحراري (المرحلة I) حيث يتبادل الحرارة مع سائل الفضلات. ويخرج التياران من المبادل ولهما درجة الحرارة نفسها. وتتألَّف المرحلة II من سخان يسخِّن السائل غير المستعمل حتى $38\,^{\circ}C$ قبل دخوله مفاعل الأنابيب الجوفاء. ويأتي الدم من المريض بدرجة حرارة تساوي $37\,^{\circ}C$، وتجب إعادته إلى المريض بدرجة حرارة لا تقل عن $36.5\,^{\circ}C$. أما مفاعل الألياف الجوفاء، فهو غير معزول ويفقد 1000 حريرة في الدقيقة.



الشكل 7ت.9: منظومة تسخين ثنائية المراحل لتسخين سائل الغسيل حتى $38\,^{\circ}C$.

ما هو مقدار الحرارة (الطاقة) التي يجب أن يُضيفها سخان المرحلة الثانية إلى المنظومة؟ احسب أيضاً درجة حرارة سائل الفضلات.

7ت.23 (م) جُزءا آلة الغسيل غير القابلين لإعادة الاستعمال هما الكلية الصناعية والأنابيب الواصلة بين الآلة والمريض. ما هما الخاصيتان المهمتان اللتان يجب أن تتصف بهما الأنابيب والمواد التي تتماس مع الدم وسائل الغسيل والتي يجب أخذها في الحسبان أثناء التصميم؟ ما هي العوامل الأخرى (كالتكلفة مثلاً) التي يجب أخذها في الحسبان حين اختيار مواد تلك الأجزاء؟

7ت.24 (م) اذكر ثلاث وظائف للكلية ما زالت غير متوفرة حالياً في آلات غسيل الكلى. فكِّر بحلول ممكنة لهذه المشاكل، واختر أحد الحلول واشرحه بالتفصيل، واذكر المراجع دعماً لأفكارك؟

7ت.25 (م) عندما تصمِّم آلة غسيل كلى، عليك التحكم في معدَّلَيْ تدفُّق الدم وسائل الغسيل. كيف تؤثِّر مسائل مثل مدة الغسيل والتكلفة ومتطلبات التسخين ومتطلبات الضخ ومقدار سائل الغسيل في تصميمك لهذين المتغيِّرين القابلين للتحكم فيهما؟

7ت.26 (م) أنت في طور تطوير آلة كلية صناعية محسَّنة. ما هي الجوانب الخاصة بالأمان التي عليك معالجتها؟ ما هي الوكالات الحكومية الاتحادية أو المحلية التي تشرِّع وتراقب أمان تلك التجهيزات؟

7ت.27 (م) بصفتك تقنياً تُشغِّل آلة غسيل الكلى م، أنت هتم بجوانب البيئة والصحة والأمان. هل بالإمكان تصريف سائل الفضلات في مجاري الصرف الصحي؟ ما هي جوانب التشغيل الأخرى التي تشغلك؟ ما هي الوكالات الحكومية الاتحادية أو المحلية التي تشرِّع وتراقب استعمال وصيانة تلك التجهيزات؟

الملحق أ: لائحة الرموز

a	Acceleration $[Lt^{-2}]$	تسارع
A	Area and cross-sectional area $[L^2]$	مساحة ومساحة مقطع عرضاني
C	Mass concentration $[L^{-3}M]$	تركيز كتلي
C	Molar concentration $[L^{-3}N]$	تركيز مولي
C	Capacitance $[L^{-2}M^{-1}t^4T^2]$	سعة (مكثفة)
C_0	Initial mass concentration $[L^{-3}M]$	تركيز كتلي أولي
C_0	Initial molar concentration $[L^{-3}N]$	تركيز مولي أولي
C_p	Heat capacity at constant pressure $[L^2t^{-2}T^{-1}]$	سعة حرارية عند ضغط ثابت
C_v	Heat capacity at constant volume $[L^2t^{-2}T^{-1}]$	سعة حرارية عند حجم ثابت
D	Diameter [L]	قطر
E_T	Total energy $[L^2Mt^{-2}]$	طاقة كلية
$\dot{E}_T$	Rate of total energy $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل الطاقة الكلية
E_E	Electrical energy $[L^2Mt^{-2}]$	الطاقة الكهربائية
$\dot{E}_E$	Rate of electrical energy $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل الطاقة الكهربائية
E_K	Kinetic energy $[L^2Mt^{-2}]$	الطاقة الحركية
$\dot{E}_K$	Rate of kinetic energy $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل الطاقة الحركية
$\hat{E}_K$	Specific kinetic energy $[L^2Mt^{-2}N^{-1}]$	الطاقة الحركية النوعية
E_P	Potential energy $[L^2Mt^{-2}]$	الطاقة الكامنة
$\dot{E}_P$	Rate of potential energy $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل الطاقة الكامنة
$\hat{E}_P$	Specific potential energy $[L^2Mt^{-2}N^{-1}]$	الطاقة الكامنة النوعية
EMF	Equilibrium potential $[L^2Mt^{-3}T^{-1}]$	كمون التوازن
f	Fractional conversion [−]	التحوُّل النسبي
f	Frequency $[t^{-1}]$	التردد
f	Rotational frequency $[t^{-1}]$	التردد الدوراني
$\dot{f}$	Frictional losses $[L^2Mt^{-3}]$	مفاقيد الاحتكاك
F	Force $[LMt^{-2}]$	القوة
F_R	Resultant force $[LMt^{-2}]$	القوة الموازِنة
g	Acceleration due to gravity $[Lt^{-2}]$	تسارع الثقالة
g_c	Conversion factor for force units [–]	عامل تحويل وحدات القوة

$\dot{G}_{elec}$	Rate of electrical energy generated $[\,L^2Mt^{-3}\,]$	معدّل الطاقة الكهربائية المولَّدة
h	Height [L]	الارتفاع
h	Heat transfer coefficient $[\,Mt^{-3}T^{-1}\,]$	معامل النقل الحراري
H	Enthalpy $[\,L^2Mt^{-2}\,]$	المحتوى الحراري
$\hat{H}$	Specific enthalpy $[\,LM^2t^{-2}N^{-1}\,]$	المحتوى الحراري النوعي
$\dot{H}$	Rate of enthalpy $[\,L^2Mt^{-3}\,]$	معدّل المحتوى الحراري
H	Hematocrit [–]	النسبة الحجمية للكريات الحمراء في الدم
H	Henry's law constant $[\,L^2t^{-2}\,]$	ثابت قانون هنري
H_M	Molal humidity [–]	الرطوبة المولَلية
H_P	Percent humidity [–]	نسبة الرطوبة المئوية
H_R	Relative humidity [–]	الرطوبة النسبية
i	Current [I]	التيار الكهربائي
i	Inlet index [–]	دليل الدخل
j	Outlet index [–]	دليل الخرج
k	Inlet index [–]	دليل الدخل
k	Thermal conductivity $[\,LMt^{-3}T^{-1}\,]$	الناقلية الحرارية
L	Angular Momentum $[\,L^2Mt^{-1}\,]$	الزخم الزاوي
L	Inductance $[\,L^2Mt^{-2}I^{-2}\,]$	التحريض المغنطيسي
$\dot{L}$	Rate of angular momentum $[\,L^2Mt^{-2}\,]$	معدّل الزخم الزاوي
l	Length [L]	الطول
m	Mass [M]	الكتلة
m_A	Mass of constituent A [M]	كتلة المكوِّن A
$\dot{m}$	Mass flow rate $[\,Mt^{-1}\,]$	معدّل تدفُّق الكتلة
$\dot{m}_A$	Mass flow rate of constituent A $[\,Mt^{-1}\,]$	معدّل تدفُّق كتلة المكوِّن A
M	Molecular weight or molar mass $[\,MN^{-1}\,]$	الوزن الجزيئي أو الكتلة المولية
M_{av}	Average molecular weight $[\,MN^{-1}\,]$	الوزن الجزيئي الوسطي
n	Number of moles [N]	عدد المولات
n_A	Number of moles of constituent A [N]	عدد مولات المكوِّن A
$\dot{n}$	Molar flow rate $[\,t^{-1}N\,]$	معدّل التدفُّق المولي
p	Linear momentum $[\,LMt^{-1}\,]$	الزخم الخطي
$\dot{p}$	Rate of linear momentum $[\,LMt^{-2}\,]$	معدّل الزخم الخطي
P	Power $[\,L^2Mt^{-3}\,]$	الاستطاعة أو القدرة
P	Pressure, vapor pressure $[\,L^{-1}Mt^{-2}\,]$	الضغط، ضغط البخار

P_i	Partial pressure $[L^{-1}Mt^{-2}]$	الضغط الجزئي
P_i^*	Saturated vapor pressure $[L^{-1}Mt^{-2}]$	ضغط البخار المشبع
P_0	Ambient pressure $[L^{-1}Mt^{-2}]$	الضغط المحيطي
q	Charge [tI]	الشحنة
$\dot{q}$	Rate of charge [I]	معدّل الشحنة
q_+	Positive charge [tI]	الشحنة الموجبة
q_-	Negative charge [tI]	الشحنة السالبة
Q	Heat $[L^2Mt^{-2}]$	الحرارة
$\dot{Q}$	Rate of heat $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل الحرارة
r	Position vector [L]	شعاع الموقع
r	Radius [L]	نصف القطر
R	Ideal gas constant $[L^2Mt^{-2}T^{-1}N^{-1}]$	ثابت الغاز المثالي
R	Rate of reaction $[Mt^{-1}]$	معدّل التفاعل
R	Resistance $[L^2Mt^{-3}I^{-2}]$	المقاومة
Re	Reynolds number [–]	عدد رينولدس
RQ	Respiratory quotient [–]	نسبة التنفس
S_M	Molal saturation [–]	التشبع المولَلي
S_P	Percent saturation [–]	التشبع النسبي المئوي
S_R	Relative saturation [–]	التشبع النسبي
SG	Specific gravity [–]	الثقالة النوعية
t	Time [t]	الزمن
t_0	Initial time [t]	اللحظة الابتدائية
t_f	Final time [t]	اللحظة الانتهائية
T	Period [t]	الدور، المدة
T	Temperature [T]	درجة الحرارة
U	Internal energy $[L^2Mt^{-2}]$	الطاقة الداخلية
$\dot{U}$	Rate of internal energy $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل الطاقة الداخلية
$\hat{U}$	Specific internal energy $[L^2Mt^{-2}N^{-1}]$	الطاقة الداخلية النوعية
v	Velocity $[Lt^{-1}]$	السرعة
v	Voltage $[L^2Mt^{-3}I^{-1}]$	الفولتية الكهربائية
V	Volume $[L^3]$	الحجم
$\dot{V}$	Volumetric flow rate $[L^3t^{-1}]$	معدّل التدفّق الحجمي
$\hat{V}$	Specific volume $[L^3N^{-1}]$	الحجم النوعي

w_A	Mass fraction of component A $[-]$	النسبة الكتلية للمكوِّن A
W	Weight $[LMt^{-2}]$	الوزن
W	Work $[L^2Mt^{-2}]$	العمل
$\dot{W}$	Rate of work $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل العمل
$\dot{W}_{elec}$	Rate of electrical energy consumed $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل الطاقة الكهربائية المستهلكة
$\dot{W}_{flow}$	Rate of flow work $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل العمل المتدفِّق
$\dot{W}_{shaft}$	Rate of shaft work $[L^2Mt^{-3}]$	معدّل العمل غير المتدفِّق (عمل المضخة)
x	Direction in space [L]	اتجاه في الفضاء
x_A	Mole fraction of component A $[-]$	النسبة المولية للمكوِّن A
$\bar{x}$	Mean value [depends on system]	القيمة الوسطى [يعتمد البعد على المنظومة]
y	Direction in space [L]	اتجاه في الفضاء
z	Direction in space [L]	اتجاه في الفضاء
z	Height above a reference plane [L]	الارتفاع فوق مستو مرجعي
μ	Fluid viscosity $[L^1Mt^{-1}]$	لزوجة السائل
ρ	Density $[L^{-3}M]$	الكثافة
ρ_{ref}	Reference density $[L^{-3}M]$	كثافة مرجعية
σ	Stoichiometric coefficient of a compound $[-]$	معامل نسبة التفاعل لمركَّب
σ	Standard deviation [depends on system]	الانحراف المعياري
Σ	Summation $[-]$	مجموع
τ	Torque $[L^2Mt^{-2}]$	العزم
Ψ	Extensive property [depends on system]	خاصية توسعية
$\dot{\Psi}$	Rate of extensive property $[\Psi t^{-1}]$	معدّل الخاصية التوسعية
ω	Angular velocity $[t^{-1}]$	السرعة الزاوية

الملحق ب: عوامل تحويل الوحدات

الكمية	قيم عوامل التحويل
الكتلة	$1\ kg = 1000\ g = 0.001\ metric\ ton = 2.20462\ lb_m = 35.27392\ oz$ $1\ lb_m = 16\ oz = 5 \times 10^{-4}\ ton = 453.593\ g = 0.453593\ kg$
الطول	$1\ m = 100\ cm = 1000\ mm = 10^6\ microns\ (\mu m)$ $= 39.37\ in = 3.2808\ ft = 1.0936\ yd = 0.0006214\ mile$ $1\ ft = 12\ in = 1/3\ yd = 0.3048\ m = 30.48\ cm$
الحجم	$1\ m^3 = 1000\ L = 10^6\ cm^3 = 10^6\ mL$ $= 35.3145\ ft^3 = 220.83\ imperial\ gallons = 264.17\ gal$ $= 1056.68\ qt$ $1\ ft^3 = 1728\ in^3 = 7.4805\ gal = 0.028317\ m^3 = 28.317\ L$ $= 28{,}317\ cm^3$
القوة	$1\ N = 1\ kg \cdot m/s^2 = 10^5\ dynes = 10^5\ g \cdot cm/s^2 = 0.22481\ lb_f$ $1\ lb_f = 32.174\ lb_m \cdot ft/s^2 = 4.4482\ N = 4.4482 \times 10^5\ dynes$
الضغط	$1\ atm = 1.01325 \times 10^5\ N/m^2\ (Pa) = 101.325\ kPa = 1.01325\ bar$ $= 1.01325 \times 10^6\ dynes/cm^2$ $= 760\ mmHg\ at\ 0°C\ (torr) = 10.333\ m\ H_2O\ at\ 4°C$ $= 14.696\ lb_f/in^2\ (psi) = 33.9\ ft\ H_2O\ at\ 4°C$ $= 29.921\ in\ Hg\ at\ 0°C$
الطاقة	$1\ J = 1\ N \cdot m = 10^7\ ergs = 10^7\ dyne \cdot cm$ $= 2.778 \times 10^{-7}\ kW \cdot hr = 0.23901\ cal$ $= 0.7376\ ft\text{-}lb_f = 9.486 \times 10^{-4}\ Btu$
الاستطاعة أو القدرة	$1\ W = 1\ J/s = 0.23901\ cal/s = 0.7376\ ft \cdot lb_f/s$ $= 9.486 \times 10^{-4}\ Btu/s = 1.341 \times 10^{-3}\ hp$

مثال: عامل تحويل الغرامات إلى ليبرة كتلية يساوي $\left(\frac{2.20462\ lb_m}{1000\ g}\right)$.

الملحق ت: الجدول الدوري للعناصر

IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB			IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	الغازات النبيلة
1 **H** 1.00794																	2 **He** 4.00260
3 **Li** 6.941	4 **Be** 9.01218											5 **B** 10.81	6 **C** 12.011	7 **N** 14.0067	8 **O** 15.9994	9 **F** 18.9984	10 **Ne** 20.1797
11 **Na** 22.98977	12 **Mg** 24.305											13 **Al** 26.98154	14 **Si** 28.0855	15 **P** 30.9738	16 **S** 32.066	17 **Cl** 35.4527	18 **Ar** 39.948
19 **K** 39.0983	20 **Ca** 40.078	21 **Sc** 44.9559	22 **Ti** 47.88	23 **V** 50.9415	24 **Cr** 51.996	25 **Mn** 54.9380	26 **Fe** 55.847	27 **Co** 58.9332	28 **Ni** 58.69	29 **Cu** 63.546	30 **Zn** 65.39	31 **Ga** 69.72	32 **Ge** 72.59	33 **As** 74.9216	34 **Se** 78.96	35 **Br** 79.904	36 **Kr** 83.80
37 **Rb** 85.4678	38 **Sr** 87.62	39 **Y** 88.9059	40 **Zr** 91.224	41 **Nb** 92.9064	42 **Mo** 95.94	43 **Tc** (98)	44 **Ru** 101.07	45 **Rh** 102.9055	46 **Pd** 106.42	47 **Ag** 107.8682	48 **Cd** 112.41	49 **In** 114.82	50 **Sn** 118.710	51 **Sb** 121.75	52 **Te** 127.60	53 **I** 126.9045	54 **Xe** 131.29
55 **Cs** 132.9054	56 **Ba** 137.33	57* **La** 138.9055	72 **Hf** 178.49	73 **Ta** 180.9479	74 **W** 183.85	75 **Re** 186.207	76 **Os** 190.2	77 **Ir** 192.22	78 **Pt** 195.08	79 **Au** 196.9665	80 **Hg** 200.59	81 **Ti** 204.383	82 **Pb** 207.2	83 **Bi** 208.9804	84 **Po** (209)	85 **At** (210)	86 **Rn** (~222)
87 **Fr** (223)	88 **Ra** 226.0254	89† **Ac** 227.0278	104 **Unq** (261)	105 **Unp** (262)	106 **Unh** (263)												

اللامعادن

معادن انتقالية

المعادن النشطة

معادن انتقالية داخلية

58 **Ce** 140.12	59 **Pr** 140.9077	60 **Nd** 144.24	61 **Pm** (145)	62 **Sm** 150.36	63 **Eu** 151.965	64 **Gd** 157.25	65 **Tb** 158.9254	66 **Dy** 162.50	67 **Ho** 164.9304	68 **Er** 167.26	69 **Tm** 168.9342	70 **Yb** 173.04	71 **Lu** 174.967
90 **Th** 232.0381	91 **Pa** 231.036	92 **U** 238.0289	93 **Np** 237.048	94 **Pu** (244)	95 **Am** (243)	96 **Cm** (247)	97 **Bk** (247)	98 **Cf** (251)	99 **Es** (252)	100 **Fm** (257)	101 **Md** (258)	102 **No** (259)	103 **Lr** (262)

* لانتيدات

† أكتينيدات

الملحق ث: جداول البيانات الحيوية

الجدول ث.1: الأوزان الجزيئية للجزيئات الحيوية الشائعة.

الجزيء الحيوي	الوزن الجزيئي (Da)
ماء	18
حمض أميني، (الوسطي)	135
حمض أميني، (المجال)	57.06 (غليسين)− 186.21 (تريبتوفان)
غلوكوز	180
كوليسترول	387
غشاء دهني، (الوسطي)	600
زوج قاعدة الدنا، (الوسطي)	610
بروتين غشاء متكامل، (الوسطي)	60000
بروتين، (المجال)	5000− 3000000
هيموغلوبين	64000
DNA في نواة بسيطة	1.83×10^{12}

الجدول ث.2: القيم الحيوية الفيزيائية الشائعة لدى الرجال*.

الطول	1.73 m (5 ft 8 in)
الكتلة	68 kg (150 lb_m)
مساحة سطح الجسم†	1.7 m^2
درجة حرارة داخل الجسم	37.0 °C
درجة حرارة الجلد الوسطية	34.2 °C
السعة الحرارية	0.86 kcal/(kg·°C)
نسبة الدهون في الجسم	%12
كمية السوائل في الجسم	41.0 L (60% من وزن الجسم)
الاستقلاب الأساسي	40 kcal/(m^2·hr) أو 72 kcal/hr
حجم الدم	5L
خرج القلب في حالة الراحة	5L/min
ضغط الدم في الدورة الدموية الجسمية	120/80 mmHg
معدّل نبض القلب في حالة الراحة	65 beats/min

* الجدول معدّل بعد اقتباسه من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

† البيانات مقتبسة من:

Guyton AC and Hall JE, *Textbook of medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000

الجدول ث.3: قيم الرئتين الشائعة عند الرجال عند درجة الحرارة والضغط الحيويين*.

سعة الرئة الكلية	6.0 L
السعة الفعالة	4.2 L
معدّل التهوئة	6.0 L/min
معدّل تهوئة الجُرَيبات الهوائية	4.2 L/min
الحجم التناوبي	500 mL
الحيِّز الميت	150 mL
تردد التنفس	12 breaths/min
حجم دم الشعيرات الدموية الرئوية	75 mL
استهلاك الأكسجين	284 mL/min
إنتاج ثاني أكسيد الكربون	227 mL/min
معامل التنفس	0.80

* الجدول معدل بعد اقتباسه من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.4: محتوى رجل بالغ وزنه 70 كلغ*.

المكوِّن	الكتلة (g)	المكوِّن	الكتلة (g)
ماء	41400	بوتاسيوم	150
دهون	12600	كبريت	112
بروتينات	12600	كلور	85
كالسيوم	1160	صوديوم	63
فوسفات	670	مواد أخرى	860
كربوهيدرات	300		

* الجدول مقتبس من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.5: الاستهلاك اليومي الوسطي للماء*.

الماء المتناول	(mL)	الماء المطروح	(mL)
ماء شرب	1200	بول	1400
ماء في الطعام	1000	ماء غير محسوس عبر الجلد	350
ماء من الأكسدة	300	ماء غير محسوس عبر الرئتين	350
		تعرُّق	200
		ماء في البراز	200
المجموع	2500	المجموع	2500

* الجدول مقتبس من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.6: الخواص الفيزيائية لدم الإنسان (قيم وسطية للشخص البالغ العادي)*.

الدم الكامل	الحجم	5 L
	الكثافة	$1.056\ g/cm^3$
	عامل الحموضة pH	7.41
	اللزوجة عند نسبة كريات حمراء طبيعية ($37\,^\circ C$)	3.0 cP
	نسبة الكريات الحمراء الوريدية	
	ذكور	0.47
	إناث	0.42
	حجم الدم الكلي	78 mL/kg
البلازما أو المصل	الحجم	3 L
	عامل الحموضة pH	7.5 −7.3
	اللزوجة ($37\,^\circ C$)	1.2 cP
	الكثافة	$1.0239\ g/cm^3$
كريات الدم الحمراء	الحجم	2 L
	الكثافة	$1.098\ g/cm^3$
	التعداد	
	ذكور	$5.4\times10^9\ (mL)^{-1}$ (بالنسبة إلى الدم الكلي)
	إناث	$4.8\times10^9\ (mL)^{-1}$ (بالنسبة إلى الدم الكلي)
	حجم الكريَّة	$87\ \mu m^3$
	قطر الكريَّة	$8.4\ \mu m$
	تركيز الهيموغلوبين	0.335 g/mL (بالنسبة للكريات الحمراء)
كريات الدم البيضاء	التعداد	$7.4\times10^6\ (mL)^{-1}$ (بالنسبة إلى الدم الكلي)
	قطر الكريَّة	$7-20\ \mu m$
الصفيْحات	التعداد	$2.8\times10^8\ (mL)^{-1}$ (بالنسبة إلى الدم الكلي)
	القطر	$2-5\ \mu m$
الغاز المنحل في الدم: التركيز عند درجة الحرارة والضغط الحيويين ($37^\circ C$, 1 atm)	مقدار O_2 الشرياني	$0.195\ mL\ O_2/mL$ blood
	مقدار CO_2 الشرياني	$0.492\ mL\ O_2/mL$ blood
	مقدار O_2 الوريدي	$0.145\ mL\ O_2/mL$ blood
	مقدار CO_2 الوريدي	$0.532\ mL\ O_2/mL$ blood

* الجدول معدل بعد اقتباسه من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.7: التوزُّع التقريبي للدم في الأوعية الدموية لدى رجل عادي*♣.

الدورة الدموية الرئوية	الحجم (mL)	الدورة الدموية الجسمية	الحجم (mL)
الشريانات الرئوية	400	الشريان الأبهر	100
الشُعَيرات الدموية الرئوية	60	شريانات المنظومة الجسمية	450
الأوردة الصغيرة	140	شُعَيرات المنظومة الجسمية	300
الأوردة الرئوية	700	الأوردة الصغيرة	200
		أوردة المنظومة الجسمية	2050
المجموع للدورة الرئوية	1300	المجموع للمنظومة الجسمية	3100
القلب	250		
		أوعية لم تُحتسب (دم زائد في الكبد والطحال)	550

♣ شخص افتراضي: العمر 30 سنة، الوزن 63 كلغ، الطول 178 سنتيمتراً، حجم الدم 5.2 ليتراً.

* الجدول مقتبس من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.8: تدفُّق الدم إلى الأعضاء والنُسُج المختلفة في الظروف الطبيعية*.

العضو أو النسيج	معدّل تدفُّق الدم (mL/min)
الدماغ	700
القلب	150
القصبات	150
الكليتان	1100
الكبد، كلّي	1350
بابي	1050
شرياني	300
العضلة (حالة غير نشطة)	750
العظام	250
الجلد (طقس بارد)	300
الغدة الدرقية	50
الغدتان الكظريتان	25
أنسجة أخرى	175
المجموع	5000

* الجدول معدل بعد اقتباسه من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.9: الدورة الدموية الجسمية لدى الرجال*.

الوعاء الدموي	القطر (cm)	سرعة الدم (cm/s)	عدد رينولدس للأنبوب
الشريان الأبهر الصاعد	3.2−2.0	63	5800−3600

الشريان الأبهر النازل	2.0−1.6	27	1500−1200
الشريانات الكبيرة	0.6−0.2	50−20	850−110
الشعيرات الدموية	0.001−0.0005	0.1−0.05	0.003−0.0007
الأوردة الكبيرة	1.0−0.5	20−15	570−210
الوريد الأجوف	2.0	16−11	900−630

* الجدول مقتبس من:

Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.10: استقلاب فئات الغذاء المختلفة*.

	كربوهدرات	دُسُم	بروتينات
عدد ليترات O_2 المستهلكة لكل غرام	0.81	1.96	0.94
عدد ليترات CO_2 المستهلكة لكل غرام	0.81	1.39	0.75
عامل التنفس	1.00	0.71	0.80
حرارة التفاعل (كيلوحريرة للغرام)	4.1	9.3	4.5

* الجدول مقتبس من: Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.11: المكوِّنات التناضحية في السوائل التي في خارج وفي داخل الخلايا*.

المكوِّن	بلازما mOsm/L H_2O	خارج الخلايا mOsm/L H_2O	داخل الخلايا mOsm/L H_2O ♠
Na^+	142	139	14
K^+	4.2	4.0	140
Ca^{2+}	1.3	1.2	−
Mg^{2+}	0.8	0.7	20
Cl^-	108	108	4
HCO_3^-	24	28.3	10
$H_2PO_4^-, HPO_4^{2-}$	2	2	11
SO_4^{2-}	0.5	0.5	1
فوسفوكرياتين	−	−	45
كارنوسين	−	−	14
حموض أمينية	2	2	8
كرياتين	0.2	0.2	9
لاكتات (لَبَنات)	1.2	1.2	1.5
ثلاثي فوسفات الأدنوزين	−	−	5
أحادي فوسفات الهكسوس	−	−	3.7
غلوكوز	5.6	5.6	−

بروتين	1.2	0.2	4
بولة	4	4	4
مواد أخرى	4.8	3.9	10
المكوِّنات الكلية	301.8	300.8	301.2
	بلازما (mmHg)	خارج الخلايا (mmHg)	داخل الخلايا (mmHg)
† P_{O_2}	35	–	20
† P_{CO_2}	46	–	50
الضغط التناضحي الكلي ($37^{\circ}C$)	5443	5423	5423
	بلازما	خارج الخلايا	داخل الخلايا
† pH	7.4	7.35	7.0

♠ الأوزمول Osmol الواحد يكافئ وزن جزيء واحد مقدراً بالغرام من محلول غير مؤين.

* الجدول معدَّل بعد اقتباسه من:

Guyton AC and Hall JE, *Textbook of medical Physiology*, Philadelphia: Saunders, 2000.

† البيانات من: Cooney DO, *Biomedical Engineering Principles: An Introduction to Fluid, Heat, and Mass Transport Processes*, New York, Marcel Dekker, 1976.

الجدول ث.12: بنى الخلية ووظائفها

البنية الخلوية أو العضو	**الوظيفة**
غشاء الخلية (cell membrane)	• طبقة مزدوجة من دهن سائل توفر حاجزاً واقياً • ينظم الحركة الكيميائية من الخلية وإليها
البلازما الخلوية (cytoplasm)	• الجزء السائل من الخلية ويحتوي على بروتينات وكهروليتات وغلوكوز وكريَّات دهنية وحوامل إفرازات
النواة (nucleus)	• توجه التكاثر الخلوي والأنشطة الاستقلابية • تحتوي على الـــ DNA وتحدِّد خصائص بروتينات الخلية
النويَّة (nucleolus)	• تقوم بتركيب الرنا (RNA) والريباسات الأولية
شبكة أغشية السائل الخلوي الخشنة (granular endoplasmic reticulum)	• تغلف وتنقل البروتينات التي تُنتِجها الريباسات
شبكة أغشية السائل الخلوي الناعمة (agranular endoplasmic reticulum)	• تركِّب المواد الدهنية والمواد الإنزيمية الأخرى
الريباسات (ribosome)	• مكان صنع البروتينات • يمكن أن تكون حرة في السائل الخلوي أو معلقة بشبكة

	أغشية السائل الخلوي الخشنة
جهاز غولجي (Golgi apparatus)	• يعمل على خزن وتعديل وتغليف المُفرَزات • المتحكم الرئيسي في النقل الجزيئي ضمن الخلية • مكان صنع متعددات السكريات من سكريات بسيطة وتعليقها بالدهون والبروتينات
الجسيمات الحالَّة (lysosomes)	• حاوية تخزين للإنزيمات المائية الكيميائية الهاضمة للبنى الخلوية التالفة وجسيمات الطعام والمواد غير المرغوب فيها الأخرى كالجراثيم
البيروكسيسومات (peroxismes)	• تحتوي على إنزيمات مؤكسدة لتحفيز تفاعلات التكاثف ومنها إزالة سمية الكحول وأكسدة بروكسيد الهدروجين
الحبيْبات الخيطية (mitochondria)	• موقع التنفس الخلوي، وهو التفاعل الكيميائي الذي تُستخلص به الطاقة من المغذيات وتقدم للوظائف الخلوية المستهلكة للطاقة التي من قبيل الاستقلاب
الفتائل الميكروية (microfilaments)	• تعمل بوصفها مكوِّن إنشائي لهيكل الخلية • تشارك في حركة الخلايا التي من قبيل تقلص العضلات ونقل الحويصلات ضمن الخلية
الأُنَيبوبات الميكروية (microtubules)	• توفر البنية العامة للخلية • تنقل الكروموسومات إلى مواقع النوى الجديدة أثناء انقسام الخلية • تحدِّد المسارات التي يجب أن تسلكها حوامل التأمين
السنتريولات (centrioles)	• ضبط فقار الأنيْبوب المكروي أثناء الانقسام الخلوي
الأهداب والسياط (cilia and flagella)	• تعمل على تحريك الخلية أو السوائل والجسيمات الصغيرة عبر سطح الخلية

الجدول ث.13: خواص الخلايا الفيزيائية*.

تركيب خلايا الثدييات الوزني (باستثناء الخلايا الدهنية)	
الماء	%70
البروتينات	%18
نواتج استقلاب صغيرة متنوعة	%3
شحوم فوسفورية	%3
شحوم أخرى	%2
متعددات السكريات	%2
أيونات لاعضوية (Na^+، K^+، Mg^{2+}، Ca^{2+}، Cl^- وغيرها)	%1
رنا	%1.1
DNA	%0.25
التركيب الكتلي لغشاء الخلية:	
بروتينات	%55
شحوم فوسفورية	%25

كولسترول	%13
شحوم أخرى	%4
كربوهدرات	%3
سماكة غشاء الخلية (مجال)	$7.5-10$ nm
قطر الخلية (مجال)	$10-20$ µm
حجم الخلية (تقريبي)	4×10^{-9} cm^3
عدد الكروموزومات	46 (23 زوجا)
حجم النواة (تقريبي)	2.4×10^{-10} cm^3
عدد أنواع البروتينات المختلفة	10000
كتلة البروتينات	0.18 ng
كتلة الـــ	0.0025 ng
عدد المستقبلات السطحية في الخلية	$500-100000$

* البيانات من: Alberts B, Johnson A, Lewis J et al., *Molecular Biology of the Cell*, 4th ed., New York: Garland Science, 2002.

الجدول ث.14: الدنا الجزيئي.

العدد الوسطي* للأزواج الأساسية في الكروموزوم	150 مليون
طول الجينة العادية†	3000 زوج أساسي
عدد القواعد	4 (A، C، G، T)
عدد القواعد في الجينوم البشري†	3 مليارات
عدد الجينات في الجينوم البشري♠	$20000-25000$
نسبة جزء الجينوم الذي يحتوي على سلاسل ترميز (إكسونات) للجينات†	%10
عدد الجينات النشطة في الخلية♥	$10000-20000$

* البيانات من: Alberts B, Johnson A, Lewis J et al., *Molecular Biology of the Cell*, 4th ed., New York: Garland Science, 2002.

† **المصدر**: Casey D., DOE *Human Genom Program: Primer on Molecular Genetics*, U.S. Department of Energy. June 1992. http://www.ornl.gov/sci/ techresources/human_Genome/publicat/primer.pdf (accessed Aug 7, 2005)

♠ **المصدر**: "How many genes are in the human genome?" Human Genome Project Information, http://www.ornl.gov/sci/techresources/Human_Genome/faq/genenumber.shtml (last modified Oct 27, 2004; accessed Aug 7, 2005.

♥ **المصدر**: Szallasi Z., "Genetic network Analysis: From the bench to computers and back," 2nd International Conference on Systems Biology, Nov 4, 2001. http://www.chip.org/people/zszallasi/ICSB2001+Tutorial.pdf (accessed Aug 7, 2005)

الملحق ج: بيانات ثرموديناميكية

الجدول ج.1: السعات الحرارية.

المركَّب	الحالة	وحدة درجة الحرارة	a	$b \times 10^2$	$c \times 10^5$	$d \times 10^9$	مجال درجات الحرارة
أسيتون	غ	$^\circ C$	71.96	20.10	−12.78	34.76	1200−0
هواء	غ	$^\circ C$	28.94	0.4147	0.3191	−1.965	1500−0
	غ	K	28.09	0.1965	0.4799	−1.965	1800−273
أمونيا (نشادر)	غ	$^\circ C$	35.15	2.954	0.4421	−6.686	1200−0
هيدروكسيد الكالسيوم	ك	K	89.5				373−276
ثاني أكسيد الكربون	غ	$^\circ C$	36.11	4.233	−2.887	7.464	1500−0
إيثانول	س	$^\circ C$	103.1				0
	س	$^\circ C$	158.8				100
	غ	$^\circ C$	61.34	15.72	−8.749	19.83	1200−0
فورمالدهيد	غ	$^\circ C$	34.28	4.268	0.000	−8.694	1200−0
هيدروجين	غ	$^\circ C$	28.84	0.00765	0.3288	−0.8698	1500−0
كلوريد الهيدروجين	غ	$^\circ C$	29.13	−0.1341	0.9715	−4.335	1200−0
كبريتيد الهيدروجين	غ	$^\circ C$	33.51	1.547	0.3012	−3.292	1500−0
الميثان	غ	$^\circ C$	34.31	5.469	0.3661	−11.00	1200−0
	غ	K	19.87	5.021	1.268	−11.00	1500−273
ميثانول	س	$^\circ C$	75.86				0
	س	$^\circ C$	82.59				40
	غ	$^\circ C$	42.93	8.301	−1.87	−8.03	700−0
حمض الآزوت	س	$^\circ C$	110.0				25
نيتروجين	غ	$^\circ C$	29.00	0.2199	0.5723	−2.871	1500−0
أكسجين	غ	$^\circ C$	29.10	1.158	−0.6076	1.311	1500−0
كبريت							
(معيَّني)	ك	K	15.2	2.68			368−273
(أحادي الميل)	ك	K	18.3	1.84			392−368
حمض الكبريت	س	$^\circ C$	139.1	15.59			45−10
ثاني أكسيد الكبريت	غ	$^\circ C$	38.91	3.904	−3.104	8.606	1500−0
الماء	س	$^\circ C$	75.4				100−0
	غ	$^\circ C$	33.46	0.6880	0.7604	−3.593	1500−0

البيانات من:

Felder RM and Rousseau RW, *Elementary Principles of Chemical Processes*. New York: John Wiley & Sons, 1978.

الجدول من:

Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, London: Academic Press, 1995.

مثال: $C_p\ (\mathrm{J/(mol.^\circ C)}) = a + bT + cT^2 + dT^3$

في حالة الأسيتون بين $0^\circ C$ و $1200^\circ C$:

$$C_p\ (\mathrm{J/(mol.^\circ C)}) = 71.96 + (20.10\times10^{-2})T - (12.78\times10^{-5})T^2 + (34.76\times10^{-9})T^3$$

حيث تقدَّر T بـــ $^\circ C$. لاحظ أن بعض المعادلات تقتضي أن تكون درجة الحرارة مقدَّرة بالكلفن K وفقاً ما مبيَّن في الجدول.

الحالة: غ: غاز، س: سائل، ك: متبلور.

الجدول ج.2: السعات الحرارية الوسطية للغازات.

درجة الحرارة $^\circ C$	C_p (J/mol.°C)					
	الهواء	O_2	N_2	H_2	CO_2	H_2O
0	29.06	29.24	29.12	28.61	35.96	33.48
18	29.07	29.28	29.12	28.69	36.43	33.51
25	29.07	29.30	29.12	28.72	36.47	33.52
100	29.14	29.53	29.14	28.98	38.17	33.73
200	29.29	29.93	29.23	29.10	40.12	34.10
300	29.51	30.44	29.38	29.15	41.85	34.54
400	29.78	30.88	29.60	29.22	43.35	35.05
500	30.08	31.33	29.87	29.28	44.69	35.59

البيانات من: Himmelblau DM, *Basic Principles and Calculations in Chemical Engineering*, 3rd ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1974.

الجدول من: Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, London: Academic Press, 1995.

الحالة المرجعية: $T_{ref} = 0^\circ C$، $P_{ref} = 1 atm$.

الجدول ج.3: الحرارة النوعية للسوائل العضوية.

المركَّب	الصيغة	درجة الحرارة ($^\circ C$)	C_p (cal/g.°C)
حمض الخل	$C_2H_4O_2$	95−26	0.522
أسيتون	C_3H_6O	22.6−3	0.514
		0	0.506
		49.4−24.2	0.538
الأستونتريل	C_2H_3N	76−21	0.541
بنزألدهيد	C_7H_6O	172−22	0.428
كحول بوتيلي نظامي	$C_4H_{10}O$	2.3	0.526
		19.2	0.563
		115−21	0.687
		30	0.582
حمض الزبدة النظامي	$C_4H_8O_2$	0	0.444
		40	0.501
		100−20	0.515
رباعي كلور الكربون	CCl_4	0	0.198
		20	0.201

0.200	30		
0.232	0	$CHCl_3$	الكلوروفورم
0.226	15		
0.234	30		
0.497	20−0	C_7H_8O	كريزول $(o-)$
0.551	197−21	C_7H_8O	كريزول $(m-)$
0.477	20−0		
0.349	106−21	$C_2H_2Cl_2O_2$	حمض ثنائي كلور الخل
0.348	196−21		
0.516	22.5	$C_4H_{11}N$	ثنائي إيثيل أمين
0.431	20	$C_7H_{12}O_4$	ثنائي إيثيل المالونات
0.431	20	$C_6H_{10}O_4$	ثنائي إيثيل الأوكزالات
0.450	20	$C_8H_{14}O_4$	ثنائي إيثيل السكسينات
0.431	20	$C_9H_{16}O_4$	ثنائي بروبيل المالونات
0.431	20	$C_8H_{14}O_4$	ثنائي بروبيل الأوكزالات $(n-)$
0.450	20	$C_{10}H_{18}O_4$	ثنائي بروبيل السكسينات
0.680	98−0	C_2H_6O	إيثانول
0.525	−5	$C_4H_{10}O$	إيثِر
0.521	0		
0.545	30		
0.687	80		
0.800	120		
0.819	140		
1.037	180		
0.457	20	$C_4H_8O_2$	خلات الإيثيل
0.476	20		
0.535	−11.1	$C_2H_6O_2$	غليكول الإيثيلين
0.542	0		
0.550	2.5		
0.554	5.1		
0.569	14.9		
0.573	19.9		
0.436	0	CH_2O_2	حمض النمل
0.509	15.5		
0.524	100−20		

الفرفورال	$C_5H_4O_2$	0	0.367
		100−20	0.416
غليسرول	$C_3H_8O_3$	50−15	0.576
هكساديكان نظامي (n −)	$C_{16}H_{34}$	50−0	0.496
خلات الإيزوبوتيل	$C_6H_{12}O_2$	20	0.459
كحول الإيزوبوتيل	$C_4H_{10}O$	109−21	0.716
		30	0.603
سكسينات الإيزوبوتيل	$C_{12}H_{22}O_4$	0	0.442
حمض الإيزوبتريك	$C_4H_8O_2$	20	0.450
حمض الغار	$C_{12}H_{24}O_2$	100−40	0.572
		57	0.515
ميثانول	CH_4O	10−5	0.590
		20−15	0.601
بوتيل ميثيل كيتون	$C_6H_{12}O$	127−21	0.553
إيثيل ميثيل كيتون	C_4H_8O	78−20	0.549
فورمات الميثيل	$C_2H_4O_2$	29−13	0.516
بروبيونات الميثيل	$C_4H_8O_2$	20	0.459
حمض النخيل	$C_{16}H_{32}O_2$	104−65	0.653
حمض البروبيوني	$C_3H_6O_2$	0	0.444
		137−20	0.560
خلات البروبيل النظامي (n −)	$C_5H_{10}O_2$	20	0.459
زبدات البروبيل	$C_7H_{14}O_2$	20	0.459
فورمات البروبيل	$C_4H_8O_2$	20	0.459
البيريدين	C_5H_5N	20	0.405
		108−21	0.431
		20−0	0.395
الكينولين	C_9H_7N	20−0	0.352
ساليسيل ألدهيد	$C_7H_6O_2$	18	0.382
حمض الشمع	$C_{18}H_{36}O_2$	137−75	0.550

البيانات من: Perry RH, Green DW, Maloney JO, eds., *Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed., New York: McGraw-Hill, 1984.

الجدول من: Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, London: Academic Press, 1995.

الجدول ج.4: نقطتا الانصهار والغليان الطبيعيتان والحرارات المعيارية لتغيُّر الطور.

المركَّب	الوزن الجزيئي	درجة الانصهار $(^{\circ}C)$	$\Delta\hat{H}_M$ عند درجة الانصهار (kJ/mol)	درجة الغليان $(^{\circ}C)$	$\Delta\hat{H}_V$ عند درجة التبخُّر (الغليان) (kJ/mol)
ألدهيد الخل	44.05	−123.7		20.2	25.1
حمض الخل	60.05	16.6	12.09	118.2	24.39
أسيتون	58.08	−95.0	5.69	56.0	30.2
أمونيا	17.03	−77.8	5.653	−33.43	23.351
بنزألدهيد	106.12	−26.0		179.0	38.40
ثاني أكسيد الكربون	44.01	−56.6	8.33	يتصعَّد عند $-78^{\circ}C$	
كلوروفورم	119.39	−63.7		61.0	38.58
إيثانول	46.07	−114.6	5.021	78.5	24.48
فورمالدهيد	30.03	−92		−19.3	22.25
حمض النمل	46.03	8.30	12.68	100.5	
غليسرول	92.09	18.20	18.30	290.0	0.904
هدروجين	2.016	−259.19	0.12	−252.76	16.1
كلوريد الهيدروجين	36.47	−114.2	1.99	−85.0	18.67
كبريتيد الهيدروجين	34.08	−85.5	2.38	−60.3	8.179
ميثان	16.04	−182.5	0.94	−161.5	35.27
ميثانول	32.04	−97.9	3.167	64.7	30.30
حمض الآزوت	63.02	−41.6	10.47	86	5.577
نتروجين	28.02	−210.0	0.720	−195.8	
حمض الأكزال	90.04			يتفكك عند $186^{\circ}C$	6.82
أكسجين	32.00	−218.75	0.444	−182.97	
فينول	94.11	42.5	11.43	181.4	
حمض الفوسفور	98.00	42.3	10.54		170.7
كلوريد الصوديوم	58.45	808	28.5	1465	
هيدروكسيد	40.00	319	8.34	1390	
الصوديوم					83.7
كبريت	256.53	113	10.04	444.6	83.7
(معيَّني)	256.53	119	14.17	444.6	24.91
(أحادي الميل)	64.07	−75.48	7.402	−10.02	
ثاني أكسيد الكبريت	98.08	10.35	9.87	يتفكك عند $340^{\circ}C$	40.656
حمض الكبريت	18.016	0.00	6.0095	100.00	
الماء					

البيانات من: Felder RM and Rousseau RW, *Elementary Principles of Chemical Processes*. New York: John Wiley & Sons, 1978.

الجدول من: Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, London: Academic Press, 1995.

جميع البيانات الترموديناميكية محدَّدة عند ضغط يساوي ضغطاً جوياً واحداً.

الجدول ج.5: خواص البخار المشبع (بالوحدات الدولية): جدول درجات الحرارة.

		$\hat{V}$ (m^3/kg)		$\hat{U}$ (kJ/kg)		$\hat{H}$ (kJ/kg)		
T (°C)	P (bar)	ماء	بخار	ماء	بخار	ماء	تبخر ($\hat{H}_V$)	بخار
0.01	0.00611	0.001000	206.2	zero	2375.6	+0.0	2501.6	2501.6
2	0.00705	0.001000	179.9	8.4	2378.3	8.4	2496.8	2505.2
4	0.00813	0.001000	157.3	16.8	2381.1	16.8	2492.1	2508.9
6	0.00935	0.001000	137.8	25.2	2383.8	25.2	2487.4	2512.6
8	0.01072	0.001000	121.0	33.6	2386.6	33.6	2482.6	2516.2
10	0.01227	0.001000	106.4	42.0	2389.3	42.0	2477.9	2519.9
12	0.01401	0.001000	93.8	50.4	2392.1	50.4	2473.2	2523.6
14	0.01597	0.001001	82.9	58.8	2394.8	58.8	2468.5	2527.2
16	0.01817	0.001001	73.4	67.1	2397.6	67.1	2463.8	2530.9
18	0.02062	0.001001	65.1	75.5	2400.3	75.5	2459.0	2534.5
20	0.0234	0.001002	57.8	83.9	2403.0	83.9	2454.3	2538.2
22	0.0264	0.001002	51.5	92.2	2405.8	92.2	2449.6	2541.9
24	0.0298	0.001003	45.9	100.6	2408.5	100.6	2444.9	2545.5
25	0.0317	0.001003	43.4	104.8	2409.9	104.8	2442.5	2547.3
26	0.0336	0.001003	41.0	108.9	2411.2	108.9	2440.2	2549.1
28	0.0378	0.001004	36.7	117.3	2414.0	117.3	2435.4	2552.7
30	0.0424	0.001004	32.9	125.7	2416.7	125.7	2430.7	2556.4
32	0.0475	0.001005	29.6	134.0	2419.4	134.0	2425.9	2560.0
34	0.0532	0.001006	26.6	142.4	2422.1	142.4	2421.2	2563.6
36	0.0594	0.001006	24.0	150.7	2424.8	150.7	2416.4	2567.2
38	0.0662	0.001007	21.6	159.1	2427.5	159.1	2411.7	2570.8
40	0.0738	0.001008	19.55	167.4	2430.2	167.5	2406.9	2574.4
42	0.0820	0.001009	17.69	175.8	2432.9	175.8	2402.1	2577.9
44	0.0910	0.001009	16.04	184.2	2435.6	184.2	2397.3	2581.5
46	0.1009	0.001010	14.56	192.5	2438.3	192.5	2392.5	2585.1
48	0.1116	0.001011	13.23	200.9	2440.9	200.9	2387.7	2588.6
50	0.1234	0.001012	12.05	209.2	2443.6	209.3	2382.9	2592.2
52	0.1361	0.001013	10.98	217.7	2446	217.7	2377	2595
54	0.1500	0.001014	10.02	226.0	2449	226.0	2373	2599
56	0.1651	0.001015	9.158	234.4	2451	234.4	2368	2602
58	0.1815	0.001016	8.380	242.8	2454	242.8	2363	2606
60	0.1992	0.001017	7.678	251.1	2456	251.1	2358	2609
62	0.2184	0.001018	7.043	259.5	2459	259.5	2353	2613
64	0.2391	0.001019	6.468	267.9	2461	267.9	2348	2616
66	0.2615	0.001020	5.947	276.2	2464	276.2	2343	2619
68	0.2856	0.001022	5.475	284.6	2467	284.6	2338	2623
70	0.3117	0.001023	5.045	293.0	2469	293.0	2333	2626
72	0.3396	0.001024	4.655	301.4	2472	301.4	2329	2630
74	0.3696	0.001025	4.299	309.8	2474	309.8	2323	2633
76	0.4019	0.001026	3.975	318.2	2476	318.2	2318	2636
78	0.4365	0.001028	3.679	326.4	2479	326.4	2313	2639
80	0.4736	0.001029	3.408	334.8	2482	334.9	2308	2643
82	0.5133	0.001030	3.161	343.2	2484	343.3	2303	2646
84	0.5558	0.001032	2.934	351.6	2487	351.7	2298	2650
86	0.6011	0.001033	2.727	360.0	2489	360.1	2293	2653
88	0.6495	0.001034	2.536	368.4	2491	368.5	2288	2656
90	0.7011	0.001036	2.361	376.9	2493	377.0	2282	2659
92	0.7560	0.001037	2.200	385.3	2496	385.4	2277	2662
94	0.8145	0.001039	2.052	393.7	2499	393.8	2272	2666
96	0.8767	0.001040	1.915	401.1	2501	402.2	2267	2669
98	0.9429	0.001042	1.789	410.6	2504	410.7	2262	2673
100	1.0131	0.001044	1.673	419.0	2507	419.1	2257	2676
102	1.0876	0.001045	1.566	427.1	2509	427.5	2251	2679

$\hat{V}$: الحجم النوعي، $\hat{U}$: الطاقة الداخلية النوعية، $\hat{H}$: المحتوى الحراري النوعي.

البيانات مقتبسة بموافقة: Haywood RW, *Thermodynamic Tables in SI (Metric) Units*. Cambridge University Press, 1968.

الجدول من: Reklaitis GV, Introduction to Material and Energy Balances. New York: Wiley, 1983.

الجدول ج.6: خواص البخار المشبع (بالوحدات الدولية): جدول الضغط.

P (bar)	T (°C)	$\hat{V}$ (m³/kg)		$\hat{U}$ (kJ/kg)		$\hat{H}$ (kJ/kg)		
		ماء	بخار	ماء	بخار	ماء	تبخر ($\hat{H}_V$)	بخار
0.00611	0.01	0.001000	206.2	zero	2375.6	+0.0	2501.6	2501.6
0.008	3.8	0.001000	159.7	15.8	2380.7	15.8	2492.6	2508.5
0.010	7.0	0.001000	129.2	29.3	2385.2	29.3	2485.0	2514.4
0.012	9.7	0.001000	108.7	40.6	2388.9	40.6	2478.7	2519.3
0.014	12.0	0.001000	93.9	50.3	2392.0	50.3	2473.2	2523.5
0.016	14.0	0.001001	82.8	58.9	2394.8	58.9	2468.4	2527.3
0.018	15.9	0.001001	74.0	66.5	2397.4	66.5	2464.1	2530.6
0.020	17.5	0.001001	67.0	73.5	2399.6	73.5	2460.2	2533.6
0.022	19.0	0.001002	61.2	79.8	2401.7	79.8	2456.6	2536.4
0.024	20.4	0.001002	56.4	85.7	2403.6	85.7	2453.3	2539.0
0.026	21.7	0.001002	52.3	91.1	2405.4	91.1	2450.2	2541.3
0.028	23.0	0.001002	48.7	96.2	2407.1	96.2	2447.3	2543.6
0.030	24.1	0.001003	45.7	101.0	2408.6	101.0	2444.6	2545.6
0.035	26.7	0.001003	39.5	111.8	2412.2	111.8	2438.5	2550.4
0.040	29.0	0.001004	34.8	121.4	2415.3	121.4	2433.1	2554.5
0.045	31.0	0.001005	31.1	130.0	2418.1	130.0	2428.2	2558.2
0.050	32.9	0.001005	28.2	137.8	2420.6	137.8	2423.8	2561.6
0.060	36.2	0.001006	23.74	151.5	2425.1	151.5	2416.0	2567.5
0.070	39.0	0.001007	20.53	163.4	2428.9	163.4	2409.2	2572.6
0.080	41.5	0.001008	18.10	173.9	2432.3	173.9	2403.2	2577.1
0.090	43.8	0.001009	16.20	183.3	2435.3	183.3	2397.9	2581.1
0.10	45.8	0.001010	14.67	191.8	2438.0	191.8	2392.9	2584.8
0.11	47.7	0.001011	13.42	199.7	2440.5	199.7	2388.4	2588.1
0.12	49.4	0.001012	12.36	206.9	2442.8	206.9	2384.3	2591.2
0.13	51.1	0.001013	11.47	213.7	2445.0	213.7	2380.4	2594.0
0.14	52.6	0.001013	10.69	220.0	2447.0	220.0	2376.7	2596.7
0.15	54.0	0.001014	10.02	226.0	2448.9	226.0	2373.2	2599.2
0.16	55.3	0.001015	9.43	231.6	2450.6	231.6	2370.0	2601.6
0.17	56.6	0.001015	8.91	236.9	2452.3	236.9	2366.9	2603.8
0.18	57.8	0.001016	8.45	242.0	2453.9	242.0	2363.9	2605.9
0.19	59.0	0.001017	8.03	246.8	2455.4	246.8	2361.1	2607.9
0.20	60.1	0.001017	7.65	251.5	2456.9	251.5	2358.4	2609.9
0.22	62.2	0.001018	7.00	260.1	2459.6	260.1	2353.3	2613.5
0.24	64.1	0.001019	6.45	268.2	2462.1	268.2	2348.6	2616.8
0.26	65.9	0.001020	5.98	275.6	2464.4	275.7	2344.2	2619.9
0.28	67.5	0.001021	5.58	282.7	2466.5	282.7	2340.0	2622.7
0.30	69.1	0.001022	5.23	289.3	2468.6	289.3	2336.1	2625.4
0.35	72.7	0.001025	4.53	304.3	2473.1	304.3	2327.2	2631.5
0.40	75.9	0.001027	3.99	317.6	2477.1	317.7	2319.2	2636.9
0.45	78.7	0.001028	3.58	329.6	2480.7	329.6	2312.0	2641.7
0.50	81.3	0.001030	3.24	340.5	2484.0	340.6	2305.4	2646.0
0.55	83.7	0.001032	2.96	350.6	2486.9	350.6	2299.3	2649.9
0.60	86.0	0.001033	2.73	359.9	2489.7	359.9	2293.6	2653.6
0.65	88.0	0.001035	2.53	368.5	2492.2	368.6	2288.3	2656.9
0.70	90.0	0.001036	2.36	376.7	2494.5	376.8	2283.3	2660.1
0.75	91.8	0.001037	2.22	384.4	2496.7	384.5	2278.6	2663.0
0.80	93.5	0.001039	2.087	391.6	2498.8	391.7	2274.1	2665.8
0.85	95.2	0.001040	1.972	398.5	2500.8	398.6	2269.8	2668.4
0.90	96.7	0.001041	1.869	405.1	2502.6	405.2	2265.6	2670.9
0.95	98.2	0.001042	1.777	411.4	2504.4	411.5	2261.7	2673.2
1.00	99.6	0.001043	1.694	417.4	2506.1	417.5	2257.9	2675.4
1.01325 (1 atm)	100.0	0.001044	1.673	419.0	2506.5	419.1	2256.9	2676.0
1.1	102.3	0.001046	1.549	428.7	2509.2	428.8	2250.8	2679.6
1.2	104.8	0.001048	1.428	439.2	2512.1	439.4	2244.1	2683.4
1.3	107.1	0.001049	1.325	449.1	2514.7	449.2	2237.8	2687.0
1.4	109.3	0.001051	1.236	458.3	2517.2	458.4	2231.9	2690.3
1.5	111.4	0.001053	1.159	467.0	2519.5	467.1	2226.2	2693.4
1.6	113.3	0.001055	1.091	475.2	2521.7	475.4	2220.9	2696.2

الجدول ج.6 (تابع): خواص البخار المشبع (بالوحدات الدولية): جدول الضغط.

P (bar)	T (°C)	$\hat{V}$ (m³/kg) ماء	بخار	$\hat{U}$ (kJ/kg) ماء	بخار	$\hat{H}$ (kJ/kg) ماء	تبخر ($\hat{H}_V$)	بخار
1.7	115.2	0.001056	1.031	483.0	2523.7	483.2	2215.7	2699.0
1.8	116.9	0.001058	0.977	490.5	2525.6	490.7	2210.8	2701.5
1.9	118.6	0.001059	0.929	497.6	2527.5	497.8	2206.1	2704.0
2.0	120.2	0.001061	0.885	504.5	2529.2	504.7	2201.6	2706.3
2.2	123.3	0.001064	0.810	517.4	2532.4	517.6	2193.0	2710.6
2.4	126.1	0.001066	0.746	529.4	2535.4	529.6	2184.9	2714.5
2.6	128.7	0.001069	0.693	540.6	2538.1	540.9	2177.3	2718.2
2.8	131.2	0.001071	0.646	551.1	2540.6	551.4	2170.1	2721.5
3.0	133.5	0.001074	0.606	561.1	2543.0	561.4	2163.2	2724.7
3.2	135.8	0.001076	0.570	570.6	2545.2	570.9	2156.7	2727.6
3.4	137.9	0.001078	0.538	579.6	2547.2	579.9	2150.4	2730.3
3.6	139.9	0.001080	0.510	588.1	2549.2	588.5	2144.4	2732.9
3.8	141.8	0.001082	0.485	596.4	2551.0	596.8	2138.6	2735.3
4.0	143.6	0.001084	0.462	604.2	2552.7	604.7	2133.0	2737.6
4.2	145.4	0.001086	0.442	611.8	2554.4	612.3	2127.5	2739.8
4.4	147.1	0.001088	0.423	619.1	2555.9	619.6	2122.3	2741.9
4.6	148.7	0.001089	0.405	626.2	2557.4	626.7	2117.2	2743.9
4.8	150.3	0.001091	0.389	633.0	2558.8	633.5	2112.2	2745.7
5.0	151.8	0.001093	0.375	639.6	2560.2	640.1	2107.4	2747.5
5.5	155.5	0.001097	0.342	655.2	2563.3	655.8	2095.9	2751.7
6.0	158.8	0.001101	0.315	669.8	2566.2	670.4	2085.0	2755.5
6.5	162.0	0.001105	0.292	683.4	2568.7	684.1	2074.7	2758.9
7.0	165.0	0.001108	0.273	696.3	2571.1	697.1	2064.9	2762.0
7.5	167.8	0.001112	0.2554	708.5	2573.3	709.3	2055.5	2764.8
8.0	170.4	0.001115	0.2403	720.0	2575.5	720.9	2046.5	2767.5
8.5	172.9	0.001118	0.2268	731.1	2577.1	732.0	2037.9	2769.9
9.0	175.4	0.001121	0.2148	741.6	2578.8	742.6	2029.5	2772.1
9.5	177.7	0.001124	0.2040	751.8	2580.4	752.8	2021.4	2774.2
10.0	179.9	0.001127	0.1943	761.5	2581.9	762.6	2013.6	2776.2
10.5	182.0	0.001130	0.1855	770.8	2583.3	772.0	2005.9	2778.0
11.0	184.1	0.001133	0.1774	779.9	2584.5	781.1	1998.5	2779.7
11.5	186.0	0.001136	0.1700	788.6	2585.8	789.9	1991.3	2781.3
12.0	188.0	0.001139	0.1632	797.1	2586.9	798.4	1984.3	2782.7
12.5	189.8	0.001141	0.1569	805.3	2588.0	806.7	1977.4	2784.1
13.0	191.6	0.001144	0.1511	813.2	2589.0	814.7	1970.7	2785.4
14	195.0	0.001149	0.1407	828.5	2590.8	830.1	1957.7	2787.8
15	198.3	0.001154	0.1317	842.9	2592.4	844.7	1945.2	2789.9
16	201.4	0.001159	0.1237	856.7	2593.8	858.6	1933.2	2791.7
17	204.3	0.001163	0.1166	869.9	2595.1	871.8	1921.5	2793.4
18	207.1	0.001168	0.1103	882.5	2596.3	884.6	1910.3	2794.8
19	209.8	0.001172	0.1047	894.6	2597.3	896.8	1899.3	2796.1
20	212.4	0.001177	0.0995	906.2	2598.2	908.6	1888.6	2797.2
21	214.9	0.001181	0.0949	917.5	2598.9	920.0	1878.2	2798.2
22	217.2	0.001185	0.0907	928.3	2599.6	931.0	1868.1	2799.1
23	219.6	0.001189	0.0868	938.9	2600.2	941.6	1858.2	2799.8
24	221.8	0.001193	0.0832	949.1	2600.7	951.9	1848.5	2800.4
25	223.9	0.001197	0.0799	959.0	2601.2	962.0	1839.0	2800.9
26	226.0	0.001201	0.0769	968.6	2601.5	971.7	1829.6	2801.4
27	228.1	0.001205	0.0740	978.0	2601.8	981.2	1820.5	2801.7
28	230.0	0.001209	0.0714	987.1	2602.1	990.5	1811.5	2802.0
29	232.0	0.001213	0.0689	996.0	2602.3	999.5	1802.6	2802.2
30	233.8	0.001216	0.0666	1004.7	2602.4	1008.4	1793.9	2802.3
32	237.4	0.001224	0.0624	1021.5	2602.5	1025.4	1776.9	2802.3
34	240.9	0.001231	0.0587	1037.6	2602.5	1041.8	1760.3	2802.1

الجدول ج.6 (تابع): خواص البخار المشبع (بالوحدات الدولية): جدول الضغط.

		$\hat{V}$ (m^3/kg)		$\hat{U}$ (kJ/kg)		$\hat{H}$ (kJ/kg)		
P (bar)	T (°C)	ماء	بخار	ماء	بخار	ماء	تبخُّر ($\hat{H}_V$)	بخار
5.0	151.8	0.001093	0.375	639.6	2560.2	640.1	2107.4	2747.5
5.5	155.5	0.001097	0.342	655.2	2563.3	655.8	2095.9	2751.7
6.0	158.8	0.001101	0.315	669.8	2566.2	670.4	2085.0	2755.5
6.5	162.0	0.001105	0.292	683.4	2568.7	684.1	2074.7	2758.9
7.0	165.0	0.001108	0.273	696.3	2571.1	697.1	2064.9	2762.0
7.5	167.8	0.001112	0.2554	708.5	2573.3	709.3	2055.5	2764.8
8.0	170.4	0.001115	0.2403	720.0	2575.5	720.9	2046.5	2767.5
8.5	172.9	0.001118	0.2268	731.1	2577.1	732.0	2037.9	2769.9
9.0	175.4	0.001121	0.2148	741.6	2578.8	742.6	2029.5	2772.1
9.5	177.7	0.001124	0.2040	751.8	2580.4	752.8	2021.4	2774.2
10.0	179.9	0.001127	0.1943	761.5	2581.9	762.6	2013.6	2776.2
10.5	182.0	0.001130	0.1855	770.8	2583.3	772.0	2005.9	2778.0
11.0	184.1	0.001133	0.1774	779.9	2584.5	781.1	1998.5	2779.7
11.5	186.0	0.001136	0.1700	788.6	2585.8	789.9	1991.3	2781.3
12.0	188.0	0.001139	0.1632	797.1	2586.9	798.4	1984.3	2782.7
12.5	189.8	0.001141	0.1569	805.3	2588.0	806.7	1977.4	2784.1
13.0	191.6	0.001144	0.1511	813.2	2589.0	814.7	1970.7	2785.4
14	195.0	0.001149	0.1407	828.5	2590.8	830.1	1957.7	2787.8
15	198.3	0.001154	0.1317	842.9	2592.4	844.7	1945.2	2789.9
16	201.4	0.001159	0.1237	856.7	2593.8	858.6	1933.2	2791.7
17	204.3	0.001163	0.1166	869.9	2595.1	871.8	1921.5	2793.4
18	207.1	0.001168	0.1103	882.5	2596.3	884.6	1910.3	2794.8
19	209.8	0.001172	0.1047	894.6	2597.3	896.8	1899.3	2796.1
20	212.4	0.001177	0.0995	906.2	2598.2	908.6	1888.6	2797.2
21	214.9	0.001181	0.0949	917.5	2598.9	920.0	1878.2	2798.2
22	217.2	0.001185	0.0907	928.3	2599.6	931.0	1868.1	2799.1
23	219.6	0.001189	0.0868	938.9	2600.2	941.6	1858.2	2799.8
24	221.8	0.001193	0.0832	949.1	2600.7	951.9	1848.5	2800.4
25	223.9	0.001197	0.0799	959.0	2601.2	962.0	1839.0	2800.9
26	226.0	0.001201	0.0769	968.6	2601.5	971.7	1829.6	2801.4
27	228.1	0.001205	0.0740	978.0	2601.8	981.2	1820.5	2801.7
28	230.0	0.001209	0.0714	987.1	2602.1	990.5	1811.5	2802.0
29	232.0	0.001213	0.0689	996.0	2602.3	999.5	1802.6	2802.2
30	233.8	0.001216	0.0666	1004.7	2602.4	1008.4	1793.9	2802.3
32	237.4	0.001224	0.0624	1021.5	2602.5	1025.4	1776.9	2802.3
34	240.9	0.001231	0.0587	1037.6	2602.5	1041.8	1760.3	2802.1
36	244.2	0.001238	0.0554	1053.1	2602.2	1057.6	1744.2	2801.7
38	247.3	0.001245	0.0524	1068.0	2601.9	1072.7	1728.4	2801.1
40	250.3	0.001252	0.0497	1082.4	2601.3	1087.4	1712.9	2800.3
42	253.2	0.001259	0.0473	1096.3	2600.7	1101.6	1697.8	2799.4
44	256.0	0.001266	0.0451	1109.8	2599.9	1115.4	1682.9	2798.3
46	258.8	0.001272	0.0430	1122.9	2599.1	1128.8	1668.3	2797.1
48	261.4	0.001279	0.0412	1135.6	2598.1	1141.8	1653.9	2795.7
50	263.9	0.001286	0.0394	1148.0	2597.0	1154.5	1639.7	2794.2
52	266.4	0.001292	0.0378	1160.1	2595.9	1166.8	1625.7	2792.6
54	268.8	0.001299	0.0363	1171.9	2594.6	1178.9	1611.9	2790.8
56	271.1	0.001306	0.0349	1183.5	2593.3	1190.8	1598.2	2789.0
58	273.3	0.001312	0.0337	1194.7	2591.9	1202.3	1584.7	2787.0
60	275.6	0.001319	0.0324	1205.8	2590.4	1213.7	1571.3	2785.0
62	277.7	0.001325	0.0313	1216.6	2588.8	1224.8	1558.0	2782.9
64	279.8	0.001332	0.0302	1227.2	2587.2	1235.7	1544.9	2780.6

36	244.2	0.001238	0.0554	1053.1	2602.2	1057.6	1744.2	2801.7
38	247.3	0.001245	0.0524	1068.0	2601.9	1072.7	1728.4	2801.1
40	250.3	0.001252	0.0497	1082.4	2601.3	1087.4	1712.9	2800.3
42	253.2	0.001259	0.0473	1096.3	2600.7	1101.6	1697.8	2799.4
44	256.0	0.001266	0.0451	1109.8	2599.9	1115.4	1682.9	2798.3
46	258.8	0.001272	0.0430	1122.9	2599.1	1128.8	1668.3	2797.1

الجدول ج.6 (تابع): خواص البخار المشبع (بالوحدات الدولية): جدول الضغط.

P (bar)	T (°C)	$\hat{V}$ (m^3/kg) ماء	بخار	$\hat{U}$ (kJ/kg) ماء	بخار	$\hat{H}$ (kJ/kg) ماء	تبخر ($\hat{H}_V$)	بخار
48	261.4	0.001279	0.0412	1135.6	2598.1	1141.8	1653.9	2795.7
50	263.9	0.001286	0.0394	1148.0	2597.0	1154.5	1639.7	2794.2
52	266.4	0.001292	0.0378	1160.1	2595.9	1166.8	1625.7	2792.6
54	268.8	0.001299	0.0363	1171.9	2594.6	1178.9	1611.9	2790.8
56	271.1	0.001306	0.0349	1183.5	2593.3	1190.8	1598.2	2789.0
58	273.3	0.001312	0.0337	1194.7	2591.9	1202.3	1584.7	2787.0
60	275.6	0.001319	0.0324	1205.8	2590.4	1213.7	1571.3	2785.0
62	277.7	0.001325	0.0313	1216.6	2588.8	1224.8	1558.0	2782.9
64	279.8	0.001332	0.0302	1227.2	2587.2	1235.7	1544.9	2780.6
66	281.8	0.001338	0.0292	1237.6	2585.5	1246.5	1531.9	2778.3
68	283.8	0.001345	0.0283	1247.9	2583.7	1257.0	1518.9	2775.9
70	285.8	0.001351	0.0274	1258.0	2581.8	1267.4	1506.0	2773.5
72	287.7	0.001358	0.0265	1267.9	2579.9	1277.6	1493.3	2770.9
74	289.6	0.001364	0.0257	1277.6	2578.0	1287.7	1480.5	2768.3
76	291.4	0.001371	0.0249	1287.2	2575.9	1297.6	1467.9	2765.5
78	293.2	0.001378	0.0242	1296.7	2573.8	1307.4	1455.3	2762.8
80	295.0	0.001384	0.0235	1306.0	2571.7	1317.1	1442.8	2759.9
82	296.7	0.001391	0.0229	1315.2	2569.5	1326.6	1430.3	2757.0
84	298.4	0.001398	0.0222	1324.3	2567.2	1336.1	1417.9	2754.0
86	300.1	0.001404	0.0216	1333.3	2564.9	1345.4	1405.5	2750.9
88	301.7	0.001411	0.0210	1342.2	2562.6	1354.6	1393.2	2747.8
90	303.3	0.001418	0.02050	1351.0	2560.1	1363.7	1380.9	2744.6
92	304.9	0.001425	0.01996	1359.7	2557.7	1372.8	1368.6	2741.4
94	306.4	0.001432	0.01945	1368.2	2555.2	1381.7	1356.3	2738.0
96	308.0	0.001439	0.01897	1376.7	2552.6	1390.6	1344.1	2734.7
98	309.5	0.001446	0.01849	1385.2	2550.0	1399.3	1331.9	2731.2
100	311.0	0.001453	0.01804	1393.5	2547.3	1408.0	1319.7	2727.7
105	314.6	0.001470	0.01698	1414.1	2540.4	1429.5	1289.2	2718.7
110	318.0	0.001489	0.01601	1434.2	2533.2	1450.6	1258.7	2709.3
115	321.4	0.001507	0.01511	1454.0	2525.7	1471.3	1228.2	2699.5
120	324.6	0.001527	0.01428	1473.4	2517.8	1491.8	1197.4	2689.2
125	327.8	0.001547	0.01351	1492.7	2509.4	1512.0	1166.4	2678.4
130	330.8	0.001567	0.01280	1511.6	2500.6	1532.0	1135.0	2667.0
135	333.8	0.001588	0.01213	1530.4	2491.3	1551.9	1103.1	2655.0
140	336.6	0.001611	0.01150	1549.1	2481.4	1571.6	1070.7	2642.4
145	339.4	0.001634	0.01090	1567.5	2471.0	1591.3	1037.7	2629.1
150	342.1	0.001658	0.01034	1586.1	2459.9	1611.0	1004.0	2615.0
155	344.8	0.001683	0.00981	1604.6	2448.2	1630.7	969.6	2600.3
160	347.3	0.001710	0.00931	1623.2	2436.0	1650.5	934.3	2584.9
165	349.8	0.001739	0.00883	1641.8	2423.1	1670.5	898.3	2568.8
170	352.3	0.001770	0.00837	1661.6	2409.3	1691.7	859.9	2551.6
175	354.6	0.001803	0.00793	1681.8	2394.6	1713.3	820.0	2533.3
180	357.0	0.001840	0.00750	1701.7	2378.9	1734.8	779.1	2513.9
185	359.2	0.001881	0.00708	1721.7	2362.1	1756.5	736.6	2493.1
190	361.4	0.001926	0.00668	1742.1	2343.8	1778.7	692.0	2470.6
195	363.6	0.001977	0.00628	1763.2	2323.6	1801.8	644.2	2446.0
نقطة حرجة								

$\hat{V}$: الحجم النوعي، $\hat{U}$: الطاقة الداخلية النوعية، $\hat{H}$: المحتوى الحراري النوعي.

البيانات مقتبسة بموافقة: Haywood RW, *Thermodynamic Tables in SI (Metric) Units*. Cambridge University Press, 1968.

الجدول من: Reklaitis GV, *Introduction to Material and Energy Balances*. New York: Wiley, 1983.

الجدول ج.7: بيانات ترموديناميكية للمركّبات العضوية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta\hat{H}_f^o$ (kJ/mol)	C_p (J/(mol·K))	$\Delta\hat{H}_c^o$ (kJ/mol)
C(s) (graphite)	12.011	0	8.527	−393.51
C(s) (diamond)	12.011	+1.895	6.113	−395.40
CO_2(g)	44.010	−393.51	37.11	
Hydrocarbons				
CH_4(g), methane	16.04	−74.81	35.31	−890
CH_3(g), methyl	15.04	+145.69	38.70	
C_2H_2(g), ethyne	26.04	+226.73	43.93	−1300
C_2H_4(g), ethene	28.05	+52.26	43.56	−1411
C_2H_6(g), ethane	30.07	−84.68	52.63	−1560
C_3H_6(g), propene	42.08	+20.42	63.89	−2058
C_3H_6(g), cyclopropane	42.08	+53.30	55.94	−2091
C_3H_8(g), propane	44.10	−103.85	73.5	−2220
C_4H_8(g), 1-butene	56.11	−0.13	85.65	−2717
C_4H_8(g), *cis*-2-butene	56.11	−6.99	78.91	−2710
C_4H_8(g), *trans*-2-butene	56.11	−11.17	87.82	−2707
C_4H_{10}(g), butane	58.13	−126.15	97.45	−2878
C_5H_{12}(g), pentane	72.15	−146.44	120.2	−3537
$C_5H_{12}(l)$	72.15	−173.1		
$C_6H_6(l)$, benzene	78.12	+49.0	136.1	−3268
C_6H_6(g)	78.12	+82.93	81.67	−3302
$C_6H_{12}(l)$, cyclohexane	84.16	−156	156.5	−3920
$C_6H_{14}(l)$, hexane	86.18	−198.7		−4163
$C_6H_5CH_3$(g), toluene	92.14	+50.0	103.6	−3953
$C_7H_{16}(l)$, heptane	100.21	−224.4	224.3	
$C_8H_{18}(l)$, octane	114.23	−249.9		−5471
$C_8H_{18}(l)$, iso-octane	114.23	−255.1		−5461
$C_{10}H_8$(s), naphthalene	128.18	+78.53		−5157
Alcohols and phenols				
$CH_3OH(l)$, methanol	32.04	−238.66	81.6	−726
CH_3OH(g)	32.04	−200.66	43.89	−764
$C_2H_5OH(l)$, ethanol	46.07	−277.69	111.46	−1368
C_2H_5OH(g)	46.07	−235.10	65.44	−1409
C_6H_5OH(s), phenol	94.12	−165.0		−3054
Carboxylic acids, hydroxy acids, and esters				
$HCOOH(l)$, formic	46.03	−424.72	99.04	−255
$CH_3COOH(l)$, acetic	60.05	−484.5	124.3	−875
CH_3COOH(aq)	60.05	−485.76		
$CH_3CO_2^-$(aq)	59.05	−486.01	−6.3	
$(COOH)_2$(s), oxalic	90.04	−827.2	117	−254
C_6H_5COOH(s), benzoic	122.13	−385.1	146.8	−3227
$CH_3CH(OH)COOH$(s), lactic	90.08	−694.0		−1344
$CH_3COOC_2H_5(l)$, ethyl acetate	88.11	−479.0	170.1	−2231
Alkanals and alkanones				
HCHO(g), methanol	30.03	−108.57	35.40	−571

الجدول ج.7 (تابع): بيانات ترموديناميكية للمركَّبات العضوية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta \hat{H}_f^o$ (kJ/mol)	C_p (J/(mol·K))	$\Delta \hat{H}_c^o$ (kJ/mol)
$CH_3CHO(l)$, ethanol	44.05	−192.30		−1166
$CH_3CHO(g)$	44.05	−166.19	57.3	−1192
$CH_3COCH_3(l)$, propanone	58.08	−248.1	124.7	−1790
Sugars				
$C_6H_{12}O_6(s)$, α-D-glucose	180.16	−1274		−2808
$C_6H_{12}O_6(s)$, β-D-glucose	180.16	−1268		
$C_6H_{12}O_6(s)$, β-D-fructose	180.16	−1266		−2810
$C_{12}H_{22}O_{11}(s)$, sucrose	342.30	−2222		−5645
Nitrogen compounds				
$CO(NH_2)_2(s)$, urea	60.06	−333.51	93.14	−632
$CH_3NH_2(g)$, methylamine	31.06	−22.97	53.1	−1085
$C_6H_5NH_2(l)$, aniline	93.13	+31.1		−3393
$CH_2(NH_2)COOH(s)$, glycine	75.07	−532.9	99.2	−969

الجدول من: Atkins P, *Physical Chemistry*, 6th ed. New York: W. H. Freeman, 1998.

الجدول ج.8: بيانات ترموديناميكية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta \hat{H}_f^o$ (kJ/mol)	C_p (J/(K·mol))
Aluminum			
Al(s)	26.98	0	24.35
Al(l)	26.98	+10.56	24.21
Al(g)	26.98	+326.4	21.38
$Al^{3+}(g)$	26.98	+5483.17	
$Al^{3+}(aq)$	26.98	−531	
Al_2O_3(s, α)	101.96	−1675.7	79.04
$AlCl_3(s)$	133.24	−704.2	91.84
Argon			
Ar(g)	39.95	0	20.786
Antimony			
Sb(s)	121.75	0	25.23
$SbH_3(g)$	124.77	+145.11	41.05
Arsenic			
As(s, α)	74.92	0	24.64
As(g)	74.92	+302.5	20.79
$As_4(g)$	299.69	+143.9	
$AsH_3(g)$	77.95	+66.44	38.07
Barium			
Ba(s)	137.34	0	28.07
Ba(g)	137.34	+180	20.79
$Ba^{2+}(aq)$	137.34	−537.64	
BaO(s)	153.34	−553.5	47.78

الجدول ج.8 (تابع): بيانات ترموديناميكية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta\hat{H}_f^\circ$ (kJ/mol)	C_p (J/(K·mol))
Barium (Continued)			
$BaCl_2(s)$	208.25	−858.6	75.14
Beryllium			
Be(s)	9.01	0	16.44
Be(g)	9.01	+324.3	20.79
Bismuth			
Bi(s)	208.98	0	25.52
Bi(g)	208.98	+207.1	20.79
Bromine			
$Br_2(l)$	159.82	0	75.689
$Br_2(g)$	159.82	+30.907	36.02
Br(g)	79.91	+111.88	20.786
$Br^-(g)$	79.91	−219.07	
$Br^-(aq)$	79.91	−121.55	−141.8
HBr(g)	90.92	−36.40	29.142
Cadmium			
Cd(s, γ)	112.40	0	25.98
Cd(g)	112.40	+112.01	20.79
$Cd^{2+}(aq)$	112.40	−75.90	
CdO(s)	128.40	−258.2	43.43
$CdCO_3(s)$	172.41	−750.6	
Cesium			
Cs(s)	132.91	0	32.17
Cs(g)	132.91	+76.06	20.79
$Cs^+(aq)$	132.91	−258.28	−10.5
Calcium			
Ca(s)	40.08	0	25.31
Ca(g)	40.08	+178.2	20.786
$Ca^{2+}(aq)$	40.08	−542.83	
CaO(s)	56.08	−635.09	42.80
$CaCO_3(s)$ (calcite)	100.09	−1206.9	81.88
$CaCO_3(s)$ (aragonite)	100.09	−1207.1	81.25
$CaF_2(s)$	78.08	−1219.6	67.03
$CaCl_2(s)$	110.99	−795.8	72.59
$CaBr_2(s)$	199.90	−682.8	
Carbon			
C(s) (graphite)	12.011	0	8.527
C(s) (diamond)	12.011	+1.895	6.113
C(g)	12.011	+716.68	20.838
$C_2(g)$	24.022	+831.90	43.21
CO(g)	28.011	−110.53	29.14
$CO_2(g)$	44.010	−393.51	37.11
$CO_2(aq)$	44.010	−413.80	
$H_2CO_3(aq)$	62.03	−699.65	
$HCO_3^-(aq)$	61.02	−691.99	
$CO_3^{2-}(aq)$	60.01	−677.14	
$CCl_4(l)$	153.82	−135.44	131.75
$CS_2(l)$	76.14	+89.70	75.7
HCN(g)	27.03	+135.1	35.86
HCN(l)	27.03	+108.87	70.63
$CN^-(aq)$	26.02	+150.6	

(Continued)

الجدول ج.8 (تابع): بيانات ترموديناميكية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta \hat{H}_f^\circ$ (kJ/mol)	C_p (J/(K·mol))
Chlorine			
$Cl_2(g)$	70.91	0	33.91
$Cl(g)$	35.45	+121.68	21.840
$Cl^-(g)$	35.45	−233.13	
$Cl^-(aq)$	35.45	−167.16	−136.4
$HCl(g)$	36.46	−92.31	29.12
$HCl(aq)$	36.46	−167.16	−136.4
Chromium			
$Cr(s)$	52.00	0	23.35
$Cr(g)$	52.00	+396.6	20.79
$CrO_4^{2-}(aq)$	115.99	−881.15	
$Cr_2O_7^{2-}(aq)$	215.99	−1490.3	
Copper			
$Cu(s)$	63.54	0	24.44
$Cu(g)$	63.54	+338.32	20.79
$Cu^+(aq)$	63.54	+71.67	
$Cu^{2+}(aq)$	63.54	+64.77	
$Cu_2O(s)$	143.08	−168.6	63.64
$CuO(s)$	79.54	−157.3	42.30
$CuSO_4(s)$	159.60	−771.36	100.0
$CuSO_4 \cdot H_2O(s)$	177.62	−1085.8	134
$CuSO_4 \cdot 5\,H_2O(s)$	249.68	−2279.7	280
Deuterium			
$D_2(g)$	4.028	0	29.20
$HD(g)$	3.022	+0.318	29.196
$D_2O(g)$	20.028	−249.20	34.27
$D_2O(l)$	20.028	−294.60	84.35
$HDO(g)$	19.022	−245.30	33.81
$HDO(l)$	19.022	−289.89	
Fluorine			
$F_2(g)$	38.00	0	31.30
$F(g)$	19.00	+78.99	22.74
$F^-(aq)$	19.00	−332.63	−106.7
$HF(g)$	20.01	−271.1	29.13
Gold			
$Au(s)$	196.97	0	25.42
$Au(g)$	196.97	+366.1	20.79
Helium			
$He(g)$	4.003	0	20.786
Hydrogen			
$H_2(g)$	2.016	0	28.824
$H(g)$	1.008	+217.97	20.784
$H^+(aq)$	1.008	0	0
$H^+(g)$	1.008	+1536.20	
$H_2O(l)$	18.015	−285.83	75.291
$H_2O(g)$	18.015	−241.82	33.58
$H_2O_2(l)$	34.015	−187.78	89.1
Iodine			
$I_2(s)$	253.81	0	54.44
$I_2(g)$	253.81	+62.44	36.90

الجدول ج.8 (تابع): بيانات ترموديناميكية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta \hat{H}_f^o$ (kJ/mol)	C_p (J/(K·mol))
Iodine (continued)			
I(g)	126.90	+106.84	20.786
I^-(aq)	126.90	−55.19	−142.3
HI(g)	127.91	+26.48	29.158
Iron			
Fe(s)	55.85	0	25.10
Fe(g)	55.85	+416.3	25.68
Fe^{2+}(aq)	55.85	−89.1	
Fe^{3+}(aq)	55.85	−48.5	
Fe_3O_4(s) (magnetite)	231.54	−1118.4	143.43
Fe_2O_3(s) (hematite)	159.69	−824.2	103.85
FeS(s, α)	87.91	−100.0	50.54
FeS_2(s)	119.98	−178.2	62.17
Krypton			
Kr(g)	83.80	0	20.786
Lead			
Pb(s)	207.19	0	26.44
Pb(g)	207.19	+195.0	20.79
Pb^{2+}(aq)	207.19	−1.7	
PbO(s, yellow)	223.19	−217.32	45.77
PbO(s, red)	223.19	−218.99	45.81
PbO_2(s)	239.19	−277.4	64.64
Lithium			
Li(s)	6.94	0	24.77
Li(g)	6.94	+159.37	20.79
Li^+(aq)	6.94	−278.49	68.6
Magnesium			
Mg(s)	24.31	0	24.89
Mg(g)	24.31	+147.70	20.786
Mg^{2+}(aq)	24.31	−466.85	
MgO(s)	40.31	−601.70	37.15
$MgCO_3$(s)	84.32	−1095.8	75.52
$MgCl_2$(s)	95.22	−641.32	71.38
Mercury			
Hg(l)	200.59	0	27.983
Hg(g)	200.59	+61.32	20.786
Hg^{2+}(aq)	200.59	+171.1	
Hg_2^{2+}(aq)	401.18	+172.4	
HgO(s)	216.59	−90.83	44.06
Hg_2Cl_2(s)	472.09	−265.22	102
$HgCl_2$(s)	271.50	−224.3	
HgS(s, black)	232.65	−53.6	
Neon			
Ne(g)	20.18	0	20.786
Nitrogen			
N_2(g)	28.013	0	29.125
N(g)	14.007	+472.70	20.786
NO(g)	30.01	+90.25	29.844
N_2O(g)	44.01	+82.05	38.45
NO_2(g)	46.01	+33.18	37.20
N_2O_4(g)	92.01	+9.16	77.28
N_2O_5(s)	108.01	−43.1	143.1

(Continued)

الجدول ج.8 (تابع): بيانات ترموديناميكية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta \hat{H}_f^o$ (kJ/mol)	C_p (J/(K·mol))
$N_2O_5(g)$	108.01	+11.3	84.5
$HNO_3(l)$	63.01	−174.10	109.87
$HNO_3(aq)$	63.01	−207.36	−86.6
$NO_3^-(aq)$	62.01	−205.0	−86.6
$NH_3(g)$	17.03	−46.11	35.06
$NH_3(aq)$	17.03	−80.29	
$NH_4^+(aq)$	18.04	−132.51	79.9
$NH_2OH(s)$	33.03	−114.2	
$HN_3(l)$	43.03	+264.0	43.68
$HN_3(g)$	43.03	+294.1	98.87
$N_2H_4(l)$	32.05	+50.63	139.3
$NH_4NO_3(s)$	80.04	−365.56	84.1
$NH_4Cl(s)$	53.49	−314.43	
Oxygen			
$O_2(g)$	31.999	0	29.355
$O(g)$	15.999	+249.17	21.912
$O_3(g)$	47.998	+142.7	39.20
$OH^-(aq)$	17.007	−229.99	−148.5
Phosphorus			
P(s, wh)	30.97	0	23.840
$P(g)$	30.97	+314.64	20.786
$P_2(g)$	61.95	+144.3	32.05
$P_4(g)$	123.90	+58.91	67.15
$PH_3(g)$	34.00	+5.4	37.11
$PCl_3(g)$	137.33	−287.0	71.84
$PCl_3(l)$	137.33	−319.7	
$PCl_5(g)$	208.24	−374.9	112.8
$PCl_5(s)$	208.24	−443.5	
$H_3PO_3(s)$	82.00	−964.4	
$H_3PO_3(aq)$	82.00	−964.8	
$H_3PO_4(s)$	94.97	−1279.0	106.06
$H_3PO_4(l)$	94.97	−1266.9	
$H_3PO_4(aq)$	94.97	−1277.4	
$PO_4^{3-}(aq)$	94.97	−1277.4	
$P_4O_{10}(s)$	283.89	−2984.0	211.71
$P_4O_6(s)$	219.89	−1640.1	
Potassium			
K(s)	39.10	0	29.58
K(g)	39.10	+89.24	20.786
$K^+(g)$	39.10	+514.26	
$K^+(aq)$	39.10	−252.38	21.8
KOH(s)	56.11	−424.76	64.9
KF(s)	58.10	−576.27	49.04
KCl(s)	74.56	−436.75	51.30
KBr(s)	119.01	−393.80	52.30
KI(s)	166.01	−327.90	52.93
Silicon			
Si(s)	28.09	0	20.00
Si(g)	28.09	+455.6	22.25
$SiO_2(s, \alpha)$	60.09	−910.94	44.43
Silver			

الجدول ج.8 (تابع): بيانات ترموديناميكية (جميع القيم عند 298 كلفن و 1 بار).

	M (g/mol)	$\Delta\hat{H}_f^o$ (kJ/mol)	C_p (J/(K·mol))
$Ag^+(aq)$	107.87	+105.58	21.8
$AgBr(s)$	187.78	−100.37	52.38
$AgCl(s)$	143.32	−127.07	50.79
$Ag_2O(s)$	231.74	−31.05	65.86
$AgNO_3(s)$	169.88	−129.39	93.05
Sodium			
$Na(s)$	22.99	0	28.24
$Na(g)$	22.99	+107.32	20.79
$Na^+(aq)$	22.99	−240.12	46.4
$NaOH(s)$	40.00	−425.61	59.54
$NaCl(s)$	58.44	−411.15	50.50
$NaBr(s)$	102.90	−361.06	51.38
$NaI(s)$	149.89	−287.78	52.09
Sulfur			
$S(s, \alpha)$ (rhombic)	32.06	0	22.64
$S(s, \beta)$ (monoclinic)	32.06	+0.33	23.6
$S(g)$	32.06	+278.81	23.673
$S_2(g)$	64.13	+128.37	32.47
$S^{2-}(aq)$	32.06	+33.1	
$SO_2(g)$	64.06	−296.83	39.87
$SO_3(g)$	80.06	−395.72	50.67
$H_2SO_4(l)$	98.08	−813.99	138.9
$H_2SO_4(aq)$	98.08	−909.27	−293
$SO_4^{2-}(aq)$	96.06	−909.27	−293
$HSO_4^-(aq)$	97.07	−887.34	−84
$H_2S(g)$	34.08	−20.63	34.23
$H_2S(aq)$	34.08	−39.7	
$HS^-(aq)$	33.072	−17.6	
$SF_6(g)$	146.05	−1209	97.28
Tin			
$Sn(s, \beta)$	118.69	0	26.99
$Sn(g)$	118.69	+302.1	20.26
$Sn^{2+}(aq)$	118.69	−8.8	
$SnO(s)$	134.69	−285.8	44.31
$SnO_2(s)$	150.69	−580.7	52.59
Xenon			
$Xe(g)$	131.30	0	20.786
Zinc			
$Zn(s)$	65.37	0	25.40
$Zn(g)$	65.37	+130.73	20.79
$Zn^{2+}(aq)$	65.37	−153.89	46
$ZnO(s)$	81.37	−348.28	40.25

الجدول من: Atkins P, *Physical Chemistry*, 6th ed. New York: W. H. Freeman, 1998.

الجدول ج.9: حرارات الاحتراق.

المركّب	الصيغة	الوزن الجزيئي M (g/mol)	الحالة	حرارة الاحتراق $\Delta\hat{H}_c^0$ (kJ/mol)
Acetaldehyde	C_2H_4O	44.053	*l*	−1166.9
			g	−1192.5
Acetic acid	$C_2H_4O_2$	60.053	*l*	−874.2
			g	−925.9
Acetone	C_3H_6O	58.080	*l*	−1789.9
			g	−1820.7
Acetylene	C_2H_2	26.038	g	−1301.1
Adenine	$C_5H_5N_5$	135.128	c	−2778.1
			g	−2886.9
Alanine (D-)	$C_3H_7O_2N$	89.094	c	−1619.7
Alanine (L-)	$C_3H_7O_2N$	89.094	c	−1576.9
			g	−1715.0
Ammonia	NH_3	17.03	g	−382.6
Ammonium ion	NH_4^+			−383
Arginine (D-)	$C_6H_{14}O_2N_4$	174.203	c	−3738.4
Asparagine (L-)	$C_4H_8O_3N_2$	132.119	c	−1928.0
Aspartic acid (L-)	$C_4H_7O_4N$	133.104	c	−1601.1
Benzaldehyde	C_7H_6O	106.124	*l*	−3525.1
			g	−3575.4
Biomass	$CH_{1.8}O_{0.5}N_{0.2}$	25.9	s	−552
Butanoic acid	$C_4H_8O_2$	88.106	*l*	−2183.6
			g	−2241.6
1-Butanol	$C_4H_{10}O$	74.123	*l*	−2675.9
			g	−2728.2
2-Butanol	$C_4H_{10}O$	74.123	*l*	−2660.6
			g	−2710.3
Butyric acid	$C_4H_8O_2$	88.106	*l*	−2183.6
			g	−2241.6
Caffeine	$C_8H_{10}O_2N_4$		s	−4246.5*
Carbon	C	12.011	c	−393.5
Carbon monoxide	CO	28.010	g	−283.0
Citric acid	$C_6H_8O_7$		s	−1962.0
Codeine	$C_{18}H_{21}O_3N.H_2O$		s	−9745.7*
Cytosine	$C_4H_5ON_3$	111.103	c	−2067.3
Ethane	C_2H_6	30.070	g	−1560.7
Ethanol	C_2H_6O	46.069	*l*	−1366.8
			g	−1409.4
Ethylene	C_2H_4	28.054	g	−1411.2
Ethylene glycol	$C_2H_6O_2$	62.068	*l*	−1189.2
			g	−1257.0
Formaldehyde	CH_2O	30.026	g	−570.7
Formic acid	CH_2O_2	46.026	*l*	−254.6
			g	−300.7
Fructose (D-)	$C_6H_{12}O_6$		s	−2813.7
Fumaric acid	$C_4H_4O_4$	116.073	c	−1334.0
Galactose (D-)	$C_6H_{12}O_6$		s	−2805.7
Glucose (D-)	$C_6H_{12}O_6$		s	−2805.0
Glutamic acid (L-)	$C_5H_9O_4N$	147.131	c	−2244.1
Glutamine (L-)	$C_5H_{10}O_3N_2$	146.146	c	−2570.3

الجدول ج.9 (تابع): حرارات الاحتراق.

المركّب	الصيغة	الوزن الجزيئي M (g/mol)	الحالة	حرارة الاحتراق $\Delta\hat{H}_c^0$ (kJ/mol)
Glutaric acid	$C_5H_8O_4$	132.116	c	−2150.9
Glycerol	$C_3H_8O_3$	92.095	*l*	−1655.4
			g	−1741.2
Glycine	$C_2H_5O_2N$	75.067	c	−973.1
Glycogen	$(C_6H_{10}O_5)_x$per kg		s	−17530.1*
Guanine	$C_5H_5ON_5$	151.128	c	−2498.2
Hexadecane	$C_{16}H_{34}$	226.446	*l*	−10699.2
			g	−10780.5
Hexadecanoic acid	$C_{16}H_{32}O_2$	256.429	c	−9977.9
			l	−10031.3
			g	−10132.3
Histidine (L-)	$C_6H_9O_2N_3$	155.157	c	−3180.6
Hydrogen	H_2	2.016	g	−285.8
Hydrogen sulphide	H_2S	34.08		−562.6
Inositol	$C_6H_{12}O_6$		s	−2772.2*
Isoleucine (L-)	$C_6H_{13}O_2N$	131.175	c	−3581.1
Isoquinoline	C_9H_7N	129.161	*l*	−4686.5
Lactic acid (D, L-)	$C_3H_6O_3$		*l*	−1368.3
Lactose	$C_{12}H_{22}O_{11}$		s	−5652.5
Leucine (D-)	$C_6H_{13}O_2N$	131.175	c	−3581.7
Leucine (L-)	$C_6H_{13}O_2N$	131.175	c	−3581.6
Lysine	$C_6H_{14}O_2N_2$	146.189	c	−3683.2
Malic acid (L-)	$C_4H_6O_5$		s	−1328.8
Malonic acid	$C_3H_4O_4$		s	−861.8
Maltose	$C_{12}H_{22}O_{11}$		s	−5649.5
Mannitol (D-)	$C_6H_{14}O_6$		s	−3046.5*
Methane	CH_4	16.043	g	−890.8
Methanol	CH_4O	32.042	*l*	−726.1
			g	−763.7
Morphine	$C_{17}H_{19}O_3N.H_2O$		s	−8986.6*
Nicotine	$C_{10}H_{14}N_2$		*l*	−5977.8*
Oleic acid	$C_{18}H_{34}O_2$		*l*	−11126.5
Oxalic acid	$C_2H_2O_4$	90.036	c	−251.1
Papaverine	$C_{20}H_{21}O_4N$		s	−10375.8*
Pentane	C_5H_{12}	72.150	*l*	−3509.0
			g	−3535.6
Phenylalanine (L-)	$C_9H_{11}O_2N$	165.192	c	−4646.8
Phthalic acid	$C_8H_6O_4$	166.133	c	−3223.6
Proline (L-)	$C_5H_9O_2N$	115.132	c	−2741.6
Propane	C_3H_8	44.097	g	−2219.2
1-Propanol	C_3H_8O	60.096	*l*	−2021.3
			g	−2068.8
2-Propanol	C_3H_8O	60.096	*l*	−2005.8
			g	−2051.1
Propionic acid	$C_3H_6O_2$	74.079	*l*	−1527.3
			g	−1584.5

الجدول ج.9 (تابع): حرارات الاحتراق.

المركّب	الصيغة	الوزن الجزيئي M (g/mol)	الحالة	حرارة الاحتراق $\Delta\hat{H}_c^0$ (kJ/mol)
1,2-Propylene glycol	$C_3H_8O_2$	76.095	l	−1838.2
			g	−1902.6
1,3-Propylene glycol	$C_3H_8O_2$	76.095	l	−1859.0
			g	−1931.8
Pyridine	C_5H_5N	79.101	l	−2782.3
			g	−2822.5
Pyrimidine	$C_4H_4N_2$	80.089	l	−2291.6
			g	−2341.6
Salicylic acid	$C_7H_6O_3$	138.123	c	−3022.2
			g	−3117.3
Serine (L-)	$C_3H_7O_3N$	105.094	c	−1448.2
Starch	$(C_6H_{10}O_5)_x$per kg		s	−17496.6*
Succinic acid	$C_4H_6O_4$	118.089	c	−1491.0
Sucrose	$C_{12}H_{22}O_{11}$		s	−5644.9
Thebaine	$C_{19}H_{21}O_3N$		s	−10221.7*
Threonine (L-)	$C_4H_9O_3N$	119.120	c	−2053.1
Thymine	$C_5H_6O_2N_2$	126.115	c	−2362.2
Tryptophan (L-)	$C_{11}H_{12}O_2N_2$	204.229	c	−5628.3
Tyrosine (L-)	$C_9H_{11}O_3N$	181.191	c	−4428.6
Uracil	$C_4H_4O_2N_2$	112.088	c	−1716.3
			g	−1842.8
Urea	CH_4ON_2	60.056	c	−631.6
			g	−719.4
Valine (L-)	$C_5H_{11}O_2N$	117.148	c	−2921.7
			g	−3084.5
Xanthine	$C_5H_4O_2N_4$	152.113	c	−2159.6
Xylose	$C_5H_{10}O_5$		s	−2340.5

البيانات من: *Handbook of Chemistry and Physics*, 57th ed., Boca Raton, FL: CRC Press, 1992, *Handbook of Chemistry and Physics*, 73rd ed., Boca Raton, FL: CRC Press, 1976, and Felder RM and Rousseau RW, *Elementary Principles of Chemical Processes*, London, Academic Press, 1995.

الجدول من: Doran PM, *Bioprocess Engineering Principles*, London: Academic Press, 1995.

الظروف المرجعية: 1 ضغط جوي و25 درجة مئوية، أو 20 درجة مئوية للقيم المشار إليها بـــ *.

افترِض أن نواتج الاحتراق هي: CO_2 غازي، و H_2O سائل، و N_2 غازي. لذا $\Delta\hat{H}_c^0 = 0$ لـــ CO_2 الغازي، و H_2O السائل، و N_2 الغازي.

الحالة: g غاز، l سائل، s صلب، c متبلور.

الثبت التعريفي

قوة سطحية (surface force): قوة تؤثر من خلال عنصر سطحي داخلي أو خارجي لجسم مادي.

قوة جسمية (body force): قوة تؤثر في الجسم بأسره من بُعد، ومن أمثلتها قوة الثقالة والقوة الكهرومغنطيسية.

قوة تماسية (contact force): قوة تنشأ بين شيئين (أو بين جسم وسطح) على تماس مع بعضهما، وهي تختلف عن القوة الجسمية التي تؤثر من بُعد.

ضبط (accuracy): مدى اقتراب نتائج القياس من القيمة الحقيقة. النتائج المضبوطة هي نتائج دقيقة، لكن النتائج الدقيقة ليست مضبوطة بالضرورة. انظر **دقة.**

دقة (precision): مدى تقارب نتائج القياس وتطابقها، أو مدى تكرار ظهور نفس النتيجة. يمكن للنتائج أن تكون دقيقة جدا، لكن بعيدة عن القيم الحقيقية بسبب انحراف منهجي في عملية القياس. انظر **ضبط.**

إبينيفرين (epinephrine): هرمون الأدرينالين (الكظرين) الذي تُنتِجه الغدة الكظرية لمواجهة الضغوط النفسية. وهو يزيد من معدَّل نبض القلب ويؤدي إلى تضيق الأوعية الدموية ويوسع المجاري الهوائية ويشارك في الاستجابة للمواجهة في المنظومة العصبية الودية.

أساس ضعيف (weak base): أساس يتأيّن جزئياً في الماء.

أساس قوي (strong base): أساس يتأيّن كلياً في الماء.

استقلاب أساسي (basal metabolism): المستوى الأدنى من الطاقة الضروري لحصول تفاعلات كيميائية في الجسم والحفاظ على الأنشطة الأساسية للمنظومة العصبية المركزية والقلب والكليتين والأعضاء الأخرى في حالة الراحة.

إشيريشيا كولي (Escherichia coli): جنس من الجراثيم التي تعيش في الجهاز الهضمي

للإنسان والحيوانات، وهي مُمرِضة أحيانا، ويمكن أن تُفسد الطعام.

إنزيم الأسيتيل المشارك A (acetyl coA): جزيء مهم للاستقلاب ويُستعمل في كثير من التفاعلات الكيميائية الحيوية. ومهمته الرئيسة حمل ذرات الكربون ضمن زمرة الأسيتيل إلى دورة حمض الليمون لأكسدتها بغية توليد الطاقة.

إنزيم مشارك A (CoA): للإنزيم المشارك A دور مهم في تركيب وأكسدة الحموض الدهنية وأكسدة الحصرمات في دورة حمض الليمون.

إنزيم ناقل (transferase): في الكيمياء الحيوية، أيُّ إنزيم ينقل زمرة كيميائية وظيفية من مركَّب إلى آخر.

انقسام خلوي متماثل (mitosis): انقسام نواة الخلية إلى نواتين تحتويان على العدد نفسه من الكروموزومات، أي الانقسام إلى نصفين متماثلين.

إنهاك حراري (heat exhuastion): حالة تتميز بالغثيان والدوار والضعف وتنجم عن ضربة حرارية خارجية تؤدي إلى نقص السوائل والأملاح في الجسم.

أوزمول (osmole): وحدة لامترية تُستعمل في الكيمياء تُعبِّر عن عدد مولات المركَّب الكيميائي التي تُسهم في ضغط المحلول التناضحي. مثلاً، محلول كلوريد الصوديوم ذو التركيز 1 mol/L يتصف بأنه مكون من 2 osmol/L لأنه يتأيّن معطيا شاردتَيْ الـ Na^+ والـ Cl^-. أي إن كل مول من المركَّب يصبح أوزمولين في المحلول.

براديكينين (bradykinin): مجموعة من البروتينات الصغيرة (ببتيدات) التي توسِّع الأوعية الدموية ولذا يؤدي إلى انخفاض ضغط الدم.

بروتينات الدم المناعية (immunoglobulin Ig): بروتينات مناعية تُنتِجها أنسجة النخاع الشوكي الليمفاوية في العمود الفقاري. وثمة خمسة أنواع منها ذات مهام مختلفة، وتلك الأنواع هي: IgA، IgD، IgE، IgG، IgM.

بروستاغلاندين (prostaglandin): مادة فعالة تعمل عمل الهرمونات وتوجد في كثير من أنسجة الجسم (وخاصة المني)، ويُنتَج لمواجهة الجروح والرضوض ويمكن أن يؤثِّر في ضغط الدم والاستقلاب وأنشطة العضلات. والبروستاغلاندينات هي مجموعة من الحموض الدهنية ولها

مفاعيل مضادة للالتهابات وتقلصات العضلات الناعمة وتنظيم درجة حرارة الجسم.

بطانة الوعاء الدموي (endothelium): طبقة الخلايا الرقيقة التي تُبطِّن السطوح الداخلية للأوعية الدموية مكوِّنة ملتقى بين الدم الجاري وبقية جدار الوعاء.

بلازميد (plasmid): حلقة من الـ DNA ليست موجودة في كروموزوم لكنها قادرة على التكاثر الذاتي نجدها غالباً في خلايا البكتيريا. وهي مستخدمة في الهندسة الوراثية نظراً إلى إمكان انتقالها بين أجناس مختلفة من البكتيريا.

ترايوز (triose): أيُّ سكر أحادي بسيط يحتوي على ثلاث ذرات كربون في الجزيء.

تركيز مولي (molar concentration): التركيز مقدَّراً بعدد المولات في الليتر. انظر **مولية.**

تفاعل متوازن (equilibrium reaction): تفاعل كيميائي يمكن أن يحصل في أيٍّ من الاتجاهين حتى الوصول إلى حالة التوازن.

تفكُّك سكري (glycolysis): سيرورة استقلاب تُفكِّك الكربوهيدرات والسكريات بواسطة سلسلة من التفاعلات إلى حمض الحصرم أو حمض اللبن وتُحرِّر طاقة على شكل ثلاثي فوسفات الأدِنوزين لاستعمالها في الجسم.

تناضح أيوني (chemiosmotic): تغلغل الأيونات عبر غشاء انتقائي النفوذية، أي إنه يربط بين توليد ثلاثي فوسفات الأدِنوزين ATP وحركة أيونات الهيدروجين عبر غشاء الخلية أثناء التنفس الخلوي.

ثلاثي فوسفات الأدِنوزين (adenosine triphosphate ATP): نيوكليوتيد مشتق من الأدنوزين يتولَّد في أنسجة العضلات ويمثِّل مصدر الطاقة الرئيس للتفاعلات الخلوية.

نيوكليوتيد (nucleotide): الوحدة البنيوية للأحماض النووية.

ثاني فوسفات الأدنوزين (adenosine diphosphate ADP): إستر الأدنوزين الذي يتحول إلى ثلاثي فوسفات الأدنوزين بغية خزن الطاقة.

ثاني نيوكليوتيد نيكوتيناميد الأدنين (nicotinamide adenine dinucleotide NAD):

إنزيم مشارك يوجد في الخلايا الحية، وهو مركَّب ثاني النيوكليوتيد لأنه يتألف من نيوكليوتيدين مترابطين بواسطة زمرهما الفوسفاتية، أحدهما يحتوي على أساس الأدنين والثاني يحتوي على النيكوتيناميد.

جدار فاصل (septum): في علم التشريح هو الذي يقسم حجرة أو بنية إلى حجرات أو أجزاء أصغر.

جدار فاصل أذيْني (interatrial septum): الغشاء الفاصل بين الأُذَينين في القلب.

جدار فاصل بطيني (interventricular septum): الغشاء الفاصل بين البُطينين في القلب.

جزر لانغرهانس (Langerhans): مناطق البنكرياس التي تحتوي على خلايا الغدد الصم (المُنتِجة للهرمونات) والتي اكتشفها العالم الألماني لانغرهانس في عام 1869.

المنظومة العصبية الودية (sympathetic nervous system): تصدر من المنطقة الصدرية من العمود الفقاري وتعمل على معاكسة المفاعيل الحيوية الوظيفية، فتزيد ضغط الدم وتخفض مقادير المساعدات الهضمية وتضيِّق الأوعية الدموية وبؤبؤ العين.

حمض الحصرم (pyruvic acid): حمض عديم اللون صيغته هي ($CH_3COCOOH$)، ويتكوَّن بوصفه وسيطاً مهماً في الاستقلاب والتخمُّر.

حمض ضعيف (weak acid): حمض يتأيّن جزئياً في الماء.

حمض قوي (strong acid): حمض يتأيّن كلياً في الماء.

حمض متعدد اللبن (polylactic acid): مادة تُصنع من نشاء الذرة ذات مظهر وملمس كمظهر وملمس اللدائن المصنوعة من النفط، وهي واحدة من أكثر اللدائن الحيوية استعمالاً.

حويصلة نقل (liposome): فقاعة صناعية ضئيلة تُصنع من مادة غشاء الخلية، ويمكن أن تُملأ بالدواء لنقله إلى خلايا الأورام الخبيثة وغيره من الأمراض.

درجة الحرارة والضغط المعياريان (standard temperature and pressure): 273K ($0^\circ C$) وضغط جوي واحد .

درجة الحرارة والضغط الحيويان (biological temperature and pressure):

$310\,K$ ($37^\circ C$) وضغط جوي واحد

دنا (deoxyribonucleic acid DNA): الحمض النووي المنقوص الأكسجين هو بوليمر خيطي طويل يوجد في نواة الخلية ويتكوَّن من نويَّات وله شكل اللولب المزدوج، ومهمته هي نقل المعلومات الوراثية على المدى البعيد.

دورة كرِبس (Krebs cycle): دورة حمض الليمون، وهي تحصل في جميع النباتات والحيوانات، وتتمثل بسلسلة من التفاعلات الإنزيمية التي تحصل في الحبيْبات الخيطية في سائل الخلية وتتضمن استقلاباً مؤكسداً لمركَّبات الأسيتيل لإنتاج مركَّبات الفوسفات العالية الطاقة التي تمثل منبع الطاقة الخلوية.

زلال (albumin): بروتين بسيط قابل للانحلال بالماء ويتخثر بالحرارة، ومن أمثلته بياض البيضة. يعمل بوصفه بروتين ناقل للجزيئات، ومنها بعض الأدوية، ضمن بلازما الدم في الجسم.

سائل الخلايا المتفكِّكة (lysate): سائل الخلايا المتفكِّكة بآليات فيروسية أو إنزيمية أو تناضحية.

سكونيات (statics): فرع من علم الميكانيك يُعنى بالقوى التي في حالة التوازن من دون حركة.

سم السهم (وابين) (ouabain): مادة سامة تُستخرج من بذور شجرة الستروفانتوس الاستوائية، وتسد مضخات قنوات الصوديوم في أغشية خلايا القلب (وابين كلمة فرنسية صومالية الأصل).

سيفون (siphon): أنبوب أو خرطوم يُغطَّس أحد طرفيه في سائل موجود في إناء ويُترك طرفه الآخر خارج الوعاء عند مستو أدنى من مستوى أعلى السائل الذي في الإناء. فإذا جُعل السائل يجري في الأنبوب من الطرف الأول إلى الثاني في البداية بأي طريقة، تدفَّق بعدئذ تلقائياً تحت تأثير الضغط الجوي.

شحوم فوسفورية (phospholipids): مركَّبات مكوَّنة من حموض دهنية وحمض الفوسفور وأساس نيتروجيني، وتُعدُّ مكوِّناً مهماً من مكوِّنات أغشية الخلايا.

ضغط تناضحي (osmotic pressure): هو الضغط الذي يجب تطبيقه على المحلول لدرء

تدفق الماء إليه عبر الغشاء نصف النفوذ.

ضغط مطلق (absolute pressure): هو الضغط بالنسبة إلى الخلاء التام.

ضغط مُقاس (gauge pressure): هو الضغط المقاس نسبة إلى الضغط الجوي أو المحيطي المحلي. انظر **ضغط مطلق**.

عالي التوتُّر (hypertonic): صفة لمحلول ذي ضغط تناضحي أعلى من الضغط التناضحي لمحلول آخر أو أعلى من الضغط التناضحي داخل خلية حية.

منخفض التوتُّر (hypotonic): صفة لمحلول ذي ضغط تناضحي أخفض من الضغط التناضحي لمحلول آخر أو أخفض الضغط التناضحي داخل خلية حية.

متساوي التوتُّر (isotonic): صفة لمحلول ذي ضغط تناضحي يساوي الضغط التناضحي لمحلول آخر أو يساوي الضغط التناضحي داخل خلية حية.

عامل الحموضة (potential of Hydrogen pH): اللوغاريتم العشري لمقلوب تركيز أيونات الهدروجين مقدَّرا بـــ mol/L، ويمثِّل على سلم مدرّج من 1 إلى 14 مؤشراً إلى حموضة أو أساسية المحلول (القيمة pH = 7 تعني أن المحلول معتدل، وعند pH >7 يكون المحلول أساسياً، وعند pH < 7 يكون المحلول حمضياً).

عضلة مُمدِّدة (extensor muscle): عضلة هيكيلية يؤدي انقباضها إلى تمدُّد أو توسع عضو من الجسم.

عوز الأكسجين (hypoxia): ظاهرة نقص الأكسجين في الجسم التي تدفع بقوة للتعويض عنه.

فرط الحموضة (acid load): زيادة في بروتونات المحلول الخلوي يمكن أن تحصل مثلاً من فرط التزويد بثاني أكسيد الكربون من الدم.

فصادة الدم (pheresis): إخراج الدم من الجسم ومعالجته بفصل مكوِّناته عن بعضها ثم إعادته إلى الجسم.

فوسفات سكري (pgal): فوسفات الترايوز (triose phosphate) أو غليسرألديهيد الفوسفات

الثلاثي (glyceraldehyde 3-phosphate) هو مركَّب كيميائي وسيط في العديد من مسارات الاستقلاب المركزية في جميع المتعضيات.

قوة موازِنة (resultant force): الشائع هو استخدام العبارة العربية **محصلة القوى** مقابل resultant force، وذاك هو معناها الفعلي. أما في هذا الكتاب، فقد وردت بمعنى القوة المعاكسة للمحصلة، أي التي توازنها.

كربوهيدرات (carbohydrates): مكوِّن عضوي أساسي للخلايا الحية ومصدر للطاقة، وهو مركَّب صيغته العامة هي $C_m(H_2O)_n$. أي إنه يتألف من كربون وهيدروجين وأكسجين، ونسبة الأخيرين الذرية هي 1:2.

كروماتوغرافيا (chromatography): تقنيات مخبرية لفصل مكوِّنات المزائج اعتماداً على قابليتها للامتصاص أو الامتزاز.

كروموزوم (chromosome): بنية منتظمة خيطية الشكل توجد في الخلية وتحتوي على DNA واحد يحمل كثيراً من الجينات، وبروتينات ملتصقة بالـــ DNA تغلفه وتتحكم بوظائفه. تحتوي خلية الإنسان على 22 زوجاً من الكروموزومات إضافة إلى كروموزومَي جنس.

كمون الحدث (action potential): تغيرات الفولتية المحلية التي تحصل عبر غشاء الخلية عند إرسال نبضة عصبية. وتحدث كمونات الحدث في العديد من الخلايا القابلة للاستثارة ومنها العصبونات وخلايا العضلات والغدد الصم.

محرض توليد الكريات الحمراء (erythropoietin): بروتين تُنتِجه الكليتان ويُحرِّض إنتاج كريات الدم الحمراء.

محلول وريدي (crystalloid): محلول وريدي مكوَّن من ماء وأملاح وسكريات مختلفة قابلة للانحلال بالماء، ويُعطى للمرضى من طريق الوريد للمساعدة الحفاظ على دوران الدم في الجسم.

أنود أو مصعد (anode): هو الطرف السالب الشحنة من منبع طاقة كهربائية مثل البطارية، وهو الطرف موجب الشحنة من العنصر المستهلك للطاقة الكهربائية.

أجسام مضادة وحيدة النسيلة (monoclonal antibodies): مضادات جسمية متماثلة تُنتَج مخبرياً باستنساخ النوع نفسه من الخلايا.

معالجة حتمية (destination therapy): المعالجة بالعلاج الذي لا علاج سواه، ويُلجأ إليها عندما تُستنفد جميع أنواع المعالجات الأخرى. في حالة مرضى القلب مثلاً، إذا كان جسم المريض لا يتحمل عملية جراحية لزرع قلب متبرَّع به أو قلب صناعي، يُعدّ مساعد البُطَين الأيسر نوعاً من المعالجة الحتمية.

معامل الارتداد (coefficient of restitution): قيمة كسرية تمثِّل نسبة سرعتين بعد الاصطدام وقبله. وقيمة معامل الارتداد التي تساوي 1 تعني اصطداماً تام المرونة، وقيمته التي تقل عن الــ 1 تعني أن اصطداماً للــ DNA، وقيمة الصفر تعني اصطداماً تام اللدانة.

مقياس التنفس (spirometer): أوسع أجهزة الاختبارات الرئوية انتشاراً، ويُستعمل لقياس وظائف الرئتين، وعلى وجه الخصوص مقدار هواء الشهيق والزفير سرعتهما أثناء التنفس.

مقياس الحريرات القنبلي (bomb calorimeter): مقياس حريرات ثابت الحجم يُستخدم لقياس حرارة احتراق تفاعل معين. يتألف المقياس من العينة التي يُجرى القياس عليها وأكسجين وحجرة من الفولاذ العديم الصدأ والماء. ويجب أن يتحمل المقياس ضغوطاً عالية تزيد على 30 ضغطاً جوياً أثناء حصول تفاعل الاحتراق. عندما يحترق الوقود الذي يُجرى قياس حرارة احتراقه، يُسخِّن الهواء المحيط به، فيتمدد عبر أنبوب نحاسي ويخرج ليسخن ماء خارج القنبلة، وتُحدِّد درجة حرارة الماء المسخن كمية الحرارة الناتجة من التفاعل.

مكافئ (equivalent Eq): أو المكافئ المولي، هو واحدة لكمية المادة تُستخدم في الكيمياء وعلم الأحياء

وتساوي كمية المادة التي يمكن إماّ أن:

- تتفاعل مع (أو تقدّم) مول من أيونات الهيدروجين خلال تفاعلات حمض–أساس.
- أو تتفاعل مع (أو تقدّم) مول من الإلكترونات خلال تفاعلات أكسدة–إرجاع.

مهبط (cathode): هو الطرف موجب الشحنة من منبع طاقة كهربائية مثل البطارية، وهو الطرف سالب الشحنة من العنصر المستهلك للطاقة الكهربائية.

موسِّع الأوعية الدموية (vasodilator): عقار يوسِّع الأوعية الدموية بجعل خلايا العضلات الناعمة ضمن جدران الوعاء تسترخي، خاصة في الشريانات الكبيرة والصغيرة والأوردة الكبيرة.

الدارئ أو الموقي (buffer): في الكيمياء، الموقي هو مركب أيوني يقاوم تغيُّر عامل الحموضة pH.

مولالية **(molality):** التركيز مقدَّراً بعدد المولات في الكيلوغرام.

مولارية (molarity): التركيز مقدَّراً بعدد المولات في الليتر.

نسبة التهوئة إلى التروية (ventilation perfusion ratio): مؤشر إلى كفاءة التنفس وتساوي نسبة الهواء الذي يصل إلى الرئتين إلى الدم الذي يصل إليهما.

نشِط وعائياً (vasoactive): هرمون أو دواء أو مادة كيميائية تستطيع جعل الأوعية الدموية تتضيق أو تتوسع.

نفرون (nephron): البنية الأساسية الفاعلة في الكلية (انظر المثال 14.3).

ثبت المصطلحات: عربي- إنجليزي

endocytosis	ابتلاع
coordinate	إحداثية
urethra	إحليل
proximal	أدنى
atrium (p: atria)	أذَين القلب
hypertension	ارتفاع التوتر الشرياني (ارتفاع ضغط الدم)
hyperthermia	ارتفاع حرارة مفرط
depolarization	إزالة استقطاب
defibrillation	إزالة الخفقان
edema	استسقاء (تجمُّع سائل أصفر في البطن)
power	استطاعة أو قدرة
polarization	استقطاب
interpolation	استكمال، استيفاء
quantization	استكمام
optimization	استمثال
escherichia coli	إشيريشيا كولي
arrhythmias	اضطراب نبض القلب
resorption	إعادة امتصاص
distal	أقصى
elastin	إلاستين (بروتين الألياف المرنة)
phonocardiograph	آلة تسجيل لصوت القلب
dialyzer	آلة غسيل الكلى
stoichiometry	أمثال التفاعل الكيميائي
diastolic	انبساطي (طور انبساط القلب)
deviation	انحراف
conservation	انحفاظ، مصونية، حفظ
momentum	زخم
transferase	إنزيم ناقل
systolic	انقباضي (طور انقباض القلب)

heat exhaustion	إنهاك حراري
tubule	أُنَيبوب
psia: pound per square inch absolute	باوند للإنش المربع مطلق
psig: pound per square inch gauge	باوند للإنش المربع مُقاس
software	برمجيات
Ig: immunoglobulin	بروتينات الدم المناعية (الغلوبيولين الممتنع)
endothelium	بطانة الأوعية الدموية (الأندوثيليوم)
abdomen	بطن
ventricle	بُطَين
cytoplasma	بلازما خلوية، سايتوبلازم
plasmid	بلازميد
$P = g/(cm.s)$ poise	بواغز (وحدة اللزوجة)
urea	بولة أو يوريا
cryogenics	تبريد فائق
uremia	تبَولُن الدم (بول في الدم)
renal pelvis	تجويف كلوي
subclavian	تحت ترقوي
subcutaneous	تحت جلدي
sublingual	تحت لساني
inductance	تحريض، محاثة
fractional conversion	تحوُّل نسبي
transduction	تحويل
flow	تدفق، جريان
recycling	تدوير
concentration	تركيز
mass concentration	تركيز كتلي
molar concentration	تركيز مولي أو مولاري
perfusion	تروية، إشباع
tachycardia	تسرُّع القلب
variance	تشتت
plastic (inelastic) collision	تصادم لدن أو مرن
sclerosis	تصلب الأنسجة المتعدد
atheroma	تصلب شرايين

positron emission tomography PET	تصوير طبقي بالإشعاع البوزيتروني
stenosis	تضيُّق الأوعية الدموية
feedback	تغذية ارتجاعية
equilibrium reaction	تفاعل متوازن (يحصل في الاتجاهين)
hemolysis	تفكُّك كريات الدم الحمراء
valence	تكافؤ
quantitation	تكميم
vascularization	تكوين الأوعية الدموية
osteogenesis	تكوين العظام
osmosis	تناضح
tidal	تناوبي (مد–جزري)
myocardities	التهاب العضلة القلبية
tendonitis	التهاب الوتر
pericardities	التهاب تأمور أو شغاف القلب
homeostasis	توازن بدني
tonic	توتُّري
internalization	توطين، تقمُّص
current	تيار
adenosine triphosphate ATP	ثلاثي فوسفات الأدِينوسين
rigid	جاسئ
bone dry	جاف تماماً
scalar product	ناتج (جداء) سلمي
vector product	ناتج (جداء) شعاعي
septum	جدار فاصل
chloroplast	جراب الكلوروفيل، بلاستيدة خضراء
thylakoid	جرابي
percutaneous surgery	جراحة جلدية
alveoli	جُرَيبة هواء، حويصلة هوائية
wheatstone bridge	جسر أو قنطرة واطستون
capillary bed	جسم الشُعَيرة الدموية
bulky	جَسِيم
particle	جُسيْم
endosome	جُسَيم بالع، داخلي

lysosome	جُسَيم حالّ (تفكيك)
heart attack	جلطة، نوبة قلبية
sympathetic nervous system	منظومة عصبية ودية
reactive system	منظومة تفاعلية
steady state system	منظومة ثابتة
nonreactive system	منظومة لاتفاعلية
isolated system	منظومة معزولة
closed system	منظومة مغلقة
open system	منظومة مفتوحة
voltage	فولتية
bracket	حاصرة
adiabatic	حافظ حرارة (كظوم)، أدياباتي
ureter	حالب
stroke volume	حجم الدفقة
specific volume	حجم نوعي
heat	حرارة
reaction heat	حرارة التفاعل
standard reaction heat	حرارة تفاعل قياسية
latent heat	حرارة كامنة
sensible heat	حرارة محسوسة
iliac	حرقفة (عظم رأس الورك)
hay fever	حساسية لغبار الطلع، الحمى القشرية
conservative field	حقل محافظ
perfusion	حقن سائل في الجسم
acidosis	حُماض (انخفاض قلوية الدم)
metabolic acidosis	حُماض استقلابي
pyruvic acid	حمض الحصرم الناري، حمض البايروفيك
stearic acid	حمض الدهن، الحمض الاستياري
butyric acid	حمض الزبدة
benzoic acid	حمض الصمغ الجاوي
lauric acid	حمض الغار
lactic acid	حمض اللبن
liposome	حويصلة نقل، جُسيم دهني

aerobic	حيوي هوائي
extensive property	خاصية توسعية
intensive property	خاصية شدة
surfactant	خافض توتر سطحي، عامل تبليل
flow constrictor	خانق التدفق
buccal	خدِّي، شدقي، وجني، فموي، فمي
gonad	خصية، غدة تناسلية، منسل
linear	خطي
fibrillation	خفقان
hepatocyte	خلية كبدية
saccharomyces cerevisiae	خميرة فطر السكر (خميرة الخبز)
circuit	**دارة**
buoyancy	دافعة أرخميدس، طفوية
temperature	درجة الحرارة
precision	دقة
dopamine	دوبامين (مرسل مثبت عصبي)
pulmonary	رئوي
ligand	ربيطة
filtrate	رُشاحة
patella	رضفة (صابونة الركبة)
trachea	رغامى
langerhans islets	رُقع أو جُزَيرات لانغرهانس
significant figure	رقم معنوي
angular	زاوي
glaucoma	زَرَق (الماء الأزرق)
real time	زمن حقيقي
chirp	سقسقة
fluid	سائل – مائع
lysate	سائل تفكُّك الخلية
dialyzate	سائل غسيل الكلى
hydrostatic	سائلي سكوني
capacitance	سعة
heat capacity	سعة حرارية

stroke	سكتة دماغية
cardiac arrest	سكتة قلبية
statics	سكونيات
scalar	سلمي
permittivity	سماحية
process	سيرورة
siphon	سيفون
ion	أيون
anion	أيون سالبة (أنيون)
cation	أيون موجبة (كاتيون)
elementary charge	شحنة أولية
phospholipid	شحوم فوسفورية
rectal	شرجي
artery	شريان
aorta	الشريان الأبهر
radial artery	شريان الرُسُغ (الشريان الكعبري)
carotid	شريان سباتي
arteriole	شريان صغير (شُرَين)
arcuate artery	شريان قوسي
renal artery	شريان كلوي
vector	شعاع، ناقل عدوى
capillary	شُعيْرة دموية
cardioplegia	شلل القلب
quadriplegia	شلل كلي
paraplegia	شلل نصفي سفلي
saphenous vein	صافن (وريد الساق الزائد)
cricket	صرصار الليل (الجُدجد)
spreadsheet	صفحة موازنة
laminar	صفيحي
mitral valve	صمام تاجي
tricuspid valve	صمام ثلاثي
accuracy	ضبط
heat stroke	ضربة حرارية

pressure	ضغط
diastolic pressure	ضغط انبساطي
systolic pressure	ضغط انقباضي
mean arterial pressure MAP	ضغط شرياني وسطي
gauge pressure	ضغط مُقاس، مقيس
energy	طاقة
kinetic energy	طاقة حركية
internal energy	طاقة داخلية
potential energy	طاقة كامنة
specific energy	طاقة نوعية
graft	طُعْم
overspecified	عالي التحديد
hypertonic	عالي التوتُّر
pH	عامل الحموضة، أسّ الحموضة
gauge factor	عامل القياس
transcutaneous	عبر الجلد
intracranial	داخل الجمجمة
intramuscular	داخل العضلات
intravenous	داخل الوريد
moment	زخم
torque	عزم التدوير
nerve	عصب
neuron	عصبون
atherosclerosis	عصيدة دموية
biceps brachii	عضلة الذراع ذات الرأسين
myocardium	عضلة القلب
quadricep	عضلة رباعية النهايات
temporalis muscle	عضلة صدغية
adductor	عضلة طي، العضلة المقربة
adductor lonus	عضلة طي الجسم، العضلة المقربة الكبرى
abductor	عضلة فتح، عضلة مبعدة
masseter muscle	عضلة ماضغة
prosthetic	عضو صناعي

tibia	عظم الساق الكبير
aspergillus niger	عفن أسود
work	عمل
shaft (nonflow) work	عمل الآلة (غير متدفق)
flow work	عمل متدفق
element	عنصر
hypoxia	عوز الأكسجين
thyriod	غدة درقية
adrenal gland	غدة كظرية
neurotrophin	غذاء عصبي
trophic	غذائي
hemodialysis	غسيل الدم
dialysis	غسيل الكلى
pleura	غشاء الجنب
cartilage	غضروف
glucose	غلوكوز، سكر العنب
electroporation	فتح المسامات كهربائياً
thigh	فخذ
hyperkalemia	فرط البوتاسيوم في الدم
acid load	فرط الحموضة، حمل الحموضة
polycythemia	فرط كريات الدم الحمراء، إحميرار الدم
hyperthyroidism	فرط نشاط الغدة الدرقية
bronchioles	فرع القُصيبة، قُصَيبات
lobe	فص
chromatography	فصل المزائج بواسطة اختلاف درجة امتصاصها – الكروماتوغراف، الاستشراب
saccharomyces	فطر سكري
plug	قابس
bronchus	قصبة هوائية
congestive failure	قصور قلب احتقاني
bronchi	قُصيبة هوائية
resultant force	قوة موازِنة، قوة محصلة
aortic arch	قوس الأبهر

tonometry	قياس ضغط العين
ankle	كاحل
hepatic	كبدي
cable	كابل
glomerulus	كُبَيبة
mass	كتلة
leukocytes	كريات الدم البيضاء
erythrocytes	كريات الدم الحمراء
chlorophyll	كلوروفيل- يخضور
renal	كلوي
potential	كمون، جهد
action potential	كمون الحدث
piezoelectric	كهروضغطي
electromagnetic	كهرومغنطيسي
lactate	لبَنات (أيون حمض اللبن)
plastic	لدِن
viscosity	لزوجة
plaque	لُوَيحة
lymphatic	ليمفاوي
operator	مؤثِّر، مشغِّل
liquid	مائع
matlab	ماتلاب
endothermic	ماص للحرارة
operand	متأثر
seesaw	أرجوحة
geosynchronous	متزامن مع الأرض
isotonic	متساوي التوتر
stenotic	متضيِّق
tracer	متعقِّب
excess reactant	متفاعل فائض
limiting reactant	متفاعل محدد
bladder	مثانة
voltage divider	مجزِّئ فولتية

sensor	مُحس، مجس
catalyst	محفِّز، حفّاز
crystalloid	محلول وريدي (ملحي سكري)، مادة شبه بلورية
transducer	محوال، محول الطاقة
ordinate	محور التراتيب (العينات)، الإحداثي الرأسي
axon	المحور العصبي
abscissa	محور الفواصل (السينات)، الإحداثي الأفقي
electrocardiogram (ECG)	مخطط كهرباء القلب
intravenous therapy (IV therapy)	مداواة وريدية
diuretic	مدر للبول
order of magnitude	مرتبة كِبَر
recombinant	مركَّب جينياً
polar compound	مركَّب مستقطِب كهربائياً
elastic	مرن
esophagus	مريء
thermocouple	مزدوجة حرارية
assistant	مساعد
receptor	مستقبل
matrix	مصفوفة، حاضنة
amplitude	مطال، سعة، جزالة
magnitude	حجم، كمية
destination therapy	معالجة حتمية، علاج محجي
coefficient of restitution	معامل ارتداد
rate	معدّل
basal metabolic rate BMR	معدّل الاستقلاب الأساسي
Reaction rate	معدّل التفاعل
glomerular filtration rate GFR	معدّل ترشيح الكُبَيبة
flow rate	معدل تدفق (جريان)
reactor	مفاعل
bioreactor	مفاعل حيوي
current divider	مفرِّع تيار
resistance	مقاومة
thermistor	مقاومة حرارية

resistor	مقاوم
resistivity	قدرة على المقاومة
electric outlet	مقبس كهربائي
spirometer	مقياس التنفس
bomb calorimeter	مقياس الحريرات القنبلي
manometer	مقياس ضغط، مضغاط
galvanometer	مقياس غلفاني
equivalent (molar)	مكافئ (مولي)
capacitor	مكثفة، متسعة
underspecified	منخفض التحديد
hypotonic	منخفض التوتُّر (منخفض الضغط التناضحي)
accounting	موازنة
gene	مورثة، جينة
parameter	موسط، عامل
buffer	موقٍ، دارئ
mole	مول
g-mol	مول–غرامي
molal	مولَلي
lb_m-mol	مول–ليبروي
molar	مولي، مولار
molarity	مولية، مولارية
resolution	ميْز، تبيين
mM	ميلي مول في الليتر (وحدة تركيز)
exothermic	ناشر للحرارة
hematocrit	نسبة الكريات الحمراء الحجمية في الدم
mass fraction	نسبة كتلية
mole fraction	نسبة مولية
weight fraction	نسبة وزنية
stroma	نسيج حامل، اللحمة
nephron	نفرون
ischemia	نقص تروية دموية، عجز
bulk material transfer	نقل مادي جَسِيم
nicotinamide adenine dinucleotide phosphate NADPH	نيكوتيناميد أدنين الفوسفات الثنائي النيوكليوتيد

hypothermia	هبوط درجة حرارة الجسم
hypoglycemia	هبوط سكر الدم
hydrogel	هلام مائي
profile	هيئة (شكل)، سيماء
amu (atomic mass unit)	وحدة كتلة ذرية
tendon	وتر
batch	وجبة، دفعة
monoclonal	وحيد المنشأ أو النسيلة
hip	ورك
inferior vena cava	وريد أجوف أدنى
vena cava	وريد أجوف
venule	وريد دقيق، وُرَيْد
arcuate vein	وريد قوسي
renal vein	وريد كلوي
mean	وسطي
mixing-cup average	وسطي تركيز العينات
inductor	وشيعة تحريضية
synapse	وصلة عصبونية

ثبت المصطلحات: إنجليزي– عربي

abdomen	بطن
abductor	عضلة فتح، عضلة مبعدة
abscissa	محور الفواصل (السينات)، الإحداثي الأفقي
accounting	موازنة
accuracy	ضبط
acid load	فرط الحموضة، حمل الحموضة
acidosis	حُماض (انخفاض قلوية الدم)
action potential	كمون الحدث
adductor	عضلة طي، العضلة المقربة
adductor lonus	عضلة طي الجسم، العضلة المقربة الكبرى
adenosine triphosphate ATP	ثلاثي فوسفات الأدِينوسين
adiabatic	حافظ حرارة (كظوم)، أدياباتي
adrenal gland	غدة كظرية
aerobic	حيوي هوائي
alveoli	جُرَيبة هواء، حويصلة هوائية
amplitude	مطال، سعة، جزالة
amu (atomic mass unit)	وحدة كتلة ذرية
angular	زاوي
anion	أيون سالبة (أنيون)
ankle	كاحل
aorta	الشريان الأبهر
aortic arch	قوس الأبهر
arcuate artery	شريان قوسي
arcuate vein	وريد قوسي
arrhythmias	اضطراب نبض القلب
arteriole	شريان صغير (شُرَين)
artery	شريان
aspergillus niger	عفن أسود
assistant	مساعد
atheroma	تصلب شرايين

atherosclerosis	عصيدة دموية
atrium (p: atria)	أذَين القلب
axon	المحور العصبي
basal metabolic rate BMR	معدّل الاستقلاب الأساسي
batch	وجبة، دفعة
benzoic acid	حمض الصمغ الجاوي
biceps brachii	عضلة الذراع ذات الرأسين
bioreactor	مفاعل حيوي
bladder	مثانة
bomb calorimeter	مقياس الحريرات القنبلي
bone dry	جاف تماماً
bracket	حاصرة
bronchi	قُصيبة هوائية
bronchioles	فرع القُصيبة، قُصَيبات
bronchus	قصبة هوائية
buccal	خدِّي، شدقي، وجني، فموي، فمي
buffer	موقٍ، دارئ
bulk material transfer	نقل مادي جَسِيم
bulky	جَسِيم
buoyancy	دافعة أرخميدس، طفوية
butyric acid	حمض الزبدة
cable	كابل
capacitance	سعة
capacitor	مكثفة، متسعة
capillary	شُعيْرة دموية
capillary bed	جسم الشُعَيرة الدموية
cardiac arrest	سكتة قلبية
cardioplegia	شلل القلب
carotid	شريان سباتي
cartilage	غضروف
catalyst	محفِّز، حفّاز
cation	أيون موجبة (كاتيون)
chirp	سقسقة

chlorophyll	كلوروفيل- يخضور
chloroplast	جراب الكلوروفيل، بلاستيدة خضراء
chromatography	فصل المزائج بواسطة اختلاف درجة امتصاصها – الكروماتوغراف، الاستشراب
circuit	دارة
closed system	منظومة مغلقة
coefficient of restitution	معامل ارتداد
concentration	تركيز
congestive failure	قصور قلب احتقاني
conservation	انحفاظ، مصونية، حفظ
conservative field	حقل محافظ
coordinate	إحداثية
cricket	صرصار الليل (الجُدجد)
cryogenics	تبريد فائق
crystalloid	محلول وريدي (ملحي سكري)، مادة شبه بلورية
current	تيار
current divider	مفرِّع تيار
cytoplasma	بلازما خلوية، سايتوبلازم
defibrillation	إزالة الخفقان
depolarization	إزالة استقطاب
destination therapy	معالجة حتمية، علاج محجي
deviation	انحراف
dialysis	غسيل الكلى
dialyzate	سائل غسيل الكلى
dialyzer	آلة غسيل الكلى
diastolic	انبساطي (طور انبساط القلب)
diastolic pressure	ضغط انبساطي
distal	أقصى
diuretic	مدر للبول
dopamine	دوبامين (مرسل مثبت عصبي)
edema	استسقاء (تجمُّع سائل أصفر في البطن)
elastic	مرن
elastin	إلاستين (بروتين الألياف المرنة)

electric outlet	مقبس كهربائي
electrocardiogram (ECG)	مخطط كهرباء القلب
electromagnetic	كهرومغنطيسي
electroporation	فتح المسامات كهربائياً
element	عنصر
elementary charge	شحنة أولية
endocytosis	ابتلاع
endosome	جُسَيم بالع، داخلي
endothelium	بطانة الأوعية الدموية (الأندوثيليوم)
endothermic	ماص للحرارة
energy	طاقة
equilibrium reaction	تفاعل متوازن (يحصل في الاتجاهين)
equivalent (molar)	مكافئ (مولي)
erythrocytes	كريات الدم الحمراء
escherichia coli	إشيريشيا كولي
esophagus	مريء
excess reactant	متفاعل فائض
exothermic	ناشر للحرارة
extensive property	خاصية توسعية
feedback	تغذية ارتجاعية
fibrillation	خفقان
filtrate	رُشاحة
flow	تدفق، جريان
flow constrictor	خانق التدفق
flow rate	معدل تدفق (جريان)
flow work	عمل متدفق
fluid	سائل – مائع
fractional conversion	تحوُّل نسبي
galvanometer	مقياس غلفاني
gauge factor	عامل القياس
gauge pressure	ضغط مُقاس، مقيس
gene	مورثة، جينة
geosynchronous	متزامن مع الأرض

glaucoma	زَرَق (الماء الأزرق)
glomerular filtration rate GFR	معدّل ترشيح الكُبَيبة
glomerulus	كُبَيبة
glucose	غلوكوز، سكر العنب
g-mol	مول-غرامي
gonad	خصية، غدة تناسلية، منسل
graft	طُعْم
hay fever	حساسية لغبار الطلع، الحمى القشرية
heart attack	جلطة، نوبة قلبية
heat	حرارة
heat capacity	سعة حرارية
heat exhaustion	إنهاك حراري
heat stroke	ضربة حرارية
hematocrit	نسبة الكريات الحمراء الحجمية في الدم
hemodialysis	غسيل الدم
hemolysis	تفكُّك كريات الدم الحمراء
hepatic	كبدي
hepatocyte	خلية كبدية
hip	ورك
homeostasis	توازن بدني
hydrogel	هلام مائي
hydrostatic	سائلي سكوني
hyperkalemia	فرط البوتاسيوم في الدم
hypertension	ارتفاع التوتر الشرياني (ارتفاع ضغط الدم)
hyperthermia	ارتفاع حرارة مفرط
hyperthyroidism	فرط نشاط الغدة الدرقية
hypertonic	عالي التوتُّر
hypoglycemia	هبوط سكر الدم
hypothermia	هبوط درجة حرارة الجسم
hypotonic	منخفض التوتُّر (منخفض الضغط التناضحي)
hypoxia	عوز الأكسجين
Ig: immunoglobulin	بروتينات الدم المناعية (الغلوبيولين الممتنع)
iliac	حرقفة (عظم رأس الورك)

inductance	تحريض، محاثة
inductor	وشيعة تحريضية
inferior vena cava	وريد أجوف أدنى
intensive property	خاصية شدة
internal energy	طاقة داخلية
internalization	توطين، تقمُّص
interpolation	استكمال، استيفاء
intracranial	داخل الجمجمة
intramuscular	داخل العضلات
intravenous	داخل الوريد
intravenous therapy (IV therapy)	مداواة وريدية
ion	أيون
ischemia	نقص تروية دموية، عجز
isolated system	منظومة معزولة
isotonic	متساوي التوتر
kinetic energy	طاقة حركية
lactate	لبَنات (أيون حمض اللبن)
lactic acid	حمض اللبن
laminar	صفيحي
langerhans islets	رُقع أو جُزَيرات لانغرهانس
latent heat	حرارة كامنة
lauric acid	حمض الغار
lb_m-mol	مول–ليبروي
leukocytes	كريات الدم البيضاء
ligand	ربيطة
limiting reactant	متفاعل محدد
linear	خطي
liposome	حويصلة نقل، جُسيم دهني
liquid	مائع
lobe	فص
lymphatic	ليمفاوي
lysate	سائل تفكُّك الخلية
lysosome	جُسَيم حالّ (تفكيك)

magnitude	حجم، كمية
manometer	مقياس ضغط، مضغاط
mass	كتلة
mass concentration	تركيز كتلي
mass fraction	نسبة كتلية
masseter muscle	عضلة ماضغة
matlab	ماتلاب
matrix	مصفوفة، حاضنة
mean	وسطي
mean arterial pressure MAP	ضغط شرياني وسطي
metabolic acidosis	حُماض استقلابي
mitral valve	صمام تاجي
mixing-cup average	وسطي تركيز العينات
mM	ميلي مول في الليتر (وحدة تركيز)
molal	مولَلي
molar	مولي، مولار
molar concentration	تركيز مولي أو مولاري
molarity	مولية، مولارية
mole	مول
mole fraction	نسبة مولية
moment	زخم
momentum	زخم
monoclonal	وحيد المنشأ أو النسيلة
myocardities	التهاب العضلة القلبية
myocardium	عضلة القلب
nephron	نفرون
nerve	عصب
neuron	عصبون
neurotrophin	غذاء عصبي
nicotinamide adenine dinucleotide phosphate NADPH	نيكوتيناميد أدنين الفوسفات الثنائي النيوكليوتيد
nonreactive system	منظومة لاتفاعلية
open system	منظومة مفتوحة
operand	متأثر

operator	مؤثِّر، مشغِّل
optimization	استمثال
order of magnitude	مرتبة كِبَر
ordinate	محور التراتيب (العينات)، الإحداثي الرأسي
osmosis	تناضح
osteogenesis	تكوين العظام
overspecified	عالي التحديد
parameter	موسط، عامل
paraplegia	شلل نصفي سفلي
particle	جُسيْم
patella	رضفة (صابونة الركبة)
percutaneous surgery	جراحة جلدية
perfusion	تروية، إشباع
perfusion	حقن سائل في الجسم
pericardities	التهاب تأمور أو شغاف القلب
permittivity	سماحية
pH	عامل الحموضة، أسّ الحموضة
phonocardiograph	آلة تسجيل لصوت القلب
phospholipid	شحوم فوسفورية
piezoelectric	كهروضغطي
plaque	لُوَيحة
plasmid	بلازميد
plastic	لدِن
plastic (inelastic) collision	تصادم لدن أو مرن
pleura	غشاء الجنب
plug	قابس
$P = g/(cm.s)$ poise	بواغز (وحدة اللزوجة)
polar compound	مركَّب مستقطِب كهربائياً
polarization	استقطاب
polycythemia	فرط كريات الدم الحمراء، إحميرار الدم
positron emission tomography PET	تصوير طبقي بالإشعاع البوزيتروني
potential	كمون، جهد
potential energy	طاقة كامنة

power	استطاعة أو قدرة
precision	دقة
pressure	ضغط
process	سيرورة
profile	هيئة (شكل)، سيماء
prosthetic	عضو صناعي
proximal	أدنى
psia: pound per square inch absolute	باوند للإنش المربع مطلق
psig: pound per square inch gauge	باوند للإنش المربع مُقاس
pulmonary	رئوي
pyruvic acid	حمض الحصرم الناري، حمض البايروفيك
quadricep	عضلة رباعية النهايات
quadriplegia	شلل كلي
quantitation	تكميم
quantization	استكمام
radial artery	شريان الرُسُغ (الشريان الكعبري)
rate	معدَّل
reaction heat	حرارة التفاعل
reaction rate	معدَّل التفاعل
reactive system	منظومة تفاعلية
reactor	مفاعل
real time	زمن حقيقي
receptor	مستقبل
recombinant	مركَّب جينياً
rectal	شرجي
recycling	تدوير
renal	كلوي
renal artery	شريان كلوي
renal pelvis	تجويف كلوي
renal vein	وريد كلوي
resistance	مقاومة
resistivity	قدرة على المقاومة
resistor	مقاوم

resolution	ميْز، تبيين
resorption	إعادة امتصاص
resultant force	قوة موازِنة، قوة محصلة
rigid	جاسئ
saccharomyces	فطر سكري
saccharomyces cerevisiae	خميرة فطر السكر (خميرة الخبز)
saphenous vein	صافن (وريد الساق الزائد)
scalar	سلمي
scalar product	ناتج (جداء) سلمي
sclerosis	تصلب الأنسجة المتعدد
seesaw	أرجوحة
sensible heat	حرارة محسوسة
sensor	مُحِس، مجس
septum	جدار فاصل
shaft (nonflow) work	عمل الآلة (غير متدفق)
significant figure	رقم معنوي
siphon	سيفون
software	برمجيات
specific energy	طاقة نوعية
specific volume	حجم نوعي
spirometer	مقياس التنفس
spreadsheet	صفحة موازنة
standard reaction heat	حرارة تفاعل قياسية
statics	سكونيات
steady state system	منظومة ثابتة
stearic acid	حمض الدهن، الحمض الاستياري
stenosis	تضيُّق الأوعية الدموية
stenotic	متضيِّق
stoichiometry	أمثال التفاعل الكيميائي
stroke	سكتة دماغية
stroke volume	حجم الدفقة
stroma	نسيج حامل، اللحمة
subclavian	تحت ترقوي

subcutaneous	تحت جلدي
sublingual	تحت لساني
surfactant	خافض توتر سطحي، عامل تبليل
sympathetic nervous system	منظومة عصبية ودية
synapse	وصلة عصبونية
systolic	انقباضي (طور انقباض القلب)
systolic pressure	ضغط انقباضي
tachycardia	تسرُّع القلب
temperature	درجة الحرارة
temporalis muscle	عضلة صدغية
tendon	وتر
tendonitis	التهاب الوتر
thermistor	مقاومة حرارية
thermocouple	مزدوجة حرارية
thigh	فخذ
thylakoid	جرابي
thyriod	غدة درقية
tibia	عظم الساق الكبير
tidal	تناوبي (مد-جزري)
tonic	توتُّري
tonometry	قياس ضغط العين
torque	عزم التدوير
tracer	متعقِّب
trachea	رغامى
transcutaneous	عبر الجلد
transducer	محوال، محول الطاقة
transduction	تحويل
transferase	إنزيم ناقل
tricuspid valve	صمام ثلاثي
trophic	غذائي
tubule	أُنَيبوب
underspecified	منخفض التحديد
urea	بولة أو يوريا

uremia	تبَولُن الدم (بول في الدم)
ureter	حالب
urethra	إحليل
valence	تكافؤ
variance	تشتت
vascularization	تكوين الأوعية الدموية
vector	شعاع، ناقل عدوى
vector product	ناتج (جداء) شعاعي
vena cava	وريد أجوف
ventricle	بُطَين
venule	وريد دقيق، وُرَيْد
viscosity	لزوجة
voltage	فولتية
voltage divider	مجزّئ فولتية
weight fraction	نسبة وزنية
wheatstone bridge	جسر أو قنطرة واطستون
work	عمل

الفهرس

ـ ب ـ

ـ ت ـ

- ث -

- ج -

- ح -

ـ خ ـ

ـ د ـ

ـ ظ ـ

ـ ع ـ

ـ غ ـ

ـ ف ـ

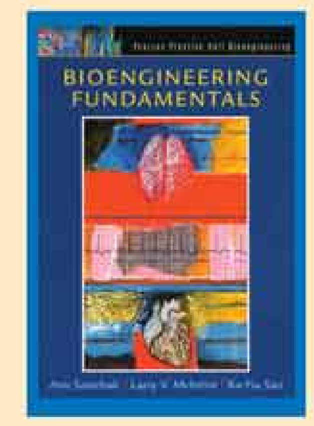
ـ ن ـ

ـ هـ ـ

ـ و ـ

ـ ي ـ

أسس الهندسة الحيوية(*)



(*) الكتاب الأول من التقنية الحيوية

سلسلة كتب التقنيات الإستراتيجية والمتقدمة

السلسلة: تضم هذه السلسلة ترجمة لأحدث الكتب عن التقنيات التي يحتاج إليها الوطن العربي في البحث والتطوير ونقل المعرفة إلى القارئ العربي.

الكتاب: يجمع هذا الكتاب بين دقة المبادئ الهندسية في التطبيقات التكنولوجية مع التركيز على وضع الحلول. إنه، يأخذ منحنىً توحيدياً في موضوع متعدد الاختصاصات يخص قوانين "الانحفاظ" التي تشكل أسس الهندسة الحيوية.

تشكل مواضيع مثل الكتلة، والطاقة، والشحنة، والزخم محور الهندسة الحيوية الحديثة بالإضافة إلى علم الفسلجة، والكيمياء الحياتية، وهندسة الأنسجة، والتكنولوجيا الحيوية، وعلم استخدام الآلات وتطويرها. وتيسر هذه المواضيع للطالب رؤية واضحة في تكنولوجيا الهندسة الحيوية الحديثة وأبحاثها وتعرضه إلى تحدي مرسوم لحقائق وخصوصيات هذا الحقل المهم.

المؤلف: **آن ساترباك**: بروفيسور وأستاذة كرسي في قسم الهندسة الحياتية - جامعة رايس، ساترباك. حائزة على جائزة روبرت كويم.

لاري ف. ماكِّنتايَر: بروفيسور وأستاذ كرسي في قسم الهندسة الحياتية في جامعة رايس، ساترباك، وأحد رواد هندسة الخلايا والأنسجة الحية.

كا - يو سان: بروفيسور في قسمي الهندسة الحياتية والهندسة الكيميائية في جامعة رايس، ساترباك. عضو الهيئة التدريسية في معهد العلوم الحيوية والهندسة الحياتية في الجامعة نفسها.

المترجم: **حاتم النجدي**: أستاذ في الجامعات السورية. متخصص بالإلكترونيات والاتصالات، ويهتم بالترجمة العلمية من الإنجليزية إلى العربية.



مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية KACST

المنظمة العربية للترجمة

الثمن: 40 دولاراً
أو ما يعادلها

ISBN 978-9953-0-2036-5
9 789953 020365

أسس الهندسة الحيوية

آن ساترباك
لارِّي ف. ماكِّنتايَر
كا - يو سان

(5 - 1)